

УДК 621.378.826.535 8

Алгебраическая твисторная динамика тождественных сингулярностей в комплексном расширении пространства–времени

В. В. Кассандров

*Институт гравитации и космологии
Российский университет дружбы народов
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6*

Представлена алгебраическая теория поля со структурой, целиком основанной на нелинейном обобщении условий комплексной аналитичности Коши–Римана на некоммутативную алгебру бикватернионов. Каждое бикватернионное поле обладает естественной твисторной структурой и в пространстве Минковского порождает некоторую бессдвиговую изотропную конгруэнцию лучей и ассоциированные с ней калибровочные поля. В работе эта алгебродинамическая схема развивается на комплексном расширении пространства–времени Минковского — полном векторном пространстве алгебры бикватернионов. Исходное пространство динамически редуцируется к 6-мерному «наблюдаемому» пространству–времени комплексного изотропного конуса, которое в свою очередь разлагается на 4-мерное физическое пространство–время и 2-мерное внутреннее «спиновое пространство». При этом естественно возникает ансамбль тождественных точечных зарядов («дубликонов») — фокальных точек конгруэнции. Временная динамика различных дубликонов сильно коррелирована через фундаментальное твисторное поле конгруэнции. Кратко обсуждаются с необходимостью возникающие в рассматриваемой алгебродинамической схеме понятия «комплексного времени» и «кривой эволюции», а также их возможная связь с квантовой неопределённостью.

Введение

В данной статье мы продолжаем развивать *алгебродинамическую* теорию поля, представленную, например, в работе [1]. Напомним, что в парадигме алгебродинамики все фундаментальные физические законы и явления рассматриваются, в духе радикальной «неопифагорейской» философии, как реализация некоторой первичной абстрактной структуры — *Кода Вселенной*, — в качестве которого могла бы выступать исключительная группа (например, группа *Монстра*), алгебра или геометрия. Вся структура и эволюция Вселенной, основные категории времени, частицы, поля, движения и взаимодействия должны быть целиком предопределены и закодированы во внутренних свойствах этой «Мировой» структуры. Известные физические законы являются, с этой точки зрения, лишь отдельными *фрагментами* Структуры, и следовало бы на время *забыть* их все и попытаться заново и *непредвзято* прочесть «Книгу Природы», которая при этом могла бы открыть для нас удивительную и величественную картину физического Мира, совершенно отличную от ныне принятой в теоретической физике.

В основной развитой к настоящему времени версии алгебродинамики (см., например, [1–6] и ссылки в этих работах) в качестве *Мировой алгебры* выбрана исключительная алгебра *кватернионов* (точнее, её комплексификация — алгебра *бикватернионов* $\mathbb{B}$). Фундаментальные физические поля при этом являются $\mathbb{B}$ -значными функциями $\mathbb{B}$ -переменной, а первичные уравнения поля есть не что иное, как *условия $\mathbb{B}$ -дифференцируемости*, или, иначе, — *обобщённые условия Коши–Римана* (КРОУ). Эти условия были предложены автором ещё в 1980 году (подробнее см. [2, 3, 7–9]) и имеют следующий инвариантный вид:

$$dF = \Phi * dZ * \Psi, \quad (1)$$

где $F : \mathbb{B} \mapsto \mathbb{B}$ представляет собой $\mathbb{B}$ -дифференцируемую функцию $F(Z)$ от $\mathbb{B}$ -переменной $Z \in \mathbb{B}$; $\Phi, \Psi : \mathbb{B} \mapsto \mathbb{B}$ — две вспомогательные функции (т.н. левая и правая «полупроизводные»), сопоставляемые F , а символ $(*)$ обозначает операцию умножения в $\mathbb{B}$, изоморфного умножению в 2×2 полной матричной алгебре с элементами в поле комплексных чисел.

Как прямое следствие условий (1), каждая матричная компонента $\mathbb{B}$ -поля $f = \{F_{AB}\}$, $A, B = 1, 2$ удовлетворяет дифференциальному уравнению детерминантного типа

$$\det \left\| \frac{\partial f}{\partial Z_{AB}} \right\| = 0, \quad (2)$$

которое, для случая некоммутативной $\mathbb{B}$ -алгебры, представляет собой *нелинейный* аналог условия *гармоничности* Лапласа из комплексного анализа. Если теперь ограничить координаты Z на подпространство $\mathbf{M}$ полного $4\mathbb{C}$ векторного пространства $\mathbb{B}$ -алгебры, представленное эрмитовыми матрицами $X = X^+$ и имеющее метрическую структуру пространства Минковского $\mathbf{M}$, например выбрать представление

$$Z \mapsto X = \begin{pmatrix} u & w \\ p & v \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $u = ct + z$, $v = ct - z$ вещественны, $w = x - iy$ и $p = x + iy$ — комплексно сопряжены, а x, y, z, t — декартовы и временная координаты на $\mathbf{M}$, то КРОУ запишутся в виде

$$dF = \Phi * dX * \Psi, \quad (4)$$

а фундаментальное уравнение (2) примет форму

$$\frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial v} - \frac{\partial f}{\partial w} \frac{\partial f}{\partial p} \equiv \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 = 0, \quad (5)$$

в которой нетрудно узнать *уравнение комплексного эйконала* (УКЭ) [2].

На фоне координатного пространства Минковского вся схема немедленно становится лоренц-инвариантной, и оказывается возможным построить «алгебраическую» теорию поля, в которой нелинейный комплекснозначный эйконал выступает в качестве основного физического поля, причём поля с *самодействием*.

Основные положения и результаты алгебраической (нелинейной, нелагранжевой, переопределённой) теории $\mathbb{B}$ -поля были представлены ранее в серии статей (см. [1, 3, 6, 8–12] и другие работы автора). Оказалось, в частности, что КРОУ и являющееся их следствием УКЭ обладают естественной 2-спинорной, твисторной и т.н. «слабой» калибровочной структурами. Более того, *условия интегрируемости для (4) приводят к тождественному выполнению (комплексифицированных) свободных уравнений Максвелла и Янга–Миллса*.

В работе [11] (см. также [12]) была найдена лоренц-инвариантная форма *общего решения* УКЭ, основанная на (амби)твисторной структуре этого уравнения. А именно, любое (почти всюду аналитическое) решение УКЭ может быть получено из некоторой генерирующей функции

$$\Pi(G, \tau^1, \tau^2) \equiv \Pi(G, wG + u, vG + p) \quad (6)$$

трёх комплексных аргументов — компонент проективного изотропного твистора, связанных с точками пространства–времени $X \in \mathbf{M}$ через *соотношение инцидентности* Пенроуза [13]

$$\tau = X\xi \quad (\tau^A = X^{AA'} \xi_{A'}), \quad (7)$$

которое, после выбора калибровки вида $\xi_{A'}^T = \{1, G\}$, соответствует связям вида

$$\tau^1 = wG + u, \quad \tau^2 = vG + p. \quad (8)$$

А именно, было показано, что всякая генерирующая твисторная функция (6) порождает пару «сопряжённых» решений УКЭ. Для получения первого из них следует разрешить алгебраическое условие

$$\Pi(G, wG + u, vG + p) = 0 \quad (9)$$

относительно G ; при этом получим комплексное (и, вообще говоря, *многозначное*) поле $G(u, v, w, p) \equiv G(x, y, z, t)$, которое для любой Π и любой непрерывной ветви решения тождественно удовлетворяет УКЭ.

Во-вторых, можно уже после дифференцирования (6) разрешить возникающее уравнение

$$P \equiv \frac{d\Pi}{dG} = 0 \quad (10)$$

относительно G и подставить полученное таким образом поле $G(u, v, w, p)$ в исходную функцию (6). В этом случае приходим к некоторой функции координат $\Pi(G(X), \tau^1(X), \tau^2(X)) \equiv \Pi(x, y, z, t)$, которая снова *тождественно удовлетворяет* УКЭ. В работе [11] было показано, что два представленных выше класса исчерпывают (*почти всюду аналитические*) решения УКЭ.

С геометрической точки зрения, любое твисторное поле $\mathbf{W}(X) = \{G, \tau^1, \tau^2\}$ определяет некоторую *изотропную геодезическую конгруэнцию*, т. е. конгруэнцию прямолинейных светоподобных лучей на $\mathbf{M}$. Для твисторных полей, полученных из соотношения (9), эта конгруэнция является, кроме того, *бессдвиговой* (БСК). Более того, любая БСК может быть получена таким способом (это утверждение составляет содержание т.н. *теоремы Керра* [13, 14]).

Рассматриваемые совместно, условия (9) и (10) определяют множество *каустики* соответствующей конгруэнции лучей, так что после исключения G приходим к уравнению

$$\Pi(u, v, w, p) \equiv \Pi(x, y, z, t) = 0 \quad (11)$$

(с функцией Π , всегда удовлетворяющей УКЭ, см. выше), которое *определяет форму и временную эволюцию каустик*, в общем случае чрезвычайно сложными [5, 12, 15]. С другой стороны, то же самое условие определяет множество *особых точек* сопоставляемых каждому решению УКЭ полей Максвелла и Янга-Миллса [8, 10], так же как и поля кривизны соответствующей БСК *римановой метрики* типа Керра–Шилда [14, 16, 17]. Таким образом, в данном подходе мы можем рассматривать *частицы как сингулярности*¹, общие для электромагнитного и других полей, сопоставляемых каждому решению КРОУ (или, эквивалентно, УКЭ) [8, 10, 15].

Следует отметить, что такие сингулярности демонстрируют некоторые черты реальных квантовых частиц, в том числе благодаря *переопределённой* структуре КРОУ. Действительно, согласно теореме квантования заряда, доказанной в работах [1, 5], всякая ограниченная изолированная сингулярность электромагнитного поля, ассоциируемая с его источником, непременно имеет электрический заряд либо равный нулю, либо целократный от некоторого минимального, *элементарного*, соответствующего заряду статического аксиально симметричного решения Керра с кольцеобразной сингулярностью [2, 3, 9, 10]. В соответствии с наблюдениями Картера [18] и Ньюмена [19], значение гиромангнитного отношения для сингулярностей керровского типа в точности соответствует этому значению для дираковского фермиона. Многочисленные примеры БСК со сложной структурой и динамикой сингулярного множества были рассмотрены в наших работах [8–10, 12, 15].

С более общей точки зрения, на этом пути мы приходим к необычайно интересной картине физического Мира, основными элементами которой являются конгруэнция первичных светоподобных лучей (по-видимому, не воспринимаемая непосредственно наблюдателем) — поток *Предсвета* [12, 20] — и материя, «порождаемая» этим «эфироподобным», но релятивистски инвариантным потоком в фокальных точках, или на каустиках. Последовательная концепция физического

¹По крайней мере в случае, когда сингулярное множество ограничено в 3-мерном пространстве

Времени как *параметра эволюции первичного поля* вдоль лучей «предсветового» потока также была предложена ранее и обсуждалась в наших работах [12, 20, 21] (см. в этой связи раздел 2).

К сожалению, вышеизложенная алгебраическая теория взаимодействующих частиц и полей не является вполне реалистической. Действительно, в общем случае частицы-сингулярности в этой теории представлены некоторым числом изолированных одномерных кривых (*струн*), нетривиально эволюционирующих во времени, но, как правило, неустойчивых по форме и размерам и «высвечивающихся» на бесконечность. Помимо того, не видно никаких корреляций во временном поведении различных (в том числе близко расположенных) струн, которые можно было бы рассматривать как проявление их взаимодействия. Наконец, с общей математической точки зрения, вещественное подпространство Минковского M ничем не выделено в структуре $\mathbb{W}$ -алгебры, не образуя даже подалгебры.

Последний аргумент особенно важен в общем контексте алгебродинамики. Действительно, неизвестна ни одна алгебра с группой автоморфизмов, изоморфной группе Лоренца специальной теории относительности². Поэтому, оставаясь в рамках алгебродинамической парадигмы, мы приходим к необходимости рассматривать геометрии пространства-времени, отличные от геометрии Минковского. При этом полное 4-мерное *комплексное* векторное пространство $\mathbb{W}$ -алгебры выглядит наиболее подходящим «фоновым» пространством для алгебраической теории поля и частиц, основанной на условиях $\mathbb{W}$ -дифференцируемости, т. е. на КРОУ.

Комплексное расширение CM пространства-времени Минковского на самом деле многократно возникало в контексте общей теории относительности, в твисторной и струнной теориях. В частности, Ньюмен и др. [19, 22, 23] использовали процедуру комплексификации пространства-времени для получения физически интересных решений электровакуумной системы уравнений Эйнштейна-Максвелла и связей между характеристиками соответствующих частицеподобных сингулярных источников (см. следующий раздел). В нашей работе [21] развивалась алгебродинамика в пространстве CM на основе представления Ньюмена о «виртуальном» точечном заряде, «движущимся» по комплексной мировой линии в CM и формирующим при этом конгруэнцию комплексных «светоподобных лучей». На действительном «срезе» CM , отвечающем пространству Минковского M , при этом порождается БСК с нетривиальными геометро-физическими характеристиками.

При этом, однако, приходится иметь дело с достаточно искусственным и по-прежнему недостаточным ограничением координат исходного пространства на M . В качестве альтернативы, в рамках алгебродинамического подхода использовалась полная структура CM [21] и вводилась концепция *наблюдаемого* пространства-времени — 6-мерного подпространства, соответствующего *комплексному изотропному конусу* точечного «наблюдателя» O в CM . При этом предполагалось, что каждый частицеподобный (каустический) элемент C , который мог бы регистрироваться наблюдателем O , лежит на его комплексном конусе и имеет то же значение первичного твисторного поля, что и в O , так что временная динамика C и O в существенной степени коррелирована (они «взаимодействуют»).

С другой стороны, комплексный изотропный конус имеет топологию вида $\mathbb{R}_+ \times S^3 \times S^2$ (см. раздел 2), поэтому естественно разлагается в основное 4-мерное пространство (в котором промежутки времени считаются пропорциональными полному перемещению в 4-мерном пространстве, по аналогии с работами [24, 25]) и на ортогональное пространство 2-мерной сферы, которое естественно интерпретировать в качестве внутреннего *спинового пространства*.

Более того, как мы увидим ниже, при таком подходе с необходимостью возникает ансамбль тождественных точечных частиц — «дубликонов» — образов одного и того же генерирующего заряда с коррелированной эволюцией во времени. В рамках рассматриваемой алгебродинамической схемы естественно вводятся и будут обсуждаться также понятия *кватернионного времени*, *комплексного времени*

²За исключением как раз рассматриваемой алгебры бикватернионов, для которой, однако, её группа автоморфизмов $S0(3, \mathbb{C})$ действует на пространстве, отличном от M

и кривой эволюции, которые могут оказаться связанными с проблемой квантовой неопределённости.

1. Заряд Ньюмена в $\mathbb{CM}$ и множество его образов — «дубликонов»

Изотропные бессдвиговые конгруэнции (БСК) простейшего типа образуются пучком светоподобных лучей от точечной частицы, движущейся по произвольной мировой линии в действительном пространстве-времени $\mathbf{M}$ [26]. Каждой такой БСК может быть сопоставлено некоторое электромагнитное поле $F_{\mu\nu}$ путём интегрирования уравнений Максвелла с дополнительным требованием $F_{\mu\nu}k^\nu = 0$, так что тензор напряжённости поля должен быть ортогональным к изотропному 4-векторному полю $k_\mu = \xi_A \xi_{A'}$, касательному к лучам конгруэнции. При этом, как и следовало ожидать, это поле оказывается обычным полем Лиенара–Вихерта. В алгебродинамическом подходе, поле такого же типа сопоставляется каждой подобной БСК непосредственно, через вторые производные по координатам от спинорного поля конгруэнции G [3, 9, 10]); при этом, однако, такое поле с необходимостью соответствует *элементарному (единичному) значению электрического заряда генерирующей сингулярности*³. Заметим, что в статическом случае БСК, образуемая покоящимся зарядом, имеет радиальный вид и, в контексте алгебродинамики, порождает «квантованное» кулоновское поле и метрику Райсснера–Нордстрема.

Ньюмен с сотр. предложили [27, 28] в качестве обобщения вышеописанной конструкции рассматривать точечный заряд, «движущийся» в комплексном расширении $\mathbb{CM}$ пространства-времени $\mathbf{M}$ (на самом деле, изучался даже случай *искривлённого* пространства-времени). При этом на вещественном срезе $\mathbf{M}$ пространства $\mathbb{CM}$ образуется БСК более сложного вида с ненулевым *вращением*, которая в случае, например, покоящегося «виртуального» заряда порождает электромагнитное поле и метрику электровакуумного решения *Керра–Ньюмена* с *кольцеобразной сингулярностью* («керровским кольцом»).

Рассмотрим подробнее твисторный вариант конструкции Ньюмена [16, 29] и его обобщение в формализме алгебродинамики. Пусть точечная сингулярность (виртуальный «заряд») «движется» по комплексной мировой линии $Z_\mu = \hat{Z}_\mu(\sigma)$, $\mu = 0, 1, 2, 3$, где параметр $\sigma \in \mathbb{C}$ играет роль «комплексного времени» (ниже мы уточним смысл этого понятия, введя для него самого «закон эволюции» $\sigma = \sigma(s)$, $s \in \mathbb{R}$). Для «световых» и декартовых координат в $\mathbb{CM}$ будем использовать следующее, близкое к (3) представление:

$$Z = \{Z^A_B\} = \begin{pmatrix} u & w \\ p & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_0 - iz_3 & -iz_1 - z_2 \\ -iz_1 + z_2 & z_0 + iz_3 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где все z_μ (как и u, v, w, p) являются теперь комплекснозначными. Соотношение инцидентности (7) принимает теперь форму

$$\tau = Z\xi \quad (\tau^A = Z^A_B \xi^B, \quad \tau^1 = wG + u, \quad \tau^2 = vG + p), \quad (13)$$

в которой совокупность величин $\{G, \tau^1, \tau^2\}$, $G \equiv \xi^2/\xi^1$ образует теперь проективный твистор в $\mathbb{CM}$. Если при этом точка $Z \in \mathbb{CM}$ отделена от заряда $\hat{Z}$ нулевым комплексным интервалом,

$$S := \det\|Z - \hat{Z}(\sigma)\| = (u - \hat{u}(\sigma))(v - \hat{v}(\sigma)) - (w - \hat{w}(\sigma))(p - \hat{p}(\sigma)) = 0, \quad (14)$$

то из соотношения (14) определяется поле $\sigma = \sigma(Z) = \sigma(u, v, w, p)$ и отвечающее этому значению параметра σ положение заряда $\hat{Z}(Z) \equiv \hat{Z}(\sigma(Z))$, которое «влияет» на точку Z . Последнее означает, что *твисторное поле* в точках Z и $\hat{Z}$ имеет

³Это свойство связано с переопределённой структурой КРОУ (или соответствующих уравнений БСК), см. раздел 24

одно и то же значение. Действительно, при выполнении условия (14) линейная система уравнений

$$(Z - \widehat{Z}(\sigma))\xi = 0 \quad (15)$$

единственным образом определяет отношение спинорных компонент $G = \xi^2/\xi^1$. С другой стороны, система (15) эквивалентно записывается в виде

$$\tau \equiv Z\xi = \widehat{Z}\xi, \quad (16)$$

так что все твисторные компоненты на самом деле оказываются равными в точках Z и $\widehat{Z}$.

Отметим, что комплексный параметр σ как функция точки наблюдения Z всегда удовлетворяет уравнению эйконала. В покомпонентной записи система (15) имеет вид

$$\begin{cases} (u - \widehat{u}(\sigma)) + (w - \widehat{w}(\sigma))G = 0, \\ (p - \widehat{p}(\sigma)) + (v - \widehat{v}(\sigma))G = 0, \end{cases} \quad (17)$$

откуда сразу видно, что поле G на самом деле *не определено* на самой мировой линии заряда (и зависит от направления в её окрестности). С другой стороны, расписывая (16) в форме

$$\begin{cases} \tau^1 = \widehat{u}(\sigma) + \widehat{w}(\sigma)G, \\ \tau^2 = \widehat{p}(\sigma) + \widehat{v}(\sigma)G, \end{cases} \quad (18)$$

и исключая отсюда параметр σ , приходим к выводу о функциональной зависимости трёх проективных твисторных компонент,

$$P(G, \tau^1, \tau^2) = 0, \quad (19)$$

что, как и в действительном случае (см. (9)), означает, что изотропная конгруэнция «лучей», исходящих от заряда Ньюмена, на самом деле является *бессдвиговой* при произвольном виде его мировой линии (или, иначе, для любой соответствующей ей твисторной функции P).

Вспомним теперь об имеющей фундаментальное значение *многозначности* решений КРОУ или, эквивалентно, — решений определяющих БСК уравнений (9), или (17) для рассматриваемого случая конгруэнций «ньюменовского» типа. А именно, в каждой фиксированной точке $Z = \{u, v, w, p\} \in \mathbb{CM}$ имеем, как правило, (конечное или счётное) множество решений $\{G, \sigma\}$ системы (17), так что *в общем случае существует большое число непрерывных ветвей* — «мод» — твисторных полевых функций $\mathbf{W}(Z)$, поля эйконала $\sigma(Z)$ и отдельных составляющих бессдвиговых конгруэнций, образующих *суперпозицию* в каждой точке Z . Отметим, что общая концепция многозначных полей была предложена и обсуждалась в работе [12].

Мы видим теперь, что *каждый* комплексный луч для *каждой* из мод БСК исходит из некоторого места расположения $\widehat{Z}(\sigma)$ генерирующего заряда, которое является поэтому *фокальной точкой* конгруэнции. Таким образом, Мировая линия генерирующего заряда Ньюмена может рассматриваться в качестве *фокальной линии*.

При этом следует отличать фокальные точки с неопределённым значением в них основного спинорного поля G от точек каустик (оггибающей конгруэнции лучей), в которых все полевые моды вполне определены, однако две или более из них «сливаются», принимая одинаковые значения. Для БСК «ньюменовского» типа точки каустики, в соответствии с основным уравнением (14), удовлетворяют условию

$$S' = \frac{dS}{d\sigma} = \widehat{u}'(v - \widehat{v}(\sigma)) + \widehat{v}'(u - \widehat{u}(\sigma)) - \widehat{w}'(p - \widehat{p}(\sigma)) - \widehat{p}'(w - \widehat{w}(\sigma)) = 0. \quad (20)$$

Множество точек «гиперкаустик» — «каспов» (от англ. «cusp») — в которых сливаются по меньшей мере *три* моды — аналогичным образом определяются условием

$$S'' := \frac{d^2 S}{d\sigma^2} = \hat{u}''(v - \hat{v}(\sigma)) + \hat{v}''(u - \hat{u}(\sigma)) - \\ - \hat{w}''(p - \hat{p}(\sigma)) - \hat{p}''(w - \hat{w}(\sigma)) - 2(\hat{u}'\hat{v}' - \hat{w}'\hat{p}') = 0, \quad (21)$$

и, наконец, для наиболее сильных сингулярностей (*гиперкаспов*) имеем $S''' = \dots = 0$. Ещё более сильные сингулярности соответствуют вырожденному по коразмерности пространству и, вообще говоря, могут возникать в СМ лишь в качестве изолированных точек (т.е. существуют лишь «мгновение» наподобие инстантонных решений в квантовой теории).

Из условий (14) и (20) легко видеть, что в каждой фокальной точке сливаются по крайней мере две моды, так что для любой точки на мировой линии $Z = \hat{Z}(\lambda)$, полагая $\sigma = \lambda$, имеем тождественное выполнение условий $S = S' \equiv 0$. При этом в специальном случае *изотропной* Мировой линии, определяемой условием

$$\det \|\hat{Z}'\| \equiv \hat{u}'\hat{v}' - \hat{w}'\hat{p}' \equiv 0, \quad (22)$$

в каждой точке $Z = \hat{Z}(\lambda)$ на траектории при $\sigma = \lambda$ легко доказать выполнение более сильных условий для сингулярностей: $S = S' = S'' = S''' = 0$, так что в этом случае уже *четыре* моды сливаются в одну и имеют неопределённое значение в самой фокальной точке.

Отметим, что фундаментальное уравнение изотропного конуса (14) в случае действительного пространства–времени **М** хорошо известно, например, в классической электродинамике как *уравнение запаздывания*. При использовании действительных декартовых координат $\{x, y, z, t\}$ и естественной параметризации $\hat{t}(s) = s = \Re(\sigma)$ оно переписывается в виде

$$c^2(t - s)^2 - (x - x(s))^2 - (y - y(s))^2 - (z - z(s))^2 = 0, \quad (23)$$

причём заряд движется по вещественной Мировой линии $\{x(s), y(s), z(s)\}$. Если считать, что скорость заряда не превышает скорость света, $v < c$, то известно [30], что это уравнение всегда имеет два вещественных корня, из которых только для одного выполняется требование причинности $s \leq t$. Благодаря этому однозначно фиксируется некоторое *предшествующее* положение генерирующего заряда, которое определяет поле (в том числе электромагнитное поле Лиенара–Вихерта) в точке наблюдения $\{x, y, z, t\}$, распространяющееся по направлению к этой точке прямолинейно со скоростью света. Если, в частности, точка наблюдения лежит на самой мировой линии заряда, то уравнение (23), как и следовало ожидать, имеет только тривиальное решение $s = t$ (т.е. время запаздывания равно нулю, точка наблюдения совпадает с точкой «влияния»).

Положение радикально меняется при переходе к комплексному пространству–времени. Действительно, в этом случае уравнение комплексного изотропного конуса (14) имеет целый набор решений $\{\sigma_N\}$ (для каждой точки наблюдения поля Z). Эти решения, в свою очередь, определяют множество «точек влияния», или, иначе, *образов* одного и того же заряда, каждый из которых создаёт свою собственную моду твисторного поля в точке Z и воспринимается поэтому наблюдателем в Z как представитель ансамбля тождественных по свойствам, но различных (по своему расположению и конкретной динамике) точечных зарядов — *дубликонов*.

Отметим, что полное количество дубликонов, как правило, не зависит от точки наблюдения (как число корней одного и того же комплексного уравнения конуса). Однако реальный «физический» наблюдатель **О** должен сам по себе быть *материальным* и, поэтому, в простейшем идеализированном случае может быть отождествлён с самой фокальной точкой. При этом для точки наблюдения имеем

$Z = \hat{Z}(\lambda)$, с переменным параметром $\lambda \in \mathbb{C}$, играющим роль *собственного комплексного времени* идеализированного наблюдателя и выступающим в качестве параметра эволюции (см. далее). Теперь *четыре* либо *два* дубликона (в зависимости от того, является ли Мировая линия изотропной (22) или нет) сливаются в одну точку — фокальную точку самого наблюдателя, тогда как оставшиеся $N - 4$ (или $N - 2$) дубликона воспринимаются наблюдателем в $\mathbf{O}$ в качестве ансамбля внешних тождественных точечных частиц, расположенных и «двигающихся» относительно $\mathbf{O}$ в «наблюдаемом» 6 -мерном пространстве-времени, определяемом уравнением комплексного изотропного конуса (14). Геометрия этого конуса и её редукция к 4 -мерному «физическому» пространству-времени рассматривается ниже.

2. Комплекснозначное время и 6 -мерная физическая геометрия комплексного изотропного конуса

На фоне вещественного пространства-времени $\mathbf{M}$ фундаментальное твисторное поле с необходимостью возникает в алгебродинамике как следствие исходной структуры $\mathbb{W}$ -дифференцируемых функций-полей. При этом физическое время t не только является координатой, но приобретает также смысл фундаментального *параметра эволюции первичного твисторного поля*. Действительно, соотношение инцидентности (7) инвариантно относительно преобразований однопараметрической группы локальных трансляций координат $X = X^+ \in \mathbf{M}$ вдоль лучей соответствующей изотропной конгруэнции:

$$\begin{aligned} x_a &\rightarrow x_a + n_a t, & (a = 1, 2, 3); \\ x_0 &\rightarrow x_0 + t, & n_a = \xi^+ \sigma_a \xi / \xi^+ \xi, \quad \tilde{n}^2 \equiv 1. \end{aligned} \quad (24)$$

Наличие такой симметрии соответствует *распространению* твисторного поля от любой начальной точки с универсальной скоростью $v = c = 1$ вдоль 3 -мерных направлений $\tilde{n}$ (определяемых локальными значениями самого твисторного поля) или, эквивалентно, *сохранению* этих значений с 4 -мерной точки зрения. Параметр t вдоль этих направлений-лучей как раз и может рассматриваться в качестве локального физического времени (см. соответствующую дискуссию в работах [12, 21]).

При обобщении схемы на случай комплексного фонового пространства те же самые рассуждения приводят к значительно более сложному и интересному понятию структуры времени. А именно, в случае $\mathbf{CM}$ соответствующая группа трансляций является уже $2\mathbb{C}$ -параметрической (координаты могут меняться вдоль т.н. *комплексной α -плоскости* [13]). Мы, однако, будем исходить из другого представления этой симметрии твисторного поля, для чего разложим пространство $\mathbf{CM}$ алгебры бикватернионов на два *действительных кватернионных* (4 -мерных евклидовых) пространства, представимых в виде 2×2 *унитарных* матриц $\mathbf{U}$ and $\mathbf{V}$:

$$Z = U + iV, \quad U^+ = U^{-1}, \quad V^+ = V^{-1}. \quad (25)$$

Одно из этих подпространств, например $\mathbf{U}$, можно рассматривать в качестве основного координатного пространства, при этом второе $\mathbf{V}$ будет играть роль *пространства параметров эволюции*. А именно, из соотношений инцидентности (13) и представления (25) получим после некоторых эквивалентных преобразований следующий закон трансляций:

$$U = U^{(0)} + V * N, \quad (26)$$

в котором кватернион $U^{(0)}$ исходных координат алгебраически выражается через компоненты твисторного поля, кватернион $V = v_0 + iv_a \sigma_a$ определяет четыре

параметра эволюции $\{v_0, v_a\}$ («кватернионное время»), а *единичный* кватернион $N = 1 + in_a\sigma_a$ (с вектором $\vec{n}$, имеющим тот же вид, что и в вещественном случае (24)) определяет локальные направления *трансляций, сохраняющих твисторное поле*.

Интересно, что в структуре закона трансляции (26) отсутствует какой-либо след исходной комплексной структуры, поскольку все входящие в него матрицы унитарны, так что символ $(*)$ может рассматриваться как операция умножения в *действительной алгебре кватернионов* $\mathbb{H}$. В компонентах закон трансляции (26) для 4-х координат $\{x_\mu\}$, $\mu = 0, 1, 2, 3$ основного *евклидова* пространства $U \in \mathbf{E}^4$, $U = x_0 + ix_a\sigma_a$ имеет следующий вид:

$$\Delta x_a = n_a \Delta v_0 + \varepsilon_{abc} n_b \Delta v_c, \quad \Delta x_0 = n_a \Delta v_a, \quad (27)$$

так что каждая из трансляций удовлетворяет одной комплексной (двум вещественным) связям $\Sigma(\Delta z_\mu)^2 = 0$, имеющим в компонентах вид

$$\begin{cases} (\Delta x_0)^2 + (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2 = \\ \quad = (\Delta v_0)^2 + (\Delta v_1)^2 + (\Delta v_2)^2 + (\Delta v_3)^2 \equiv (\Delta t)^2, \\ (\Delta x_0)(\Delta v_0) + (\Delta x_1)(\Delta v_1) + (\Delta x_2)(\Delta v_2) + (\Delta x_3)(\Delta v_3) = 0, \end{cases} \quad (28)$$

и фиксирующим структуру *комплексного изотропного конуса*. В соответствии с (28), элемент этого многообразия фиксируется вектором Δx_μ 3-мерной сферы $\mathbf{S}^3$, переменным радиусом этой сферы (Δt) и вектором Δy_μ , равным по модулю и ортогональным (согласно первому и второму уравнению (28)) первому вектору Δx_μ , принадлежащим тем самым двумерной сфере $\mathbf{S}^2$. Таким образом, комплексный изотропный конус имеет нетривиальную топологию вида $\mathbb{R}_+ \times \mathbf{S}^3 \times \mathbf{S}^2$.

Заметим, что в частном случае, когда три параметра Δv_a обращаются в нуль, а четвёртый приобретает смысл физического времени $\Delta v_0 = t$, три «пространственных» координаты $\{x_a\}$ преобразуются совершенно аналогично случаю пространства Минковского (24), т.е. прямолинейно и с универсальной «световой» скоростью, в то время как для дополнительной евклидовой координаты $\Delta x_0 = 0$, так что последняя является в некотором смысле «замороженной» и не несёт динамической нагрузки.

Между тем, в своей наиболее общей форме (27) закон трансляций имеет гораздо более богатую и нетривиальную структуру. Наличие 4-х независимых параметров эволюции делает полевую динамику существенно недоопределенной, поскольку отсутствует *упорядоченность* в непрерывном изменении этих параметров. Тем не менее, в качестве параметра, выполняющего роль локального физического времени, естественно рассматривать полное евклидово расстояние $(\Delta t)^2 = \Sigma(\Delta x_\mu)^2$, на которое распространяется твисторное поле в основном координатном пространстве. При этом в силу условий (28) это расстояние оказывается, с другой стороны, равным соответствующему расстоянию в пространстве параметров и вдвое меньше расстояния в полном комплексном пространстве, оснащённом естественной метрикой $\Sigma|z_\mu|^2$.

Итак, в общем случае комплексного пространства локальное физическое время может быть соотнесено с трансляциями, сохраняющими значение основного твисторного поля, а именно с полным евклидовым интервалом — расстоянием, на которое распространяется это поле при сохраняющих его значения трансляциях. В некоторых аспектах подобная трактовка физического времени близка к предложенной ранее в работах Монтануса [24] и Альмейды [25].

Эти авторы рассматривали модель пространства-времени как 4-мерного евклидова пространства $\mathbf{E}^4$ с четвёртой координатой, интерпретируемой в качестве локального *собственного времени* материальной частицы, и с локальным *интервалом координатного времени*, соответствующим расстоянию, покрываемому любой из частиц (в естественных единицах). При этом в духе старых идей Клейна, Румера и др. предполагается, что *все материальные образования движутся в*

исходном 4-мерном пространстве $\mathbf{E}^4$ с одинаковой и всегда постоянной по модулю скоростью, равной фундаментальной (световой) $\Sigma (\Delta x_\mu / \Delta t)^2 = 1 (= c^2)$. Отсюда немедленно следует, что обычная 3-мерная скорость всех без исключения элементов материи не может превышать скорость света.

Мы видим, таким образом, что в контексте последовательной бикватернионной алгебродинамики, при редукции первичной «наблюдаемой» геометрии комплексного изотропного конуса «элементарного» наблюдателя, возникает *модель 4-мерного евклидова пространства–времени*, близкая к постулировавшейся в подходах Монтануса и Альмейды. Однако структура комплексного конуса включает, помимо основного евклидова «физического» пространства $\mathbf{U}$, ещё две дополнительные координаты ортогонального пространства $\mathbf{V}$, которые могут рассматриваться в качестве координат 2-мерной сферы S^2 и интерпретироваться (по крайней мере в фокальных точках, соответствующих положению частиц) как координаты их «вектора спина».

Очевидно, однако, что сама по себе представленная выше концепция 4-мерного евклидова пространства–времени Монтануса–Альмейды не вполне соответствует требованиям специальной теории относительности. Действительно, хотя первое из соотношений (28) формально может быть представлено в форме интервала Минковского $ds^2 := dx_0^2 = dt^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$, не видно, по каким причинам интервал собственного времени ds должен оставаться инвариантным при 4-мерных вращениях, а промежуток времени dt — преобразовываться в соответствии с группой Лоренца. В бикватернионной алгебродинамике положение значительно лучше, поскольку при преобразованиях группы автоморфизмов $SO(3, \mathbb{C})$ алгебры $\mathbb{B}$ собственное время, представленное нулевой координатой, действительно остаётся инвариантным. Однако даже при этом преобразования пространственных координат и координатного времени отличаются от канонических преобразований Лоренца. Этот вопрос требует дальнейшего изучения.

Напомним теперь, что в алгебродинамическом подходе необходимо также решить вышеупомянутую проблему недоопределённого характера эволюции поля, связанную с наличием, помимо временного, ещё 3-х дополнительных свободных параметров v_a или, другими словами, — проблему *упорядочения* 4-мерного «кватернионного времени». Эта последняя трудность может быть разрешена достаточно естественным образом. А именно, заметим, что при произвольных, сохраняющих первичное поле трансляциях, определяемых 4-мя параметрами $\{v_\mu\}$, сами частицеподобные образования (фокальные точки, каустики и т. п.) не воспроизводят, вообще говоря, свою структуру и могут даже совсем исчезнуть из основного координатного пространства $\mathbf{U}$.

В частности, если фиксировать *начальное* распределение полей и частиц в «начальный момент времени» естественным выбором нулевых значений для всех параметров эволюции $v_\mu = 0$, то, в общем случае, координатное пространство $\mathbf{U}$ окажется *пустым*, т. е. свободным от каких-либо фокальных точек. Действительно, последние определяются *голоморфно* как точки комплексной Мировой линии $Z = \hat{Z}(\sigma)$, и все 4 условия, необходимые для того, чтобы координаты этих точек оказались *унитарными*, не могут быть удовлетворены ни при каком выборе значения комплексного параметра Мировой линии σ .

Таким образом, необходимо согласовать структуру главного кватернионного евклидова пространства $\mathbf{U}$ (и «вещественно-кватернионный» тип закона эволюции первичного поля (27)) с принципиально голоморфной структурой изотропной конгруэнции и её частицеподобных сингулярностей. Для решения этой проблемы вернёмся к структуре ранее введённого *наблюдаемого* пространства–времени, а именно к вещественно 6-мерному пространству комплексного изотропного конуса «элементарного» наблюдателя $\mathbf{O}$, отождествляемого с фокальной точкой конгруэнции и движущегося по собственной Мировой линии синхронно с процессом эволюции первичного поля. На таком *относительном* подпространстве, моделирующем физическое пространство–время, мы намерены теперь рассмотреть закон эволюции для координат $\mathbf{U}$, сохраняющей структуру как основного уравнения (14), так и условия существования сингулярности (20), т. е. сохраняющей *не только значения первичного твисторного поля, но и структуру каустик*. Легко видеть, что такой расширенный автоморфизм системы «поле-частицы» имеет

следующую 1С-параметрическую голоморфную форму:

$$Z \rightarrow Z + \tau(Z - \hat{Z}(\sigma)), \quad \tau \in \mathbb{C}. \quad (29)$$

Последнее соотношение означает, что каустики воспроизводятся вдоль комплексных прямых линий, начинающихся/оканчивающихся на фокальной точке, а комплексный параметр τ вдоль этих прямых должен на самом деле рассматриваться в качестве единственного параметра физической эволюции — «комплексного времени». В вещественном случае такая ситуация отвечала бы «сигналу», распространяющемуся прямолинейно и с фундаментальной скоростью. Комплексная структура, однако, не является упорядоченной, так что имеется бесконечное количество «путей», соединяющих некоторые две точки на подобной комплексной прямой. Более того, невозможно даже идентифицировать, в какой из двух заданных точек имело место «излучение» сигнала, а в какой — его приём.

Отметим здесь, что концепция *двумерного* (и, вообще говоря, многомерного) времени, как и связанная с его введением проблема упорядочения физических событий рассматривалась в ряде работ, в том числе в работе Сахарова [31]. В работах Ефремова [32, 33] использовалась структура группы автоморфизмов $SO(3, \mathbb{C})$ алгебры бикватернионов, и на её основе выдвигалась концепция *3-мерного времени*, редуцирующегося при определённых условиях к физическому одномерному за счёт наложения специальных условий ортогональности.

Недоопределённость процесса эволюции, связанная с комплексной природой времени, является «более слабой» по сравнению с изначально определяемой структурой алгебры бикватернионов и связанной с введённым выше «кватернионным временем». Однако эта остающаяся неопределённость представляет все же очень затруднительной для привычной физической интерпретации, по крайней мере если оставаться в парадигме классической теории поля.

Для согласования концепции комплексного времени с классическими представлениями можно предположить, что кроме основной голоморфной структуры КРОУ (и, соответственно, уравнений БСК), существует некоторая «кривая эволюции» $\tau = \tau(s)$, $s \in \mathbb{R}$ на комплексной плоскости времени, которая восстанавливает порядок последовательного чередования различных «состояний» (распределений) системы «поле-каустики» как на основном физическом пространстве $\mathbf{U}$, так и в ортогональном спинном пространстве $\mathbf{V}$.

Такая кривая, как и Мировая линия генерирующего заряда, может быть чрезвычайно сложной, иметь точки самопересечения и т. п. Поскольку при этом наблюдатель не имеет полной (или даже никакой) информации о виде этой кривой, будущее для него представляется неопределённым. Представляется, однако, что некоторая разновидность *вероятностей* может быть введена при рассмотрении различных (аналитических) «продолжений» кривой эволюции. Можно предполагать (пока достаточно спекулятивно), что такая процедура позволит подойти к объяснению квантовых явлений и, в частности, установить связь между алгебро-динамикой и фейнмановской версией квантовой механики. Эти вопросы оставляем для дальнейшего изучения.

Нетрудно видеть, что имеется локальное соответствие между «эволюционным временем» τ , параметром Мировой линии σ и, например, нулевой координатой наблюдателя, которая может рассматриваться в качестве его «комплексного *собственного* времени». С другой стороны, с учётом кватернионной формы представления эволюции первичного поля (28) можно интерпретировать вещественную часть Δx_0 общего «комплексного интервала времени» Δz_0 в качестве эволюционного параметра в основном координатном пространстве $\mathbf{U}$ (в качестве «поступательного» собственного времени), в то время как его *мнимую часть* Δv_0 — в качестве параметра эволюции в ортогональном спинном пространстве $\mathbf{V}$ («вращательного» собственного времени). Существование кривой эволюции приводит также к прямой зависимости между приращением параметра s этой кривой и соответствующим интервалом координатного времени Δt . Соответствующие формулы могут быть представлены в явном виде.

Рассмотрим теперь подробнее ранее упомянутый процесс излучения/приёма «сигнала-каустики» фокальными точками-зарядами. Пусть «взаимодействующие» заряды — дубликоны $\hat{Z}(\lambda)$, $\hat{Z}(\sigma)$, $\sigma \neq \lambda$ соединены между собой комплексной каустической прямой. Такая ситуация соответствует решениям совместной системы уравнений (14) и (20) с подстановкой $Z = \hat{Z}(\lambda)$ вместо произвольной «точки наблюдения» Z . Возникающая система имеет в общем случае *дискретный* набор решений в виде пар параметров $\{\lambda, \sigma\}$, каждая из которых отвечает двум фиксированным *моментам комплексного времени*, в которые имеет место излучение или приём каустического сигнала и, соответственно, некоторым положениям двух «взаимодействующих» зарядов.

Пусть теперь «момент наблюдения» λ «лежит в будущем» по отношению к «моменту влияния» σ , а именно отвечает большему значению монотонно возрастающего параметра s кривой эволюции. Тогда «элементарный наблюдатель» $\hat{Z}(\lambda)$ будет действительно *принимать* сигнал от второго заряда в положении $\hat{Z}(\sigma)$, который, в свою очередь, будет в момент σ *испускать* каустический сигнал по направлению к $\hat{Z}(\lambda)$. Очевидно, что в зависимости от вида кривой эволюции может реализовываться и обратная ситуация. Следует, однако, помнить, что на самом деле в данной конструкции речь идёт об *одном и том же* заряде, *взаимодействующим со своими тождественными образами-дубликонами в «собственном прошлом и будущем»*.

Итак, все *события* в комплексном пространстве-времени однозначно фиксированы и вполне определены заданием лишь одного вида Мировой линии генерирующего заряда (фокальной линией фундаментальной конгруэнции лучей). Такими событиями являлись: полное число зарядов-дубликонов («наблюдаемых» одним из них); относительные координаты дубликонов, *непрерывно* скоррелированные с положением наблюдателя одинаковыми значениями первичного твисторного поля; наконец, отдельные точки на Мировой линии, в которых такая корреляция между отдельной парой резко *усилена* (пара зарядов реализует процесс излучения/приёма сигнала-каустики). С другой стороны, общая *последовательность* реализации данных событий остаётся неопределённой, и для её фиксации следует обладать дополнительной информацией о форме кривой эволюции (чрезвычайно сложной и, возможно, исключительной с математической точки зрения).

Микрообъект (фокальная точка) может регистрироваться идеализированным «элементарным наблюдателем» только в определённые дискретные моменты времени, которые отвечают *мгновенному* возникновению/исчезновению каустической комплексной прямой линии, связывающей объект с наблюдателем. Данный вывод представляется справедливым и для «классического» макрообъекта, который «почти непрерывно» связан с аналогичным «классическим» наблюдателем через «почти плотную» *сеть* каустических линий. Более подробная конструкция системы коррелированных пар «объект-наблюдатель», обменивающихся каустическими «сигналами» (для двух предельных случаев — квантового микроскопического и классического макроскопического) будет представлена в последующих работах.

Литература

1. Кассандров В. В. // Вестник РУДН, Физика. — № 8(1). — 2000. — С. 34–45.
2. Кассандров В. В. Алгебраическая структура пространства-времени и алгебро-динамика. — М.: Университет дружбы народов, 1992.
3. Kassandrov V. V. // Grav. & Cosm. (Moscow). — Vol. 1, No 3. — 1995. — Pp. 216–222.
4. Kassandrov V. V. // Acta Applicandae Math. — Vol. 50. — 1998. — Pp. 197–206.
5. Kassandrov V. V. Has the Last Word been Said on Classical Electrodynamics? / Ed. by A. Chubykalo, V. Onoichin, A. Espinoza, R. Smirnov-Rueda. — Rinton Press, 2004. — Pp. 42–67.

6. *Kassandrov V. V., Trishin V. N.* // Gen. Rel. Grav. — Vol. 36. — 2004. — Pp. 1603–1612.
7. *Kassandrov V. V.* Quasigroups and NonAssociative Algebras in Physics / Ed. by J. K. Löhmus, P. Kuusk. — No 66, 66. — Tallinn, Inst. Phys. Estonia Proc. — Pp. 202–212.
8. *Kassandrov V. V., Riscallah J. A.* — E-print www.arXiv.org/gr-qc/0012109.
9. *Kassandrov V. V., Riscallah J. A.* Geometrical and Topological Ideas in Modern Physics / Ed. by V. A. Petrov. — Protvino: Inst. High Energy Phys., 2002. — Pp. 199–212.
10. *Кассандров В. В., Ризкалла Д. А.* Современные проблемы в теории поля / под ред. А. В. Аминова. — Казань: Изд-во КГУ, 1998. — С. 176–186.
11. *Kassandrov V. V.* // Grav. & Cosm. (Moscow). — Vol. 8, No 2. — 2002. — Pp. 57–62.
12. *Кассандров В. В.* Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. — Т. 1, № 1. — 2004. — С. 89–105.
13. *Penrose R., Rindler W.* Spinors and Space-Time. Vol. II. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1986.
14. *Debney G., Kerr R. P., Schild A.* // Journ. Math. Phys. — Vol. 10. — 1969. — Pp. 1842–1856.
15. *Kassandrov V. V., Trishin V. N.* // Grav. & Cosm. (Moscow). — Vol. 5, No 4. — 1999. — Pp. 272–276.
16. *Burinskii A. Y.* // Class. Quant. Grav. — Vol. 20. — 2004. — Pp. 905–912.
17. *Kerr R. P., Wilson W. B.* // Gen. Rel. Grav. — Vol. 10. — 1979. — Pp. 273–281.
18. *Carter B.* // Phys. Rev. — Vol. 174. — 1968. — Pp. 1559–1572.
19. *Newman E. T.* // Phys. Rev. D. — Vol. 65. — 2002. — Pp. 104005–104018.
20. *Кассандров В. В.* Математика и культура. Математика и практика / под ред. М. Ю. Симакова. — М.: Самообразование, 2001. — С. 61–76.
21. *Кассандров В. В.* Труды Семинара по изучению феномена времени / под ред. А. П. Левич. — М., 2007.
22. *Newman E. T.* // Journ. Math. Phys. — Vol. 14. — 1973. — Pp. 102–105.
23. *Kozameh C., Newman E. T., Silva-Ortigoza G.* // Class. Quant. Grav. — Vol. 22. — 2005. — Pp. 4679–4698.
24. *Montanus J. M. C.* // Hadron. Journ. — Vol. 22. — 1999. — Pp. 625–673.
25. *Almeida J. B.* — E-print www.arXiv.org/gr-qc/0104029.
26. *Kinnersley W.* // Phys. Rev. — Vol. 186. — 1969. — Pp. 1335–1336.
27. *Lind R. W., Newman E. T.* // Journ. Math. Phys. — Vol. 15. — 1974. — Pp. 1103–1114.
28. *Newman E. T.* // Class. Quant. Grav. — Vol. 21. — 2004. — Pp. 3197–3222.
29. *Burinskii A. Y.* // Phys. Rev. D. — Vol. 67. — 2003. — Pp. 12024–12040.
30. *Jackson J. B.* Classical Electrodynamics. — N.Y., 1975.
31. *Sakharov A. D.* // Journ. Theor. Exper. Phys. (USSR). — Vol. 87. — 1984. — Pp. 375–383.
32. *Yefremov A. P.* // Grav. & Cosm. (Moscow). — Vol. 2, No 1. — 1996. — Pp. 77–83.
33. *Yefremov A. P.* // Grav. & Cosm. (Moscow). — Vol. 2, No 4. — 1996. — Pp. 335–341.

UDC 621.378.826.535 8

Algebraic Twistor Dynamics of Identical Singularities in a Complex Extension of the Space–Time

V. V. Kassandrov

*Institute of Gravitation and Cosmology
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

We present an algebraic field theory based completely on a nonlinear generalization of the Cauchy–Riemann conditions of complex analyticity to the noncommutative algebra of biquaternions. Any biquaternionic field possesses a natural twistor structure and, in the Minkowski space, gives rise to a shear-free null congruence of rays and to an associated set of gauge fields. In the article we develop this algebrodynamical scheme on the complex extension of the Minkowski space — the full vector space of biquaternion algebra. Initial space dynamically reduces to the 6D “observable” space-time of the complex null cone which, in the turn, decomposes into a 4D physical space-time and 2D internal “spin space”. In this procedure there arises an ensemble of identical point charges (“duplicons”) — focal points of the congruence. Temporal dynamics of individual duplicons is strongly correlated via fundamental twistor field of the congruence. We briefly discuss some new notions inevitably arising in the considered algebrodynamical scheme, namely those of “complex time” and of “evolutionary curve”, as well as their hypothetical connection with the quantum uncertainty phenomena.