

УДК 539.12.01+537.8

Об основных параметрах электромагнитных частиц и электромагнитном взаимодействии

А. А. Черницкий

*Лаборатория теоретической физики им. А. А. Фридмана,
Институт гравитации и космологии
Российского университета дружбы народов;
Санкт-Петербургский Инженерно-экономический университет,
Россия, 191002, Санкт-Петербург, ул. Марата, 27*

Рассматривается модель нелинейной электродинамики типа Борна–Инфельда. Вводятся определения массы, спина, заряда и дипольного момента электромагнитной частицы. Классические уравнения движения массивной заряженной электромагнитной частицы со спином во внешнем электромагнитном поле получены из интегральных законов сохранения полевой модели. Получение этих уравнений доказывает обоснованность введенных определений массы, спина, заряда и дипольного момента частицы. В частности, также становится обоснованным известное Эйнштейновское соотношение эквивалентности массы и энергии.

Введение

Простейшая электромагнитная модель элементарной частицы ассоциируется со сферически симметричным решением уравнений линейной электродинамики с точечной заряженной сингулярностью. Это хорошо всем известный точечный электрон. Однако такая модель по существу обладает только одним параметром наблюдаемой элементарной частицы: электрическим зарядом. Остальные основные характеристики частицы: масса, спин и магнитный момент — должны в этом случае вводиться дополнительными математическими конструкциями, выходящими за рамки электродинамики как полевой модели. Идея же создания полноценной полевой модели частицы представляется весьма привлекательной.

Само поле должно подчиняться нелинейным уравнениям для возможности естественного описания взаимодействия между частицами. Соответствующая модель нелинейной электродинамики впервые была предложена Густавом Ми. Впоследствии Макс Борн и Леопольд Инфельд исследовали другую электродинамическую модель, которая в настоящее время рассматривается как весьма многообещающая [1].

Электромагнитная частица, выглядящая с большого расстояния как точечный объект, при достаточно близком рассмотрении должна иметь определённую структуру, которая и обеспечивает все её наблюдаемые характеристики. Такая интерпретация точечности элементарных частиц обсуждалась в литературе [2] и представляется обоснованной.

В настоящей статье рассматривается нелинейная электродинамическая модель типа Борна–Инфельда с произвольной функцией нелинейности. Показывается, как в рамках задачи о взаимодействии электромагнитной частицы с удалёнными частицами естественно проявляются основные её характеристики: масса, спин, заряд и дипольный момент.

1. Нелинейная вакуумная электродинамика

Общая система электродинамических уравнений в инерциальной системе координат плоского пространства-времени и для областей пространства вне сингулярностей поля имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x^0} + \text{curl} \mathbf{E} &= 0, & \text{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial x^0} - \text{curl} \mathbf{H} &= 0, & \text{div} \mathbf{D} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$ — электрическая и магнитная индукции, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — электрическая и магнитная напряжённости.

Система (1) дополняется алгебраическими соотношениями, связывающими векторы $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$. Эти соотношения будем называть материальными, которые в общем случае нелинейны. Пары векторов $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ и $(\mathbf{D}, \mathbf{H})$, как известно, представляют собой пространственно-временные антисимметричные электромагнитные тензоры и материальные соотношения могут быть записаны как связь между этими тензорами. В этом случае в качестве неизвестных функций задачи может быть взята пара $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$ либо пара $(\mathbf{D}, \mathbf{H})$. Однако материальные соотношения могут быть преобразованы так, что они будут связывать пару векторов напряжённостей $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$ с парой векторов индукций $(\mathbf{D}, \mathbf{B})$ [3]. Причем в этом случае

$$E_i = 4\pi \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial D^i}, \quad H_i = 4\pi \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial B^i}, \quad (2)$$

где $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\mathbf{D}, \mathbf{B})$ — плотность электромагнитной энергии, ассоциированная с системой уравнений (1); латинские индексы принимают значения 1, 2, 3.

Общие нелинейные материальные соотношения тогда имеют вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{D}, \mathbf{B}), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{D}, \mathbf{B}). \quad (3)$$

Для случая слабого поля эти соотношения должны быть асимптотически близки к линейным

$$\mathbf{E} = \mathbf{D}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B}. \quad (4)$$

Оказалось удобным в качестве неизвестных функций рассматривать именно электромагнитные индукции $(\mathbf{D}, \mathbf{B})$. Это, в частности, позволяет записывать формулы в виде, явно инвариантном относительно дуальных преобразований

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}' \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta \\ \sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix}, \quad (5a)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}' \\ \mathbf{H}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta \\ \sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}, \quad (5b)$$

где ζ — угол дуального поворота.

Наконец, весьма удобно использовать гиперкомплексное представление для электродинамики [4, 5]. В этом представлении электродинамическое уравнение (одно, вместо четырёх (1)) может быть записано для двух квазивекторов

$$\mathbf{Y} \doteq \mathbf{D} + \imath \mathbf{B}, \quad \mathbf{Z} \doteq \mathbf{E} + \imath \mathbf{H}, \quad (6)$$

где $\imath$ — гипермнимая единица или единичный псевдоскаляр, $\imath^2 = -1$. В общем случае умножение гиперкомплексных чисел некоммутативно. Однако $\imath$ коммутирует с векторами поля и с оператором дифференцирования, входящим в уравнение представления, в котором $\mathbf{Y}$ рассматривается как неизвестная функция. Таким образом, $\imath$ ведёт себя и используется как обычная мнимая единица.

2. Законы сохранения энергии-импульса и момента импульса

Запишем дифференциальные законы сохранения плотностей энергии-импульса и момента энергии-импульса (в декартовых координатах) для системы уравнений (1)

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0, \quad \frac{\partial M^{\mu\nu\rho}}{\partial x^\rho} = 0. \quad (7)$$

Греческие индексы принимают значения 0, 1, 2, 3 и по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

Компоненты симметричного тензора плотности энергии-импульса выражаются через компоненты поля следующим образом

$$\begin{aligned} T^{00} &\doteq \mathcal{E}, & T^{0i} &= T^{i0} \doteq \mathcal{P}^i, & \mathcal{P} &= \frac{1}{4\pi} (\mathbf{D} \times \mathbf{B}), \\ T^{ij} &= \frac{1}{4\pi} \left[\mathfrak{m}^{ij} (D^l E_l + B^l H_l) - (D^i E^j + B^i H^j) \right] - \mathfrak{m}^{ij} \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathcal{E}$ — плотность энергии, $\mathcal{P}$ — плотность импульса, $\mathfrak{m}^{\mu\nu}$ — компоненты метрического тензора инерциальной системы координат ($\mathfrak{m}^{0i} = 0$, $|\mathfrak{m}^{00}| = 1$). Функция плотности энергии $\mathcal{E}(\mathbf{D}, \mathbf{B})$ задаёт, согласно (2), конкретную электродинамическую модель. Для линейных соотношений (3) плотность энергии имеет вид

$$\mathcal{E} = \mathcal{E} \doteq \frac{1}{8\pi} (\mathbf{D}^2 + \mathbf{B}^2) = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{Y} \cdot {}^*\mathbf{Y}), \quad (9)$$

где ${}^*\mathbf{Y}$ означает комплексное сопряжение к $\mathbf{Y}$ (6).

Компоненты квазитензора¹ плотности момента энергии-импульса связаны с тензором плотности энергии-импульса следующим образом:

$$M^{\mu\nu\rho} \doteq x^\mu T^{\nu\rho} - x^\nu T^{\mu\rho}. \quad (10)$$

Рассмотрим трёхмерный объём V , ограниченный замкнутой двумерной поверхностью $\mathcal{S}$ с направленным векторным элементом $d\mathcal{S}$. Считаем объём и поверхность фиксированными (не зависящими от времени) в выбранной системе координат. Определим энергию и импульс поля в объёме V как интегралы от соответствующих плотностей

$$\mathbb{E}_V \doteq \mathbb{P}_V^0 \doteq \int_V \mathcal{E} dV, \quad \mathbb{P}_V^i \doteq \int_V \mathcal{P}^i dV. \quad (11)$$

Аналогично определяется антисимметричный тензор момента импульса

$$\mathbb{M}_V^{\mu\nu} \doteq \int_V M^{\mu\nu 0} dV. \quad (12)$$

Для компонент последнего тензора, содержащих нулевой индекс, согласно определениям (10) и (11), имеем следующее тождество

$$\mathbb{M}_V^{0i} \equiv x^0 \mathbb{P}_V^i - x_V^i \mathbb{E}_V. \quad (13)$$

¹Плотность момента энергии-импульса является тензором только относительно линейных преобразований координат: сдвигов, пространственно-временных поворотов, масштабных преобразований. Это связано с тем, что соответствующее определение содержит координаты. В дальнейшем, однако, приставку «квази» для аналогичных величин будем опускать.

Здесь введено обозначение для координат энергетического центра поля в объёме V :

$$\mathbf{x}_V^i \doteq \frac{1}{\mathbb{E}_V} \int_V x^i \mathcal{E} dV. \quad (14)$$

Очевидно, что в общем случае интегральные величины $\mathbb{P}_V^\mu$, $\mathbb{M}_V^{\mu\nu}$, $\mathbf{x}_V$ могут являться функциями времени.

Три независимые компоненты тензора момента импульса, не содержащие нулевого индекса, можно представить компонентами трёхмерного вектора. Используем для этого вектора ту же букву, что и для антисимметричного тензора, но компоненты будут нумероваться одним индексом:

$$\mathbb{M}_{Vi} \doteq \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \mathbb{M}_V^{ik}, \quad \mathbb{M}_V \doteq |\mathbf{M}_V|, \quad \mathbf{M}_V = \int_V \mathbf{r} \times \mathcal{P} dV, \quad (15)$$

где ϵ_{ijk} — компоненты полностью антисимметричного единичного тензора третьего ранга.

Интегральные законы сохранения для поля в объёме V получаются из дифференциальных обычным образом и имеют вид

$$\frac{d\mathbb{E}_V}{dx^0} = - \int_S T^{0i} d\mathcal{S}_i, \quad \frac{d\mathbb{P}_V^i}{dx^0} = - \int_S T^{ij} d\mathcal{S}_j. \quad (16)$$

$$\frac{d\mathbb{M}_V^{\mu\nu}}{dx^0} = - \int_S M^{\mu\nu p} d\mathcal{S}_p. \quad (17)$$

3. Масса и спин

Считаем, что частице соответствует некоторое пространственно локализованное решение нелинейной электродинамической модели, которое назовём корпускулярным. Будем обозначать корпускулярное решение кружком сверху. Так, поле корпускулярного решения обозначаем $(\overset{\circ}{\mathbf{D}}, \overset{\circ}{\mathbf{B}})$.

Пространственная локализация поля $(\overset{\circ}{\mathbf{D}}, \overset{\circ}{\mathbf{B}})$ предполагает то, что его плотность энергии-импульса имеет сравнительно большие значения в некоторой ограниченной области трёхмерного пространства, в то время как в остальном пространстве плотность энергии-импульса достаточно мала.

Естественно определить энергию-импульс электромагнитной частицы как полные энергию и импульс соответствующего корпускулярного решения. Однако для того, чтобы такое определение было возможно, необходимо ввести более узкое понятие области локализации корпускулярного решения: область локализации (полной) энергии корпускулярного решения. Обозначим эту область $\overset{\circ}{V}$, а ограничивающую поверхность $\overset{\circ}{S}$.

Положим

$$\overset{\circ}{\mathbb{P}}^\mu \doteq \overset{\circ}{\mathbb{P}}_{\overset{\circ}{V}}^\mu \approx \lim_{V \rightarrow \infty} \mathbb{P}_V^\mu. \quad (18)$$

Предполагается, что для любой заданной точности $\varepsilon > 0$ существует такая область $\overset{\circ}{V}$, что

$$|\overset{\circ}{\mathbb{P}}_{\overset{\circ}{V}}^\mu - \lim_{V \rightarrow \infty} \mathbb{P}_V^\mu| < \varepsilon. \quad (19)$$

В этом смысле понимается приближённое равенство в (18). Поскольку объём интегрирования здесь считается постоянным, определение области локализации энергии в общем случае относится к определённому малому интервалу времени.

Фактически, существование области локализации энергии равносильно существованию конечного предела $|\lim_{V \rightarrow \infty} \mathbb{P}_V^\mu| < \infty$.

Здесь будем рассматривать корпускулярные решения, для которых выполняется соотношение

$$\left| \mathbf{m}_{ij} \overset{\circ}{\mathbb{P}}^i \overset{\circ}{\mathbb{P}}^j \right| < \overset{\circ}{\mathbb{E}}^2. \quad (20)$$

Для таких решений существует инерциальная система координат, в которой все компоненты импульса обращаются в ноль $\overset{\circ}{\mathbb{P}}^i = 0$. Переход к ней осуществляется обычным пространственно-временным поворотом. Корпускулярные решения, для которых выполняется соотношение (20), соответствуют массивным частицам, скорость которых меньше скорости света.

Определённое корпускулярное решение соответствует определённой частице. Многочастичным конфигурациям с взаимодействием физических частиц соответствуют многочастичные решения полевой модели: решения, в которых можно выделить несколько пространственных областей со сравнительно большой плотностью энергии. Такие решения часто могут исследоваться при помощи метода возмущений с начальным приближением в виде суммы соответствующих корпускулярных решений [6]. Взаимодействие будет проявляться, в частности, как зависимость энергии-импульса частиц от времени. Для корпускулярного же решения энергия и импульс от времени не зависят.

Естественно определить собственную систему координат частицы как такую, в которой равны нулю компоненты её импульса $\overset{\circ}{\mathbb{P}}^i = 0$ и энергетического центра (14) $\overset{\circ}{x}^i \doteq \overset{\circ}{x}_{\overset{\circ}{V}}^i = 0$. Однако в случае взаимодействия и, следовательно, изменения траектории частицы её собственная система не будет инерциальной. Поэтому удобно также определить такую инерциальную систему координат, для которой в заданный момент времени выполняются соотношения $\overset{\circ}{\mathbb{P}}^i = 0$, $\overset{\circ}{x}^i = 0$. Будем называть такую систему собственной инерциальной системой частицы. Для одиночной частицы (корпускулярного решения) собственная система является и инерциальной. Будем обозначать величины, относящиеся к собственной инерциальной системе координат частицы точкой снизу:

$$\overset{\circ}{\mathbb{P}}^i \doteq 0, \quad \overset{\circ}{x}^i \doteq 0. \quad (21)$$

Из тождества (13) и определения (21) следует, что в собственной инерциальной системе координат $\overset{\circ}{\mathbb{M}}^{0i} \equiv 0$. Произведём временной сдвиг и временной поворот из собственной инерциальной системы координат

$$\overset{\circ}{x}^i = \frac{v^i (x^0 - a^0)}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad x^0 = \frac{(x^0 - a^0)}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad \overset{\circ}{\mathbb{P}}^i = \frac{v^i \overset{\circ}{\mathbb{E}}}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad \overset{\circ}{\mathbb{E}} = \frac{\overset{\circ}{\mathbb{E}}}{\sqrt{1 - v^2}}. \quad (22)$$

Подставляя (22) в (13), получаем тождество

$$\overset{\circ}{\mathbb{M}}^{0i} \equiv 0, \quad (23)$$

справедливое в инерциальных системах координат, полученных временным сдвигом и временным поворотом из собственной без пространственного сдвига в ней.

Корпускулярное решение в собственной системе координат в общем случае может содержать часть, зависящую от времени. Запишем разложение поля корпускулярного решения $\overset{\circ}{Y}$ в виде временного ряда Фурье

$$\overset{\circ}{Y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{Y}_{|n} e^{-i n \omega x^0}, \quad (24)$$

где $\overset{\circ}{Y}_{|n} = \overset{\circ}{Y}_{|n}(x^i)$. Здесь подразумевается периодическая зависимость от времени с периодом $2\pi/\omega$, которая может быть переведена в непериодическую путём устремления $\omega \rightarrow 0$ и замены суммы интегралом.

Также можно разложить и плотность энергии

$$\overset{\circ}{\xi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{\xi}_{|n} e^{-i n \omega x^0}. \quad (25)$$

Если мы говорим о массе как о некоторой постоянной характеристике частицы, то, очевидно, для её определения можно использовать только часть плотности энергии, независимую от времени $\overset{\circ}{\xi}_{|0}$. Однако эта часть плотности энергии определяется также и переменной частью поля (24), поскольку содержит все функции $\overset{\circ}{Y}_{|n}(x^i)$. Для слабого поля, которое должно таким стать при удалении от возможной области локализации, согласно (9) имеем

$$\overset{\circ}{\xi}_{|0} = \frac{1}{8\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{Y}_{|n} \cdot {}^* \overset{\circ}{Y}_{|n}. \quad (26)$$

Можно показать, используя, например, математический аппарат, изложенный в статье [5], что для плотности энергии (26), содержащей слагаемые с $n \neq 0$, соответствующий интеграл энергии расходится на бесконечности, т.е. при удалении от возможной области локализации. Следовательно, для поля с неисчезающей переменной по времени составляющей (только в представлении решения на бесконечности) нельзя ввести область локализации энергии, определённую в соответствии с формулами (18), (19). Значит, для того, чтобы можно было говорить о такой области локализации энергии, надо рассматривать решения, для которых переменная составляющая не содержится в представлении решения на бесконечности: $\overset{\circ}{Y} = \overset{\circ}{Y}_{|0}$. При этом, конечно, вблизи центра частицы может иметь место общий случай: $\overset{\circ}{Y} \neq \overset{\circ}{Y}_{|0}$.

Также может рассматриваться случай, когда с корпускулярным решением связана периодическая по времени часть, не исчезающая из представления решения на бесконечности. Полная энергия такой конфигурации поля бесконечна.

Часть, периодическая по времени в собственной системе координат, даст бегущую волну в системе координат, относительно которой частица движется. Эта волна может быть ответственна за волновое поведение частицы. Здесь же, однако, рассматривается случай, когда влиянием волны на движение частицы можно пренебречь и частица проявляет только корпускулярные свойства.

Таким образом, рассматриваем корпускулярное решение, для которого $\overset{\circ}{Y} = \overset{\circ}{Y}_{|0}$ на бесконечности. Кроме того, считаем, что полная энергия и момент импульса не зависят от времени: $\overset{\circ}{E} = \overset{\circ}{E}_{|0}$, $\overset{\circ}{M} = \overset{\circ}{M}_{|0}$. При этих предположениях определим массу и вектор спина электромагнитной частицы как полную энергию и вектор момента импульса соответствующего корпускулярного решения в собственной инерциальной системе координат:

$$m \doteq \overset{\circ}{E}, \quad s \doteq \overset{\circ}{M}. \quad (27)$$

С учётом данного определения массы имеем следующее известное выражение для энергии-импульса частицы в любой инерциальной системе координат:

$$\overset{\circ}{E} = \frac{m}{\sqrt{1-v^2}}, \quad \overset{\circ}{P}^i = \frac{m v^i}{\sqrt{1-v^2}}, \quad (28)$$

где v^i — компоненты скорости частицы.

Как известно, интеграл энергии поля точечного электрона линейной электродинамики расходится вблизи сингулярности, что, согласно определению (27), даёт бесконечную массу. В электродинамике же Борна-Инфельда масса соответствующего корпускулярного решения с точечной сингулярностью конечна.

Существуют статические конфигурации электромагнитного поля со спином. Это, например, конфигурация с двумя точечными дионами [6]. Также с этой точки зрения заслуживает внимания конфигурация с кольцевой сингулярностью [7].

4. Заряд и дипольный момент

На краю области локализации поле должно быть достаточно мало так, что с некоторой точностью можно считать справедливыми материальные соотношения, характерные для линейной модели (4). Соответствующее решение известно и может быть представлено в виде мультипольного разложения (см., например, [5]). Так, для статической части имеем

$$\hat{\mathbf{Y}}_{|0} = \mathcal{C} \frac{\mathbf{r}}{r^3} + 3 (\mathbf{D} \cdot \mathbf{r}) \frac{\mathbf{r}}{r^5} - \mathbf{D} \frac{1}{r^3} + \dots, \quad (29)$$

где $\mathcal{C} \doteq \mathcal{C} + i\mathcal{Q}$ — монопольный момент или электромагнитный заряд, $\mathbf{D} \doteq \mathbf{D} + i\mathbf{Q}$ — вектор дипольного электромагнитного момента, соответственно $\mathcal{C}$, $\mathcal{Q}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{Q}$ — электрические и магнитные заряды и векторы дипольных моментов.

Здесь надо подчеркнуть, что вид разложения (29) не зависит от конфигурации и характера сингулярностей поля вблизи центра энергии частицы. Сингулярности могут быть точечные, с магнитными зарядами или без, кольцевые или поверхностные. В любом случае вдали от области локализации поле будет иметь вид (29). Различаться могут только мультипольные константы $\mathcal{C}$, $\mathbf{D}$, ...

5. Частица во внешнем поле

Рассмотрим ситуацию взаимодействия частицы с другими частицами, удалёнными от неё на достаточно большое расстояние так, что области локализации частиц не перекрываются. Можно искать соответствующее многочастичное решение методом возмущений, взяв в качестве начального приближения сумму корпускулярных решений [6]. В области локализации рассматриваемой частицы начальное приближение запишем в виде

$$\mathbf{D} = \mathring{\mathbf{D}} + \tilde{\mathbf{D}}, \quad \mathbf{B} = \mathring{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{B}}, \quad (30)$$

где $\mathring{\mathbf{D}}$, $\mathring{\mathbf{B}}$ — малые поля удалённых частиц в области локализации рассматриваемой.

Для упрощения будем решать задачу в собственной инерциальной системе координат частицы. Частицу же будем считать статической, т.е. не содержащей временной части. Это соответствует обсуждавшемуся выше случаю возможности пренебрежения периодической по времени частью. Добавление заданного поля удалённых частиц $\hat{\mathbf{Y}}$ должно изменять свободные параметры корпускулярного решения $\hat{\mathbf{Y}}$. Свободные параметры здесь — это параметры пространственно-временного поворота и параметры пространственного сдвига.

Параметр масштабного преобразования, которым обладает корпускулярное решение в силу соответствующей инвариантности исходной полевой модели, предполагается фиксированным. Его фиксация соответствует сохранению заряда. Заряд же в модели рассматриваемого типа связан с сингулярностью поля. Сингулярности могут быть точечные, линейные (струнные) и поверхностные. Для точечной электрически заряженной сингулярности в модели нелинейной электродинамики доказательство сохранения заряда имеется в статье [8]. Принимая во внимание электромагнитную дуальность электродинамики [6], аналогично может быть доказано и сохранение магнитного точечного заряда. Подобным же образом может быть доказано сохранение полного заряда струны или поверхности. В этой связи надо также упомянуть об обсуждавшейся проблеме устойчивости солитонов [9] и способе её обеспечения путём фиксации заряда.

Представим малое поле удалённых частиц двумя членами степенного ряда вблизи центра рассматриваемой частицы:

$$\tilde{D}_i = \tilde{D}_{i|} + \tilde{D}_{i|j} x_j, \quad \tilde{B}_i = \tilde{B}_{i|} + \tilde{B}_{i|j} x_j, \quad (31)$$

где $\tilde{D}_i$, $\tilde{B}_i$ — значения i -й компоненты поля в центре рассматриваемой частицы, $\tilde{D}_{i|j}$, $\tilde{B}_{i|j}$ — значения производных от i -й компоненты поля по j -й координате там же.

Рассмотрим интегральные законы сохранения (16) и (17) для поля (30) в области локализации рассматриваемой частицы. При этом считаем, что область выбрана достаточно большой так, что на её границе поле мало и модель можно считать линейной. Это значит, что на границе выполняются соотношения (4) и поле подчиняется линейным уравнениям Максвелла. Кроме того, слабое поле $(\tilde{\mathbf{D}}, \tilde{\mathbf{B}})$ подчиняется линейным уравнениям везде в области локализации рассматриваемого корпускулярного решения. Подставим сумму (30) в интегральные законы сохранения (16) и (17). При подстановке в правые части берём вид корпускулярного решения на бесконечности (29) и разложение заданного поля (31). После выполнения поверхностного интегрирования и учёта линейных уравнений Максвелла для поля $(\tilde{\mathbf{D}}, \tilde{\mathbf{B}})$ получаем следующие уравнения

$$\frac{d\tilde{\mathbf{P}}}{dx^0} = \mathcal{E} \tilde{\mathbf{D}} + \mathcal{G} \tilde{\mathbf{B}} + (\tilde{\mathbf{D}} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{D}} + (\tilde{\mathbf{B}} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{B}}, \quad (32)$$

$$\frac{d\tilde{\mathbf{M}}}{dx^0} = \tilde{\mathbf{D}} \times \tilde{\mathbf{D}} + \tilde{\mathbf{B}} \times \tilde{\mathbf{B}}. \quad (33)$$

Эти уравнения совпадают с классическими уравнениями движения заряженной частицы со спином и дипольным моментом во внешнем поле, записанными в собственной инерциальной системе координат частицы.

Заключение

Таким образом, выведены классические уравнения движения массивной заряженной частицы со спином и дипольным (в частности, магнитным) моментом во внешнем поле. Эти уравнения получились естественно как следствие интегральных законов сохранения для поля. Но именно динамические законы движения частицы в электромагнитном поле, появившиеся сначала феноменологически, требуют задания её массы, спина, заряда и дипольного момента. Значит, здесь можно говорить об обосновании введения этих характеристик. В частности, становится обоснованным известное Эйнштейновское соотношение эквивалентности массы и энергии.

Литература

1. Chernitskii A. A. 2004. — Born–Infeld Equations. — // Encyclopedia of Nonlinear Science, Ed. by A. Scott. New York and London: Routledge, Pp. 67–69.
2. Kuryshkin V. V., Entralgo E. E. Classical Theory of Point Spin-Particle and Structural Point Objects // Nuovo Cim. A. — Vol. 103. — 1990. — Pp. 561–575.
3. Bialynicki-Birula I. 1983. — Nonlinear Electrodynamics: Variations on a Theme by Born and Infeld. — // Quantum Theory of Particles and Fields, Ed. by B. Janciewicz, J. Lukierski. World Scientific, Pp. 31–47.
4. Chernitskii A. A. Born–Infeld Electrodynamics: Clifford Number and Spinor Representations // Int. J. Math. & Math. Sci. — Vol. 31. — 2002. — Pp. 77–84.
5. Chernitskii A. A. Basic Systems of Orthogonal Functions for Space-Time Multivectors // Advances in applied Clifford algebras. — Vol. 15. — 2005. — Pp. 27–53.
6. Chernitskii A. A. Dyons and Interactions in Nonlinear (Born–Infeld) Electrodynamics // J. High Energy Phys. — Vol. 12. — 1999. — P. 10.
7. Буринский А. Я. Микрогеон со спином // ЖЭТФ. — Т. 66. — 1974. — С. 406–411.
8. Chernitskii A. A. Nonlinear Electrodynamics with Singularities (Modernized Born–Infeld Electrodynamics) // Helv. Phys. Acta. — Vol. 71. — 1998. — Pp. 274–287.

9. Рыбаков Ю. П. Устойчивость солитонов. — В сб. Проблемы теории гравитации и элементарных частиц / Под ред. К. П. Станюковича, Вып. 16. — М.: Энергоатомиздат. — 1985.

UDC 539.12.01+537.8

On General Parameters of Electromagnetic Particles and Electromagnetic Interaction

A. A. Chernitskii

*A. Friedmann Laboratory for Theoretical Physics,
Institute of Gravitation and Cosmology at Peoples Friendship University of Russia,
St.-Petersburg University of Engineering and Economics,
27, Marata str., St.-Petersburg, 191002, Russia*

Nonlinear electrodynamics model of Born–Infeld type is considered. Definitions of mass, spin, charge, and dipole moment for electromagnetic particle are introduced. The classical equations of motion for massive charged electromagnetic particles with spin and dipole moment in external electromagnetic field are obtained from integral conservation laws for the field model. The obtaining of these equations demonstrates the validity of introduced definitions for mass, spin, charge, and dipole moment for electromagnetic particle. Also, in particular, the known Einstein’s relation for equivalence of mass and energy becomes valid.