
Математическая теория телетрафика и сети телекоммуникаций

УДК 621.39

Анализ и алгоритм расчёта вероятностных характеристик для одного абонентского узла пассивной оптической сети

Г. П. Башарин, Ю. В. Гайдамака, Н. В. Русина

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

В настоящее время телекоммуникационная индустрия претерпевает беспрецедентные изменения, связанные с переходом от голосовых систем к системам передачи данных, что является следствием бурного развития сетей связи, быстрого роста числа пользователей, увеличения числа предоставляемых услуг и их качества. Эволюция сетей доступа идёт по двум основным направлениям: развитие высокоскоростного доступа для предоставления услуг с высоким уровнем качества обслуживания и уменьшение доли медных кабелей при организации местных сетей. Доминирующее положение занимает трафик данных, который в свою очередь требует создания сетей связи с высокой пропускной способностью на базе технологии коммутации пакетов. Поэтому большое внимание уделяется сетям, при построении которых задействованы оптические и оптоэлектронные компоненты. Пассивная оптическая сеть – это полностью оптическая сеть, которая использует в своей архитектуре только пассивные оптические компоненты, исключая преобразование сигнала из электрической формы в оптическую и наоборот. Передача трафика в такой сети может быть реализована как на базе временного, так и на базе частотного разделения каналов. В работе представлена модель фрагмента мультисервисной пассивной оптической сети, в которой осуществляется передача восходящего потока трафика с учётом особенностей функционирования оптических абонентских узлов и принципа динамического распределения длин волн. Результаты анализа процесса передачи трафика применяются в анализе вероятностных характеристик предложенной модели.

Ключевые слова: пассивная оптическая сеть, оптический линейный терминал, оптический абонентский узел, восходящий поток трафика, мультиплексирование с разделением по длине волны, множественный доступ с разделением по времени, вероятность блокировки

1. Введение

Пассивная оптическая сеть (PON, Passive Optical Network) представляет собой сеть оптического доступа [1–3], [4, §1.5], [5–9], которая обеспечивает передачу различных классов сетевого трафика между оптическим линейным терминалом (OLT, Optical Line Terminal) и оптическими абонентскими узлами (ONU, Optical Network Unit) с использованием пассивного оптического мультиплексора / демультиплексора, который объединяет / разделяет спектральные каналы в одном оптоволокне. Спектральный канал — это канал передачи данных, устанавливаемый между абонентским узлом и линейным терминалом и осуществляющий передачу данных на выделенной длине волны.

В соответствии с технологией множественного доступа с разделением по времени (TDMA, Time Division Multiple Access) [6, 7], абонентский узел может находиться в активном состоянии, т.е. осуществлять передачу абонентских данных к линейному терминалу в выделенном ему временном домене, или в пассивном состоянии, при котором передача таких данных приостановлена.

Статья поступила в редакцию 19 января 2016 г.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-07-03051, 15-07-03608.

В соответствии с технологией мультиплексирования с разделением по длине волны (WDM, Wavelength Division Multiplexing) [2, 3], [4, §7.5–§7.6], [5–8] для передачи потока трафика от абонентского узла к линейному терминалу выделено конечное число W длин волн.

Каждый абонентский узел использует перенастраиваемый лазер и может осуществлять передачу данных к линейному терминалу в выделенном диапазоне длин волн. Таким образом, механизм динамического распределения длин волн позволяет увеличить ёмкость всей системы, предоставить возможность гибкого масштабирования, а также с учётом TDMA технологии использовать имеющийся частотный план для подключения новых абонентских узлов и обеспечения требуемого уровня качества обслуживания.

Рассматриваемую сеть WDM-TDMA PON с динамическим распределением длин волн для краткости будем называть сетью I.

В сети I решается задача распределения ограниченного числа $W \leq L$ длин волн между конечным числом L абонентских узлов. В случае, когда в момент включения абонентского узла на линейном терминале нет свободной длины волны, происходит блокировка передачи данных в выделенном абонентскому узлу временном домене.

Рассмотрим модель совместного функционирования абонентских узлов в фрагменте сети I, параметры которой представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры модели совместного функционирования абонентских узлов

Параметр	Описание
L	Число абонентских узлов в сети
$W, W \leq L$	Число длин волн в сети
$\kappa_l, l = \overline{1, L}$	Интенсивность поступления l -запросов на выделение длины волны
$\nu_l, l = \overline{1, L}$	Интенсивность перехода l -го абонентского узла из активного состояния в пассивное

Вероятность α_l отсутствия блокировки передачи данных на l -м абонентском узле рассчитывается по формулам (см. [10, 11]):

$$\alpha_l = 1 - G_1^{-1} g_{l, \text{OFF}}(W), G_1 = \sum_{w=0}^W g(L, w), \quad (1)$$

$$g_{l, \text{OFF}}(w) = \begin{cases} 1, & w = 0, \\ g(L, w) - \alpha_l g_{l, \text{OFF}}(w - 1), & w = \overline{1, W}, \end{cases} \quad (2)$$

$$g(l, w) = \begin{cases} 0, & l = 0, \quad w = \overline{1, W}, \\ 1, & l = \overline{0, L}, \quad w = 0, \\ g(l - 1, w) + \alpha_l g(l - 1, w - 1), & l = \overline{1, L}, \quad w = \overline{1, W}, \end{cases} \quad (3)$$

где $\alpha_l := \frac{\kappa_l}{\nu_l}$, $l = \overline{1, L}$.

Величина $1 - \alpha_l$ называется вероятностью блокировки передачи данных на l -м абонентском узле из-за отсутствия свободной длины волны и является одним из основных показателей эффективности функционирования сети I.

2. Модель передачи восходящего потока трафика от одного абонентского узла в сети I

Рассмотрим процесс передачи восходящего потока трафика от одного абонентского узла к линейному терминалу в сети I. Модель абонентского узла представляет собою однолинейную систему массового обслуживания (СМО) с буферным накопителем ёмкостью R , $0 < R < \infty$, условных единиц. Исследуемая СМО обслуживает K типов заявок.

Условие 1. Потоки поступления k -заявок любого класса пуассоновские с постоянными интенсивностями λ_k , $0 < \lambda_k < \infty$, $k = \overline{1, K}$, и независимы в совокупности. Каждая k -заявка требует для своего обслуживания b_k , $0 < b_k \leq R$, условных единиц, которые занимают в буфере накопителе при поступлении в СМО и освобождаются сразу после завершения обслуживания вместе с освобождением длины волны.

Дисциплина выбора заявок из очереди — в порядке поступления (FCFS, First Come First Served).

Условие 2. Если в момент поступления новой k -заявки, $k = \overline{1, K}$, в системе оказались заняты больше, чем $R - b_k$ условных единиц в буфере-накопителе, то поступившая k -заявка получает отказ и теряется, не влияя на интенсивность поступления порожденного её пуассоновского потока.

Условие 3а. Время обслуживания k -заявки в системе распределено по экспоненциальному закону с параметром μ_k , $0 < \mu_k < \infty$, $k = \overline{1, K}$.

Такую модель передачи восходящего потока трафика будем кодировать $\mathbf{M} \mid \mathbf{M} \mid 1 \mid 0 < R < \infty$ [4]. Однако она не учитывает того, что в момент включения абонентского узла на линейном терминале может не быть свободной длины волны, что приводит к блокировке передачи данных в выделенном абонентском узлу временном домене.

Условие 3б. Учитывая данную особенность и результаты предыдущего раздела, примем интенсивность обслуживания k -заявки равной

$$\alpha \mu_k, k = \overline{1, K}, \tag{4}$$

где α , $0 < \alpha < 1$, — вероятность отсутствия блокировки передачи данных на абонентском узле (1)–(3).

Схема СМО, описывающей функционирование абонентского узла, представлена на рис. 1.

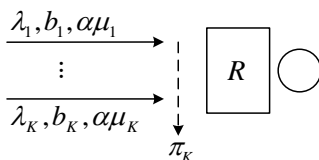


Рис. 1. Схема СМО

СМО на рис. 1 описывается с помощью следующих параметров:

$\mathbf{m} := (m_k)_{k=\overline{1, K}}$, $m_k \in \left\{0, 1, \dots, \left\lfloor \frac{R}{b_k} \right\rfloor\right\}$ — вектор состояния СМО, обозначающий число заявок каждого типа в буферном накопителе абонентского узла;

$S := \{\mathbf{m} \mid 0 \leq \mathbf{b}^T \mathbf{m} \leq R\}$ — пространство состояний СМО;

$S_k := \{\mathbf{m} \in S \mid \mathbf{b}^T \mathbf{m} \leq R - b_k\}$ — подпространство приёма k -заявок, $k = \overline{1, K}$;

$\bar{S}_k = S \setminus S_k = \{\mathbf{m} \in S \mid \mathbf{b}^T \mathbf{m} > R - b_k\}$ — подпространство блокировки k -заявок, $k = \overline{1, K}$.

Функционирование СМО на рис. 1 будем описывать с помощью ступенчатого марковского процесса (СтМП) $\mathbf{Y}(t) = (Y_k(t))_{k=\overline{1, K}}$ с пространством состояний S и конечной матрицей интенсивностей переходов. Здесь $Y_k(t)$ — число k -заявок в абонентском узле в момент времени $t > 0$.

Условие 4. Примем дополнительно, что матрица интенсивностей переходов неразложима (все состояния из S сообщаются).

Теорема 1. Если для системы выполняются условие 1 – условие 4, то её описывает СтМП $\mathbf{Y}(t)$ со стационарным распределением вероятностей мультипликативной формы:

$$p(\mathbf{m}) = G_2^{-1} \frac{1}{\alpha^{m_\bullet}} \prod_{k=1}^K \rho_k^{m_k}, \quad (5)$$

$$G_2 = \frac{1}{p(\mathbf{0})} = \sum_{\mathbf{m} \in S} \frac{1}{\alpha^{m_\bullet}} \prod_{k=1}^K \rho_k^{m_k}, \quad (6)$$

где $\mathbf{m} \in S$, $\rho_k := \frac{\lambda_k}{\mu_k}$, $k = \overline{1, K}$, $m_\bullet := \sum_{k=1}^K m_k$.

Доказательство теоремы 1 аналогично доказательству, представленному в [4, §2.4].

Тогда вероятность блокировки k -заявок из-за ограниченной ёмкости буферного накопителя рассчитывается по формуле

$$\pi_k = \frac{1}{G_2} \sum_{\mathbf{m} \in \overline{S}_k} \frac{1}{\alpha^{m_\bullet}} \prod_{k=1}^K \rho_k^{m_k}, \quad k = \overline{1, K}. \quad (7)$$

Чтобы вычислить вероятность блокировки k -заявок, необходимо рассчитать нормирующую константу G_2 . В силу мультипликативности стационарного распределения вероятностей (5)–(6) константа G_2 может быть вычислена с помощью модифицированного свёрточного алгоритма Бузена, который широко используется по настоящее время в теории телетрафика [4, §4.5], [11, 12].

Теорема 2. Нормирующая константа G_2 (6) вычисляется по формулам

$$G_2 = \sum_{r=0}^R g(K, r), \quad (8)$$

$$g(k, r) = \begin{cases} 0, & k = 0, \quad r = \overline{1, R}, \\ 0, & k = \overline{0, K}, \quad r < 0, \\ 1, & k = \overline{0, K}, \quad r = 0, \\ g(k-1, r) + \frac{\rho_k}{\alpha} g(k, r-b_k), & k = \overline{1, K}, \quad r = \overline{1, R}, \end{cases} \quad (9)$$

где $\rho_k := \lambda_k/\mu_k$, $k = \overline{1, K}$.

Тогда вероятность блокировки k -заявок в сети I из-за ограниченной ёмкости буферного накопителя будет рассчитываться по формуле

$$\pi_k = G_2^{-1} \sum_{r=R-b_k+1}^R g(K, r), \quad k = \overline{1, K}. \quad (10)$$

3. Пример численного анализа

Рассмотрим модель совместного функционирования абонентских узлов в фрагменте сети I. Значения параметров модели приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения параметров модели совместного функционирования абонентских узлов

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
L	2, 16	a_5	0.45	a_{11}	0.65
W	1, 2	a_6	0.4	a_{12}	0.22
a_1	0.1	a_7	1	a_{13}	0.36
a_2	0.2	a_8	0.6	a_{14}	0.54
a_3	0.15	a_9	0.25	a_{15}	0.78
a_4	0.3	a_{10}	0.35	a_{16}	0.8

На рис. 2 представлен график зависимости вероятности отсутствия блокировки передачи данных на 1-м и 2-м абонентских узлах от изменения числа абонентских узлов при фиксированном числе длин волн.

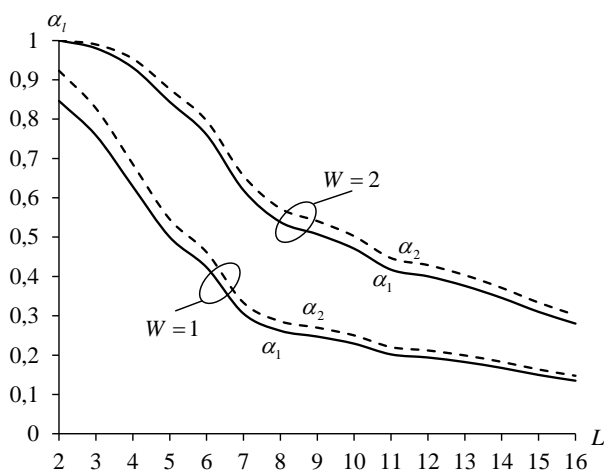


Рис. 2. Зависимость вероятностей отсутствия блокировки передачи данных от числа абонентских узлов

Вероятность отсутствия блокировки передачи данных на абонентском узле убывает, потому что при увеличении числа абонентских узлов в сети I, которые требуют для своей работы выделения длины волны, возрастает вероятность того, что в момент включения некоторого абонентского узла все длины волн на линейном терминале заняты.

При $W = 2$ в точке $L = 2$ вероятность отсутствия блокировки передачи данных $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, потому что в этом случае для каждого абонентского узла выделена своя длина волны для передачи.

Волнообразное поведение графиков объясняется значениями параметра a_l , $l = \overline{1, L}$, представленных в табл. 2. Например, сравним поведение графиков между значениями $L = 6; 7$ и $L = 7; 8$. В первом случае скорость убывания графиков выше,

потому что в сеть добавляется абонентский узел с нагрузкой по запросам на выделение длины волны $a_7 = 1$, а во втором – $a_8 = 0.6$.

Вероятность отсутствия блокировки передачи данных $\alpha_1 < \alpha_2$ при любом значении параметра W , потому что нагрузка по запросам на выделение длины волны $a_1 < a_2$ в исходных данных, представленных в табл. 2.

Вероятность отсутствия блокировки передачи данных при $W = 2$ больше, чем при $W = 1$, потому что чем больше длин волн выделено в сети I, тем меньше вероятность блокировки передачи данных на абонентских узлах из-за отсутствия свободной длины волны.

Рассмотрим модель передачи трафика от одного абонентского узла к линейному терминалу в сети I, значения параметров которой приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения параметров модели совместного функционирования абонентских узлов

Параметр	Значение
K	2
R	28
\mathbf{b}^T	(1; 2)
ρ^T	(0, 8; 0, 25)

Рассмотрим зависимость вероятности блокировки k -заявок в модели передачи трафика от одного абонентского узла к линейному терминалу в сети I от изменения вероятности отсутствия блокировки передачи данных на абонентском узле.

На рис. 3 представлен график зависимости π_1 и π_2 от изменения значения параметра α .

Значения параметра $\alpha := \alpha_1$ рассчитаны по формулам (1)–(3) исходя из модели совместного функционирования абонентских узлов в сети I, параметры которой приведены в табл. 2, при фиксированном $L = 16$.

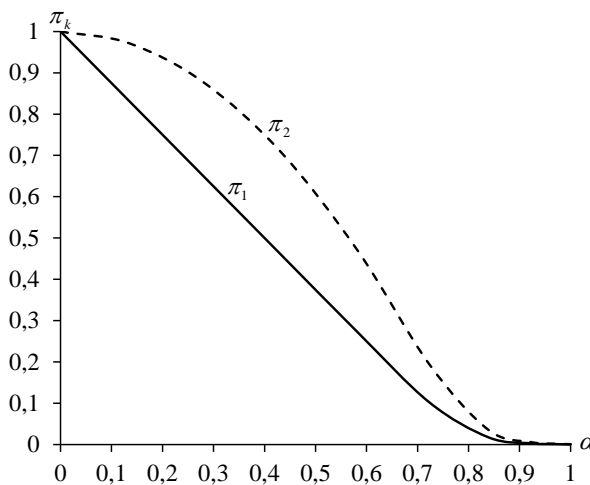


Рис. 3. Зависимость вероятностей блокировки заявок от вероятности отсутствия блокировки передачи данных

С увеличением вероятности отсутствия блокировки передачи данных на абонентском узле вследствие увеличения числа длин волн, предоставляемых в сети I, вероятность блокировки k -заявок уменьшается.

Значение вероятности отсутствия блокировки передачи данных на абонентском узле прямо пропорционально числу W длин волн и обратно пропорционально числу L абонентских узлов в сети I.

4. Заключение

В настоящей статье построена математическая модель передачи восходящего потока мультисервисного трафика от одного абонентского узла к линейному терминалу в сети I и предложен алгоритм нахождения вероятностей блокировки заявок. Приводится пример численного анализа, в котором отражена роль параметра α при выборе оптимального режима функционирования абонентских узлов.

Авторы предполагают использовать представленный в статье подход для построения алгоритма расчёта вероятностей блокировки заявок в модели передачи восходящего потока приоритетного трафика в сети I.

Литература

1. Кузьмичев В. Н., Маккавеев В. И., Светиков Ю. В. Зарождение и развитие оптической многоканальной связи в СССР // Электросвязь. — 2013. — № 6. — С. 9–14.
2. Гринфилд Д. Оптические сети, пер. с англ. — Киев: ДиаСофтЮП, 2002.
3. Листвин В. Н., Трещиков В. Н. DWDM системы. Второе издание. — М.: ТЕХНОСФЕРА, 2015.
4. Башарин Г. П. Лекции по математической теории телетрафика. Изд. 3-е, перераб. и доп. — М.: РУДН, 2009.
5. Ефимушкин В. А., Савандюков И. М. Распределение ресурсов в оптических транспортных сетях: Учебное пособие. — М.: ЦНИИС, 2010.
6. Ramaswami R., Sivarajan K. N., Sasaki G. H. Optical Networks: A practical Perspective. Third Edition. — Morgan Kaufmann, 2009.
7. Mukherjee B. Optical WDM Networks. — Springer, 2006.
8. Siva Ram Murthy C., Gurusamy M. WDM Optical Networks: Concepts, Design and Algorithms. — PrenticeHall PTR, 2002.
9. Stability of Multi-Wavelength Optical Buffers with Delay-Oriented Scheduling / E. Morozov, W. Rogiest, K. De Turk, D. Fiems, H. Bruneel // Transactions on Emerging Telecommunication Technologies. — 2012. — Vol. 23, No 3. — Pp. 217–226.
10. Башарин Г. П., Гайдамака Ю. В., Русина Н. В. Алгоритм расчета вероятностных характеристик функционирования оптических абонентских узлов в пассивной оптической сети // Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». — 2015. — № 2. — С. 28–32.
11. Наумов В. А., Самуйлов К. Е., Яркина Н. В. Теория телетрафика мультисервисных сетей. Монография. — М.: РУДН, 2008.
12. Basharin G. P., Gaidamaka Y. V., Samouylov K. E. Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks // Automatic Control and Computer Sciences. — 2013. — Vol. 47, No 2. — Pp. 62–69.

UDC 621.39

Probability Characteristic Analysis and Computation Algorithm of One ONU Upstream in WDM-TDMA PON

G. P. Basharin, Yu. V. Gaidamaka, N. V. Rusina

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

Nowadays, the telecommunication industry undergoes fundamental changes, associated with transition from voice to data-link systems. It's due to telecommunication network revolution, rapid growth of user count, increasing number of provide service and quality of service. Access network evaluation is being conducted in both directions, such as high bit rate access development for providing high quality of service and decrease length of cooper wiring in local line networks. Data traffic dominates in the networks and requires the creation of networks with high bandwidth based on packet switching. Therefore, it's paid special attention to the networks, which are based on optical and optoelectronic components. Passive optical network is an all optical network based on passive optical components only, which exclude the conversion of electrical signal into optical form and vice versa. Traffic transmission in the networks may be implemented using time division multiple access (TDMA) and wavelength division multiplexing (WDM) technologies. In the present paper, we propose a fragment of the multiservice passive optical network with upstream traffic carrying considering the functioning process of optical network units (ONU) and the principle of wavelength dynamic distribution. These results are used in the blocking probability analysis of the model.

Key words and phrases: Passive Optical Network (PON), Optical Line Terminal (OLT), Optical Network Unit (ONU), upstream, Wavelength Division Multiplexing (WDM), Time Division Multiple Access (TDMA), blocking probability

References

1. V. N. Kuzmichev, V. I. Makkaveev, J. V. Svetikov, Beginning and Evolution of Optical Multichannel Operarion in the USSR, *Electrosviaz* (6) (2013) 9–14, in Russian.
2. D. Greenfield, *Optical Networks*, DiaSoftUP, Kiev, 2002, in Russian.
3. V. N. Listvin, V. N. Treschikov, *DWDM Systems*. The 2-nd edition, Technosphera, M., 2015, in Russian.
4. G. P. Basharin, *Lectures on Mathematical Teletraffic Theory*. The 3-rd edition, PFUR, Moscow, 2009, in Russian.
5. V. A. Ephimyshkin, I. M. Savandukov, *Resource Distribution in Optical Transport Networks: Study Guide*, CSE, Moscow, 2010, in Russian.
6. R. Ramaswami, K. N. Sivarajan, G. H. Sasaki, *Optical Networks: A practical Perspective*. Third Edition, Morgan Kaufmann.
7. B. Mukherjee, *Optical WDM Networks*, Springer, 2006.
8. C. Siva Ram Murthy, M. Gurusamy, *WDM Optical Networks: Concepts, Design and Algorithms*, PrenticeHall PTR, 2002.
9. E. Morozov, W. Rogiest, K. De Turk, D. Fiems, H. Bruneel, Stability of multi-wavelength optical buffers with delay-oriented scheduling, *Transactions on Emerging Telecommunication Technologies* 23 (3) (2012) 217–226.
10. G. P. Basharin, Y. V. Gaidamaka, N. V. Rusina, Probability characteristic computation algorithm of onus functioning in pon, *Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series "Mathematics. Information Sciences. Physics"* (2) (2015) 28–32, in Russian.
11. V. A. Naymov, K. E. Samouylov, V. Yarkina, N. *Teletraffic Theory of Multiservice Networks*. Monography., PFUR, Moscow, 2008.
12. G. P. Basharin, Y. V. Gaidamaka, K. E. Samouylov, Mathematical theory of teletraffic and its application to the analysis of multiservice communication of next generation networks, *Automatic Control and Computer Sciences* 47 (2) (2013) 62–69.