

Спинорные поля в космологии Бианки VI

Б. Саха

*Лаборатория информационных технологий
Объединенный институт ядерных исследований
Россия, 141980, Дубна, Московская обл.*

Получены точные решения самосогласованной системы уравнений нелинейных спинорных и скалярных полей в рамках космологической модели типа Бианки VI, заполненной идеальной жидкостью с учетом Λ -члена. Изучена роль пространственной неоднородности. Показано, что введение положительного Λ (наиболее широко распространенный вид темной энергии) приводит к быстрому росту вселенной, в то время как отрицательный, соответствующий дополнительной гравитационной энергии, генерирует колебательные или непериодические моды расширения.

Роль спинорного поля в развитии Вселенной была изучена множеством авторов [1–7]. Основная цель этих работ заключалась в нахождении регулярных решений соответствующих полевых уравнений. В качестве гравитационного поля в этих случаях рассматривалась анизотропная космологическая модель типа Бианки-I (BI). Было получено, что введение нелинейного спинорного поля в некоторых специальных случаях приводит к быстрому росту Вселенной. В свете этих исследований многие авторы [8–10] верят, что спинорное поле является одним из возможных кандидатов для объяснения ускоренного расширения Вселенной, которое наблюдается в последнее время.

Хотя в качестве анизотропной космологической модели космологи в основном рассматривают Бианки типа-I пространство-время, есть все еще несколько других моделей, которые описывают анизотропное пространство-время и производят специфический интерес среди физиков [11–18]. В недавних работах [19–21] мы изучили самосогласованную систему нелинейного спинорного и анизотропного неоднородного гравитационного полей, чтобы разъяснить роль нелинейности спинорного поля и неоднородности пространства-времени в формировании вселенной без сингулярностей. В качестве анизотропного пространства-времени мы выбрали Бианки типа-VI (BVI) модель, так как подходящий выбор его параметров приводит к появлению некоторых других Бианки моделей, включая вселенные BI и FRW. Отметим, это в отличие от BI, пространство-время BVI неоднородно. Включение неоднородность в поле тяготения значительно усложняет поиск точного решения системы. Была также исследована самосогласованная система спинорного, скалярного и гравитационного полей типа Бианки-VI в присутствии идеальной жидкости и космологической постоянной и изучена роль соответствующих материальных полей в эволюции вселенной. Цель статьи в подведении итогов сделанных работ.

Как было указано, эти работы проводились в течение нескольких лет и основные результаты были представлены на научных семинарах и конференциях и опубликованы в разных журналах. Поэтому мы опустим детали и уделим наше внимание на основному уравнению (уравнение для нахождения объем-фактора τ), так как все остальные, включая спинорное и скалярное поля, а также метрические функции, выражаются через него. Более того, другие физически измеряемые величины и инварианты пространства-времени также записываются в терминах τ . Отметим, что все эти величины обратно пропорциональны к τ (точнее $1/\tau^r$), где r — некоторые положительные числа.

Пространство-время Бианки-VI задается в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2 e^{-2mz} dx^2 - b^2 e^{2nz} dy^2 - c^2 dz^2, \quad (1)$$

где a , b , c зависят от времени t и m , n — некоторые постоянные, описывающие пространственную неоднородность.

Мы рассматриваем случай, когда полевые функции зависят только от t . В качестве нелинейности спинорного поля рассматривалась как степенная функция, так и тригонометрическая функция от инвариантов билинейных спинорных форм. Так как решения, полученные во всех этих случаях, качественно не отличаются, мы рассмотрим случай со степенной нелинейностью. Кроме того, мы также изучим случай, когда нелинейный член в лагранжиане является функцией от $S = \bar{\psi}\psi$. Подробно эти и другие результаты можно найти в работах [19].

Из уравнения Эйнштейна находим выражения для метрических функций

$$a = [\mathcal{N}\tau^n c^{m-2n}]^{1/(m+n)}, \quad b = [\tau^m c^{n-2m}/\mathcal{N}]^{1/(m+n)}, \quad (2)$$

где мы определили

$$\tau = abc. \quad (3)$$

Уравнение для нахождения τ в данном случае имеет вид

$$\frac{\ddot{\tau}}{\tau} = 2\frac{m^2 - mn + n^2}{c^2} + \frac{3\kappa}{2} \left[\frac{M}{\tau} + F_1 + \frac{1 - \zeta}{\tau^{1+\zeta}} \right] + 3\Lambda. \quad (4)$$

Здесь M — масса спинорного поля, ζ — параметр, описывающий идеальную жидкость. F_1 связан с нелинейностью спинорного поля. Если нелинейность спинорного поля задается в виде $F = \lambda S^\eta = \lambda/\tau^\eta$, то в случае самодействия имеем $F_1 = \lambda(\eta-2)/\tau^\eta$, а в случае индуцированной нелинейности имеем $F_1 = \lambda\eta\tau^{\eta-2}/(\lambda + \tau^\eta)^2$. Как видно, уравнение (4) содержит функцию c в явном виде. Для разрешения этой проблемы мы предположим, что c является функцией от τ . Тогда уравнения (4) можно будет записать в виде

$$\ddot{\tau} = \mathcal{F}(\tau, q). \quad (5)$$

Уравнение (5) допускает следующий первый интеграл

$$\dot{\tau} = \sqrt{2[E - U(\tau, q)]}, \quad (6)$$

где $U(\tau, q) = -\int \mathcal{F}(\tau, q)d\tau$. С механической точки зрения уравнение (5) можно интерпретировать как уравнение движения одной частицы с единичной массой под действием силы $\mathcal{F}(\tau, q)$. В (6) постоянная интегрирования E может быть рассмотрена как уровень энергии, а $U(\tau, q)$ потенциал. В дальнейшем мы решим уравнение (5) при (i) $c = \tau$ и (ii) $c = \sqrt{\tau}$.

Рассмотрим случай при $c = \tau$. Для потенциала имеем

$$\mathcal{U}(\tau, q) = -\left\{ 4(m^2 - mn + n^2)\ln \tau + 3\kappa[M\tau - \lambda/\tau^{\eta-2} + \tau^{1-\zeta}] + 3\Lambda\tau^2 \right\} \quad (7)$$

в случае самодействия и

$$\mathcal{U}(\tau, q) = -\left\{ 4(m^2 - mn + n^2)\ln \tau + 3\kappa[M\tau - \lambda/(\tau^\eta + \lambda) + \tau^{1-\zeta}] + 3\Lambda\tau^2 \right\} \quad (8)$$

в случае индуцированной нелинейности. Как видно из рис. 1, а также из выражения (7), при $\eta < 2$ возникает потенциальный барьер при больших значениях τ . С другой стороны, $\ln \tau$ порождает бесконечно высокий барьер при $\tau = 0$. Это приводит к появлению осциллирующих решений независимо от значения Λ . В случае $\eta > 2$, также как при индуцированной нелинейности имеем осциллирующие решения только при $\Lambda < 0$, а при $\Lambda \geq 0$ имеем модель расширяющейся Вселенной. Соответствующий потенциал представлен на рис. 2. Заметим, что в случае индуцированной нелинейности потенциал имеет примерно тот же вид что показан на рис. 2. Во всех этих случаях решение всюду регулярно, т.е. нигде и никогда τ не может быть тривиальным.

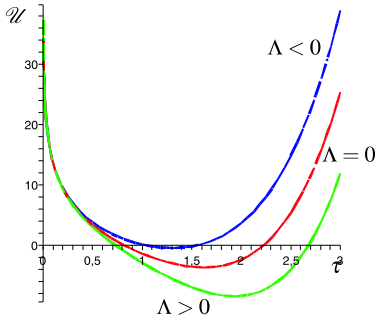


Рис. 1. Вид потенциала $\mathcal{U}$, заданного выражением (7) при $\eta = -3$

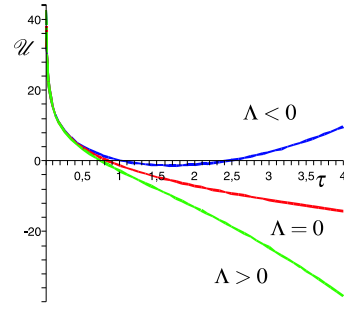


Рис. 2. Вид потенциала $\mathcal{U}$, заданного выражением (7) при $\eta = 3$

Теперь рассмотрим случай при $c = \sqrt{\tau}$. Для потенциала имеем

$$\mathcal{U}(\tau, q) = -\left\{4(m^2 - mn + n^2)\tau + 3\kappa[M\tau - \lambda/\tau^{\eta-2} + \tau^{1-\zeta}] + 3\Lambda\tau^2\right\} \quad (9)$$

в случае самодействия и

$$\mathcal{U}(\tau, q) = -\left\{4(m^2 - mn + n^2)\tau + 3\kappa[M\tau - \lambda/(\tau^\eta + \lambda) + \tau^{1-\zeta}] + 3\Lambda\tau^2\right\}. \quad (10)$$

При $\tau = 0$ потенциальный барьер в этом случае имеется только при $\eta > 2$. А при $\eta < 2$ возникает потенциальный барьер при больших значениях τ . При $\eta < 2$ имеется колебательное или непериодическое решение в зависимости от выбора уровня энергии E . В случае $\eta > 2$ решения всегда регулярные. При $\Lambda < 0$ оно колебательное, а при $\Lambda \geq 0$ имеем модель расширяющейся Вселенной, при этом положительная космологическая постоянная приводит к быстрому росту вселенной. При индуцированной нелинейности поведение τ совпадает с теми, что имеем при самодействии при $\eta > 2$, за исключением того, что решения в этом случае могут быть также сингулярными.

На рис. 3 и 4 представлены поведение τ при разных значениях Λ . На рис. 3 показан случай с ускоренными расширениями, а на рис. 4 представлены колебательное и непериодическое расширение Вселенной.

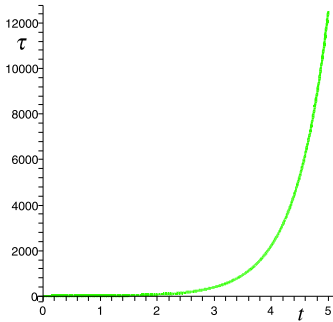


Рис. 3. Поведение τ при положительном Λ в случае индуцированной нелинейности

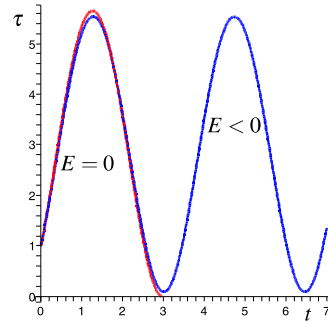


Рис. 4. Поведения τ при отрицательном Λ с разными значениями E

Литература

1. *Rybakov Y. P., Saha B., Shikin G. N.* // Commun. Theor. Phys. — Vol. 3. — 1994. — P. 199.
2. *Saha B., Shikin G. N.* // J. Math. Phys. — Vol. 38. — 1997. — P. 5305.
3. *Saha B., Shikin G. N.* // Gen. Relativ. Gravit. — Vol. 29. — 1997. — P. 1099.
4. *Saha B.* // Phys. Rev. D. — Vol. 64. — 2001.
5. *Saha B.* // Mod. Phys. Lett. A. — Vol. 16. — 2001. — P. 1287.
6. *Saha B., Boyadjiev T.* // Phys. Rev. D. — Vol. 69. — 2004. — http://www.jinr.ru/~bijan/my_papers/PRD24010.pdf.
7. *Armendáriz-Picón C., Greene P. B.* // Gen. Relativ. Gravit. — Vol. 35. — 2003. — P. 1637.
8. *Ribas M. O., Devecchi F. P., Kremer G. M.* // Phys. Rev. D. — Vol. 72. — 2005. — P. 123502.
9. *Saha B.* // Phys. Rev. D. — Vol. 74. — 2006. — P. 124030.
10. *Saha B.* // Gravitation & Cosmology. — Vol. 12, No 2–3 (46–47). — 2006. — P. 215.
11. *Singh T., Agrawal A. K.* // Int. J. Theor. Phys. — Vol. 32. — 1993. — P. 1041.
12. *Weaver M.* // Class. Quantum Grav. — Vol. 17. — 2000. — P. 421.
13. *Ibáñez J., van der Hoogen R., Coley A. A.* // Phys. Rev. D. — Vol. 51. — 1995. — P. 928.
14. *Socorro J., Medina E. R.* // Phys. Rev. D. — Vol. 61. — 2000. — P. 087702.
15. *Berger B. K.* // Class. Quantum Grav. — Vol. 13. — 1996. — P. 1273.
16. *Apostolopoulos P. A.* — e-print gr-qc/0310033.
17. *Christodoulakis T., Kofinas G., Papadopoulos G. O.* // Phys. Lett. B. — Vol. 514. — 2001. — P. 149.
18. *Christodoulakis T., Papadopoulos G. O.* — e-print gr-qc/0109058.
19. *Saha B.* // Phys. Rev. D. — Vol. 69. — 2004. — P. 124006.
20. *Saha B.* Nonlinear Spinor Field in Anisotropic Universes. — e-print gr-qc/0207025. — <http://xxx.lanl.gov/abs/gr-qc/0207025>.
21. *Saha B.* Interacting Spinor and Scalar Fields in Bianchi Cosmology. — e-print gr-qc/0701059. — talk given at the Conf. in memory of Prof. Ya. P. Terletski. Talk given at the Conf. in memory of Prof. Ya. P. Terletski.

Spinor Fields in Bianchi Type-VI Cosmology

B. Saha

*Laboratory of Information Technologies
Joint Institute for Nuclear Research
Dubna, Moscow reg., 141980, Russia*

Exact solutions to the self-consistent system of equations of interacting spinor and scalar fields are considered within the scope of Bianchi type VI cosmological model filled with a perfect fluid in account of a Λ -term have been obtained. The role of the spatial inhomogeneity has been studied. It has been shown that the introduction of a positive Λ , the most widespread kind of dark energy, leads to the rapid growth of the universe, while the negative one, corresponding to an additional gravitational energy gives rise to an oscillatory or non-periodic mode of expansion.