

Спинорные поля в плоско-симметричном пространстве-времени

Б. Саха*, Г. Н. Шикин†

* Лаборатория информационных технологий
Объединенный институт ядерных исследований
Россия, 141980, Дубна, Московская обл.

† Кафедра теоретической физики
Российский университет дружбы народов
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

В рамках плоско-симметричной космологической модели рассматривается система нелинейных спинорных и нелинейных скалярных полей с минимальной связью. Показано, что гравитационное поле играет решающую роль в формировании солитоноподобных решений, т. е. решений с ограниченными полной энергией, спином и зарядом.

В последние годы космологические модели, проявляющие плоскую симметрию, притягивают внимание многих специалистов. В настоящее время Вселенная сферически симметрична, и распределение материи в ней изотропно и однородно. Но в ранней стадии эволюции у нее не могло быть такой гладкой картины. Ближе к сингулярности большого взрыва, ни предположение о сферической симметрии, ни предположение об изотропности не могут быть строго выполнены. Именно поэтому многие специалисты рассматривают плоскую симметрию, так как она менее строга чем сферическая симметрия и обеспечивает поле для изучения неоднородности ранней Вселенной. Заметим, что неоднородные космологические модели играют важную роль для понимания некоторых существенных черт, таких как формирование галактики в ранней стадии эволюции и процесса гомогенизации Вселенной.

С другой стороны, нелинейность феномена остается одной из самых популярных тем исследования в течение последних лет. Хотя нелинейные классические поля не получили общего одобрения, нелинейное обобщение классического поля является одним из возможных путей для преодоления тех трудностей, которые испытывает теория, рассматривающая элементарные частицы как математические точки. Нахождение и исследование свойств регулярных локализованных решений нелинейных классических полевых уравнений (солитон или частицеподобных решений) связано с надеждой создать свободную от расходимостей теорию элементарных частиц, которая могла бы описывать сложную пространственную структуру частиц, наблюдаемую экспериментально [1]. Уравнение гравитационного поля является нелинейным по природе, и само поле является универсальным и незранированным. Эти свойства приводят к появлению определенного физического интереса к собственному гравитационному полю. Этот проект был реализован во множестве работ, где авторы подробно изучали скалярное и/или электромагнитное поля в рамках сферического и цилиндрического пространства-времени [2–8]. Однако в работах, связанных с солитоноподобным решением нелинейных уравнений полей, часто игнорируется собственное гравитационное поле. Под собственным гравитационным полем мы подразумеваем следующее: материальное поле ведет себя как источник гравитационного поля. А гравитационное поле со своей стороны эффективно влияет на конфигурацию материального поля. В этом смысле *собственное* гравитационное поле является решением самосогласованной системы материального и гравитационного полей.

В последние годы изучением космологических моделей, проявляющих плоскую симметрию, занимались множество авторов [9–18]. В это же время нами была изучена система нелинейных спинорного и скалярного полей с минимальной связью в плоско-симметричном фоне [19–22]. Целью настоящей заметки является обобщение всех этих результатов.

Лагранжиан спинорного и скалярного полей с минимальной связью выбран в виде

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} [\bar{\psi} \gamma^\mu \nabla_\mu \psi - \nabla_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi] - m \bar{\psi} \psi + F + \Psi(\Omega), \quad \Omega = \varphi_{,\alpha} \varphi^{,\alpha}. \quad (1)$$

Здесь F некоторые произвольные функции от инвариантов билинейных спинорных форм, а именно $F = F(I, J)$, где $I = S^2 = (\bar{\psi} \psi)^2$ и $J = P^2 = (i \bar{\psi} \gamma^5 \psi)^2$. Гравитационное поле мы выберем в виде

$$ds^2 = e^{2\rho} dt^2 - e^{2\alpha} dx^2 - e^{2\beta} (dy^2 + dz^2), \quad (2)$$

где метрические функции ρ, α, β зависят только от пространственной координаты x и подчиняются условию

$$\alpha = 2\beta + \rho. \quad (3)$$

Рассматриваемые спинорное и скалярное поля тоже зависят только от x . В силу этого из уравнения Эйнштейна получим

$$\beta(x) = \frac{1}{3}(\alpha(x) + BX), \quad \gamma(x) = \frac{1}{3}(\alpha(x) - 2Bx), \quad (4)$$

где некоторое B постоянное. Для α из уравнения Эйнштейна находим

$$\alpha'^2 - B^2 = -3\kappa e^{2\alpha} \left[mS - F(I, J) + 2\Upsilon \frac{d\Psi}{d\Upsilon} - \Psi(\Upsilon) \right]. \quad (5)$$

Правая часть уравнения (5) зависит только от α [20–22], следовательно его решение можно получить в квадратурах.

Уравнение (5) было подробно изучено при различных выборах правой части: линейное спинорное и линейное скалярное поля; нелинейное спинорное и линейное скалярное поля; нелинейное скалярное поле в отсутствии спинорного поля и, наконец, нелинейное спинорное и нелинейное скалярное поля. Мы подробно изучили это уравнение, когда нелинейный член в лагранжиане задавался в виде степенной функции от I, J .

Показано, что в случае линейного спинорного и линейного скалярного полей с минимальной связью заряд и спин спинорного поля являются ограниченной величиной, а плотность энергии системы определяется только за счет скалярного поля.

В случае нелинейного спинорного и линейного скалярного полей для S , которая связана с α как

$$S = C \exp -\alpha(x),$$

при некоторых специальных случаях допускает кинк-образное решение (рис. 1). На самом деле это возможно только нулевой массе спинорного поля, так как в противном случае ни при каких значениях x , $S(x)$ не может быть тривиальной. Заметим, что в рассматриваемом случае скалярное поле является линейным и безмассовым. Поскольку в отсутствии спинорного поля плотность энергии скалярного поля не локализована и полная энергия не ограничена, то в этом случае свойства полевых конфигураций определяются свойствами нелинейного спинорного поля.

В отсутствии спинорного поля в качестве нелинейного скалярного поля мы рассмотрели теорию Борна–Инфельда с лагранжианом

$$\Psi(\Upsilon) = -\frac{1}{\sigma} (1 - \sqrt{1 + \sigma \Upsilon}), \quad (6)$$

где σ есть параметр нелинейности. Показано, что в этом случае плотность энергии скалярного поля не локализована, однако в при некоторых условиях в единицу инвариантного объема она локализована, и полная энергия скалярного поля ограничена. В этом случае Υ имеет кинк-образный вид.

Таким образом мы рассмотрели систему нелинейного спинорного и нелинейного скалярного полей с минимальной связью в рамках плоско-симметричной

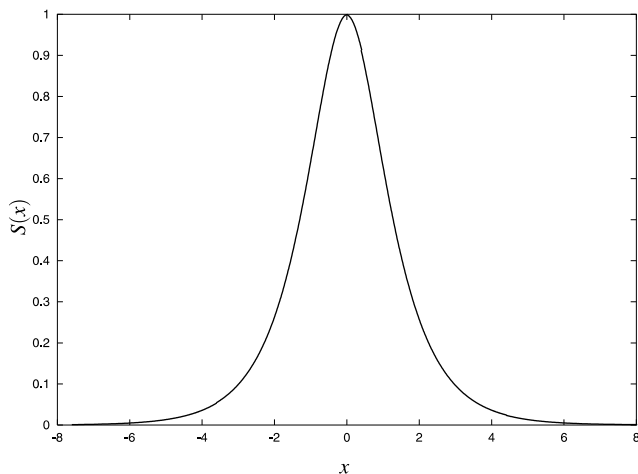


Рис. 1. Вид $S(x)$ в случае нелинейного спинорного поля с $n = 4$. Как видно, в рассматриваемом случае функция $S(x)$ имеет максимум в точке $x = 0$

космологической модели. Показано, что спинорное поле более чувствительно к гравитационному полю чем скалярное поле. Как ожидалось, плотность энергии и полная энергия системы линейного спинорного и линейного скалярного полей не ограничены, и система не имеет реальную физическую бесконечность. Введение нелинейного спинорного поля устраняет этот недостаток, и в этом случае система допускает конфигурацию с конечной плотностью и ограниченной полной энергией. В этом случае система становится наблюдаемой. Мы также установили, что свойства системы нелинейного спинорного и скалярного полей определяется той частью гравитационного поля, которая порождается нелинейным спинорным полем. Было показано, что вместе с нелинейным спинорным полем гравитационное поле тоже играет важную роль в формировании полевых конфигураций с ограниченной полной энергией, спином и зарядом. В общем было показано, что выбор нелинейности спинорного поля может устранять вклад скалярного поля в метрические функции, но при этом его вклад в полную энергию остается нетронутым.

Литература

1. *Thirring J. K., Skyrme T. H. R.* // Nuclear Physics. — Vol. 31. — 1962. — P. 550.
2. *Bronnikov K. A., Shikin G. N.* // Gravitation & Cosmology. — Vol. 7, No 3(27). — 2001. — P. 231.
3. *Бронников К. А., Шикин Г. Н.* Итоги науки и техники, Т. 2. Гравитация и космология. — М.: ВИНТИ, 1991. — С. 4.
4. *Рыбаков Ю. П., Саха Б., Шикин Г. Н.* // Известия ВУЗов. Физика. — Т. 35, № 10. — 1992. — С. 112.
5. *Rybakov Y. P., Saha B., Shikin G. N.* // Commun. Theor. Phys. — Vol. 3, No 1. — 1994. — P. 67.
6. *Rybakov Y. P., Saha B., Shikin G. N.* // Int. J. Theor. Phys. — Vol. 36. — 1997. — P. 1475.
7. *Rybakov Y. P., Saha B., Shikin G. N.* // Gravitation & Cosmology. — Vol. 4, No 2(14). — 1998. — P. 114.
8. *Saha B.* // Int. J. Mod. Phys. A. — Vol. 15. — 2000. — P. 1481.
9. *Rendall A. D.* // General Relat. Grav. — Vol. 27. — 1995. — P. 213.
10. *Taruya A., Nambu Y.* // Progress Theor. Phys. — Vol. 95. — 1996. — P. 295.
11. *Zhuravlev V. M., Chervon S. V., Shabalkin D. Y.* // Gravitation & Cosmology. — Vol. 3, No 4(14). — 1997. — P. 312.
12. *Silva M. F. A., Wang A.* // Phys. Lett. A. — Vol. 244. — 1998. — P. 462.
13. *Ori A.* // Phys. Rev. D. — Vol. 57. — 1998. — P. 4745.

14. *Chervon S. V., Shabalkin D. Y.* // Gravitation & Cosmology. — Vol. 6, No 1(21). — 2000. — P. 41.
15. *Anguige K.* // Class. Quant. Grav. — Vol. 17. — 2000. — P. 2117.
16. *Nouri-Zonoz M., Tavanfar A. R.* // Class. Quant. Grav. — Vol. 18. — 2001. — P. 4293.
17. *Pradhan A., Pandey H. R.* // Int. J. Mod. Phys. D. — Vol. 12. — 2003. — P. 941.
18. *Yazadjiev S. S.* // Class. Quant. Grav. — Vol. 20. — 2003. — P. 3365.
19. *Adomou A., Shikin G. N.* // Gravitation & Cosmology. — Vol. 4, No 2(14). — 1998. — P. 107.
20. *Saha B., Shikin G. N.* // J. Theor. Math. Comp. Phys. — Vol. 5. — 2002. — P. 54.
21. *Saha B., Shikin G. N.* // Czechoslovak J. Phys. — Vol. 54. — 2004. — P. 597.
22. *Saha B., Shikin G. N.* // Int. J. Theor. Phys. — Vol. 44. — 2005. — P. 1459.

Spinor Fields in Plane-Symmetric Space-Time

B. Saha^{*}, G. N. Shikin[†]

^{*} *Laboratory of Information Technologies
Joint Institute for Nuclear Research
Dubna, Moscow reg., 141980, Russia*

[†] *Department of Theoretical Physics
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

Within the framework of a plane-symmetric cosmological model system of a minimally coupled nonlinear spinor and scalar fields has been considered. It has been shown that the gravitational field plays crucial role in the formation of soliton-like solutions, i.e., solutions with limited total energy, spin and charge.