УДК 530.12:531.551
DOI: 10.22363/2312-9735-2017-25-2-192-198

Космологические модели с вращением типа VIII по Бьянки с анизотропной жидкостью, скалярным полем и излучением

Д. М. Янишевский

Кафедра высшей математики
Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ)
ул. Букирева, д. 15, Пермь, Россия, 614990

В рамках общей теории относительности построены соответствующие космологические модели с расширением и вращением с метрикой типа VIII по Бьянки в присутствии анизотропной идеальной жидкости, моделирующей вращающуюся тёмную энергию, чистого излучения и скалярного поля. Рассмотрены разные варианты потенциала скалярного поля: квадратичный, хиггсовский и четвёртой степени с положительным квадратичным членом. Зависимость полевой функции от времени задаётся в духе скатывания в ходе инфляции, при этом дополнительные уравнения состояния жидкости не задаются заранее. При решении уравнений Эйнштейна получена эволюция плотности и давления, установлено, что в случае квадратичного потенциала уравнение состояния анизотропной идеальной жидкости на больших временах принимают асимптотически вакуумоподобный вид, а сама жидкость изотропизируется. Проведён анализ космологической модели на предмет причинности методом поиска существования замкнутых времениподобных линий. Получен удовлетворительный порядок величины угловой скорости вращения Вселенной в настоящее время. Показано, что модель, при рассмотрении расширения от планковских масштабов до современного размера наблюдаемой Вселенной, даёт удовлетворительную величину порядка угловой скорости её вращения. Полученные решения могут быть применены к изучению эффектов, имеющих место в современную эпоху, а также во время инфляционной стадии.

Ключевые слова: космологическое расширение, скалярное поле, анизотропия Вселенной, ускоренное расширение, метрика VIII типа Бьянки

1. Введение

Обращение к анизотропной космологии обусловлено наблюдательными фактами [1–3], демонстрирующими возможность крупномасштабных отклонений от изотропии в наблюдаемой Вселенной, при этом глобальная анизотропия Вселенной может быть связана в том числе и с космологическим вращением. С другой стороны, в нынешнюю эпоху Вселенная расширяется с ускорением, причиной которого является, по-видимому, тёмная энергия. В работах [4–6] авторами были получены результаты для метрики рассматриваемого типа, но с другими материальными источниками. В данной работе в рамках общей теории относительности построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа VIII по Бьянки вида

$$\mathrm{d}s^2 = \eta_{\alpha\beta}\theta^\alpha\theta^\beta, \tag{1}$$

где $\eta_{\alpha\beta}$ — элементы лоренцевой матрицы, $\alpha, \beta = \{0, 1, 2, 3\}$, θ^α — ортонормированные 1-формы, выражающиеся через масштабный фактор R следующим образом:

$$\theta^0 = \mathrm{d}t - R\nu_A e^A, \quad \theta^A = \mathrm{d}t - RK_A e^A,$$

при этом $\nu_A = \{0, 0, 1\}$, $K_A = \{a, a, b\}$, $A = \{1, 2, 3\}$.

Статья поступила в редакцию 10 октября 2016 г.
Автор благодарит участников гравитационного семинара проф. В.Ф. Панова в ПГНИУ за обсуждение результатов работы.

1-формы e^A имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} e^1 &= \operatorname{ch} y \cos z \, \mathrm{d}x - \sin z \, \mathrm{d}y, \\ e^2 &= \operatorname{ch} y \sin z \, \mathrm{d}x + \cos z \, \mathrm{d}y, \\ e^3 &= \operatorname{sh} y \, \mathrm{d}x + \mathrm{d}z. \end{aligned} \tag{2}$$

Источниками гравитации являются анизотропная жидкость, которая описывает вращающуюся тёмную энергию, чистое излучение а также скалярное поле. Расчёты, связанные с уравнениями Эйнштейна, проведены с использованием тетрадного формализма.

2. Космологическая модель с расширением и вращением

Будем искать для метрики (1) космологическое решение уравнений Эйнштейна

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta} R = T_{\alpha\beta}. \tag{3}$$

У нас используется такая система единиц, что скорость света и гравитационная постоянная, умноженная на 8π, равны единице. При этом тензор энергии-импульса анизотропной жидкости в тетрадном представлении имеет вид

$$T^{(1)}_{\alpha\beta} = (p+\rho)\, u_\alpha u_\beta + (\pi - p)\chi_\alpha \chi_\beta - p\eta_{\alpha\beta}. \tag{4}$$

Тензор энергии-импульса чистого излучения

$$T^{(2)}_{\alpha\beta} = w k_\alpha k_\beta. \tag{5}$$

Тензор энергии-импульса скалярного поля в тетрадном представлении даётся выражением

$$T^{(3)}_{\alpha\beta} = \phi_{,i}\, \phi_{,k}\, e^i_\alpha e^k_\beta - \big((1/2)\phi_{,i}\, \phi_{,k}\, e^i_\gamma e^{\gamma k} - U\big)\eta_{\alpha\beta}, \tag{6}$$

причём тетрадные компоненты 4-скорости жидкости $u_\alpha = \{1, 0, 0, 0\}$, волнового вектора излучения $k_\alpha = \{k_0, 0, 0, k_3\}$, т. е. $k_0 = k_3$. Данная жидкость является сопутствующей, что легко показать прямо, рассмотрев связь тетрадных и координатных компонент соответствующего вектора.

В системе уравнений Эйнштейна результирующий тензор энергии-импульса даётся формулой

$$T_{\alpha\beta} = T^{(1)}_{\alpha\beta} + T^{(2)}_{\alpha\beta} + T^{(3)}_{\alpha\beta}. \tag{7}$$

Скалярное поле удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_i(\sqrt{-g} g^{ik} \phi_{,k}) + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\phi} = 0. \tag{8}$$

В данной работе рассмотрены 3 вида потенциальной функции массивного скалярного поля:

$$U = \frac{m^2\phi^2}{2}, \tag{9}$$

$$U = \frac{m^2\phi^2}{2} + \frac{\lambda\phi^4}{4}, \tag{10}$$

$$U = -\frac{m^2\phi^2}{2} + \frac{\lambda\phi^4}{4}. \tag{11}$$

Уравнение (8) в метрике (1) принимает вид

$$\frac{(b^2-1)(3\dot{R}\dot{\phi} + R\ddot{\phi})}{b^2 R} + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\phi} = 0. \tag{12}$$

Уравнения (3) с учётом (4)–(7) запишутся следующим образом:

$$\frac{b^2(3-b^2-4a^2) + 4a^4(3b^2-1)\dot{R}^2 - 8a^4 R\ddot{R}}{4a^4b^2R^2} = \rho + wk_0^2 + U + \frac{(1+b^2)\dot{\phi}^2}{2b^2}, \tag{13}$$

$$\frac{(1-b^2)(b^2 + 4a^4(\dot{R}^2 + 2R\ddot{R}))}{4a^4b^2R^2} = p - U + \frac{(-1+b^2)\dot{\phi}^2}{2b^2}, \tag{14}$$

$$\frac{b^2(4a^2+3b^2-1) + 4a^4(3-b^2)\dot{R}^2 - 8a^4b^2R\ddot{R}}{4a^4b^2R^2} = \pi + wk_0^2 - U + \frac{(1+b^2)\dot{\phi}^2}{2b^2}, \tag{15}$$

$$\frac{b^2 + 4a^4(\dot{R}^2 - R\ddot{R})}{2a^4bR^2} = wk_0^2 + \frac{\dot{\phi}^2}{b}. \tag{16}$$

Во всех трёх случаях рассмотрим следующую зависимость полевой функции от времени:

$$\phi = \phi_0 e^{-Qt}, \tag{17}$$

соответствующую скатыванию в духе инфляции.

Если потенциал поля даётся формулой (9), то из (12) и (17) следует

$$R = R_0 e^{Ht}, \tag{18}$$

где $H = Q + b^2m^2/3Q(b^2-1)$, а R_0 — постоянная интегрирования. При этом в координатном представлении волновой вектор принимает следующий вид:

$$k = \big\{k_0, k_0R(b-1)\operatorname{sh} y, 0, k_0R(b-1)\big\}. \tag{19}$$

Система уравнений (13)–(16) может быть решена без использования уравнений состояния, если все константы считать известными.

2.1. Решение с потенциалом вида (9)

Подставив (9), (17) и (18) в систему уравнений (13)–(16) и решив её, имеем следующие зависимости:

$$\rho = \frac{b^2(3-b^2-4a^2) + 4a^4(3b^2-3)R_0^2H^2e^{2Ht}}{4a^4b^2R_0^2e^{2Ht}} - \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} - \\ - \frac{b}{R_0^2e^{2Ht}} + \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}} - \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \tag{20}$$

$$p = \frac{(1-b^2)(b^2 + 12a^4R_0^2H^2e^{2Ht})}{4a^4b^2R_0^2e^{2Ht}} + \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \frac{(1-b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \tag{21}$$

$$\pi = \frac{b^2(4a^2+3b^2-1)+4a^4(3-3b^2)R_0^2H^2e^{2Ht}}{4a^4b^2R_0^2e^{2Ht}} + \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} - \\ - \frac{b}{R_0^2e^{2Ht}} + \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}} - \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \quad (22)$$

$$wk_0^2 = \frac{b}{R_0^2e^{2Ht}} - \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}}. \quad (23)$$

При $t \to \infty$

$$k_0 \to 0, \quad \rho \to \frac{3(b^2-1)H^2}{b^2}, \quad p \to \frac{3(1-b^2)H^2}{b^2}, \quad \pi \to \frac{3(1-b^2)H^2}{b^2},$$

т. е. излучение затухает, а анизотропная жидкость асимптотически изотропизируется и принимает уравнение состояния $p = \pi = -\rho$ (становится вакуумоподобной). Условия положительной определённости плотности энергии тёмной материи и чистого излучения накладывают ограничение $b < -1$.

2.2. Решение с потенциалом вида (10)

Если подставить (10) в (12), то с учётом (17) эволюция масштабного фактора даётся выражением

$$R = R_0e^{A(t)}, \quad (24)$$

где

$$A(t) = \left(\frac{m^2b^2}{3Q(b^2-1)} + \frac{Q}{3}\right)t - \frac{\lambda b^2\phi_0^2e^{-2Qt}}{6Q^2(b^2-1)}. \quad (25)$$

Решая систему уравнений (13)–(16) с учётом (24), (25), находим следующее решение:

$$\rho = \frac{3-b^2-4a^2}{4a^4R_0^2e^{2A(t)}} + \left(\frac{3b^2-3}{b^2}\right)\left(\frac{m^2b^2}{3Q(b^2-1)} + \frac{Q}{3} + \frac{\lambda b^2\phi_0^2e^{-2Qt}}{3Q(b^2-1)}\right)^2 - \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \\ + \frac{4\lambda\phi_0^2e^{-2Qt}}{3(b^2-1)} - \frac{\lambda\phi_0^4}{4e^{4Qt}} - \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}} - \frac{b}{R_0^2e^{2A(t)}} - \frac{8a^4b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)} + \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}}, \quad (26)$$

$$p = \frac{1-b^2}{4a^4R_0^2e^{2A(t)}} - \frac{b^2}{3(b^2-1)}\left(\frac{m^2}{Q} + \frac{Q(b^2-1)}{b^2} + \frac{\lambda\phi_0^2e^{-2Qt}}{3Q}\right)^2 + \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \\ + \frac{4\lambda\phi_0^2}{3e^{2Qt}} + \frac{\lambda\phi_0^4}{4e^{4Qt}} + \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \quad (27)$$

$$\pi = \frac{4a^2+3b^2-1}{4a^4b^2R_0^2e^{2A(t)}} + \frac{3(1-b^2)}{b^2}\left(\frac{m^2b^2}{3Q(b^2-1)} + \frac{Q}{3} + \frac{\lambda b^2\phi_0^2e^{-2Qt}}{3Q(b^2-1)}\right)^2 + \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \\ + \frac{4\lambda b^2\phi_0^2}{3(b^2-1)e^{2Qt}} + \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \frac{\lambda\phi_0^4}{4e^{4Qt}} - \frac{b}{R_0^2e^{2A(t)}} - \frac{8a^4b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)} + \\ + \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}} - \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \quad (28)$$

$$wk_0^2 = \frac{b}{R_0^2 e^{2A(t)}} + \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)} - \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}}. \tag{29}$$

При $t \to \infty$

$$wk_0^2 \to \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)}, \quad \rho \to \frac{b^2-1}{3b^2}\left(\frac{m^2b^2}{Q(b^2-1)} + Q\right)^2 - \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)},$$

$$\pi \to \frac{1-b^2}{3b^2}\left(\frac{m^2b^2}{Q(b^2-1)} + Q\right)^2 - \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)}, \quad p \to \frac{1-b^2}{3b^2}\left(\frac{m^2b^2}{Q(b^2-1)} + Q\right)^2,$$

т. е. в этом случае анизотропная жидкость асимптотически не изотропизируется и вакуумоподобной не становится. Легко показать, что условия положительной определённости энергии приводят к тому, что в направлении, соответствующем давлению π, материя проявляет фантомные свойства ($\pi = k\rho$, $k < -1$), а в направлении, соответствующем давлению p, может быть как фантомной материей, так и квинтэссенцией ($p = l\rho$, $-1 < l < -1/3$).

2.3. Решение с потенциалом вида (11)

Если потенциал даётся формулой (11) — потенциал Хиггса, то из уравнений (13)–(16) получаем

$$\rho = \frac{3-b^2-4a^2}{4a^4R_0^2e^{2A(t)}} + \left(\frac{3b^2-3}{b^2}\right)\left(\frac{-m^2b^2}{3Q(b^2-1)} + \frac{Q}{3} + \frac{\lambda b^2\phi_0^2e^{-2Qt}}{3Q(b^2-1)}\right)^2 + \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} - \\ - \frac{4\lambda\phi_0^2e^{-2Qt}}{3(b^2-1)} - \frac{\lambda\phi_0^4}{4e^{4Qt}} - \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}} - \frac{b}{R_0^2e^{2A(t)}} - \frac{8a^4b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)} + \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}}, \tag{30}$$

$$p = \frac{1-b^2}{4a^4R_0^2e^{2A(t)}} - \frac{b^2}{3(b^2-1)}\left(-\frac{m^2}{Q} + \frac{Q(b^2-1)}{b^2} + \frac{\lambda\phi_0^2e^{-2Qt}}{3Q}\right)^2 - \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \\ + \frac{4\lambda\phi_0^2}{3e^{2Qt}} + \frac{\lambda\phi_0^4}{4e^{4Qt}} + \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \tag{31}$$

$$\pi = \frac{4a^2+3b^2-1}{4a^4b^2R_0^2e^{2A(t)}} + \frac{3(1-b^2)}{b^2}\left(\frac{-m^2b^2}{3Q(b^2-1)} + \frac{Q}{3} + \frac{\lambda b^2\phi_0^2e^{-2Qt}}{3Q(b^2-1)}\right)^2 - \frac{m^2\phi_0^2}{2e^{2Qt}} + \\ + \frac{4\lambda b^2\phi_0^2}{3(b^2-1)e^{2Qt}} + \frac{\lambda\phi_0^4}{4e^{4Qt}} - \frac{b}{R_0^2e^{2A(t)}} - \frac{8a^4b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)} + \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}} - \frac{(1+b^2)Q^2\phi_0^2}{2b^2e^{2Qt}}, \tag{32}$$

$$wk_0^2 = \frac{b}{R_0^2 e^{2A(t)}} + \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)} - \frac{Q^2\phi_0^2}{be^{2Qt}}. \tag{33}$$

При $t \to \infty$

$$wk_0^2 \to \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)}, \quad \rho \to \frac{b^2-1}{3b^2}\left(\frac{m^2b^2}{Q(b^2-1)} - Q\right)^2 - \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)},$$

$$\pi \to \frac{1-b^2}{3b^2}\left(\frac{m^2b^2}{Q(b^2-1)} - Q\right)^2 - \frac{8a^4 b\lambda\phi_0^2}{3(b^2-1)}, \quad p \to \frac{1-b^2}{3b^2}\left(\frac{m^2b^2}{Q(b^2-1)} - Q\right)^2,$$

т. е. в присутствии хиггсовского поля анизотропная жидкость также асимптотически не изотропизируется и вакуумоподобной не становится, сохраняя поведение, аналогичное рассмотренному в случае с потенциалом (10).

Во всех трёх случаях параметры тёмной энергии — расширение θ, ускорение A и параметр вращения ω — даются следующими формулами:

$$\theta = 3\dot{R}/R, \tag{34}$$

$$A = \dot{R}/bR, \tag{35}$$

$$\omega = 1/2a^2R. \tag{36}$$

Определим, является ли модель с метрикой, определяемой условиями (1) и (2) причинной. Для этого предположим существование замкнутых времениподобных кривых, тогда на них есть точка, удовлетворяющая условию $\mathrm{d}t/\mathrm{d}s = 0$, тогда как $V_\mu V^\mu = 0$ в силу времениподобности. Это не выполняется при $1 < |b| < \sqrt{a^2+1}$.

Рассмотрим эволюцию Вселенной по нашей модели, учитывая (качественно) первую стадию инфляции, тогда при её расширении от планковского масштаба $R_{Pl} \approx 10^{-33}$ см до современного размера наблюдаемой Вселенной 10^{28} см, полагая при этом, что в планковскую эпоху угловая скорость вращения тёмной энергии 10^{43} 1/с, считая анизотропную жидкость слабо взаимодействующей с излучением, и подразумевая, что во время всей эволюции формула (36) верна, получим угловую скорость вращения в настоящее время равной по порядку 10^{-11} рад/год, что совпадает с оценками [7, 8].

3. Заключение

Рассмотрены три космологические модели, отличающиеся видом потенциала поля. Обнаружено, что в случае поля с потенциалом (9) имеют место асимптотически стремящиеся к вакуумоподобному уравнения состояния жидкости, а при потенциалах (10), (11) эти зависимости принимают более сложный вид.

Литература

1. *Land K., Magueijo J.* Examination of Evidence for a Preferred Axis in the Cosmic Radiation Anisotropy // Physical Review Letters. — 2005. — Vol. 95. — Pp. 071301–071304.
2. *Payez A., Cudell J. R., Hutsemekers D.* New Polarimetric Constraints on Axion-Like Particles // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2012. — Vol. 2012, No 07. — P. 041.
3. *Liddle A. R., Cortes M.* Cosmic Microwave Background Anomalies in an Open Universe // Physical Review Letters. — 2013. — Vol. 111. — P. 111302.
4. *Панов В. Ф.* Вращающиеся космологические модели типа VIII по Бьянки // Известия вузов. Физика. — 1989. — № 5. — С. 98–103.
5. *Bradley G. M., Sviestins E.* Some Rotating, Time-Dependent Bianchi Type VIII Cosmologies with Heat Flow // GRG. — 1984. — Vol. 16, No 12. — Pp. 1119–1133.
6. *Kuvshinova E. V., Pavelkin V. N., Panov V. F.* Bianchi Type VIII Cosmological Models with Rotating Dark Energy // Gravitation and Cosmology. — 2014. — Vol. 20, No 1. — Pp. 141–143.
7. *Кречет В. Г.* Современные космологические данные и вращение Вселенной // Известия вузов. Физика. — 2005. — Т. 48, № 3. — С. 3–6.
8. *Kuvshinova E. V., Panov V. F., Sandakova O. V.* Rotating Nonstationary Cosmological Models and Astrophysical Observations // Gravitation and Cosmology. — 2014. — Vol. 20, No 2. — Pp. 138–140.

UDC 530.12:531.551
DOI: 10.22363/2312-9735-2017-25-2-192-198

Rotating Cosmological Bianchi Type VIII Models with Anisotropic Fluid, Scalar Field and Radiation

D. M. Yanishevskiy

Department of Higher Mathematics
Perm State University
15 Bukireva St., Perm, 614990, Russian Federation

Within the general theory of relativity the Bianchi type VIII cosmological models with rotation and expansion have been built. The matter includes 3 components: perfect anisotropic fluid, imitating the rotating dark energy, clear radiation and scalar field. Different types of scalar field potential have been observed: a square one, Higgs's potential and a power of four pontential. Evolution of the potential function is given in the way similar to inflation, at the same time the equations of state are not postulated initially. When solving the Einstein's equation we obtain evolution of density and pressure of the liquid, also it has been found that when the potential is square, the fluid's equation of state becomes vacuum-like and the fluid becomes asymptotically isotropic. The analysis of absence of closed time-like curves has been done, so the model has been proved to be casual. The order of present angular velocity value, calculated within the cosmological model, has been found to be quite satisfactory. The found solutions may be used for effects taking place nowadays and also during the inflationary stage.

Key words and phrases: cosmological expansion, scalar field, anisotropy of the Universe, accelerated expansion, type VIII Bianchi metric

References

1. K. Land, J. Magueijo, Examination of Evidence for a Preferred Axis in the Cosmic Radiation Anisotropy, Physical Review Letters 95 (2005) 071301–071304.
2. A. Payez, J. R. Cudell, D. Hutsemekers, New Polarimetric Constraints on Axion-Like Particles, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 2012 (07) (2012) 041.
3. A. R. Liddle, M. Cortes, Cosmic Microwave Background Anomalies in an Open Universe, Physical Review Letters 111 (2013) 111302.
4. V. F. Panov, Rotating Bianchi Type VIII Cosmological Models, Russian Physics Journal (5) (1989) 98–103.
5. G. M. Bradley, E. Sviestins, Some Rotating, Time-Dependent Bianchi Type VIII Cosmologies with Heat Flow, GRG 16 (12) (1984) 1119–1133.
6. E. V. Kuvshinova, V. N. Pavelkin, V. F. Panov, Bianchi Type VIII Cosmological Models with Rotating Dark Energy, Gravitation and Cosmology 20 (1) (2014) 141–143.
7. V. G. Krechet, Modern Cosmological Data and Rotation of the Universe, Russian Physics Journal 48 (3) (2005) 219–223.
8. E. V. Kuvshinova, V. F. Panov, O. V. Sandakova, Rotating Nonstationary Cosmological Models and Astrophysical Observations, Gravitation and Cosmology 20 (2) (2014) 138–140.