

Неустойчивость необыкновенной электромагнитной волны в нагретой плазме

В. Г. Дорофеев*, В. Б. Красовицкий*, В. А. Туриков†

** Отдел кинетических уравнений*

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
Миусская пл., д. 4, Москва, Россия, 125047*

† Кафедра прикладной физики

*Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

В работе проведено исследование параметрического распада лазерной волны в нагретой магнитоактивной плазме с учётом релятивистской массы электронов. Сильное внешнее магнитное поле оказывает существенное влияние на эффективность ввода энергии лазерного излучения в плазму. Магнитное поле волны модулирует внешнее магнитное поле, что приводит к параметрическому ускорению электронов в скрещенных полях и усилению поля разделения заряда. При этом до 85% энергии лазерного излучения трансформируется в энергию частиц плазмы. Анализ нелинейной динамики необыкновенной электромагнитной волны в сильном внешнем магнитном поле в условиях параметрического распада показал, что экспоненциальный рост амплитуды вторичной волны с половинной частотой сменяется обратным процессом возвращения энергии в первичную волну и возбуждением нелинейных колебаний большой амплитуды в плазме.

В отличие от предыдущих работ по этой теме рассмотрен параметрический распад электромагнитной волны в плазме, предварительно нагретой до релятивистской температуры. Получена автомодельная система нелинейных уравнений в полных производных, учитывающая релятивистскую тепловую массу электронов. Малые возмущения параметров нагретой плазмы проанализированы на основе дисперсионного уравнения, определяющего фазовую и групповую скорости медленной и быстрой необыкновенных волн в линейном приближении. Показано, что в отличие от холодной плазмы зона непрозрачности в области частот, превышающих верхнегибридную частоту электронов, исчезает. Кроме того, асимптоты дисперсионных ветвей в области высоких частот сближаются.

В заключительной части статьи выполнен расчёт инкремента параметрической неустойчивости. Он достигает максимального значения, когда частота возбуждаемой волны в точности равна половине частоты лазерной волны накачки. Получено аналитическое выражение для максимального инкремента и исследована его зависимость от тепловой скорости электронов.

Ключевые слова: магнитоактивная плазма, необыкновенная волна, нагретые электроны, дисперсионное уравнение, фазовая и групповая скорости, инкремент неустойчивости.

1. Введение

В последние годы процесс взаимодействия мощных лазерных импульсов с плазмой интенсивно исследуется экспериментально и теоретически (см., например, обзор [1]). Такое взаимодействие имеет множество практических приложений от ядерной физики до медицины.

При взаимодействии лазерных импульсов ультрарелятивистской интенсивности с плазмой могут генерироваться квазистатические магнитные поля с индукцией свыше 100 МГс [2]. В таких условиях вблизи границы плотной плазмы образуется более разреженная плазма, к которой приложено сверхсильное магнитное поле. В такой магнитоактивной плазме лазерная волна может распространяться в окрестности электронного циклотронного и верхнегибридного резонансов.

В этом случае присутствие сильного магнитного поля существенно изменяет картину взаимодействия лазерного излучения с плазмой и приводит к ряду важных физических явлений, представляющих практический интерес. Параметрическая неустойчивость сильной электромагнитной волны аналитически и численно исследована в работе [3]. Было показано, что распадная неустойчивость при поперечном распространении импульса в замагниченной плазме сопровождается трансформацией значительной части энергии излучения в энергию частиц.

В работах [4–6] была получена и исследована самосогласованная система нелинейных уравнений, состоящая из уравнения огибающей электромагнитной волны и уравнения для потенциала в плазме. На основе этой системы было учтено обратное воздействие возбуждаемых колебаний на лазерный импульс. В настоящей работе нелинейное взаимодействие лазерного излучения с плазмой проанализировано с учётом релятивистской температуры электронов $T \approx mc^2$ [7]. В разделе 2 выполнен переход к автомодельной переменной $t - z/v_{ph}$ (v_{ph} — фазовая скорость нелинейной волны) и получена система нелинейных уравнений в полных производных, описывающая изменение необыкновенной электромагнитной волны. Дисперсионное уравнение, определяющее фазовую и групповую скорости волны в линейном приближении, получено в разделе 3. В разделе 4 представлен вывод формулы для инкремента параметрической неустойчивости.

2. Самосогласованная система уравнений

Система гидродинамических уравнений плазмы с релятивистской температурой имеет вид [5–7]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) [G(\xi) p_x] &= e \left[E_x - \frac{(B_y + B_0) v_z}{c} \right], \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) [G(\xi) p_z] &= e \left[E_z + \frac{(B_y + B_0) v_x}{c} \right] - \frac{T}{n} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n}{\gamma} \right), \\ \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n v_z) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $p_{x,z} = m\gamma v_{x,z}$, $G(\xi) = \frac{K_3(\xi)}{K_2(\xi)}$, $\xi = \frac{mc^2}{T}$, $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$, $K_n(\xi)$ — функция Макдональда. Учёт температуры электронов приводит к появлению в уравнениях (1) эффективной «тепловой» массы [7]:

$$m_{eff} = mG(\xi) \cong \begin{cases} m \left(1 + \frac{5}{2} \frac{T}{mc^2}\right), & T \ll mc^2, \\ \frac{4T}{c^2} \left(1 + \frac{m^2 c^4}{8T^2}\right), & T \gg mc^2. \end{cases} \quad (2)$$

При этом компоненты электромагнитного поля в формулах (1)

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t}, \quad B_y = \frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial z}, \quad (3)$$

определяются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A_x &= \frac{4\pi e}{c} n v_x, \\ \frac{\partial E_z}{\partial z} &= 4\pi e (n - n_0). \end{aligned} \quad (4)$$

Из уравнений (1) и (4) получаем

$$E_z = 4\pi en_0(z_0 - z), \quad (5)$$

$$G(\xi)p_x + \frac{e}{c}A_x + m\omega_B(z - z_0) = 0, \quad (6)$$

где z_0 — координата «равновесного» электрона ($p_x = 0$) в отсутствие поля $E_z = A_x = 0$.

Будем искать решение в виде бегущей волны, считая все величины зависящими от безразмерной фазы

$$\psi = \frac{\omega_p}{c} \left(t - \frac{z}{v_{ph}} \right).$$

В безразмерных переменных

$$A = \frac{eA_x}{mc}, \quad E = \frac{eE_z}{m\omega_p c}, \quad a = \gamma \left(1 - \frac{\beta v_z}{c} \right), \quad \zeta = \frac{\omega_p}{c} (z_0 - z)$$

исходная система уравнений (1) и (4) упрощается к виду

$$\begin{aligned} A'' &= -\frac{\beta^3}{\beta^2 - 1} \frac{\Omega}{\sqrt{R}}, \\ \zeta' &= \frac{\beta}{\beta^2 - 1} \left(\frac{\beta a}{\sqrt{R}} - 1 \right), \\ a' &= \frac{\beta^2 Q_B \Omega}{\sqrt{R}} - \beta \zeta - \frac{\beta_T^2 \beta^2}{\beta - \zeta'} \left(\frac{1}{\sqrt{R}} \right)', \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} R &= a^2 + (\beta^2 - 1)(1 + \Omega^2), \quad \Omega = A - Q_B \zeta, \quad \beta = v_{ph}/c, \\ Q_B &= \omega_B/\omega_p, \quad \beta_T = \sqrt{T/m_{\text{eff}}c^2} = [\xi G(\xi)]^{-1/2}, \end{aligned}$$

причём, в силу формулы (2), величина β_T изменяется в пределах от 0 при $T=0$ до 1/2 при $T=\infty$.

3. Дисперсионное уравнение

Для малых возмущений $A = A_0 \exp i(\omega t - kz)$ дисперсионное уравнение линеаризованной системы уравнений (7) имеет вид:

$$\frac{1}{\beta^2} = 1 - \frac{1}{\omega^2} \frac{1 - \omega^2(1 - \beta_T^2/\beta^2)}{1 + Q_B^2 - \omega^2(1 - \beta_T^2/\beta^2)}, \quad (8)$$

где ω — частота волны (в единицах ω_p), $\beta = \omega/ck$ — безразмерная фазовая скорость.

Зависимость $\beta(\omega)$ представлена на рис. 1 и рис. 2. Условия параметрического распада быстрой необыкновенной (БН) волны с частотой ω_r на две медленные необыкновенные (МН) волны с половинной частотой $\omega_r/2$ показаны на рисунке точечными линиями. Границы области прозрачности холодной плазмы ω_L и ω_R для БН- и МН-волн (где $\beta \rightarrow \infty$ [6]), определяются формулой

$$\omega_{L,R} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{Q_B^2 + 4} \mp Q_B \right).$$

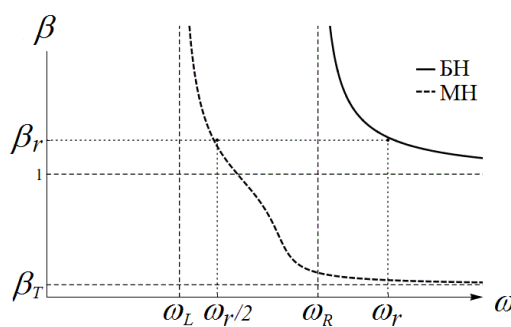


Рис. 1. Фазовая скорость $\beta(\omega)$ для быстрой (БН) и медленной (МН) необыкновенных волн. Точечными линиями показаны условия параметрического резонанса; $\beta_r = \beta(\omega_r)$, $Q_B = 0,66$, $\beta_T = 0,1$

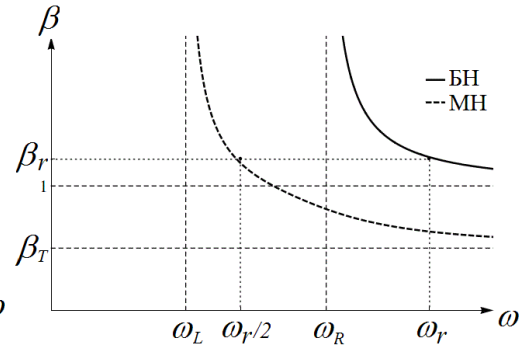


Рис. 2. Фазовая скорость $\beta(\omega)$ для быстрой (БН) и медленной (МН) необыкновенных волн; $\beta_r = \beta(\omega_r)$, $Q_B = 0,66$, $\beta_T = 0,5$

Условие точного параметрического резонанса $\omega = \omega_r$, $\omega' = \omega_r/2$, когда частота возбуждаемой волны ω' точно равна половине частоты волны накачки ω , требует выполнения равенства (8) как для частоты накачки ω_r , так и для частоты вторичной волны $\omega_r/2$ при неизменной фазовой скорости β , что может иметь место, только при заданных величинах внешнего магнитного поля и фазовой скорости волны $Q_B = Q_{Br}(\omega_r, \beta_T)$, $\beta = \beta_r(\omega_r, \beta_T)$. Эти зависимости определяются формулами:

$$Q_{Br} = \sqrt{\frac{1}{8} (5 - \omega_r^2 (1 - \beta_T^2)) \left(\omega_r^2 (1 - \beta_T^2) + \sqrt{\omega_r^4 (1 - \beta_T^2)^2 + 16\beta_T^2} \right) - 1 - \beta_T^2}, \quad (9)$$

$$\beta_r = \omega_r \sqrt{\frac{\omega_r^2 (1 + \beta_T^2) + \sqrt{\omega_r^4 (1 - \beta_T^2)^2 + 16\beta_T^2}}{2(\omega_r^4 - 4)}}. \quad (10)$$

Их графики приведены на рис. 3.

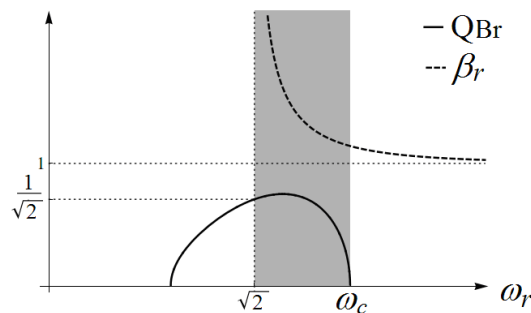


Рис. 3. Внешнее магнитное поле Q_{Br} и фазовая скорость волны β_r в зависимости от резонансной частоты ω_r ; $\beta_T = 0,3$

Как следует из рисунка, неустойчивость имеет место только в области резонансных частот

$$\sqrt{2} < \omega_r < \omega_c = \sqrt{\frac{4 - \beta_T^2}{1 - \beta_T^2}},$$

окрашенной на рисунке серым цветом. При этом

$$0 < Q_{Br} < \frac{3}{4}, \quad \sqrt{\frac{3 - 4\beta_T^2/3}{1 - \beta_T^2}} < \beta_r < \infty.$$

Вывод формулы для инкремента параметрической неустойчивости γ представлен ниже в разделе 4. Он достигает максимума γ_m на точном резонансе. При отклонении от резонансных условий $\omega - 2\omega' = \Delta \neq 0$ инкремент убывает: $\gamma = \sqrt{\gamma_m^2 - \Delta^2/4}$.

4. Инкремент неустойчивости

В общем случае устойчивость периодического решения $Y = Y(\psi)$ векторной системы n обыкновенных дифференциальных уравнений $Y' = F(Y)$ определяется линейным уравнением для возмущения $X = Y + x$:

$$x'(\psi) = F'_Y(Y) \cdot x(\psi).$$

В случае $|Y| \ll 1$, после разложения $F'_Y(Y)$ в ряд до линейных слагаемых, имеем:

$$x'(\psi) = [F'_Y(0) + F''_Y(0) \cdot Y(\psi)] \cdot x(\psi). \quad (11)$$

Будем искать решение системы (11) методом вариации постоянных. В качестве исходной рассмотрим линейную систему $Y'(\psi) = F'_Y(0) \cdot Y(\psi)$, полный набор решений которой составляет квадратную матрицу ($n \times n$):

$$Z(\psi) = [Y_1 e^{i\omega_1 \psi}, Y_2 e^{i\omega_2 \psi}, \dots, Y_n e^{i\omega_n \psi}].$$

В качестве невозмущённого решения $Y(\psi)$ выберем первую из линейных мод: $Y(\psi) = \frac{1}{2}(Y_1 e^{i\omega_1 \psi} + Y_1 e^{-i\omega_1 \psi})$. Тогда, подставляя в (11) $x = Za$, с учётом уравнения $Z'(\psi) = F'_Y(0) Z(\psi)$ получаем:

$$a' = \frac{1}{2} Z^{-1} (G e^{i\omega_1 \psi} + G e^{-i\omega_1 \psi}) Z a,$$

где матрица $G = F''_Y(0) Y_1$. Так как G пропорциональна малой амплитуде Y_1 , то зависимость a от свободной переменной является медленной, и можно усреднить последнее уравнение по периоду колебаний:

$$a' = Ma, \quad (12)$$

где

$$M = \langle Z^{-1} \cdot G \cdot Z \rangle, \quad \langle f \rangle = \frac{\omega_1}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_1} f(\psi) d\psi.$$

В нашем случае матрица Z имеет вид:

$$Z = \left[Y(\omega) e^{i\omega\psi}, Y(-\omega) e^{-i\omega\psi}, Y\left(\frac{\omega + \Delta}{2}\right) e^{i\frac{\omega + \Delta}{2}\psi}, Y\left(-\frac{\omega + \Delta}{2}\right) e^{-i\frac{\omega + \Delta}{2}\psi} \right],$$

где ω — частота волны накачки, а малая величина $\Delta = \omega - 2\omega'$ определяет расстройку параметрического резонанса. Выбирая в качестве вектора Y набор переменных $(A, A', \zeta, a)^T$ (T — операция транспонирования), после линеаризации и решения уравнения (7), получаем:

$$Y(\omega) = \begin{pmatrix} 1 \\ i\omega \\ \frac{(\beta^2 - 1)\omega^2 Q_B}{\omega^2(\beta^2 - \beta_T^2) - \beta^2} \\ \frac{i\beta(\beta^2 - 1)\omega^3 Q_B}{\omega^2(\beta^2 - \beta_T^2) - \beta^2} \end{pmatrix} A. \quad (13)$$

Учитывая, что в обратной матрице Z^{-1} комплексным экспонентам будут пропорциональны не столбцы, а строки

$$Z^{-1} = \begin{pmatrix} W_1 e^{-i\omega\psi} \\ W_2 e^{i\omega\psi} \\ W_3 e^{-i\frac{\omega-\Delta}{2}\psi} \\ W_4 e^{i\frac{\omega-\Delta}{2}\psi} \end{pmatrix},$$

находим матрицу M :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_m e^{i\Delta\psi} \\ 0 & 0 & \gamma_m e^{-i\Delta\psi} & 0 \end{pmatrix}$$

где

$$\gamma_m = W_3 G Y\left(-\frac{\omega}{2}\right), \quad G = F_Y''(0) Y(\omega). \quad (14)$$

Решение уравнения (12) в этом случае имеет вид:

$$a = \left(0, 0, e^{i\Delta\psi/2}, \frac{\gamma + i\Delta\psi/2}{\gamma_m} e^{-i\Delta\psi/2}\right),$$

где инкремент неустойчивости определяется формулой $\gamma = \sqrt{\gamma_m^2 - \Delta^2/4}$.

Расчёт, выполненный для системы (7), даёт:

$$\gamma_m = A_0 \frac{\beta \left(9(2 - \beta_T^2)(\beta^2 - P_1) \left(\sqrt{(\beta^2 - 1)(\beta^2 - \beta_T^2)} - \beta^2 + P_2\right) - P_3\right)}{6\sqrt{2}(\beta^2 - 1)(\beta^2 - \beta_T^2)^2 \sqrt{\left(2 - \sqrt{\frac{\beta^2 - \beta_T^2}{\beta^2 - 1}}\right) \left(2\sqrt{\frac{\beta^2 - \beta_T^2}{\beta^2 - 1}} - 1\right)}}, \quad (15)$$

где A_0 — амплитуда волны, а зависящие от β_T величины P_i есть:

$$P_1 = \frac{2\beta_T^2(3 - \beta_T^2)}{9(2 - \beta_T^2)}, \quad P_2 = \frac{-5\beta_T^4 + 3\beta_T^2 + 12}{9(2 - \beta_T^2)},$$

$$P_3 = \frac{\beta_T^2(-10\beta_T^6 + 63\beta_T^4 - 120\beta_T^2 + 72)}{9(2 - \beta_T^2)}.$$

Величина β считается зависящей от $\omega = \omega_r$ по формуле (10). Конечный результат, получаемый подстановкой этого соотношения в выражение (15), мы не приводим ввиду громоздкости. В случае холодной плазмы $\beta_T = 0$, (15) с учётом (10) и (9) переходит в соотношение [5]:

$$\gamma_m = \frac{A_0}{4\omega^2} \sqrt{\frac{\omega^2 + 2}{\omega^2 - 1}} (4 - \omega^2) (\omega^2 - 2)^3. \quad (16)$$

Графики зависимости максимального инкремента от частоты волны накачки на точном резонансе $\Delta = 0$ показаны на рис. 4. При этом величины β и Q_B зависят от $\omega = \omega_r$ согласно формулам (10) и (9) соответственно.

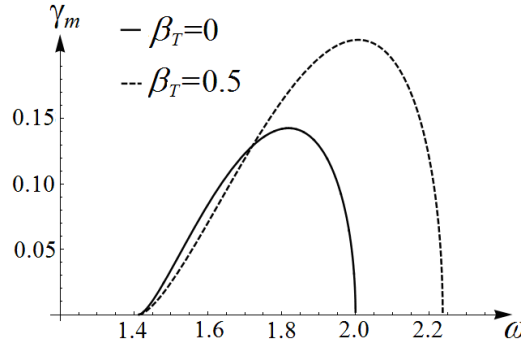


Рис. 4. Зависимость максимального инкремента параметрической неустойчивости γ_m от частоты волны накачки ω

Как видно из рисунка, с ростом температуры электронов ширина резонансной области расширяется в область больших частот, а максимально возможный инкремент возрастает и сдвигается в ту же сторону. Этот результат можно частично объяснить с помощью сравнения кривых дисперсии при $\beta_T = 0$ и $\beta_T = 0.5$, показанных на рис. 1 и рис. 2. С ростом β_T , асимптоты $\Omega \rightarrow \infty$ взаимодействующих дисперсионных ветвей сближаются, в результате фазовая скорость резонансной волны приближается к $\beta_\infty \cong 1$, а резонансная частота растёт. Расширение области резонанса происходит из-за выполаживания графиков $\beta(\omega)$ с ростом ω .

5. Заключение

Получена система нелинейных уравнений (7), описывающая распространение эллиптически поляризованной необыкновенной волны в плазме с релятивистскими тепловыми электронами.

В линейном приближении из уравнений (7) следует дисперсионное уравнение (8), определяющее фазовые скорости медленной необыкновенной (МН) и быстрой необыкновенной (БН) волн в нагретой плазме $\beta_T > 0$. В отличие от холодной плазмы $\beta_T = 0$ зона непрозрачности [5, 6] в диапазоне частот $\omega_L < \omega < \omega_R$ исчезает и МН-гармоника монотонно продолжается в область $\omega > \omega_L$ (см. рис. 1 и рис. 2). Из сравнения кривых дисперсии при $\beta_T = 0, 1$ и $\beta_T = 0, 5$ следует, что с ростом β_T асимптоты $\Omega = \omega/\omega_p$ дисперсионных ветвей в области частот $\omega > \omega_R$ монотонно сближаются.

Групповые скорости медленной необыкновенной (МН) и быстрой необыкновенной (БН) волн в холодной $\beta_T = 0$ и нагретой $\beta_T = 0, 1$ плазме представлены на рис. 3 и рис. 4.

Условие точного параметрического резонанса требует выполнения равенства (9) и (10) как для частоты накачки ω_r , так и для частоты вторичной волны $\omega_r/2$ при неизменной фазовой скорости β , что может иметь место только при заданных величинах внешнего магнитного поля и фазовой скорости волны.

Максимальный инкремент параметрической неустойчивости γ_m достигает максимума (15) на точном резонансе и убывает: $\gamma = \sqrt{\gamma_m^2 - \Delta^2/4}$ при отклонении от резонансных условий, $\omega - 2\omega' = \Delta \neq 0$.

Литература

1. *Tajima T., Dawson J. M.* Laser Electron Accelerator // Physical Review Letters. — 1979. — Vol. 43. — Pp. 267–271.
2. *Kruer W. I.* The Physics of Laser Plasma Interactions. — New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1988.
3. *Shukla P. K.* Generation of Wakefields by Elliptically Polarized Laser Pulses in a Magnetized Plasma // Physics of Plasmas. — 1998. — Vol. 6. — Pp. 1363–1366.
4. Interaction of Powerful Laser Pulse with Magnetized Plasma / V. B. Krasovitskiy, V. G. Dorofeenko, V. I. Sotnikov, B. Bauer // Physics of Plasmas. — 2004. — Vol. 11. — Pp. 724–742.
5. Распадная неустойчивость лазерной волны при поперечном распространении в магнитоактивной плазме / В. Б. Красовицкий, В. Г. Дорофеенко, В. А. Туриков, В. И. Сотников // Физика плазмы. — 2006. — Т. 32. — С. 26–32.
6. *Дорофеенко В. Г., Красовицкий В. Б., Туриков В. А.* Нелинейная модуляция необыкновенной волны в условиях параметрического распада // Физика плазмы. — 2012. — Т. 38. — С. 513–521.
7. *Джавахишвили Д. И., Цинцадзе Н. Л.* Явления переноса в полностью ионизованной ультра-релятивистской плазме // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1973. — Т. 64. — С. 1314–1325.

UDC 533.9

Instability of an Extraordinary Wave in a Hot Plasma

V. G. Dorofeenko*, V. B. Krasovitskiy*, V. A. Turikov†

* Department of Kinetic Equations
Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences
4, Miusskaya pl., Moscow, Russia, 125047

† Department of Applied Physics
Russian University of Peoples' Friendship
6, Miklukho-Macklaya str., Moscow, Russia, 117198

In this paper the investigation of the laser wave parametric decay in the hot magnetized plasma is performed taking into account the relativistic electron mass. Strong external magnetic field affects essentially the efficiency of laser radiation energy input into plasma. The magnetic field of the wave modulates the external magnetic field which leads to the parametric acceleration of electrons in the crossing fields and to the amplification of the charge separation field. In this process up to 85% of the laser radiation energy transforms into the energy of plasma particles. The analysis of nonlinear dynamics of the extraordinary electromagnetic wave in the strong external magnetic field in the conditions of the parametric decay shows that the exponential increase in the amplitude of the secondary wave exited at half-frequency of the primary wave changes into a reverse process in which the energy returns to the primary wave and causes the large amplitude oscillations in plasma.

Unlike the previous papers in this area the investigation considers the parametric decay in the plasma preliminary heated up to the relativistic temperature. The self-similar system of nonlinear equations in total derivatives which takes into account the relativistic heat electron mass is derived. The small perturbations of the heated plasma parameters are investigated using the dispersion equation which defines the phase and group velocities of the slow and fast extraordinary waves in the linear approximation. It is shown that unlike the cold plasma in the linear approximation the non-transparency band in the frequency region higher than upper-hybrid electron frequency disappears. Moreover, the asymptotes of the dispersion branches in the high frequency regions approach each other.

In the final part of the paper the calculation of the parametric instability increment is performed. It reaches the maximum value when the exited wave frequency is equal exactly half the frequency of the laser pump wave. The analytical expression for the maximum increment is derived and its dependence on the electron thermal velocity is investigated.

Key words and phrases: magnetoactive plasma, extraordinary wave heated electrons, dispersion relation, phase and group velocities, instability increment.

References

1. T. Tajima, J. M. Dawson, Laser Electron Accelerator, *Physical Review Letters* 43 (1979) 267–271.
2. W. I. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1988.
3. P. K. Shukla, Generation of Wakefields by Elliptically Polarized Laser Pulses in a Magnetized Plasma, *Physics of Plasmas* 6 (1998) 1363–1366.
4. V. B. Krasovitskiy, V. G. Dorofeenko, V. I. Sotnikov, B. Bauer, Interaction of Powerful Laser Pulse with Magnetized Plasma, *Physics of Plasmas* 11 (2004) 724–742.
5. V. B. Krasovitsky, V. G. Dorofeenko, V. A. Turikov, V. I. Sotnikov, Decay Instability of the Laser Wave at Transverse Propagation in a Magnetized Plasma, *Physics of Plasmas* 32 (2006) 26–32, in Russian.
6. V. G. Dorofeenko, V. B. Krasovitsky, V. A. Turikov, Nonlinear Modulation of the Extraordinary Wave Conditions Parametric Decay, *Physics of Plasmas* 38 (2012) 513–521, in Russian.
7. D. I. Djavakhishvili, N. L. Tsintsadze, Transport Phenomena in a Completely Ionized Ultra-Relativistic Plasmas, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 64 (1973) 1314–1325, in Russian.