

УДК 519.217.2

Метод расчета вероятности сброса пакетов в алгоритме RED

А. В. Королькова

*Кафедра систем телекоммуникаций
Российский университет дружбы народов
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6*

В статье исследована модель функционирования алгоритма RED (Random Early Detection). Построена аналитическая модель в виде СМО $GI_{\lambda(\bar{q})}|M|1|R$ с пороговыми значениями для средней длины очереди и интенсивностью входящего потока $\lambda(\bar{q})$, зависящей от средней длины очереди $\bar{q}$.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: RED, вложенная цепь Маркова, вероятность сброса, средняя длина очереди.

Постановка задачи

Алгоритм RED [1] был создан для сетей пакетной коммутации и хорошо себя зарекомендовал при работе с протоколами, ориентированными на установление соединения, в частности, с протоколом TCP.

Алгоритм включает две процедуры — оценку средней длины очереди и принятие решения о сбросе пакета. Пакеты сбрасываются перед поступлением в очередь, не дожидаясь ее переполнения, что позволяет избежать перегрузок и обрабатывать пульсирующий трафик. Алгоритм инициирует снижение скорости передачи для протокола TCP, поскольку при потере хотя бы одного пакета протокол заново проводит синхронизацию соединения и корректирует размер окна, снижая интенсивность трафика.

На рис. 1 изображена диаграмма функционирования RED. Здесь $\bar{q}$ — средняя длина очереди пакетов на передачу, r_1 — минимальное и r_2 — максимальное пороговые значения средней длины очереди, $\pi_{\max}$ — максимальное значение вероятности $\pi(\bar{q})$ сброса пакета. Заметим, что вероятность сброса пакета в алгоритме RED зависит от значения средней длины очереди. Если значение средней длины очереди меньше минимального порога, то все приходящие пакеты принимаются. Если значение средней длины очереди находится между минимальным и максимальным порогами, то вероятность сброса входящего пакета вычисляется по формуле (1) и, следовательно, линейно возрастает от 0 до значения $\pi_{\max}$. Когда значение средней длины очереди становится больше максимального порога, все поступающие пакеты сбрасываются. На практике в действующем на сети оборудовании значение средней длины очереди $\bar{q}$ определяется статистически в режиме реального времени, и по формуле (1), реализованной в алгоритме RED, рассчитывается вероятность $\pi(\bar{q})$.

Известен ряд работ (см., например, [2–4]), где исследованы характеристики алгоритма RED. Результаты этих исследований получены путём измерений либо с помощью имитационного моделирования. В данной статье для анализа и расчёта вероятностных характеристик алгоритма RED использована модель в виде системы массового обслуживания (СМО) типа $GI|M|1|R$ [5]. Предварительные результаты исследования для СМО $M|M|1|R$ и опубликованы в [6].

Суть проблемы состоит в том, что интенсивность поступающего на СМО потока зависит от значения $\bar{q}$ средней длины очереди, которую необходимо определить

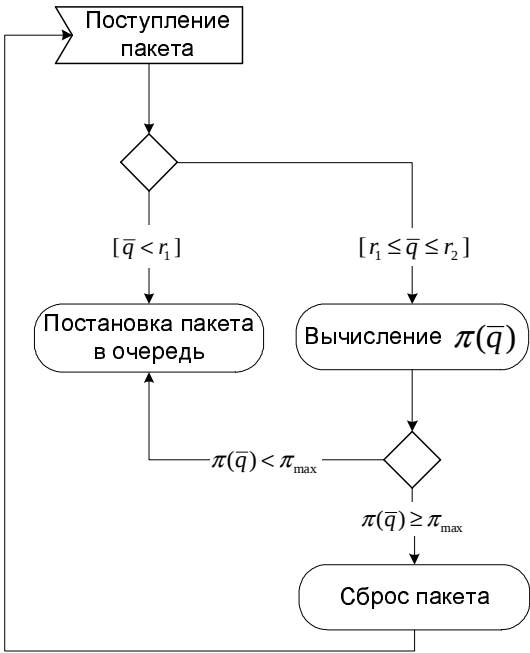


Рис. 1. Диаграмма функционирования RED.

в моменты времени, непосредственно предшествующие поступлению заявок. Кроме того, величины $\lambda(\bar{q})$ и $\pi(\bar{q})$ связаны соотношениями (1)–(2), которые представляют собой систему трансцендентных уравнений «неподвижной точки», решение которой предлагается искать методом последовательных приближений.

$$\pi(\bar{q}) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \bar{q} < r_1, \\ \frac{\bar{q} - r_1}{r_2 - r_1} \pi_{\max}, & r_1 \leq \bar{q} \leq r_2, \\ 1, & \bar{q} > r_2, \end{cases} \tag{1}$$

$$\lambda(\bar{q}) = \begin{cases} \lambda, & \bar{q} < r_1, \\ (1 - \pi(\bar{q}))\lambda, & r_1 \leq \bar{q} \leq r_2, \\ 0, & \bar{q} > r_2. \end{cases} \tag{2}$$

1. Метод расчета вероятности сброса

Обозначим через $\nu(t)$ число заявок в СМО в момент времени $t \geq 0$. Пусть τ_n , — момент поступления n -й заявки в СМО, $\nu_n^- = \nu(\tau_n - 0)$ — число заявок в СМО непосредственно перед поступлением n -й заявки. Последовательность $\{\nu_n^-, n \geq 0\}$ является цепью Маркова (ЦМ), для которой справедливо [5] следующее соотношение

$$\nu_{n+1}^- = \begin{cases} \min(\nu_n^- + 1 - \alpha_{n+1}, r_2 + 1), & \nu_n^- + 1 - \alpha_{n+1} > 0, \\ 0, & \nu_n^- + 1 - \alpha_{n+1} \leq 0. \end{cases} \tag{3}$$

Система уравнений равновесия для стационарных вероятностей q_i ЦМ $\{\nu_n^-, n \geq 0\}$ имеет вид:

$$\begin{cases} q_0 = \sum_{j=0}^{r_2+1} q_j \left(\sum_{m=j+1}^{\infty} \alpha_m \right), \\ q_i = \sum_{j=i-1}^{r_2} q_j \alpha_{j-i+1} + q_{r_2+1} \alpha_{r_2-i+1}, \quad i = \overline{1, r_2+1}, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\alpha_k = \int_0^{\infty} \frac{(\mu x)^k}{k!} e^{-\mu x} dA(x), \quad k = \overline{0, r_2}. \quad (5)$$

Пусть $g_i = \frac{q_i}{q_{i-1}}$, $i = \overline{1, r_2+1}$, $g_0 \equiv 1$. Тогда

$$q_i = g_i q_{i-1} = g_i g_{i-1} q_{i-2} = \dots = \prod_{m=1}^i g_m q_0, \quad i = \overline{1, r_2+1}. \quad (6)$$

Из (4) и (6) следует, что

$$\begin{cases} g_{r_2+1} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}, \\ g_{r_2} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - g_{r_2+1} \alpha_1}, \\ g_{r_2-i} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \sum_{k=2}^{i+1} \alpha_k \prod_{m=1}^{k-1} g_{r_2-i+m} - \alpha_{i+1} \prod_{m=1}^{i+1} g_{r_2-i+m}}, \quad i = \overline{1, r_2-1}, \\ g_0 \equiv 1, \end{cases} \quad (7)$$

а из условия нормировки получаем

$$q_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{r_2+1} \prod_{m=1}^i g_m}. \quad (8)$$

Формулы (6)–(8) определяют метод расчёта распределения q_i , $i = \overline{0, r_2+1}$, зная которые можно вычислить значение средней длины очереди $\bar{q}$ в моменты поступления в СМО заявок:

$$\bar{q} = \sum_{i=0}^{r_2+1} i q_i. \quad (9)$$

Ниже предложен итерационный алгоритм расчёта вероятности $\pi(\bar{q})$ по формулам (1)–(2), где значение $\bar{q}$ вычислено по формуле (9). Исходными данными для вычисления являются значения величин α_k , r_1 , r_2 и $\pi_{\max}$.

Алгоритм расчёта вероятности $\pi(\bar{q})$

- 1: $\ell \leftarrow 1, \bar{q}^\ell \leftarrow 0, \lambda(\bar{q}^\ell) \leftarrow \lambda$
- 2: для $j = 0, 1, \dots, r_2 + 1$ вычислить q_j^ℓ по формулам (6)–(8)
- 3: вычислить $\bar{q}^\ell, \pi(\bar{q}^\ell), \lambda(\bar{q}^\ell)$ по формулам (9), (1)–(2)
- 4: если $|\pi(\bar{q}^\ell) - \pi(\bar{q}^{\ell-1})| \leq \varepsilon$, то
- 5: $\ell \leftarrow \ell + 1$ и перейти на шаг 2
- 6: иначе вернуть $\ell, \bar{q}^\ell, \pi(\bar{q}^\ell), \lambda(\bar{q}^\ell)$

Заметим, что на шаге 2 алгоритма требуются значения величин $\alpha_k, k = \overline{0, r_2}$, которые зависят от вида функции распределения $A(x)$ интервалов между поступлениями заявок в СМО $GI|M|1|R$. В приведённом далее примере численного анализа рассматривается случай системы $M|M|1|R$, в котором нетрудно убедиться, что величины α_k вычисляются рекуррентно по формулам

$$\begin{cases} \alpha_0 = \frac{\rho}{\rho + 1}, \\ \alpha_k = \frac{1}{\rho + 1} \alpha_{k-1}, \quad k = \overline{1, r_2}, \quad \rho = \lambda/\mu. \end{cases}$$

Численный анализ

Проиллюстрируем применение предложенного метода для случая пуассоновского входящего потока (СМО $M|M|1|r_2$). Исходные параметры имели следующие значения: $r_1 = 5, r_2 = 20, \pi_{\max} = 0,4, \varepsilon = 10^{-4}$.

На рис. 2 показано изменение значений вероятности сброса $\pi(\bar{q})$ относительно числа итераций. За конечное число итераций вероятность сброса сходится к единственному значению. Это говорит о том, что при различных параметрах можно прогнозировать оптимальное значение вероятности сброса для реальных систем.

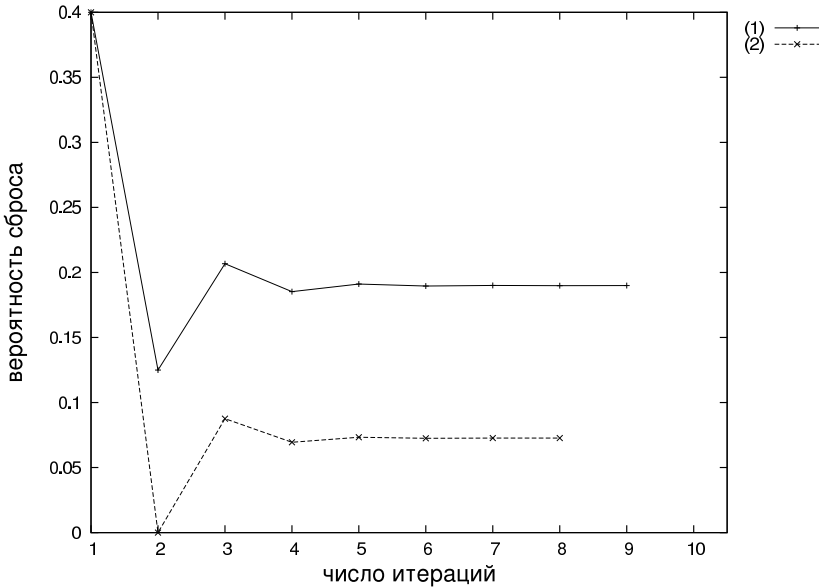


Рис. 2. Изменение значений вероятности сброса $\pi(\bar{q})$ относительно числа итераций: (1) $\lambda = 16, \mu = 4$; (2) $\lambda = 4, \mu = 2$.

На рис. 3 показано изменение оптимальных значений средней длины очереди $\bar{q}$ относительно нагрузки $\rho(\bar{q})$. Значение средней длины очереди $\bar{q}$ даже при высокой нагрузке не превышает максимально возможного значения.

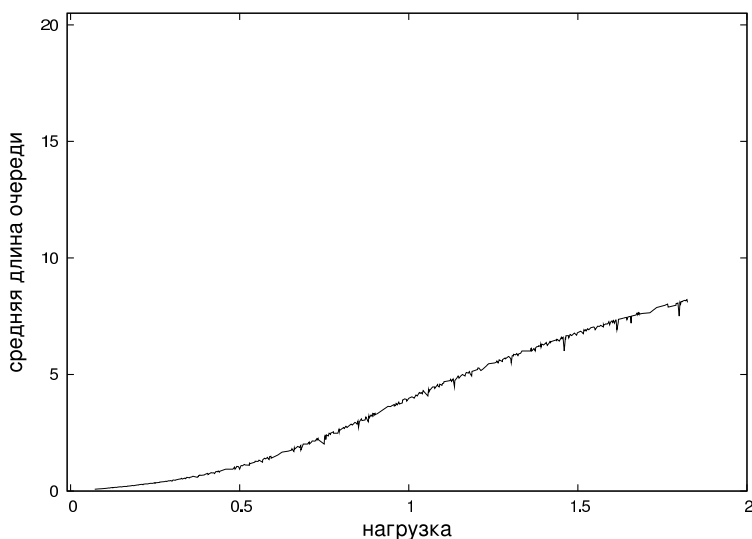


Рис. 3. Изменение оптимальных значений средней длины очереди $\bar{q}$ относительно нагрузки $\rho(\bar{q})$.

На рис. 4 показано изменение оптимальных значений вероятности сброса $\pi(\bar{q})$ относительно средней длины очереди $\bar{q}$. Значения вероятности сброса лежат на теоретической кривой и не превышают заданного максимального значения.

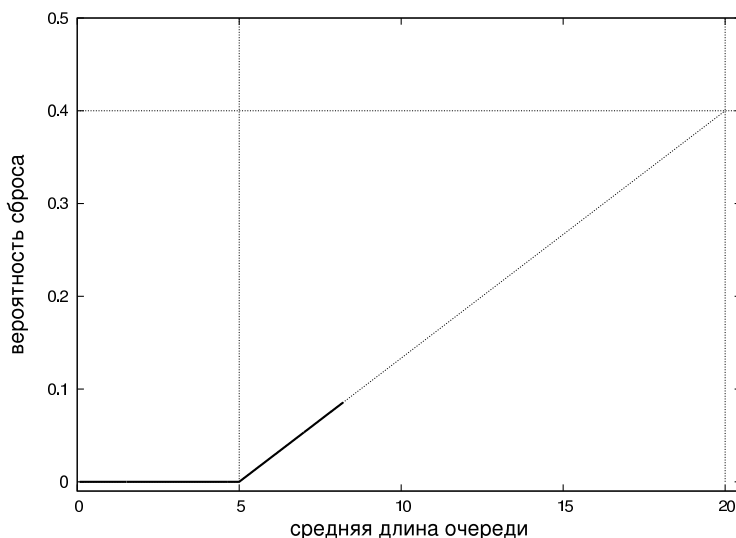


Рис. 4. Изменение оптимальных значений вероятности сброса $\pi(\bar{q})$ относительно средней длины очереди $\bar{q}$.

Заключение

Построена аналитическая модель для расчета вероятности сброса пакетов в алгоритме RED в виде системы $GI_{\lambda(\bar{q})}|M|1|R$ с порогами для значений средней длины очереди и интенсивностью входящего потока $\lambda(\bar{q})$, зависящей от средней

длины очереди $\bar{q}$. На основе аналитической модели разработан итерационный алгоритм, позволяющий за конечное число итераций рассчитать оптимальные значения вероятности сброса пакета при различных параметрах системы. Показано, что при высоком значении нагрузки оптимальное значение средней длины очереди никогда не превышает максимального порога и, следовательно, оптимальное значение вероятности сброса остаётся на низком уровне.

Литература

1. *Floyd S., Jacobson V.* Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance // IEEE/ACM Transactions on Networking. — No 1(4). — 1993. — Pp. 397–413.
2. *Floyd S.* RED: Discussions of Setting Parameters. — 1997. — <http://www.aciri.org/floyd/REDparameters.txt>.
3. Reasons not to deploy RED / M. May, J. Bolot, C. Diot, B. Lyles // Proceedings of IWQoS'99. — 1999. — Pp. 260–262.
4. *May M., Bonald T., Bolot J.-C.* Analytical evaluation of RED performance // Proceedings of IEEE INFOCOM 2000. — 2000.
5. *Бочаров П., Печинкин А. В.* Теория массового обслуживания. — М.: Изд-во РУДН, 1995. — С. 529.
6. *Королькова А. В., Кулябов Д. С.* Аналитическая модель для расчета вероятности сброса пакетов в алгоритме RED // Труды конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы» / МТУСИ. — М.: 2006. — С. 24.

UDC 519.217.2

The Methods of Drop Probability Calculation for RED Algorithm

A. V. Korolkova

*Telecommunication Systems Department
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

The analytic model of the functioning of RED algorithm is examined in the article. The model is based on the queueing system $GI_{\lambda(\bar{q})}|M|1|R$ with thresholds for the queue length average and the income flow rate $\lambda(\bar{q})$, dependent on queue length average, was developed.