



# Математическое моделирование

УДК 535.012.2

DOI: 10.22363/2312-9735-2018-26-2-119-128

## Собственные волны плоского симметричного анизотропного волновода

О. Н. Бикеев\*, К. П. Ловецкий†, А. Л. Севастьянов†

\* *Институт физических исследований и технологий  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

† *Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Москва, Россия, 117198*

Получены точные дисперсионные уравнения для плоского симметричного диэлектрического анизотропного волновода, в котором изотропным является волноведущий слой, а обрамляющие среды предполагаются анизотропными одноосными средами. Тензоры диэлектрической проницаемости обрамляющих сред при этом не предполагаются диагональными, а именно — у одной из них этот тензор образован путём поворота диагонального тензора на некоторый угол между оптической осью анизотропной среды и направлением распространения электромагнитной волны. Тензор диэлектрической проницаемости другой анизотропной среды повёрнут на такой же угол, но в противоположном направлении, при этом оптические оси обеих обрамляющих сред лежат в плоскости, параллельной границам волноведущей структуры. Таким образом, в обрамляющих средах поддерживается существование шестикомпонентных электромагнитных волн.

В дисперсионных свойствах такого волновода наблюдаются некоторые особенности, по сравнению со случаем, когда обрамляющие среды предполагаются изотропными.

Обнаружено, что первая симметричная мода такого волновода имеет конечное замедление при нулевой толщине изотропного слоя, что говорит о возможности возникновения поверхностных электромагнитных волн (так называемых волн Дьяконова) на границах этого изотропного слоя. Отмечено, что переход антисимметричной моды в Дьяконовскую волну происходит при конечной толщине волноведущего слоя. Приведены зависимости величины замедления элементарной (симметричной) моды от угла поворота оптической оси анизотропных сред относительно направления распространения направляемой волны волноводной структуры.

Кроме дисперсионных свойств такого волновода исследованы поперечные распределения полей направляемой электромагнитной волны, приведены точные аналитические выражения для амплитуд полей этой волны.

**Ключевые слова:** поверхностная электромагнитная волна, анизотропная среда, тензор диэлектрической проницаемости, волноводные моды, поперечное распределение амплитуд, направляемые волны

## 1. Введение

Интерес исследователей к свойствам волн Дьяконова является постоянным на протяжении нескольких десятков лет. За это время изучены многие особенности таких волн, возникающих на границах анизотропных сред в различных геометриях. Наиболее важной особенностью волн Дьяконова является (в отличие от плазмонов) отсутствие потерь энергии по мере их распространения вдоль границы анизотропной среды.

Основные результаты исследования свойств таких волн достаточно подробно изложены в обзорах [1, 2]. Следует отметить, что за столь долгий период исследования

Статья поступила в редакцию 9 января 2018 г.

Публикация подготовлена при поддержке Программы РУДН «5–100» и при частичной поддержке гранта РФФИ 18-07-00567.

волн Дьяконова экспериментальных работ проведено очень мало [3], что обусловлено, может быть, специфическими условиями существования этих волн.

Многие авторы считают, что для их наблюдения можно использовать свойства тонкоплёночных оптических волноводов, волноведущий слой которых либо является анизотропным, либо окружающие среды являются анизотропными. Показано [4, 5], что при некоторых условиях удаётся выделить случай, когда перенос энергии по волноведущей структуре осуществляется только за счёт волн Дьяконова.

Настоящая работа ставит своей целью выбор такой анизотропной волноводной структуры, которая бы допускала распространение в ней волн Дьяконова и, с другой стороны, позволяла бы провести экспериментальную проверку полученных результатов.

## 2. Выбор волноведущей структуры

В качестве материала для волноведущего слоя возьмём изотропную среду, диэлектрическая проницаемость которой равна  $\varepsilon_s$ , а обрамляющие среды будем считать анизотропными с диэлектрической проницаемостью  $\hat{\varepsilon}_{1,2}$ . Используемая система координат приведена на рис. 1. Предположим, что электромагнитные волны распространяются вдоль оси Z, а по оси Y структура не ограничена. Все три среды являются немагнитными и непоглощающими.

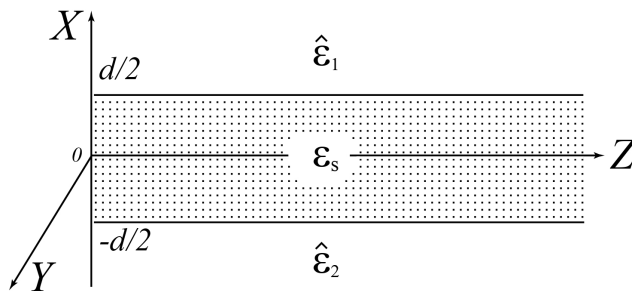


Рис. 1. Система координат и исследуемая волноводная структура

Тензоры диэлектрической проницаемости обрамляющих сред определяются следующим образом. Исходный тензор в диагональном виде выглядит как:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{bmatrix}.$$

Оптическая ось направлена вдоль OZ. При повороте по часовой стрелке на угол  $\phi$  вокруг оси OX компоненты тензора преобразуются в соответствии с матрицами поворота  $C_1(\phi)$  и  $C_2(\phi)$  [6]

$$C_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad C_2(\phi) = C_1(-\phi).$$

Результирующие тензоры диэлектрической проницаемости  $\hat{\varepsilon}_1$  и  $\hat{\varepsilon}_2$  обрамляющих сред вычисляются по формулам

$$\varepsilon_1 = \mathbf{C}_1 \varepsilon \mathbf{C}_1^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}(\phi) & \varepsilon_{23}(\phi) \\ 0 & \varepsilon_{23}(\phi) & \varepsilon_{33}(\phi) \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_2(\phi) = \varepsilon_1(-\phi).$$

Таким образом, для среды при  $X > d/2$  элементы тензора вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22}(\phi) &= \varepsilon_o \cos^2 \phi + \varepsilon_e \sin^2 \phi, & \varepsilon_{33}(\phi) &= \varepsilon_o \sin^2 \phi + \varepsilon_e \cos^2 \phi, \\ \varepsilon_{23}(\phi) &= \varepsilon_{32}(\phi) = -\sin \phi \cos \phi (\varepsilon_e - \varepsilon_o), \end{aligned}$$

а для среды при  $X < -d/2$  по формулам с учётом изменения знака угла поворота на обратный

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22}(\phi) &= \varepsilon_o \cos^2 \phi + \varepsilon_e \sin^2 \phi, & \varepsilon_{33}(\phi) &= \varepsilon_o \sin^2 \phi + \varepsilon_e \cos^2 \phi, \\ \varepsilon_{23}(\phi) &= \varepsilon_{32}(\phi) = \sin \phi \cos \phi (\varepsilon_e - \varepsilon_o). \end{aligned}$$

В сформированной таким образом анизотропной структуре будем искать решение уравнений Максвелла для направляемых (волноводных) электромагнитных волн, распространяющихся вдоль оси  $OZ$ , которая является биссектрисой угла между оптическими осями верхней и нижней анизотропных сред. Пусть зависимость полей электромагнитных волн от времени и координат имеет вид  $\exp\{-i[\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z)]\}$ , где  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)^T$  — волновой вектор.

Для каждой из этих волн должно выполняться волновое уравнение (в гауссовой системе), полученное из уравнений Максвелла в векторной форме:

$$\left[ \vec{k} \times \vec{H} \right] = -k_0 \vec{D}, \quad \left[ \vec{k} \times \vec{E} \right] = k_0 \vec{H}, \quad \left( \vec{k} \cdot \vec{H} \right) = 0, \quad \left( \vec{k} \cdot \vec{E} \right) \neq 0.$$

Это уравнение имеет вид:  $\left[ \vec{k} \times \left[ \vec{k} \times \vec{E} \right] \right] + k_0^2 \cdot \vec{D} = \vec{0}$ , где  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ,  $\vec{D} = \varepsilon(\phi) \cdot \vec{E}$ .

Не теряя общности, можно предположить, что решением этого волнового уравнения является набор плоских волн с фазовыми фронтами параллельными оси  $OY$ , или  $\partial/\partial y = 0$ , а с ним и  $k_y = 0$ .

### 3. Дисперсионные уравнения для направляемых мод

Имея в виду эти предварительные замечания, представим поля в волноведущем слое ( $\varepsilon_s$ ) в виде суперпозиции ТЕ- и ТМ- волн, поскольку в обрамляющих анизотропных средах предполагается наличие шестикомпонентных волн. Пусть ТЕ-волна с положительным поперечным волновым числом  $k_x$  имеет амплитуду  $A$ ,  $B$  — амплитуда ТМ-волны с положительным  $k_x$ . Для ТЕ- и ТМ-волн, имеющих отрицательный  $k_x$ , обозначим амплитуды через  $C$  и  $D$  соответственно. Тогда суммарные поля в изотропном слое можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{E}_s(x) &= \begin{pmatrix} -\frac{\gamma}{k_x} \cdot B \cdot e^{ik_x x} + \frac{\gamma}{k_x} \cdot D \cdot e^{-ik_x x} \\ \frac{1}{k_x} \cdot A \cdot e^{ik_x x} - \frac{1}{k_x} \cdot C \cdot e^{-ik_x x} \\ B \cdot e^{ik_x x} + D \cdot e^{-ik_x x} \end{pmatrix} \cdot e^{i\gamma z} \cdot e^{-i\omega t}, \\ \vec{H}_s(x) &= \begin{pmatrix} -\frac{\gamma}{k_x} \cdot A \cdot e^{ik_x x} + \frac{\gamma}{k_x} \cdot C \cdot e^{-ik_x x} \\ -\frac{\varepsilon_s}{k_x} \cdot B \cdot e^{ik_x x} + \frac{\varepsilon_s}{k_x} \cdot D \cdot e^{-ik_x x} \\ A \cdot e^{ik_x x} + C \cdot e^{-ik_x x} \end{pmatrix} \cdot e^{i\gamma z} \cdot e^{-i\omega t}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь введены следующие обозначения:  $\gamma$  — продольное волновое число, нормированное на  $k_0$ ,  $k_x$  — поперечное волновое число волноведущего слоя, также нормированное на  $k_0$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  — неизвестные амплитуды,  $x$  — поперечная координата,  $z$  — продольная координата. Множитель  $e^{-i\omega t}$  в дальнейшем будем подразумевать, не указывая в явном виде.

Для записи амплитуд напряжённостей полей в окружающих средах необходимо решить задачу на собственные значения и собственные волны выведенного в предыдущем разделе волнового уравнения, что подробно сделано в работах [7, 8]. Здесь же приведём окончательные выражения.

В верхней среде (см. рис. 1) эти поля состоят из линейной комбинации обыкновенной и необыкновенной волн с различными амплитудами ( $F$  и  $E$ ):

$$\begin{aligned} \vec{E}_t(x) &= \begin{vmatrix} i\gamma \left[ E \frac{T_e}{T_o^2} e^{-T_e(x-\frac{d}{2})} + F \frac{1}{T_o} e^{-T_o(x-\frac{d}{2})} \right] \\ -\frac{\varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi}{T_o^2} E e^{-T_e(x-\frac{d}{2})} - \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} F e^{-T_o(x-\frac{d}{2})} \\ E e^{-T_e(x-\frac{d}{2})} + F e^{-T_o(x-\frac{d}{2})} \end{vmatrix} \cdot e^{i\gamma z}, \\ \vec{H}_t(x) &= \begin{vmatrix} \gamma \cdot \left[ \frac{\varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi}{T_o^2} E e^{-T_e(x-\frac{d}{2})} + \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} F e^{-T_o(x-\frac{d}{2})} \right] \\ i\varepsilon_o \cdot \left[ \frac{T_e}{T_o^2} E e^{-T_e(x-\frac{d}{2})} + \frac{1}{T_o} F e^{-T_o(x-\frac{d}{2})} \right] \\ -i \cdot \left[ T_e \frac{\varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi}{T_o^2} E e^{-T_e(x-\frac{d}{2})} + T_o \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} F e^{-T_o(x-\frac{d}{2})} \right] \end{vmatrix} \cdot e^{i\gamma z}. \end{aligned} \quad (2)$$

Обозначения здесь следующие:  $T_o$  — мнимая часть поперечного волнового числа обыкновенной волны, нормированная на  $k_0$ ,  $T_o = \sqrt{\gamma^2 - \varepsilon_o}$ ;  $T_e$  — мнимая часть поперечного волнового числа необыкновенной волны (нормировано на  $k_0$ ),  $T_e = \sqrt{\gamma^2 \left( 1 + \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_o} \cos^2 \varphi \right) - \varepsilon_e}$ ,  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_e - \varepsilon_o$ ,  $\varphi$  — угол поворота осей симметрии верхней анизотропной среды (положительный);  $E$  и  $F$  — неизвестные амплитуды необыкновенной и обыкновенной волн в верхней анизотропной среде.

В нижней анизотропной среде поля записываются аналогичным образом, но поперечные волновые числа должны быть отрицательными (что приведёт к экспоненциальному убыванию всех амплитуд при удалении от волноводного слоя), отрицательным должен быть и угол поворота  $\varphi$ .

$$\begin{aligned} \vec{E}_d(x) &= \begin{vmatrix} -i\gamma \left[ G \frac{T_e}{T_o^2} e^{T_e(x+\frac{d}{2})} + H \frac{1}{T_o} e^{T_o(x+\frac{d}{2})} \right] \\ \frac{\varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi}{T_o^2} G e^{T_e(x+\frac{d}{2})} + \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} H e^{T_o(x+\frac{d}{2})} \\ G e^{T_e(x+\frac{d}{2})} + H e^{T_o(x+\frac{d}{2})} \end{vmatrix} \cdot e^{i\gamma z}, \\ \vec{H}_d(x) &= \begin{vmatrix} -\gamma \cdot \left[ \frac{\varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi}{T_o^2} G e^{T_e(x+\frac{d}{2})} + \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} H e^{T_o(x+\frac{d}{2})} \right] \\ -i\varepsilon_o \cdot \left[ \frac{T_e}{T_o^2} G e^{T_e(x+\frac{d}{2})} + \frac{1}{T_o} H e^{T_o(x+\frac{d}{2})} \right] \\ -i \cdot \left[ T_e \frac{\varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi}{T_o^2} G e^{T_e(x+\frac{d}{2})} + T_o \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} H e^{T_o(x+\frac{d}{2})} \right] \end{vmatrix} \cdot e^{i\gamma z}, \end{aligned} \quad (3)$$

$G$  и  $H$  — амплитуды необыкновенной и обыкновенной волн в нижней анизотропной среде.

Сшивая тангенциальные компоненты полей на границах волноведущего слоя  $\pm d/2$ , получим уравнение вида:

$$\mathbf{M}(A, B, \dots, H)^T = \mathbf{0}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{M}[\varepsilon_o, \varepsilon_e, \pm d/2, \pm \phi]$  — квадратная матрица размером  $8 \times 8$ , а  $(A, B, \dots, H)^T$  — вектор неизвестных амплитуд.

Требую равенства нулю определителя матрицы  $\mathbf{M}$ , получим дисперсионные уравнения. Поскольку исследуемая волноведущая структура симметрична, то, как и следовало ожидать, дисперсионных уравнений будет два, одно из них для симметричных мод структуры, другое — для антисимметричных. Каждое из этих уравнений является квадратным, поэтому даёт два корня. Итак, для симметричных мод:

$$\operatorname{tg} \psi_{1,2} = \frac{M(T_o \varepsilon_s + T_e \varepsilon_o) \mp \sqrt{M^2(T_o \varepsilon_s + T_e \varepsilon_o)^2 - 4NL T_o^2 \varepsilon_s \varepsilon_o}}{2k_x N \varepsilon_o}, \quad (5)$$

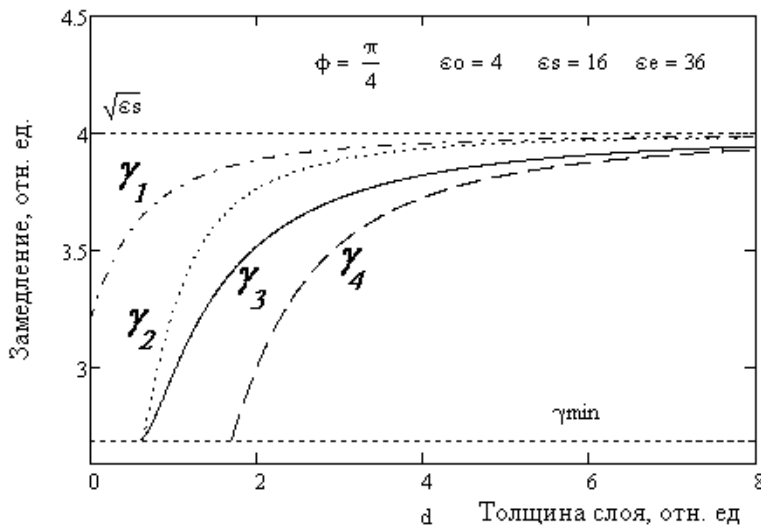
где для краткости введены обозначения:

$$M = (T_o^2 - \varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi^2), \quad N = (T_e T_o - \varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi^2), \quad L = \left( T_o^2 - \frac{T_e}{T_o} \varepsilon_o \operatorname{tg} \varphi^2 \right).$$

Для антисимметричных мод:

$$\operatorname{ctg} \psi_{3,4} = -\frac{M(T_o \varepsilon_s + T_e \varepsilon_o) \mp \sqrt{M^2(T_o \varepsilon_s + T_e \varepsilon_o)^2 - 4NL \varepsilon_s \varepsilon_o}}{2k_x N \varepsilon_o}, \quad \psi = \frac{k_x d}{2}. \quad (6)$$

Графически зависимости замедлений этих мод от толщины изотропного слоя выглядят следующим образом:

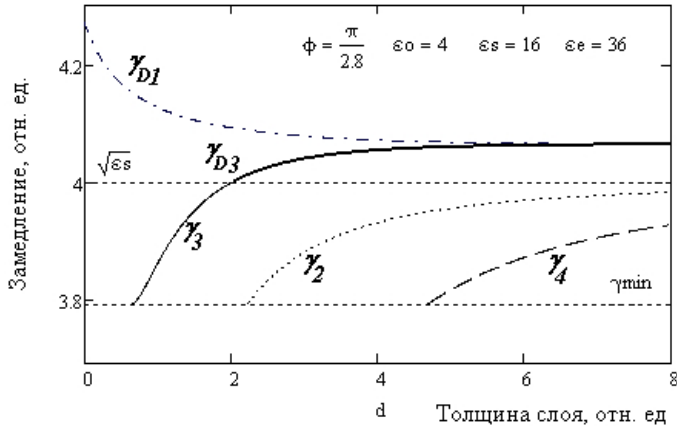


**Рис. 2.** Зависимость замедления от толщины изотропного слоя:  $\gamma_{1,2}$  — симметричные моды,  $\gamma_{3,4}$  — антисимметричные

Уровень  $\gamma_{\min} = \sqrt{\varepsilon_e / (1 + (\Delta\varepsilon/\varepsilon_o) \cos \varphi^2)}$  получается из условия  $T_e = 0$ , при  $\gamma < \gamma_{\min}$  исследуемая структура переходит в режим излучения в окружающие анизотропные среды, так как  $T_e$  становится мнимой величиной.

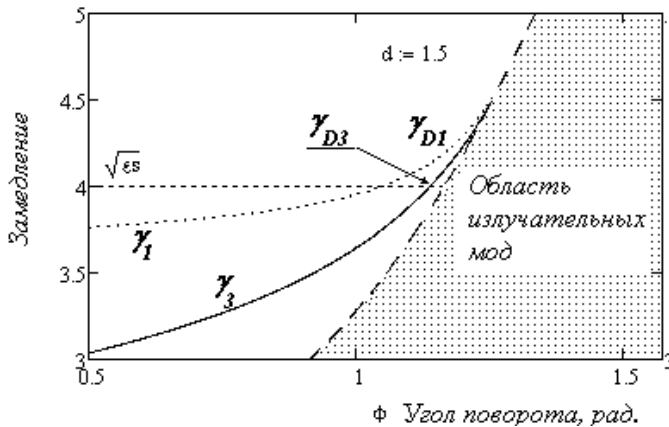
Отметим одну интересную особенность на рис. 2, а именно — простейшая симметричная мода волноводной структуры  $\gamma_1$  при нулевой толщине изотропного слоя имеет замедление, превышающее  $\gamma_{\min}$ . Как было показано в [8–10], вдоль границы раздела анизотропных сред в этом случае может распространяться поверхностная (Дьяконовская [11]) электромагнитная волна, замедление которой зависит от угла поворота  $\varphi$ .

Но и в исследуемой нами волноводной структуре простейшая мода  $\gamma_1$  может трансформироваться при определённых условиях в поверхностную, Дьяконовскую, моду. Для этого необходимо лишь подобрать соответствующий угол поворота, что иллюстрирует рис. 3.



**Рис. 3. Совокупность поверхностных ( $\gamma_{D1}, \gamma_{D3}$ ) и волноводных мод ( $\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ ) исследуемой структуры**

Естественно, что при вычислении  $\gamma_{D1,3}$  по дисперсионным уравнениям (5) и (6) использована подстановка  $k_x = i\sqrt{\gamma^2 - \epsilon_0} = iK_x$ ,  $\psi = i\Psi$ ,  $\Psi = K_x d/2$ , позволяющая вычислять Дьяконовские моды. Как видно из рис. 3, в поверхностные моды переходят первая симметричная и первая антисимметричная волноводные моды. Отметим, что диапазон углов поворота, при которых существуют поверхностные моды довольно узкий, в чём можно убедиться, построив зависимость замедлений по (5) и (6) от угла поворота при фиксированной толщине изотропного слоя  $d$  (рис. 4).



**Рис. 4. Зависимость замедления от угла поворота для простейших симметричной и антисимметричной мод. Переход в поверхностные моды происходит, когда замедление превышает  $\sqrt{\epsilon_s}$ . Пунктирная линия соответствует условию  $T_e = 0$**

#### 4. Собственные поля направляемых мод

Выяснив в основном дисперсионные свойства исследуемой структуры, перейдём теперь к вычислению амплитуд полей собственных электромагнитных волн для каждой из четырёх мод, описываемых вектором  $A, B, \dots, H)^T$ . Поскольку уже известны все собственные числа для матрицы  $\mathbf{M}[\varepsilon_o, \varepsilon_e, \pm d/2, \pm \phi]$  в (4), то не составляет труда вычислить и неизвестные амплитуды из уравнения (4). В результате имеем:

Для симметричных мод (5):

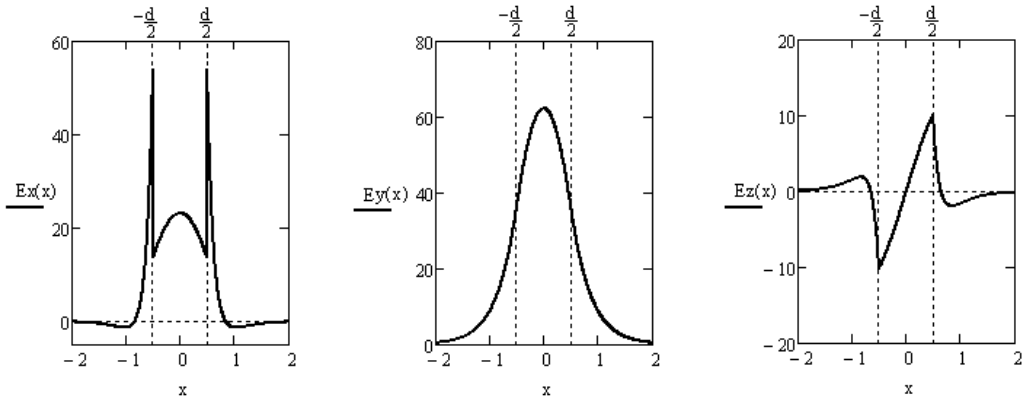
$$\begin{aligned} A_s &= \frac{T_o^2 \varepsilon_s \cos \psi L - T_e k_x \varepsilon_o \sin \psi M}{T_o^2 k_x \operatorname{tg} \varphi}, & B_s &= -i \varepsilon_o \sin \psi \frac{T_e - T_o}{T_o}, \\ E_s &= 2 \sin \psi \frac{T_o \varepsilon_s \cos \psi - k_x \varepsilon_o \sin \psi}{k_x}, & F_s &= -2 \sin \psi \frac{T_o^2 \varepsilon_s \cos \psi - T_e k_x \varepsilon_o \sin \psi}{T_o k_x}, \\ C_s &= A_s, & D_s &= -B_s, & G_s &= -E_s, & H_s &= -F_s. \end{aligned} \quad (7)$$

Для антисимметричных мод (6):

$$\begin{aligned} A_{as} &= i \frac{T_o^2 \varepsilon_s \sin \psi L + T_e k_x \varepsilon_o \cos \psi M}{T_o^2 k_x \operatorname{tg} \psi}, & B_{as} &= -\varepsilon_o \cos \psi \frac{T_e - T_o}{T_o}, \\ E_{as} &= 2 \cos \psi \frac{T_o \varepsilon_s \sin \psi + k_x \varepsilon_o \cos \psi}{k_x}, & F_{as} &= -2 \cos \psi \frac{T_o^2 \varepsilon_s \sin \psi + T_e k_x \varepsilon_o \cos \psi}{T_o k_x}, \\ C_{as} &= A_{as}, & D_{as} &= B_{as}, & G_{as} &= E_{as}, & H_{as} &= F_{as}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь, напомним,  $\psi = k_x d/2$ .

Теперь, воспользовавшись выражениями (1), (2) и (3), можно вычислить компоненты всех полей для любой из выводных мод рассматриваемой структуры. В качестве примера на рис. 5 приведены графики поперечного распределения компонент напряжённости электрического поля простейшей симметричной моды при следующих параметрах волноведущей структуры:  $\varphi = 0,203$  рад,  $\varepsilon_s = 16$ ,  $\varepsilon_e = 36$ ,  $\varepsilon_o = 4$ .



**Рис. 5.** Поперечные распределения компонент электрического поля для простейшей симметричной моды. Все величины выражены в относительных единицах,  $d$  — толщина изотропного слоя (в единицах длины волны)

Аналогичные зависимости для режима Дьяконовских мод можно получить с учётом указанной выше замены:  $k_x = i\sqrt{\gamma^2 - \varepsilon_o} = iK_x$ ,  $\psi = i\Psi$ . Эти зависимости

количественно будут подобны указанным на рис. 5, с той лишь разницей, что все тригонометрические функции станут гиперболическими.

## 5. Заключение

Таким образом, нам удалось показать, что в исследуемой волноведущей структуре возможна реализация двух типов распространения направляемых волн — обычное волноводное распространение и смешанный тип, когда наряду с обычными волноводными присутствуют и поверхностные волны Дьяконовского типа. Переключение между указанными режимами можно обеспечить путём подбора угла между оптическими осями обрамляющих сред и направлением фазовой скорости волноводной волны. Наряду с этим получены точные аналитические выражения как для фазовых скоростей, так и для компонент напряжённостей полей направляемых волн различных типов. Отмечено, что даже при нулевой толщине изотропного слоя структура сохраняет способность поддерживать направляемую волну, которая в этом случае является поверхностной волной. Рассмотренная конструкция этой структуры, по мнению авторов, может быть реализована в эксперименте, причём в качестве изотропного слоя можно использовать жидкость с соответствующей диэлектрической проницаемостью. Последнее позволит плавно менять углы  $\varphi$  оптических осей анизотропных сред относительно оси OZ.

## Литература

1. Dyakonov Surface Waves: a Review / O. Takayama, L.-C. Crasovan, S. Johansen et al. // *Electromagnetics*. — 2008. — Vol. 28. — Pp. 126–145.
2. Polo Jr. J. A., Lakhtakia A. A Surface Electromagnetic Waves: a Review // *Laser & Photonics Reviews*. — 2011. — Vol. 5. — Pp. 234–246.
3. Observation of Dyakonov Surface Waves / O. Takayama, L. Crasovan, D. Artigas, L. Torner // *Physical Review Letters*. — 2009. — Vol. 102. — P. 043903.
4. New Waveguide Modes in Anisotropic Structures / L. Torner, C. Santos, J. P. Torres, D. Mihalache // *Fiber and Integrated Optics*. — 1993. — Vol. 13. — Pp. 271–280.
5. Boroujeni M. A., Shahabadi M. Modal Analysis of Multilayer Planar Lossy Anisotropic Optical Waveguides // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. — 2006. — Vol. 8. — Pp. 856–863.
6. Kweon G., Hwang-bo S., Kim C. Eigenmode of Anisotropic Planar Waveguide // *Journal of the Optical Society of Korea*. — 2004. — Vol. 8, No 3. — Pp. 137–146.
7. Lekner J. Reflection and Refraction by Uniaxial Crystals // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 1991. — Vol. 3. — Pp. 6121–6133.
8. Букеев О. Н., Севастьянов Л. А. Поверхностные электромагнитные волны на границе анизотропных сред // *Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика*. — 2017. — Т. 25, № 2. — С. 141–148. — DOI: 10.22363/2312-9735-2017-25-2-141-148.
9. Nelatury S. R., Polo J. A., Lakhtakia Jr. A. Surface Waves with Simple Exponential Transverse Decay at a Biaxial Bicrystalline Interface: Errata // *Journal of the Optical Society of America A*. — 2007. — Vol. 24. — Pp. 2102–2102.
10. Walker D. B., Glytsis E. N., Gaylord T. K. Surface Mode at Isotropic–Uniaxial and Isotropic–Biaxial Interfaces // *Journal of the Optical Society of America A*. — 1998. — Vol. 15, No 1. — Pp. 248–260.
11. Аверкиев Н. С., Дьяконов М. И. Электромагнитные волны, локализованные на границе раздела прозрачных анизотропных сред // *Оптика и спектроскопия*. — 1990. — Т. 68, № 5. — С. 1118–1121.



UDC 535.012.2

DOI: 10.22363/2312-9735-2018-26-2-119-128

## Eigen Waves of a Plane Symmetric Anisotropic Waveguide

O. N. Bikeev\*, K. P. Lovetskiy<sup>†</sup>, A. L. Sevastianov<sup>†</sup>

\* *Institute of Physical Researches and Technologies  
Peoples' Friendship University of Russia (RUDN university)  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russian Federation*

<sup>†</sup> *Department of Applied Probability and Informatics  
Peoples' Friendship University of Russia (RUDN university)  
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russian Federation*

Precise dispersion equations for a plane symmetric dielectric anisotropic waveguide are obtained, in which the waveguide layer is isotropic, and the framing media are assumed to be anisotropic uniaxial media. The tensors of the dielectric permittivity of the framing media are not assumed to be diagonal, namely, in one of them this tensor is formed by rotating the diagonal tensor by some angle between the optical axis of the anisotropic medium and the direction of propagation of the electromagnetic wave. The tensor of dielectric permittivity of another anisotropic medium is rotated by the same angle, but in the opposite direction, with the optical axes of both framing media lying in a plane parallel to the boundaries of the waveguiding structure. Thus, in framing media, the existence of six-component electromagnetic waves is maintained.

In the dispersion properties of such a waveguide, certain features are observed in comparison with the case when the framing media are assumed to be isotropic.

It is found that the first symmetric mode of such a waveguide has a finite deceleration with zero thickness of the isotropic layer, which indicates the possibility of the appearance of surface electromagnetic waves (the so-called Dyakonov waves) at the boundaries of this isotropic layer. It is noted that the transition of the antisymmetric mode to the Dyakonov wave occurs with a finite thickness of the waveguiding layer. Dependencies of the deceleration of the elementary (symmetric) mode on the angle of rotation of the optical axis of anisotropic media relative to the direction of propagation of the guided wave of the waveguide structure are given.

**Key words and phrases:** surface electromagnetic wave, anisotropic medium, permittivity tensor, waveguide modes, transverse amplitude distribution, guided waves

## References

1. O. Takayma, L.-C. Crasovan, S. Johansen, D. Mihalache, D. Artigas, L. Torner, Dyakonov Surface Waves: A Review, *Electromagnetics* 28 (2008) 126–145.
2. J. A. Polo Jr., L. A., A Surface Electromagnetic Waves: a Review, *Laser & Photonics Reviews* 5 (2011) 234–246.
3. O. Takayama, L. Crasovan, D. Artigas, L. Torner, Observation of Dyakonov Surface Waves, *Physical Review Letters* 102 (2009) 043903.
4. L. Torner, C. Santos, J. P. Torres, D. Mihalache, New Waveguide Modes in Anisotropic Structures, *Fiber and Integrated Optics* 13 (1993) 271–280.
5. M. A. Boroujeni, M. Shahabadi, Modal Analysis of Multilayer Planar Lossy Anisotropic Optical Waveguides, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 8 (2006) 856–863.
6. G. Kweon, S. Hwang-bo, C. Kim, Eigenmode of Anisotropic Planar Waveguide, *Journal of the Optical Society of Korea* 8 (3) (2004) 137–146.
7. J. Lekner, Reflection and Refraction by Uniaxial Crystals, *Journal of Physics: Condensed Matter* 3 (1991) 6121–6133.
8. O. N. Bikeev, L. A. Sevastianov, Surface Electromagnetic Waves at the Interface of Two Anisotropic Media, *RUDN Journal of Mathematics, Informational Sciences and Physics* 25 (2) (2017) 141–148, in Russian. doi:10.22363/2312-9735-2017-25-2-141-148.
9. S. R. Nelatury, J. A. Polo, A. Lakhtakia Jr., Surface Waves with Simple Exponential Transverse Decay at a Biaxial Bicrystalline Interface: Errata, *Journal of the Optical Society of America A* 24 (2007) 2102–2102.

10. D. B. Walker, E. N. Glytsis, T. K. Gaylord, Surface Mode at Isotropic-Uniaxial and Isotropic-Biaxial Interfaces, *Journal of the Optical Society of America A* 15 (1) (1998) 248–260.
11. N. S. Averkiev, M. I. Dyakonov, Electromagnetic Waves Localized at the Boundary of Transparent Anisotropic Media, *Optics and Spectroscopy* 68 (5) (1990) 1118–1121.

© Бикеев О. Н., Ловецкий К. П., Севастьянов А. Л., 2018

**Для цитирования:**

*Бикеев О. Н., Ловецкий К. П., Севастьянов А. Л.* Собственные волны плоского симметричного анизотропного волновода // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика. Информатика. Физика. — 2018. — Т. 26, № 2. — С. 119–128. — DOI: 10.22363/2312-9735-2018-26-2-119-128.

**For citation:**

*Bikeev O. N., Lovetskiy K. P., Sevastianov A. L.* Eigen Waves of a Plane Symmetric Anisotropic Waveguide, *RUDN Journal of Mathematics, Information Sciences and Physics* 26 (2) (2018) 119–128. DOI: 10.22363/2312-9735-2018-26-2-119-128. In Russian.

**Сведения об авторах:**

**Бикеев Олег Николаевич** — заведующий лабораторией Института физических исследований и технологий РУДН (e-mail: [bickejev@gmail.com](mailto:bickejev@gmail.com), тел.: +7 (905) 7458125)

**Ловецкий Константин Петрович** — доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН (e-mail: [lovetskiy\\_kp@rudn.university](mailto:lovetskiy_kp@rudn.university), тел.: +7(495)9522572)

**Севастьянов Антон Леонидович** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей РУДН (e-mail: [sevastianov\\_al@rudn.university](mailto:sevastianov_al@rudn.university), тел.: +7(495)9522572)

**Information about the authors:**

**Bikeev O. N.** — Head of Laboratory of Institute of Physical Researches and Technologies of Peoples' Friendship University of Russia (RUDN university) (e-mail: [bickejev@gmail.com](mailto:bickejev@gmail.com), phone: +7 (905) 7458125)

**Lovetskiy K. P.** — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Applied Probability and Informatics of Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) (e-mail: [lovetskiy\\_kp@rudn.university](mailto:lovetskiy_kp@rudn.university), phone: +7(495)9522572)

**Sevastianov A. L.** — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, assistant professor of Department of Applied Probability and Informatics of Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) (e-mail: [sevastianov\\_al@rudn.university](mailto:sevastianov_al@rudn.university), phone: +7(495)9522572)