

УДК 519.21; 519.246.8

Определение структурных изменений в динамике фондового рынка

П. В. Зрелов

*Лаборатория вычислительной техники и автоматизации
Объединённый институт ядерных исследований
Россия, 141980, Моск. область, Дубна, ул. Жоллио-Кюри, 6*

Настоящая работа продолжает исследования, начатые в [1], где была предложена новая переменная фондового рынка Ξ (отношение дневной цены закрытия к соответствующему объёму торгов), и изучены статистические свойства этой переменной для широкого спектра данных фондового рынка. В настоящей работе предложены две новые переменные и показано, что они могут быть использованы для выявления структурных изменений в динамике исходного процесса. Для обнаружения моментов таких изменений предложен оригинальный подход, в котором две новые переменные являются основой для построения двумерного рыночного индикатора, служащего для определения точек смены состояния рынка на временной оси.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: фондовый рынок, логнормальное распределение.

Введение

Финансовые временные ряды имеют сложный характер вследствие большого числа факторов, влияющих на динамику исходного процесса. Основная задача исследователей фондового рынка — научиться предсказывать его дальнейшее поведение на основе анализа данных за предыдущий период. Для этого надо выявить основные закономерности функционирования рынка и использовать их для построения соответствующих теорий и моделей. В настоящее время основной теорией является теория фрактального рынка, основным методом исследования — фрактальный анализ, а доминирующим семейством распределений — устойчивые распределения Леви [2–5]. В свою очередь, распределения Леви [6] возникли из необходимости описать эмпирические распределения с тяжёлыми хвостами, обнаруженные Парето при попытке аппроксимировать распределения доходов логнормальным распределением.

При этом логнормальное распределение имеет свою историю в исследованиях фондового рынка. В основном эти исследования были посвящены изучению поведения приращений цен и цен опционов (модель Блэка–Шоулса [7]), обзор этих исследований содержится в книге [8]. Кроме этого исследовались логнормальные свойства волатильности для акций и индексов [9, 10].

Тема логнормальности в финансовых рядах далеко не исчерпана. Например, в работе [1] были представлены результаты исследований по выявлению новых статистических закономерностей, характеризующих мировые рынки ценных бумаг. На основе анализа большого количества акций различных компаний было показано, что распределение цен закрытия, нормированных на дневные объёмы сделок (показатель, обозначаемый авторами через Ξ), с хорошей точностью отвечает либо логнормальному закону, либо взвешенной сумме логнормальных распределений с различными параметрами. Распределения величин Ξ для рыночных

Эти исследования были поддержаны Министерством культуры, высшего образования и науки Люксембурга, грант BFR01/071.

Автор благодарен профессорам Люксембургского университета M. Malvetti и U. Sorger за внимание и поддержку, а также профессорам В. В. Иванову и I. Antoniou за обсуждения и полезные замечания.

индексов, как правило, описываются взвешенными суммами логнормальных распределений. Эти факты говорят о том, что для ряда акций и большей части индексов существуют различные режимы для динамических систем, описывающих их функционирование. Как отмечалось в работе, это свойство требует дальнейшего детального исследования.

Настоящая работа посвящена построению индикатора смены состояния системы на основе использования новых рыночных переменных.

1. Новые переменные фондового рынка

В настоящей работе были проанализированы фондовые индексы США, такие как S&P500, Dow Jones Industrial Average, NYSE Composite, NASDAQ Composite; европейские фондовые индексы FTSE-100, BEL-20, а также японский фондовый индекс Nikkei-225.

Был проанализирован широкий спектр акций отдельных компаний рынков США и Европы: Motorola, Microsoft, IBM, Boeing, Exxon Mobil, Ford Motor, DaimlerChrysler, Merk, Delta Airlines, Lockheed Martin, Intel, Solvay, Arbed etc. Рассматривались дневные данные, при этом для каждой ценной бумаги или индекса анализировались наименьшая и наибольшая цена дня, цена закрытия торговой сессии и величина дневного объёма торгов. Анализируемые данные охватывали различные периоды — от нескольких лет до нескольких десятилетий (например, для индекса Dow Jones этот период составлял более 70 лет).

В долгосрочной перспективе временные ряды, отражающие стоимость ценных бумаг, демонстрируют растущие тренды, что затрудняет анализ данных, требующий в этом случае их предварительного удаления. В работе [1] были предложены методы удаления тренда, основанные на вейвлет-анализе и анализе сингулярного спектра. С другой стороны, введённая в этой же работе новая рыночная переменная Ξ , которая построена на основе показателей, имеющих растущие тренды, сама тренда не имеет, а её среднее значение и дисперсия относительно стабильны. В настоящей работе вводятся две новые рыночные переменные для акций и индексов, также имеющих относительно стабильные средние значения и дисперсии:

- 1) Λ , отношение разности наибольшей и наименьшей цены дня и цены закрытия дневной сессии — «(High-Low)/Close»,
- 2) Φ , отношение разности наибольшей и наименьшей цены дня к объёму торгов дневной сессии — «(High-Low)/Volume».

Эмпирические распределения величин Λ и Φ в простых случаях выглядят как логнормальные распределения. Для проверки гипотезы о соответствии эмпирической выборки логнормальному закону распределения, данные подвергались аппроксимации функцией следующего вида (см., например, [8, 11]):

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2}, \quad (1)$$

где σ^2 — дисперсия, μ — среднее значение, A — масштабный множитель. Качество аппроксимации определялось величиной χ^2/ndf , где «ndf» — число степеней свободы. Результаты аппроксимации (параметры, χ^2/ndf), полученные с помощью системы PAW (Physics Analysis Workstation) [12], представлены в правом верхнем углу соответствующих рисунков.

В ряде случаев использовалась более общая форма логнормального распределения [8, 13]:

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma(x-c)} \exp^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln(x-c)-\mu)^2}, \quad (2)$$

где c — дополнительный параметр.

2. Статистический анализ данных фондового рынка

Статистический анализ цен акций и индексов показал, что распределения величин Λ и Φ отвечают либо логнормальному распределению, либо взвешенной сумме логнормальных распределений. При этом случай, когда оба распределения Λ и Φ одновременно принадлежат «чистым» логнормальным распределениям, не является типичным. Более вероятно, когда одна из этих переменных имеет распределение, определяемое суммой нескольких функций (1) или (2).

На рис. 1 приведены результаты статистической обработки данных для компании Lockheed Martin. Наряду с исходными данными для временных рядов трах величин «Close», «High-Low» и «Volume» представлены распределения величин Λ и Φ .

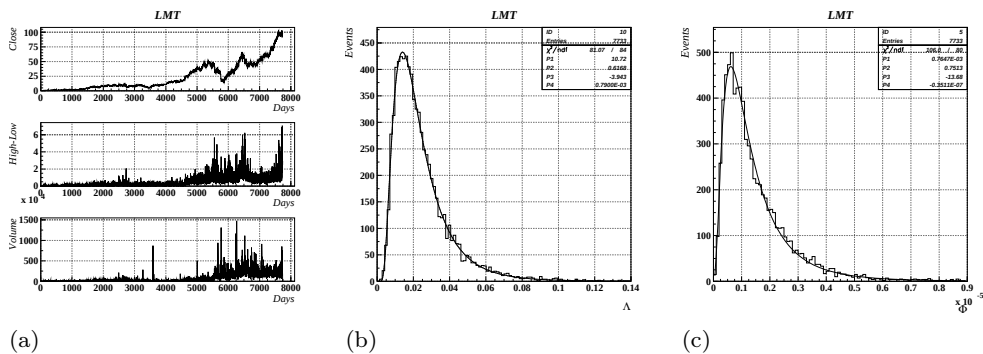


Рис. 1. Lockheed Martin: (a) временные ряды величин “Close”, “High–Low” и “Volume”; (b) и (c) распределения величин Λ и Φ с наложенными аппроксимирующими кривыми (2)

Хорошо видно, что для акций компании Lockheed Martin эмпирическое распределение переменной Λ хорошо аппроксимируется функцией (2) — величина χ^2/nfd равна 0.96. Эмпирическое распределение переменной Φ аппроксимируется хуже — величина χ^2/nfd равна 1.33, что говорит о незначительном вкладе другого распределения. Для компании Exxon Mobil оба распределения Λ и Φ плохо описываются отдельными логнормальными распределениями, но могут быть представлены суммами таких распределений. Для компании General Electric распределение Λ описывается одним логнормальным распределением, а Φ — только суммой. Аналогичная ситуация для Motorola, Boeing, General Motors, Delta Airlines, IBM и ряда других. Похожая картина и для индексов. В частности, для индексов AMEX Composite, BEL-20 (Бельгия), FTSE-100, Nikkey-225 распределения для Λ хорошо описываются отдельными функциями (2).

Поведение индексов NYSE Composite, NASDAQ Composite (рис. 2–3), S&P500 (рис. 4–5) и Dow Jones носит более сложный характер. В ряде случаев, например, для индекса S&P500 структурные изменения заметны «на глаз» — хорошо видно, что ни Λ , ни Φ не описываются одиночными логнормальными функциями. В то же время структурные изменения для индекса NASDAQ, хотя и не определяются «на глаз», однако проявляются в процессе статистического анализа. Подробнее эти особенности будут рассмотрены в следующей главе.

3. Выявление структурных изменений в динамике рыночных показателей

Статистическое свойство логнормальности в действительности отражает определённое внутреннее свойство динамики анализируемого временного ряда. Мы полагаем, что возможные структурные изменения в динамике исходного процесса

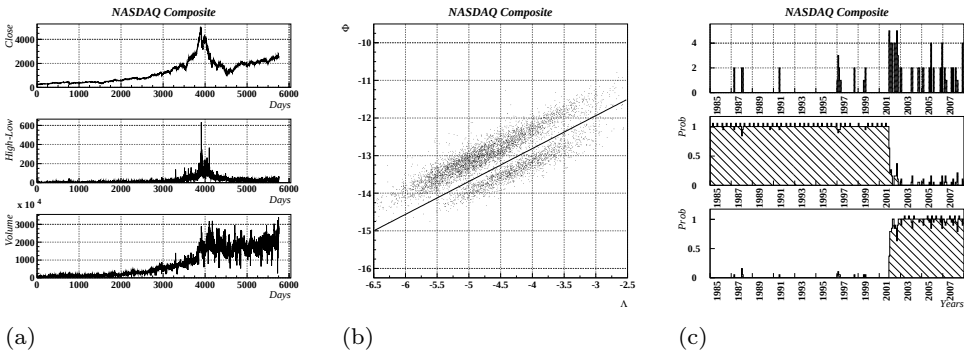


Рис. 2. NASDAQ Composite: (a) временные ряды величин “Close”, “High–Low” и “Volume”; (b) совместное распределение величин $\ln \Lambda$ и $\ln \Phi$, а также граница, разделяющая два состояния; (c) распределение числа изменений состояния на временной оси (вверху) и вероятности нахождения системы в каждом из найденных состояний

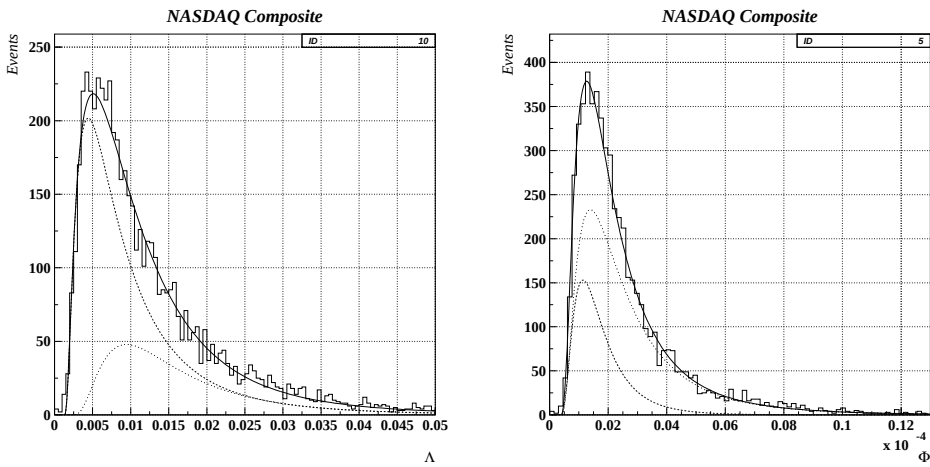


Рис. 3. NASDAQ Composite: распределение величин Λ (слева) и Φ (справа) с наложенными кривыми, аппроксимирующими распределения этих величин для каждого из двух выявленных состояний функциями (2), а также кривая их суммы

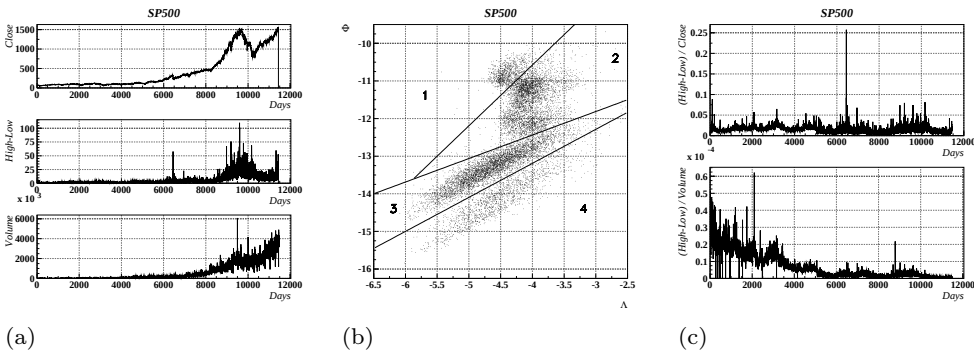


Рис. 4. S&P500: (a) временные ряды величин “Close”, “High–Low” и “Volume”; (b) совместное распределение величин $\ln \Lambda$ и $\ln \Phi$, представлены границы областей четырёх различных состояний; (c) временные ряды величин Λ и Φ

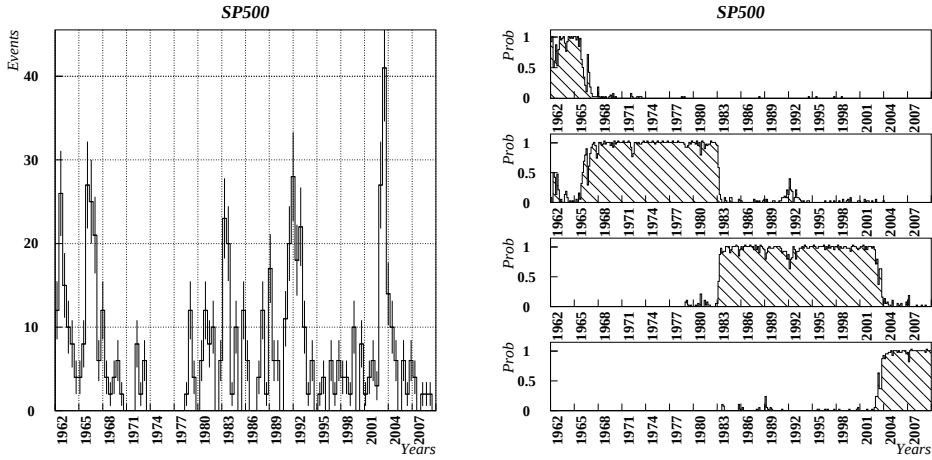


Рис. 5. S&P500: распределение числа изменений состояния системы на временной оси (слева); вероятность нахождения системы в каждом из выявленных состояний (справа)

должны выражаться в статистическом смысле через переходы между «чистыми» логнормальными распределениями с различными параметрами. При этом отрезки ряда между точками перехода можно считать «однородными».

Для определения момента смены состояния анализируемого временного ряда предлагается метод, в основе которого лежит двумерный (Λ, Φ) индикатор состояния. В большинстве рассмотренных случаев разные состояния системы соответствуют различным кластерам¹ на плоскости (Λ, Φ) и в первом приближении могут быть разделены границами вида $\Phi = \alpha\Lambda + \beta$, где α и β — параметры. Следует отметить, что при более детальном анализе могут потребоваться более сложные методы. Гауссовость логарифмов величин Λ и Φ внутри кластеров даёт возможность использовать хорошо проработанные для этих случаев методы теории распознавания образов [14]. Границы могут представлять собой как отрезки прямых, так и окружности, эллипсы, параболы или гиперболы.

Примеры применения указанного подхода иллюстрируются рисунками 6(b), 2(b) и 4(b). В результате анализируемый временной ряд разделяется на различные отрезки, соответствующие «однородным» состояниям. Хорошо видно, что для акций компании Motorola (рис. 6(b)) и индекса NASDAQ Composite (рис. 2(b)) основных состояний только два (для анализируемых интервалов), в то время как для индекса S&P500 (рис. 4(b)) и Dow Jones их, как минимум, четыре. Второе состояние индекса S&P500 (отмечено цифрой 2 на рис. 4(b)) очевидно является составным, но выделить отдельные состояния, чтобы они с хорошей точностью описывались логнормальными распределениями, на этом этапе не удалось. Для индекса DJIA ситуация ещё более сложная, но четыре основных режима определяются однозначно.

В качестве примера на рис. 7 представлены распределения величин Λ (слева) и Φ (справа) с наложенными кривыми, аппроксимирующими распределения этих величин для каждого из двух выявленных состояний функциями (2), а также суммарные кривые, хорошо описывающие исходные эмпирические распределения.

На рисунках 5 и 8 для индексов S&P500 и DJIA, соответственно, представлены распределения количества изменений состояния системы и вероятности нахождения системы в каждом из выявленных состояний. Хорошо видно, что найденные режимы индексов S&P500 и DJIA соответствуют друг другу, а также режимам индекса NASDAQ (см. рис. 2(c)). Этот факт говорит о том, что выявленные состояния соответствуют не отдельным индексам, а рынку в целом.

¹В тех случаях, когда распределения переменных Λ и Φ следуют логнормальному закону, соответствующее двумерное распределение содержит только один кластер.

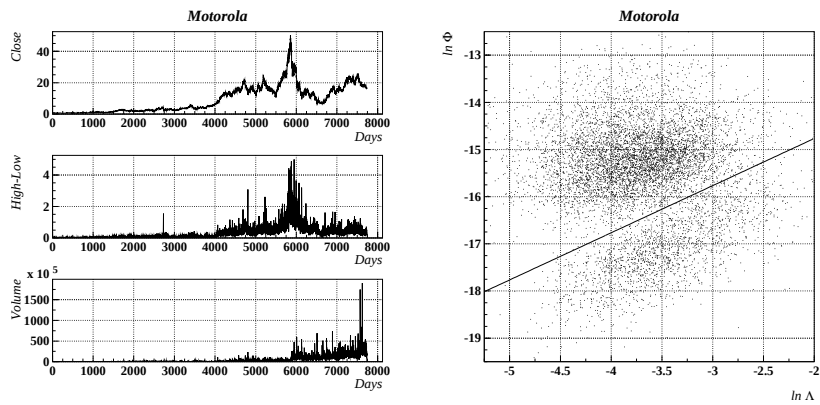


Рис. 6. Motorola: Слева — временные ряды для величин “Close”, “High–Low” и “Volume”; справа — совместное распределение величин $\ln \Lambda$ и $\ln \Phi$, линейная граница разделяет два выявленных состояния

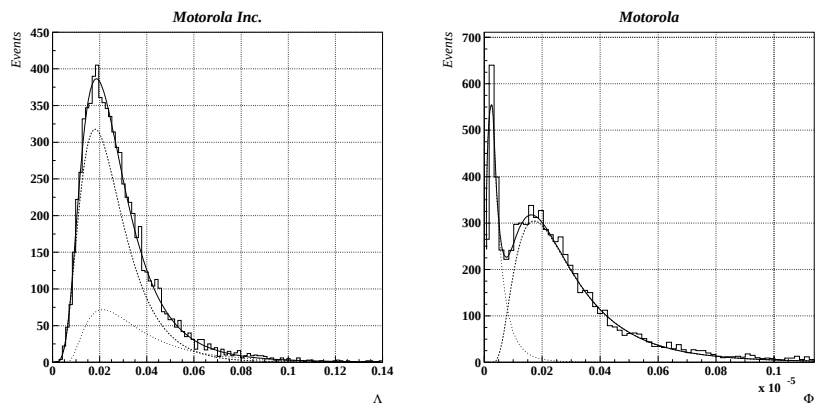


Рис. 7. Motorola: распределение величин Λ (слева) и Φ (справа) с наложенными кривыми, аппроксимирующими распределения этих величин для каждого из двух выявленных состояний функциями (2), а также кривая их суммы

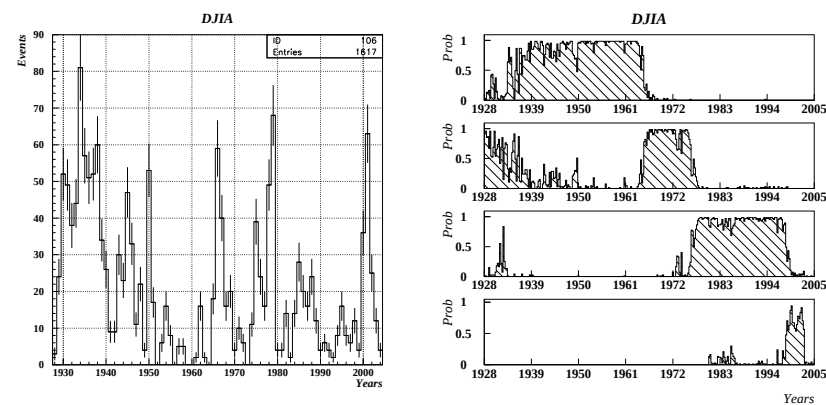


Рис. 8. DJIA: распределение числа изменений состояния системы на временной оси (слева); вероятность нахождения системы в каждом из четырёх выявленных состояний (справа)

На примере имеющего наиболее продолжительную историю индекса Dow Jones хорошо видно, что наибольшее количество изменений состояния приходится на 30-е годы прошлого века. Заметные перемены были в середине 40-х, ещё большие — во второй половине 60-х, второй половине 70-х, в 2000-ом, 2001-ом и, в меньшей степени, в 2002-ом годах. Наиболее спокойный период наблюдался в 50-х (за исключением 1951 года) и первой половине 60-х годов прошлого века. Соответствие этих выводов реальным историческим данным конечно требует дальнейшего детального анализа, а сама гипотеза о связи количества переходов между однородными состояниями индекса и нестабильностью экономики нуждается в проверке.

Заключение

В работе предложены и исследованы две новые рыночные переменные, которые были использованы для выявления структурных изменений в динамике рядов цен акций и рыночных индексов. Новые переменные основываются на наибольшей и наименьшей ценах дня, цене закрытия дневной сессии и дневного объёма торгов.

Временные ряды этих переменных не имеют выраженного тренда, а среднее значение и дисперсия относительно стабильны. Кроме того их статистические распределения следуют логнормальному закону распределения либо описываются взвешенной суммой нескольких распределений с различающимися параметрами. При этом следует отметить, что в значительном числе случаев как для акций, так и фондовых индексов, распределение хотя бы одной из переменных Δ или Φ может быть аппроксимировано лишь взвешенной суммой логнормальных распределений. Это свойство дало возможность построить на основе этих переменных индикатор смены состояния динамической системы, определяющей поведение акции или индекса. При анализе основных индексов с помощью индикатора смены состояния было обнаружено четыре основных режима (с конца 20-х годов по настоящее время). Эти режимы определяют состояние рынка по большей части в последовательные периоды времени, однако существуют их взаимные «вкрапления», отстоящие друг от друга на десятилетия (возможно также, что это просто близкие состояния). Индексы S&P500 и DJIA представляют собой наиболее трудные для анализа примеры, и обнаруженные в этой работе режимы должны рассматриваться лишь как «генеральные», требующие дальнейшего анализа для выявления их внутренней структуры.

Используя индикатор смены режима, можно значительно упростить последующий анализ данных, поскольку временной ряд будет предварительно разбит на «однородные» в смысле динамики интервалы, а значит представлять собой более простой объект исследования.

Литература

1. Log-Normal Distribution of Stock Market Data / I. Antoniou, V. V. Ivanov, V. V. Ivanov, P. V. Zrellov // Physica A. — Vol. 331. — 2004. — Pp. 617–638.
2. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. — М.: Мир, 2000.
3. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. — М.: Интернет-Трейдинг, 2004.
4. Дубовиков М. М., Крянев А. В., Старченко Н. В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. Прикладная и компьютерная математика. — Т. 3, № 1. — 2004. — С. 30–44.
5. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. — М.: Фазис, 1998. — Т. 1.
6. Золотарев Э. М. Одномерные устойчивые распределения. — М.: Наука, 1983.
7. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities // The Journal of Political Economy. — Vol. 81, No 3. — 1973. — Pp. 637–654.

8. Lognormal Distributions. Theory and Applications / Ed. by E. L. Crow, K. Shimizu. — New York: Marcel Dekker, Inc., 1988.
9. Volatility distribution in the S&P500 stock index / P. Cizeau, Y. Liu, M. Meyer et al // Physica A. — Vol. 245. — 1997. — Pp. 441–445.
10. Hammel C., Paul W. B. Monte Carlo simulations of a trader-based market model // Physica A. — Vol. 313. — 2002. — Pp. 640–650.
11. Statistical Methods in Experimental Physics / W. T. Eadie, D. Dryard, F. E. James et al. — Amsterdam-London: North-Holland Pub.Comp., 1971.
12. Brun R., Couet O., Vandoni C., Zanarini P., 1989. — PAW – Physics Analysis Workstation. — CERN Program Library Q121.
13. Aitchison J., Brown J. A. C. The Lognormal Distribution. — Cambridge: Cambridge University Press, 1957.
14. Дуда Р., Харм П. Распознавание образов и анализ сцен. — М.: Мир, 1976.

UDC 519.21; 519.246.8

Revealing of Structural Changes in the Stock Market Dynamics

P. V. Zrelov

*Laboratory of Information Technologies
Joint Institute for Nuclear Research, Dubna
6, Joliot-Curie str., Dubna, Moscow Region, 141980, Russia*

This work is a continuation of investigations started in [1], where a new stock market variable Ξ (daily closing price normalized by corresponding traded volume) has been proposed and its statistical properties has been studied for a wide spectrum of stock market data. In the present work we propose and investigate two new stock market variables. We show that these variables can be used for revealing structural changes in dynamics of the stock market series. Aiming to identify the position in time of the change point, we propose a novel approach. These new variables and method can be considered as a two-dimensional market indicator that provides the change point detection in the stock market dynamics.