УДК 330.4; 517.9

Построение экономико-математической модели рынка услуг местной и дальней телефонной связи

С. А. Васильев *, **Д. Г. Васильева** *, **Д. А. Клименко** *, **С. П. Карнилович** †

* *Научный центр экономико-математического моделирования «Алгорифм»*
ул. Винницкая, д.8, Россия, Москва, 119192
† *Кафедра экспериментальной физики*
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо–Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

В рамках подхода Г. Фрайа и Ф. Маненти на основе модели кругового города Салопа строится экономико-математическая модель рынка услуг местной и дальней телефонной связи (междугородной и международной). Для этой модели ищутся значения равновесных тарифов, размеров тарифных зон, потребительского спроса, потребительского излишка и общественного блага с учётом суточных колебаний спроса, а также анализируются различные варианты рыночных структур и проводится анализ возможных методов их регулирования.

Ключевые слова: математическое моделирование, телекоммуникации, ценообразование, рыночное равновесие, государственное регулирование.

1. Введение

Телекоммуникационная отрасль является наиболее динамично растущей как в Российской Федерации, так и во всем остальном мире. Бурный рост новых технологий в области связи дал толчок для проведения экономико-математических исследований тех рыночных структур, которые стали активно формироваться за последнее десятилетие.

Особенный интерес для анализа вызывает рынок междугородной и международной телефонной связи, так как активное внедрение ip-телефонии привело к изменению характера конкуренции в этом секторе телекоммуникационного рынка. У абонентов появилась возможность делать выбор на основании тарифов, качества услуг, наличия дополнительных сервисов, которые предлагают операторы дальней связи.

Если проводить анализ тарифов на локальные (городские) и нелокальные (междугородние и международные) телефонные переговоры, то можно заметить, что они существенно различны, так как локальные телефонные звонки имеют более низкую себестоимость. Разность в тарифе минуты телефонного разговора отражает как разность в себестоимости, так и различие в структуре функций спроса на локальные и нелокальные телефонные переговоры. В отношении междугородних и международных переговоров исследования показали, что продолжительность телефонных разговоров существенно зависит от расстояния, на которое делается звонок [1–8].

Можно отметить, что на данный момент практически отсутствуют экономико-математические модели, описывающие спрос абонентов на услуги связи как функции тарифов и дальности производимого звонка. Большинство телефонных операторов, не вдаваясь в сложные модели, просто делят область своего обслуживания на локальные зоны и устанавливают различные тарифы в зависимости от того, принадлежит ли запрос на услугу связи локальной зоне обслуживания или выходит за его пределы.

Статья поступила в редакцию 15 июня 2007 г.

В этой работе делается попытка построения модели, которая учитывала взаимосвязь между размером локальной зоны телефонного обслуживания, расстоянием между абонентами и тарифами, которые назначаются операторами связи. При этом делается предположение о существовании эффекта «социального взаимодействия» — готовность абонента платить за телефонный звонок удалённому абоненту уменьшается с увеличением расстояния до этого абонента.

В рамках этой модели будет показано, что при усилении эффекта «социального взаимодействия» локальные зоны становятся меньше. Это происходит потому, что чем сильнее «родственные» абоненты локализованы в пространстве, тем меньше их склонность звонить на дальние расстояния, и, как следствие, звонки в локальных зонах становятся более дорогими, что приводит к тому, что операторы сужают зону локального обслуживания.

2. Построение модели рынка междугородной и международной телефонной связи

2.1. Построение функции спроса

Для построения модели спроса на рынке междугородной и международной телефонной связи воспользуемся моделью Салопа [7] для кругового города единичной длинны $[0; 1)$ с постоянной плотностью абонентов, равной $\psi = 1/N$, где N — число абонентов.

Расстояние между двумя абонентами, которые находятся в точках x и z ($x, z \in [0; 1)$), зададим с помощью функции

$$\rho(x, z) = \min\{|x - z|; (x + 1 - z)\}. \tag{1}$$

Для описания продолжительности телефонных разговоров за отчётный промежуток времени (например, за один месяц) между абонентом в точке $x \in [0; 1)$ и абонентом в точке $z \in [0; 1) (z \neq x)$ при заданной цене (тарифе) p_τ введём в рассмотрение функцию спроса $\hat{q}_\tau(p_\tau; \rho(x, z))$, где индекс τ введён для характеристики параметров в различные промежутки времени суток (параметр τ будет принимать три значения: $\tau = 0$ — «ночь», $\tau = 1$ — «утро» или «вечер», $\tau = 2$ — «день»), тогда суммарный спрос получается путём суммирования по $\tau = 0, 1, 2$

$$\hat{q}(\vec{p}; \rho(x, z)) = \sum_{\tau} \hat{q}_\tau(p_\tau; \rho(x, z)), \tag{2}$$

где $\vec{p} = (p_0, p_1, p_2)$ — вектор тарифов.

Потребуем, чтобы функция $\hat{q}(\vec{p}; \rho(x, z))$ обладала следующими свойствами:

1) убывала с ростом тарифов $\partial_{p_\tau} \hat{q} < 0$;
2) в силу эффекта ослабления «социального взаимодействия» между удалёнными группами абонентов убывала с увеличением расстояния $\partial_\rho \hat{q} < 0$.

Учитывая эти предположения, введём функцию спроса на услуги телефонной связи в виде:

$$\hat{q}_\tau(p_\tau; \rho(x, z)) = \frac{A_\tau - \varphi\rho(x, z)}{p_\tau^\eta}, \quad A_\tau > \varphi/2 > 0, \quad \eta > 1, \tag{3}$$

где η — эластичность спроса по цене (тарифу), A_τ — параметр, характеризующий рыночную «ёмкость» услуги связи, φ — коэффициент «социального взаимодействия» (чем больше его величина, тем быстрее уменьшается спрос на услуги связи с увеличением расстояния между абонентами).

Для удобства произведём преобразование этой функции к виду:

$$q_\tau(p_\tau; \rho(x, z)) = \frac{\hat{q}_\tau(p_\tau; \rho(x, z))}{A_\tau} = \frac{1 - \alpha_\tau\rho(x, z)}{p_\tau^\eta}, \quad 0 < \alpha_\tau < 1, \quad \eta > 1, \tag{4}$$

где $\alpha_\tau = \varphi/A_\tau$, тогда суммарная функция спроса

$$q(\vec{p}; \rho(x,z)) = \sum_\tau \frac{1-\alpha_\tau \rho(x,z)}{p_\tau^\eta}. \tag{5}$$

Предположим, что операторы связи могут назначать различные тарифы на звонки в пределах любых локальных зон, тогда их оптимальной ценовой стратегией будет введение только двух тарифов: для звонков в пределах локальной зоны (LC — Local Calling) и для звонков за их пределы (NLC — No Local Calling).

Для удобства обозначим переменные, относящиеся к LC, строчными буквами, а к NLC — заглавными. Также далее будем предполагать, что все LC имеют равные размеры и, учитывая симметричный характер модели, окружность будет разделена на n зон одинаковой величины $1/n$.

Введём функции $l(p_\tau; n; x)$ и $L(P_\tau; n; x)$ спроса абонента, находящегося в точке $x \in [0; 1/n)$, на услуги дозвона в LC-зону и NLC-зону. Эти функции можно представить в виде интегралов, которые берутся по соответствующим множествам LC и NLC

$$l(p_\tau; n; x) = \int\limits_0^{1/n} q_\tau\big(p_\tau; \rho(x,z)\big)\mathrm{d}z = \int\limits_0^{1/n} \frac{1-\alpha_\tau|x-z|}{p_\tau^\eta}\mathrm{d}z, \tag{6}$$

$$L(P_\tau; n; x) = \int\limits_{1/n}^{1} q_\tau\big(P_\tau; \rho(x,z)\big)\,\mathrm{d}z = \int\limits_{1/n}^{x+1/2} \frac{1-\alpha_\tau(z-x)}{P_\tau^\eta}\mathrm{d}z + {} \\ + \int\limits_{x+1/2}^{1} \frac{1-\alpha_\tau(x+1-z)}{P_\tau^\eta}\mathrm{d}z. \tag{7}$$

Общий LC-спрос $q_\tau(p_\tau; n)$ и общий NLC-спрос $Q_\tau(P_\tau; n)$ для абонентов в пределах LC имеют вид:

$$q_\tau(p_\tau; n) = \int\limits_0^{1/n} l(p_\tau; n; x)\mathrm{d}x = \frac{3n-\alpha_\tau}{3p_\tau^\eta n^3}, \tag{8}$$

$$Q_\tau(P_\tau; n) = \int\limits_0^{1/n} L(P_\tau; n; x)\mathrm{d}x = \frac{12n(n-1)-\alpha_\tau(3n^2-4)}{12P_\tau^\eta n^3}, \tag{9}$$

а суммарный LC-спрос $q(\vec{p}; n)$ и суммарный NLC спрос $Q(\vec{P}; n)$ для абонентов в пределах LC выражаются формулами:

$$q(\vec{p}; n) = \sum_\tau \frac{3n-\alpha_\tau}{3p_\tau^\eta n^3}, \tag{10}$$

$$Q(\vec{P}; n) = \sum_\tau \frac{12n(n-1)-\alpha_\tau(3n^2-4)}{12P_\tau^\eta n^3}. \tag{11}$$

2.2. Построение функций выручки и ARPU

Функции выручки и средней выручки на одного абонента (ARPU) для услуг связи в LC и NLC зоны дозвона определим в виде:

$$TR_{l,\tau}(p_\tau; x, z) = p_\tau\, q_\tau\big(p_\tau; \rho(x,z)\big), \tag{12}$$

$$ARPU_{l,\tau}(p_\tau; x, z, n, N) = \frac{p_\tau\, q_\tau\big(p_\tau; \rho(x,z)\big)}{n^{-1}\, N} \tag{13}$$

для звонков в пределах локальной зоны LC,

$$TR_{L,\tau}(P_\tau; x, z) = P_\tau\, q_\tau\big(P_\tau; \rho(x,z)\big), \tag{14}$$

$$ARPU_{L,\tau}(P_\tau; x, z, n, N) = \frac{P_\tau\, q_\tau\big(P_\tau; \rho(x,z)\big)}{n^{-1}\, N} \tag{15}$$

для звонков за пределы локальной зоны.

Общую функцию выручки и общую ARPU для LC и NLC зон можно представить в виде интегралов, которые берутся по соответствующим множествам LC и NLC:

$$TR_{l,\tau}(p_\tau; n) = \frac{3n - \alpha_\tau}{3p_\tau^{\eta-1} n^3}, \tag{16}$$

$$ARPU_{l,\tau}(p_\tau; n, N) = \frac{3n - \alpha_\tau}{3Np_\tau^{\eta-2} n^2}, \tag{17}$$

$$TR_{L,\tau}(P_\tau; n) = \frac{12n(n-1) - \alpha_\tau(3n^2-4)}{12P_\tau^{\eta-1} n^3}, \tag{18}$$

$$ARPU_{L,\tau}(P_\tau; n, N) = \frac{12n(n-1) - \alpha_\tau(3n^2-4)}{12NP_\tau^{\eta-2} n^2}, \tag{19}$$

а суммарная выручка и суммарная ARPU получаются путём суммирования по τ.

2.3. Построение функций издержек операторов связи

Как показал Палмер [6], в структуре затрат операторов связи основную часть занимают переменные затраты. Они включают в себя: затраты, связанные с соединением и разъединением абонентов, затраты, связанные с передачей телефонного разговора по магистральным линиям, а междугородние и международные звонки ещё дополнительно сопряжены с большим количеством коммутаций и требуют выделение более протяжённых каналов связи, что ведёт к большим издержкам.

В связи с этим введём функции издержек оператора связи за отчётный промежуток времени (например, за один месяц) в следующем виде:

$$c_{l,\tau}(k, x, z) = k_l\, \rho(x, z), \quad c_{L,\tau}(k, x, z) = k_L\, \rho(x, z), \quad 0 < k_l < k_L, \tag{20}$$

где коэффициенты k_l, k_L — предельные издержки оператора связи при оказании LC и NLC услуг связи.

2.4. Построение функций прибыли операторов связи

Функции прибыли оператора построим как разность функций выручки и издержек:

$$\pi_{l,\tau}(p_\tau, x, z) = TR_{l,\tau} - c_{l,\tau} = \frac{(1 - \alpha_\tau|x-z|)(p_\tau - k_l|x-z|)}{p_\tau^\eta} \tag{21}$$

для звонков в пределах локальной зоны LC $z \in [0; 1/n]$,

$$\varPi^-_{L,\tau}(P_\tau, x, z) = TR_{L,\tau} - c_{L,\tau} = \frac{(1 - \alpha_\tau(z-x)|)\big(P_\tau k_L - (z-x)\big)}{P_\tau^\eta} \tag{22}$$

для звонков в пределах зоны NLC $z \in [1/n; 0,5+x]$,

$$\Pi^{+}_{L,\tau}(P_\tau, x, z) = TR_{L,\tau} - c_{L,\tau} = \frac{(1-\alpha_\tau(x+1-z))\big(P_\tau k_L - (x+1-z)\big)}{P_\tau^\eta} \tag{23}$$

для звонков в пределах зоны NLC $z \in [0,5+x; 1]$.

Прибыль оператора связи при оказании услуг для зон LC и NLC может быть найдена путём интегрирования по переменным x и z

$$\pi_\tau(p_\tau, n) = \int\limits_0^{1/n}\int\limits_0^{1/n} \pi_{l,\tau}(p_\tau, x, z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x = \frac{6n^2 p_\tau - 2n(k_l + \alpha_\tau p_\tau) + \alpha_\tau k}{6n^4 p_\tau^\eta} \tag{24}$$

для звонков в пределах локальной зоны LC и

$$\Pi_\tau(P_\tau, n) = \int\limits_0^{1/n}\int\limits_{1/n}^{0,5+x} \Pi^{-}_{L,\tau}(P_\tau, x, z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^{1/n}\int\limits_{0,5+x}^{1} \Pi^{+}_{L,\tau}(P_\tau, x, z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x =$$
$$= \frac{12P_\tau n^2(n-1) + n(4-3n^2)(k_L + \alpha_\tau P_\tau) + \alpha_\tau k_L(n^3-2)}{12n^4 P_\tau^\eta} \tag{25}$$

для звонков в пределах зоны NLC.

Общую прибыль оператора при оказании услуг связи для зон LC и NLC получим путём суммирования:

$$\Pi_{\mathrm{tot}}(\vec{p}, \vec{P}, n) = \sum_\tau \big(\pi_\tau(p_\tau, n) + \Pi_\tau(P_\tau, n)\big) =$$
$$= \sum_\tau \frac{1}{6n^3}\left[\frac{12P_\tau n^2(n-1) + n(4-3n^2)(k_L + \alpha_\tau P_\tau) + (n^3-2)\alpha_\tau k_L}{2P_\tau^\eta} + \right.$$
$$\left. + \frac{6n^2 p_\tau - 2n(k_l - \alpha_\tau p_\tau) + \alpha_\tau k_l}{p_\tau^\eta}\right], \tag{26}$$

где $\vec{p} = (p_0, p_1, p_2)$ и $\vec{P} = (P_0, P_1, P_2)$ — векторы LC и NLC тарифов.

2.5. Построение функций потребительского излишка абонентов и функции общественного блага

Функции потребительского излишка введём следующим образом:

$$s_{l,\tau}(p_\tau; x; z) = \int\limits_{p_\tau}^{+\infty} q_\tau\big(p_\tau; \rho(x,z)\big)\mathrm{d}p_\tau = \frac{1-\alpha_\tau|x-z|}{(\eta-1)p_\tau^{\eta-1}}, \tag{27}$$

$$S^{-}_{L,\tau}(P_\tau; x; z) = \int\limits_{p_\tau}^{+\infty} q_\tau\big(P_\tau; \rho(x,z)\big)\mathrm{d}P_\tau = \frac{1-\alpha_\tau(z-x)}{(\eta-1)P_\tau^{\eta-1}}, \tag{28}$$

$$S^{+}_{L,\tau}(P_\tau; x; z) = \int\limits_{p_\tau}^{+\infty} q_\tau\big(P_\tau; \rho(x,z)\big)\mathrm{d}P_\tau = \frac{1-\alpha_\tau(x+1-z)}{(\eta-1)P_\tau^{\eta-1}}. \tag{29}$$

Функции потребительского излишка для зон LC и NLC могут быть найдены путём интегрирования по переменным x и z

$$s_\tau(p_\tau;n) = \frac{1}{\eta-1}\int\limits_0^{1/n}\int\limits_0^{1/n} s_{l,\tau}(p_\tau;x;z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x = \frac{3n-\alpha_\tau}{3(\eta-1)n^3 p_\tau^{\eta-1}}, \tag{30}$$

$$S_\tau(P_\tau;n) = \frac{1}{\eta-1}\left[\int\limits_0^{1/n}\int\limits_{1/n}^{0{,}5+x} S^-_{L,\tau}(P_\tau;x;z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x + \right.$$
$$\left. + \int\limits_0^{1/n}\int\limits_{0{,}5+x}^{1} S^+_{L,\tau}(P_\tau;x;z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x\right] = \frac{12n(n-1)-\alpha_\tau(3n^2-4)}{12(\eta-1)n^3 P_\tau^{\eta-1}}. \tag{31}$$

Общая функция потребительского излишка имеет вид:

$$S_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) = \sum_\tau n(s_\tau(p_\tau;n) + S_\tau(P_\tau;n)) =$$
$$= \frac{1}{(\eta-1)n^2}\left[\frac{3n-\alpha_\tau}{3p_\tau^{\eta-1}} + \frac{12n(n-1)-\alpha_\tau(3n^2-4)}{12P_\tau^{\eta-1}}\right], \tag{32}$$

а функция общественного блага может быть введена следующим образом:

$$W_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) = \Pi_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) + S_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n). \tag{33}$$

3. Рынок связи в случае монополии

3.1. Случай нерегулируемой монополии

Модель нерегулируемой монополии основывается на предположении о том, что на рынке действует один оператор связи, который в своих действиях ничем не ограничен. В этом случае монополист будет склонен максимизировать свою прибыль путём поиска решения следующей задачи оптимизации:

$$\max_{\vec{p},\vec{P},n} \Pi_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n). \tag{34}$$

Тогда из условий

$$\partial_{p_\tau}\Pi_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) = 0, \tag{35}$$

$$\partial_{P_\tau}\Pi_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) = 0, \tag{36}$$

$$\partial_n\Pi_{\mathrm{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) = 0, \tag{37}$$

при условии, что гессиан, составленный из вторых производных по переменным p_τ, P_τ и n, отрицательно определён, можно найти набор тарифов p_τ^{mp*}, P_τ^{mp*} и число n^{mp*} LC-зон, размер которых составит $1/n^{mp*}$.

Значение n^{mp*} может быть найдено путём решения следующего трансцендентного уравнения:

$$\left(k_l c_\tau(n)^{-\eta} - k_L C_\tau(n)^{-\eta}\right)(4n-3\alpha_\tau)\,k +$$
$$+ \frac{\eta}{\eta-1}\left(c_\tau(n)^{1-\eta} - C_\tau(n)^{1-\eta}\right)(2\alpha_\tau - 3n)\,2n = 0, \tag{38}$$

тогда тарифы для LC-зон и NLC-зон имеют вид:

$$p_\tau^{mp*} = \frac{\eta}{\eta - 1} c_\tau(n^{mp*}), \quad P_\tau^{mp*} = \frac{\eta}{\eta - 1} C_\tau(n^{mp*}), \tag{39}$$

где функции $c_\tau(n)$ и $C_\tau(n)$

$$c_\tau(n) = \frac{2n - \alpha_\tau}{2n(3n - \alpha_\tau)} k_l, \tag{40}$$

$$C_\tau(n) = \frac{(3n^2 - 4) - \alpha_\tau(n^3 - 2)}{12n^2(1 - n) - \alpha_\tau n(3n^2 - 4)} k_L. \tag{41}$$

Для полученных решений p_τ^{mp*}, P_τ^{mp*} и n^{mp*} можно показать, что

$$\frac{\mathrm{d}p_\tau^{mp*}(n^{mp*})}{\mathrm{d}\alpha_\tau} < 0, \quad \frac{\mathrm{d}P_\tau^{mp*}(n^{mp*})}{\mathrm{d}\alpha_\tau} < 0, \tag{42}$$

$$p_\tau^{mp*}(n^{mp*}) > p_\tau^{mp*}(n^{mp*} + 1), \quad P_\tau^{mp*}(n^{mp*}) > P_\tau^{mp*}(n^{mp*} + 1). \tag{43}$$

Таким образом, тарифы уменьшаются с ростом параметра α_τ, так как его увеличение свидетельствует о понижении общего спроса. Кроме этого, изменение параметра α_τ влияет на функцию издержек монополиста, так как свидетельствует об изменении относительного числа звонков абонентов из данной LC-зоны. Например, когда α_τ увеличивается, общий рыночный спрос уменьшается, а для монополиста это будет означать снижение предельной прибыли, что приведёт к необходимости снижения тарифов.

Пример численных расчётов с параметрами, входящими в модель и влияющими на выбор монополиста, приведён в табл. 1, где о.п. — оптимизирующие параметры, эл. — эластичность. При этом предполагалось, что параметры $k_l = k_L = k$, а значения p_τ^{mp*}, P_τ^{mp*}, Π_{tot}^{mp*}, W_{tot}^{mp*} были поделены на k.

Таблица 1

Решения, максимизирующие прибыль монополиста

о.п.\эл.	$\eta = 1,1$			$\eta = 1,7$		
	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$
p_τ^{mp*}/k	$0,6087$	$0,6023$	$0,5958$	$0,0613$	$0,0606$	$0,0598$
P_τ^{mp*}/k	$3,176$	$3,1555$	$3,1334$	$0,6518$	$0,6469$	$0,6416$
n^{mp*}	$6,02$	$6,07$	$6,12$	$13,18$	$13,33$	$13,48$
$\Pi_{\mathrm{tot}}^{mp*}/k$	$4,89$	$4,78$	$4,66$	$16,16$	$15,9$	$15,65$
W_{tot}^{mp*}/k	$58,76$	$57,37$	$55,96$	$55,41$	$54,54$	$53,66$

Из анализа табл. 1 можно сделать следующий вывод: при росте параметра эластичности спроса η и фиксированном α_τ тарифы в LC и NLC зонах, а также общественное благо уменьшаются, а само число LC-зон и прибыль оператора-монополиста возрастают; при росте параметра α_τ и фиксированном η тарифы в LC и NLC зонах, прибыль и общественное благо уменьшаются, а само число LC-зон возрастает. Таким образом, в данной модели, как и в повседневной жизни, «ночные» тарифы меньше «дневных» и, соответственно, прибыль оператора «ночью» тоже меньше.

3.2. Полное регулирование монополии

Предположим, что существует регулирующий орган, который назначает тарифы и количество LC-зон для оператора-монополиста таким образом, чтобы максимизировать общественное благо W_{tot}. Регулирующий орган гарантирует оператору неотрицательную прибыль, и поэтому стоит перед следующей задачей максимизации:

$$\max_{\vec{p},\vec{P},n} W_{\text{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) = \mathit{\Pi}_{\text{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) + S_{\text{tot}}(\vec{p},\vec{P},n),$$
$$s.t.\, \mathit{\Pi}_{\text{tot}}(\vec{p},\vec{P},n) \geqslant 0. \tag{44}$$

Можно показать, что максимум функции $W_{\text{tot}}(\vec{p},\vec{P},n)$ при заданном ограничении достигается при следующих значениях искомых параметров:

$$p_{\tau}^{w*} = c_{\tau}(n^*), \quad P_{\tau}^{w*} = C_{\tau}(n^*), \quad n^{w*} = n^{mp*}. \tag{45}$$

Таким образом, при условии полного регулирования монополиста его тарифы будут равны его предельным издержкам, а число LC-зон совпадает с нерегулируемым случаем.

Это важный факт, из которого следует, что если регулирующий орган способен разделять принятие решений относительно тарифов и числа LC-зон, то он может предоставить свободу выбора числа этих зон оператору.

Численное моделирование для случая полного регулирования при различных значениях параметров приведено в табл. 2, где о.п. — оптимизирующие параметры, эл. — эластичность. При этом для всех этих случаев прибыль оператора равна нулю $\mathit{\Pi}_{\text{tot}}^{w*} = 0$.

Таблица 2

Решения, максимизирующие общественное благо

о.п.\эл.	$\eta = 1,1$			$\eta = 1,7$		
	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$
p_{τ}^{w*}/k	$0,0553$	$0,0547$	$0,0541$	$0,0252$	$0,0249$	$0,0246$
P_{τ}^{w*}/k	$0,2887$	$0,2868$	$0,2848$	$0,2684$	$0,2663$	$0,2642$
n^{w*}	$6,02$	$6,07$	$6,12$	$13,18$	$13,33$	$13,48$
W_{tot}^{w*}/k	$68,46$	$66,84$	$65,2$	$73,05$	$71,9$	$70,73$

Таким образом, при условии полного регулирования монополии может возникнуть ситуация, когда тарифы на LC и NLC звонки могут быть ниже, чем предельные издержки.

3.3. Регулирование монополии с использованием ценового «потолка»

Рассмотрим случай регулирования с помощью ценового «потолка» (Price Cap Regulation — PCR), когда регулирующий орган вынуждает оператора назначать тарифы, исходя из следующей задачи оптимизации:

$$\max_{\vec{p},\vec{P},n} \mathit{\Pi}_{\text{tot}}(\vec{p},\vec{P},n),$$
$$s.t.\, \delta p_{\tau} + (1-\delta)P_{\tau} \leqslant \bar{P}_{\tau}, \quad 0 < \delta < 1. \tag{46}$$

Используемое бюджетное ограничение играет роль средневзвешенных тарифов, назначаемых оператором с весами $\delta, 1-\delta$, которые не должны превысить некоторого значения тарифного (ценового) «потолка» $\bar{P}$.

Необходимо отметить, что решение поставленной выше задачи максимизации зависит от веса δ и тарифного «потолка» $\bar{P}_{\tau}$. Эти величины можно оценить исходя из динамических характеристик оператора связи (например, интервала между моментами назначения новых тарифов) и институциональных соображений регулирования.

Рассмотрим два случая, когда δ задаётся экзогенно и эндогенно.

3.3.1. Ценовой «потолок» в экзогенном случае δ

Результаты численного моделирования для случая $\eta = 1,1$ при $\delta = 0,4$ и $\delta = 0,6$ приведены в табл. 3 и 4, где о.п. — оптимизирующие параметры, ц.п. — ценовой «потолок».

Таблица 3

Решения при $\delta = 0,4$ для случая PCR-регулирования

о.п.\ц.п.	$\bar{P}_\tau/k = 0,5$			$\bar{P}_\tau/k = 1,0$		
	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$
$p_\tau^{\mathrm{cap}*}/k$	$0,002$	$0,0022$	$0,0024$	$0,0711$	$0,0736$	$0,0764$
$P_\tau^{\mathrm{cap}*}/k$	$0,8319$	$0,8318$	$0,8317$	$1,6192$	$1,6175$	$1,6156$
$n_{\mathrm{cap}*}$	$727,01$	$673,62$	$622,87$	$33,8$	$32,89$	$31,98$
$\Pi_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{cap}}/k$	$4,18$	$4,09$	$4,0$	$4,76$	$4,65$	$4,54$

Таблица 4

Решения при $\delta = 0,6$ для случая PCR-регулирования

о.п.\ц.п.	$\bar{P}_\tau/k = 0,5$			$\bar{P}_\tau/k = 1,0$		
	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$
$p_\tau^{\mathrm{cap}*}/k$	$0,005$	$0,0055$	$0,0059$	$0,1561$	$0,16$	$0,1642$
$P_\tau^{\mathrm{cap}*}/k$	$1,2423$	$1,2417$	$1,241$	$2,2658$	$2,2598$	$2,2535$
$n_{\mathrm{cap}*}$	$309,48$	$288,44$	$268,34$	$17,23$	$16,92$	$16,6$
$\Pi_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{cap}}/k$	$4,59$	$4,49$	$4,38$	$4,86$	$4,74$	$4,63$

Анализируя результаты, представленные в этих таблицах, можно сделать вывод, что расширение или сужение LC-зон строго ограничено при наложении тарифного ограничения: для данного δ чем меньше $\bar{P}_\tau/k$, тем меньше LC-зона; для данного $\bar{P}_\tau/k$, чем больше вес δ, тем больше LC-зона; расширение LC-зон приводит к увеличению чувствительности спроса к расстоянию, на которое делается звонок; для достаточно малых значений параметра $\bar{P}_\tau/k$ тарифы на локальные звонки могут быть ниже, чем при условии полного регулирования; тарифы на LC звонки растут, а на NLC звонки падают при увеличении α_τ.

3.3.2. Ценовой «потолок» в эндогенном случае δ

Пусть δ определяется эндогенно, используя методику телекоммуникационных компаний Великобритании [5], которые осуществляли выбор δ исходя из полученной прибыли в первом периоде, а затем оценивали новое значение δ для грядущего периода.

Пусть δ равно отношению выручки от LC-звонков к общей выручке оператора, тогда δ можно выбрать следующим образом:

$$\delta_\tau = \frac{1}{1+\Omega_\tau},$$
$$\Omega_\tau = \frac{12n(n-1) - \alpha_\tau(3n^2-4)}{4(3n-\alpha_\tau)}\left(\frac{p_\tau}{P_\tau}\right)^{\eta-1}. \tag{47}$$

В табл. 5 приведены результаты вычисления равновесных значений для эндогенного случая, где о.п. — оптимизирующие параметры, ц.п. — ценовой «потолок». Можно заметить, что в этом случае LC-тарифы выше, а NLC-тарифы ниже, чем в экзогенном случае; количество LC-зон значительно сократилось, а прибыль стала меньше.

Таблица 5

Решения при эндогенном δ и $\eta = 1,1$

о.п.\ц.п.	$\bar{P}_\tau/k = 0,5$			$\bar{P}_\tau/k = 1,0$		
	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$	$\alpha_2 = 0,001$	$\alpha_1 = 0,1$	$\alpha_0 = 0,2$
$p_\tau^{\mathrm{cap}*}/k$	$0,2357$	$0,2354$	$0,235$	$0,4047$	$0,4032$	$0,4017$
$P_\tau^{\mathrm{cap}*}/k$	$0,5739$	$0,557$	$0,5763$	$1,1562$	$1,1588$	$1,1615$
$n_{\mathrm{cap}*}$	$4,9$	$4,94$	$4,98$	$5,23$	$5,27$	$5,32$
$\Pi_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{cap}}/k$	$3,37$	$3,31$	$3,25$	$4,52$	$4,42$	$4,32$

4. Заключение

Основная цель данного исследования состояла в том, чтобы из достаточно очевидных предпосылок определить размеры LC-зон. Было показано, что размеры этих зон, при которых оператор-монополист получает максимальную прибыль, имеют те же самые размеры, которые были бы выбраны регулирующим органом, максимизирующим общественное благо, и что эти размеры зависят от параметров спроса на NLC-звонки и не зависят от величины издержек оператора, сопряжённых с дальностью осуществляемого звонка.

Литература

1. Point-to Point Modeling: An Application to Canada-Canada and Canada-U.S. Long Distance Calling. Information / T. W. Appelbe, N. A. Snihur, C. Dineen et al // Economics and Policy. — Vol. 3. — 1988. — Pp. 311–331.
2. *de Fontenay A.* Telecommunications Demand Modelling // North-Holland. — 1990.
3. *Fraja G. D., Manenti F. M.* How long is a piece of wire? Equilibrium determination of local telephone areas. — Toulouse, France: Summer School of the European Economics Association, 1999.
4. *Martins-Filho C.* Demand and Pricing of Telecommunications Services: Evidence and Welfare Implications // Rand Journal of Economics. — Vol. 24. — 1993. — Pp. 439–454.
5. *Mitchell B. M., Vogelsang I.* Telecommunications Pricing, Theory and Practice. — Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
6. *Palmer K.* A Test for Cross Subsidies in Local Telephone Rates: do Business Customers Subsidize Residential Customers? // Rand Journal of Economics. — Vol. 23. — 1992. — Pp. 414–431.
7. *Salop S.* Monopolistic Competition with Outside Goods // Bell Journal of Economics. — Vol. 10. — 1979. — Pp. 141–156.
8. *Taylor L. D.* Telecommunications Demand, Theory and Practice. — London: Kluwer Academic Publishers, 1994.

UDC 330.4; 517.9

Economics and Mathematical Modeling of Long Distance Telephony Market

S. A. Vasilyev *, D. G. Vasilyeva *, D. A. Klimenko *, S. P. Karnilovich †

* *Scientific Centre of Economics and Mathematical Modelling "Algorithm"*
Vinnitskaya str., 8, Moscow, Russia, 119192
† *Department of Experimental Physics*
Peoples' Friendship University of Russia
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

Using G. Fraja and F. Manenti approach for S. Salop model of the circular city the economics and mathematical market model for local and long distance telecommunication services is studied. For this model equilibrium tariffs, sizes of tariff zones, public welfare subscribers' demand and surplus are researched under condition of a daily demand changing. Various variants of market structures and methods for their regulation are analyzed.