DOI: 10.22363/2224-7580-2025-3-159-167
EDN: GTKCHU

# НЕОБРАТИМОЕ РЕЛЯЦИОННОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ ВРЕМЯ И ТЕРМОДИНАМИКА

**В.В. Аристов**
*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук*
*Российская Федерация, 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 44, кор. 2*

**Аннотация.** В статье рассмотрена проблема формализации понятия необратимости времени в рамках принятой реляционной статистической концепции. Для этого выявляется важная роль понятия «момент времени», конструктивным образом определенного через набор радиус-векторов изучаемой системы элементов. Сопоставление трех последовательных моментов времени способно задать представление о необратимости задаваемого векторного времени. Путем сравнения интервалов векторного времени и скалярного времени, определяемого по аналогу часов, удается показать их различие, что лежит в основе введения количественного выражения для энтропии времени и получения термодинамических соотношений.

***Ключевые слова:*** реляционная статистическая концепция, пространство-время, обратимое и необратимое время, энтропия реляционного времени

## Введение

Настоящая работа является продолжением и развитием в конструктивном смысле с применением математических соотношений нашей работы [1]. В традиционной физике отсутствует, по сути, определение времени как состояния, всегда оно мыслится и соответственно измеряется как процесс, точка $t$ «равнодушна» к положению на оси времени, имеет смысл лишь приращение $dt$. В уравнениях фигурируют производные по времени, так что, по сути, мы всегда интересуемся метрикой времени на малом интервале. Представляется, что возможность введения в реляционной статистической концепции содержательного понятия времени как момента расширяет категорию физического времени до времени-состояния (помимо времени-интервала). Это позволяет определять необратимость времени, что часто обсуждается в философской литературе, но в неопределенной и словесной форме. Также становится ясна аналогия между таким временем и термодинамическими величинами.

Некоторые свойства времени остаются пока без должной формализации. Например, в [2] отмечается значимость исследования протяженных отрезков времени. Также последовательность моментов времени является одной из важных темпоральных характеристик, (см. [3]), где она выделяется наряду со свойством длительности.

Однако мы сосредоточимся на понятиях «момент» и «приращение времени» (подразумевая, что последовательность моментов времени выстраивается в нашей концепции с опорой на применяемый операциональный метод). Данные понятия способны в развиваемой статистической концепции задать термодинамические и кинетические свойства времени, в частности, специально вводимой энтропии, тем самым определяя более широкое по сравнению с традиционным описание физической реальности.

## Темпоральные статистические аналогии термодинамических понятий

В реляционном статистическом подходе для построения пространства-времени мы будем использовать математический аппарат, который достаточно развит и описан в подробностях, например в [4]. При этом заметим, что идейно близкие реляционные взгляды используются рядом авторов (см. [5]).

Приращение времени в нашем подходе задается формулой из [4]:

$$d\tau^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_j)^2 . \qquad (1)$$

Здесь $dr_i$ – приращение координат между двумя опытами, определяемыми с помощью специального прибора темпорометра, оснащенного идеальным фотоаппаратом, фиксируюшим положения элементов системы; $a$ – постоянная, равная скорости света в вакууме. Неоднократно указывалось на сходство такого статистического определения интервала времени с тем, как задается температура в статистическом подходе, в кинетической теории, где температура трактуется как средняя тепловая энергия в системе изучаемых $N$ частиц. Но в приведенном статистическом задании времени есть существенное отличие. Здесь связаны инфинитезимальные величины, что предопределяет специфику определения временного интервала.

Соотношение (1) способно привести к выражению для температуры в данной системе, и эта связь будет уже между конечными величинами. Таким образом, реляционная статистическая концепция позволяет аналогично принятым в статистической теории описать темпоральные и пространственные величины.

Важно, что в наших представлениях момент времени ассоциируется с точкой в $3N$-мерном конфигурационном пространстве, причем задаваемой вполне определенным путем с помощью темпорометра, позволяющего опознавать все координаты $N$ частиц рассматриваемой системы.

Таким образом, момент (миг) времени – это не «безликая» точка на оси времени, а индивидуально определенная многопараметрическая точка, которая может быть найдена на основе некоторых измерительных процедур для обобщенного («мыслительного») прибора через пространственные координаты.

Формализация понятия момент времени через набор радиусов-векторов $r_i$ реализуется следующим образом:

$$\tau \equiv R = \{r_1, ..., r_N\}\ i = 1, ..., \ N.$$

Здесь «настоящее» – точка в $3N$-мерном пространстве. Тогда приращение векторного времени между моментами (1) и (2) и (2) и (3) имеет следующий вид:

$$d\vec{\tau}^{\,(2)-(1)} = \{d\vec{r}_1^{\,(2)-(1)}, ..., d\vec{r}_N^{\,(2)-(1)}\}, \tag{2}$$

$$d\vec{\tau}^{\,(3)-(2)} = \{d\vec{r}_1^{\,(3)-(2)}, ..., d\vec{r}_N^{\,(3)-(2)}\}. \tag{3}$$

Мы настаиваем, что для правильной трактовки необратимости времени необходимо рассматривать три момента для сравнения двух последовательных интервалов времени. Подразумевается, что последовательность времени также задается «инструментально» с помощью темпорометра. Предполагается, что мы с помощью «мысленного прибора» (сопоставимого с понятием «мысленного эксперимента») можем получать цепочки наборов таких радиусов-векторов, причем при записи выстраиваются соответствующие последовательности, то есть задается последовательность моментов времени, задаваемая опытным путем на основе заданных процедур операций: в определенном смысле здесь действует «операционализм Бриджмена». Во всяком случае, так мы получаем наборы последовательностей чисел, которые мы можем сопоставлять. Два момента времени (1) и (2) будут отличаться между собой, если происходит движение, что предполагает отличие координат одних и тех же частиц (здесь допускается различимость частиц) в двух последовательностях опытов. Для определения «расстояния» между моментами (1) и (2) можно использовать, например, метрику С. Необходимо отметить, что сдвиги между последовательными моментами («опытами») задаются как линейные дифференциально-малые сдвиги, что не допускает возможности «петель» или «возвратов» на траектории между двумя моментами времени. В трех последовательных опытах (1), (2), (3) при наличии движения можно ожидать совпадения моментов (1) и (3). Но для этого в метрике **С** каждая координата любой частицы в момент (или «опыте» в другой терминологии), обозначенный как (1), должна совпадать с координатой в момент (3). Это будет означать «возвращение» системы в прежнее состояние.

Для небольшого числа элементов $N$ это легко представить, более того, можно это обеспечить «руками», вернув частицы в их прежние положения. На языке реляционного времени это будет означать «возвращение времени». При этом два приращения, полученные по двум интервалам по формуле (1) будут положительными, так что приращение (1) – (3) также будет положительным, что соответствует процедуре измерения по обычным часам – стрелка часов движется в одном направлении. Подчеркнем, что определение интервала времени по формуле (1) предполагает именно инфинитезимальные сдвиги на траектории каждой частицы между двумя последовательными опытами, интервал времени между моментами (1) и (3) по формуле, аналогичной (1), может предполагать, «петли» и «возвраты» на траекториях частиц, что означает, что здесь будет определяться интервал «другого времени». Такое время мы будем называть «необратимым», имея в виду, что здесь как раз может быть реализована в оговоренном смысле обратимость времени, но при большом количестве частиц возможность возврата частиц точно в прежние положения маловероятна, поэтому и возникает понятный образ необратимости времени.

Следует заметить, что указанное «возвращение во времени» носит, так сказать, статический характер, поскольку воспроизводятся положения частиц первого момента времени. Можно представить и динамическое «возвращение». Это предполагает воспроизведение не только прежних координат частиц, но и их скоростей.

Формулы (2) и (3) подразумевают введение векторного времени, при этом возвращение во времени (обратимость времени) означает выполнение равенства

$$d\vec{\tau}^{\,(3)-(2)} = -d\vec{\tau}^{\,(2)-(1)}.$$

Можно по определению полагать совпадение моментов времени, если для всех элементов системы или только для некоторой части этой системы элементов совпадут координаты в отмеченные моменты:

$$\vec{r}_i^{\,(3)} = \vec{r}_i^{\,(1)} \; i = 1, \ldots, N_1, \quad N_1 < N.$$

Выбор частиц (элементов), совпадение координат которых будет означать совпадение моментов времени, зависит от определения. Поэтому допустимо определять внутреннее время для системы из $N_1$ элементов и полагать, что происходит возврат во времени, если совпадут эти координаты в два указанных момента.

Приведенное определение обратимости и необратимости времени в реляционном статистическом подходе, в частности, сопоставимо с известным представлением о необратимости времени, связанным с расширением Вселенной («стрела времени»): если полагать, что элементы (в данном случае галактики) реально удаляются друг от друга (в системе $N_1$ элементов), для такой системы в любой момент времени положения элементов не будут совпадать с положениями в предыдущий момент времени.

### Соотношение необратимого времени и времени, измеряемого по часам

Будем определять специфику скалярного интервала необратимого времени между тремя опытами. При этом «обычное время», трактуемое как скаляр, позволяет просто складывать временные интервалы, как это происходит на шкале часов (будет предполагаться, что физические часы задаются системой огромного числа $N$, равного числу атомов в Метагалактике). Для соответствующей скалярной меры необратимого времени надо вначале ввести сложение векторов, а затем найти квадрат этого интервала. Заметим, что для интервала обычного времени, которое характеризуется лишь приращением, будем использовать соответствующее обозначение, связанное с греческой буквой **δ.** $\delta Q$ – так в термодинамике обозначают приращение тепла, не являющееся функцией состояния. Для обычного времени, измеряемого по часам, время не есть функция состояния. Для приращения вводимого нового времени используется обозначения дифференциала *d*.

Получаем для приращений «обычного времени», измеряемого по часам, показания которых могут быть получены с помощью формулы (1):

$$(\delta\tau^{(2)-(1)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i^{(2)-(1)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j^{(2)-(1)})^2 ;$$

$$(\delta\tau^{(3)-(2)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i^{(3)-(2)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j^{(3)-(2)})^2 .$$

Причем на каждом интервале: между моментами (1) и (2), а также между (2) и (3) данные скалярные величины совпадают с приращениями для времени необратимого. Для «обычного времени» справедлива аддитивность, свойственная интервалам, определяемым по часам, то есть на оси времени:

$$\delta\tau^{(3)-(1)} = \delta\tau^{(2)-(1)} + \delta\tau^{(3)-(2)}.$$

Нахождение приращения «необратимого времени» с учетом трех моментов потребует сложения векторов в *R*-пространстве:

$$d\vec{\tau}_{Irr}^{(3)-(1)} = d\vec{\tau}^{(2)-(1)} + d\vec{\tau}^{(3)-(2)},$$

причем пространственные переменные в этих интервалах имеют вид

$$dr_i^{(3)-(1)} = dr_i^{(2)-(1)} + dr_i^{(3)-(2)}, \quad i = 1,...,N.$$

Следовательно, интервал векторного времени позволяет подойти к выражению для необратимого времени с помощью значений в трех моментах. Определение скалярной величины для приращения необратимого времени дается равенством

$$(d\tau_{Irr}^{(3)-(1)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i^{(3)-(1)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j^{(3)-(1)})^2,$$

Видно, что эта величина может оказаться равной нулю в отличие от «обычного времени», которое отвечает постоянному однонаправленному движению стрелки часов. Можно ожидать, что соответствующее приращение необратимого времени будет меньше, чем приращение времени обычного, измеряемого по часам.

Вводя некоторую сокращенную запись, получим выражения для квадратов интервалов времени. Для «обычного времени» имеем

$$(\delta\tau^{(3)-(1)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{ia}^{(2)-(1)})^2 + 2a^2\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_{ja}^{(2)-(1)})^2}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_{ja}^{(3)-(2)})^2} + \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{ia}^{(3)-(2)})^2 .$$

Соответственно для квадрата приращений «необратимого» времени:

$$(d\tau_{Irr}{}^{(3)-(1)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{ia}^{(2)-(1)})^2 + 2\frac{a^2}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_{ja}^{(2)-(1)})(dr_{ja}^{(3)-(2)}) + \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{ia}^{(3)-(2)})^2.$$

Здесь

$$(d\tau^{(2)-(1)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{ia}^{(2)-(1)})^2, \quad где \quad dr_{ia}^{(2)-(1)} = dr_i^{(2)-(1)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j^{(2)-(1)}.$$

$$(d\tau^{(3)-(2)})^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{ia}^{(3)-(2)})^2, \quad где \quad dr_{ia}^{(3)-(2)} = dr_i^{(3)-(2)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j^{(3)-(2)}.$$

С учетом неравенства Коши – Буняковского

$$\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_{ja}^{(2)-(1)})(dr_{ja}^{(3)-(2)}) \le \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_{ja}^{(2)-(1)})^2}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_{ja}^{(3)-(2)})^2}$$

получаем, что

$$(d\tau_{Irr}{}^{(3)-(1)})^2 \le (\delta\tau^{(3)-(1)})^2.$$

Полагая, что каждое приращение времени неотрицательное, имеем

$$d\tau_{Irr}{}^{(3)-(1)} \le \delta\tau^{(3)-(1)}. \qquad (4)$$

То есть «необратимое время» не превышает физическое традиционное время, определяемое по обычным часам.

## Возможность введения энтропийного времени и переход к термодинамике

Для приращения такого времени требуется, чтобы в неравновесной системе время шло и останавливалось в равновесной системе. Это позволило бы соотнести такие представления со статистической энтропией, для которой в равновесном состоянии удерживается постоянное значение энтропии, а в неравновесной – происходит рост. Под равновесным движением будет пониматься наиболее вероятное распределение совокупности приращений координат для двух последовательных интервалов измерений.

На рис. 1 показаны векторы смещения координат для одной из частиц между тремя опытами. Совпадение приращения необратимого времени будет совпадать с приращением обычного времени только, если для каждой из частиц вектор (1)-(2) будет совпадать с вектором (2)-(3), и соответственно вектор (1)-(3) будет являться суммой двух одинаковых векторов. Данный процесс маловероятен. Также маловероятен и отмеченный выше процесс возвращения состояния (1) в прежнюю точку (3). Если в общем случае в момент времени (2) происходит изменение траектории частиц (см. рис. 1), это можно трактовать как взаимодействие, столкновение, что вносит определенный беспорядок в систему и влечет нарастание некоторой энтропии, которая должна быть определена.

При изменениях векторов смещений между опытами (3) и (2) по сравнению со смещениями между 2 и 1 возрастает «беспорядок» в системе, что фиксирует приращение «энтропийного» времени. В данном подходе может быть установлена прямая аналогия со статистическим определением энтропии в кинетической теории.

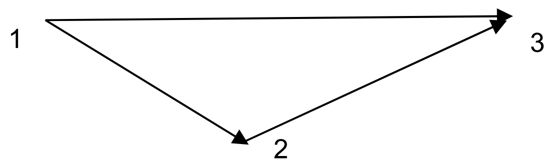


**Рис. 1. Схематическое движение одной из частиц между тремя моментами времени**
**Источник:** составлено автором.

Из приведенного неравенства (4) получаем

$$\Delta = \delta\tau^{(3)-(1)} - d\tau_{Irr}^{(3)-(1)} \geq 0.$$

Наименее вероятным в этом распределении является равенство его 0, что отвечает приведенному выше неравенству (нестрогому) Коши – Буняковского, где равенство достигается при выполнении равенства для всех элементов, то есть для каждого индекса $i$. Тогда указанная величина $\Delta = 0$. Также маловероятно движение всех частиц строго в обратном направлении, для которых будет получено $d\tau_{Irr}^{(3)-(1)} = 0$ и $\Delta = \delta\tau^{(3)-(1)}$. Наиболее вероятна величина $\Delta = 0.5\delta\tau^{(3)-(1)}$, причем можно ожидать, что распределение около этого среднего значения будет достаточно узким.

Тогда под приращением искомого «энтропийного» времени будем понимать следующую величину:

$d\tau_S^{(3)-(1)} = |0.5\delta\tau^{(3)-(1)} - \Delta|$Наиболее вероятное приращение $\Delta = 0.5\delta\tau^{(3)-(1)}$приводит к требуемому результату $d\tau_S^{(3)-(1)} = 0$, то есть для наиболее вероятностного распределения время не течет. Для $d\tau_{Irr}^{(3)-(1)} = 0$ или $d\tau_{Irr}^{(3)-(1)} = \delta\tau^{(3)-(1)}$ получаем, что такое время получает максимальное приращение $d\tau_S^{(3)-(1)} = 0.5\delta\tau^{(3)-(1)}$.

Можно оценить и относительную величину приращения

$$\frac{d\tau_S^{(3)-(1)}}{\tau_S^{(3)-(1)}} = d\ln\tau_S^{(3)-(1)} \geq 0$$

Возможность введения энтропии связана с определением величины

$$d\ln\tau_S^{(3)-(1)},$$

характеризующей возрастание беспорядка в системе. Поэтому можно задавать энтропию следующим образом:

$$S = \ln\tau_S^{(3)-(1)}.$$

Далее термодинамику времени можно вводить в согласии с традиционным методом. Температура определяется через соответствующую производную. Так строится теория статистической термодинамики (см. [6]), поэтому развиваемый реляционно-статистический подход способен представить и статистическую термодинамику времени.

## Заключение

Рассмотрение трех моментов времени в реляционной статистической концепции (вместо двух в обычных уравнениях движения) позволяет в принципе использовать представления о необратимости времени. Статистическая энтропия, описываемая кинетическими уравнениями, возрастает в изолированных системах. Можно получить аналогичную величину и для процесса времени. Вводимая здесь энтропия возрастает.

Сделаем следующее замечание. Уравнение Больцмана описывает возрастание статистической энтропии. Хотя это уравнение и опирается на соотношения ньютоновой механики, в принципе оно содержит необратимость. Возрастание статистической энтропии в замкнутой системе, что выражается в известной H-теореме, является его следствием. Причем в отличие от многих уравнений математической физики, где фигурирует фактически приращение времени, связанное с $dt$, означающее участие двух моментов времени, здесь присутствуют в скрытом виде два приращения времени и три момента времени соответственно. Действительно, в интеграл столкновений входят скорости частиц до и после столкновений. Для каждой из этих скоростей в общем случае должно быть использовано свое приращение времени. Следовательно, для задания этих двух временных интервалов требуется определить три момента времени. Поэтому и само уравнение также необратимо по времени. Замена $t$ на $-t$ не приводит к тому же уравнению. Можно попытаться получить аналог уравнения Больцмана, опираясь на определение необратимого времени, что является перспективной задачей.

## Литература


[1] *Аристов В. В.* Реляционно-статистическое пространство-время и проблемы, связанные с «защищенностью хронологии» // Метафизика. 2019. № 1 (31). С. 83–88.

[2] *Сарычев В. П.* Время как характеристика действительности // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. Москва : Изд. МГУ, 1996. Ч. 1. С. 289–302.

[3] *Арманд А. Д.* Дуализм времени // На пути к пониманию феномена времени: конструкции времени в естествознании. Москва : Прогресс-Традиция. 2009. Ч. 3. С. 460–478.

[4] *Аристов В. В.* Реляционное статистическое пространство-время и построение единой физической теории // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 4 (25). С. 4–20.

[5] *Владимиров Ю. С.* Реляционная концепция Лейбница–Маха. Москва : ЛЕНАНД, 2017.

[6] *Киттель Р.* Статистическая термодинамика. Москва : Наука. 1977.

# IRREVERSIBLE RELATIONAL STATISTICAL TIME AND THERMODYNAMICS

**V.V. Aristov**
*Federal Research Center "Computing Science and Control", Russian Academy of Sciences*
*2 cor., 44 Vavilova St, Moscow, 119333, Russian Federation*

**Abstract.** The paper considers the formalization of time irreversibility within the framework of the generally accepted relational statistical concept. For this purpose, the important role of the notion of a moment in time, constructively limited through a set of radius vectors of the elements of the system under study, is revealed. Comparison of three successive moments in time can give an idea of the irreversibility of the specified vector time. By comparing the intervals of vector time and scalar time determined by the analog of a clock, the justification shows their accuracy, which underlies the definition of a quantitative expression for the entropy of time and the receipt of thermodynamic relations.

***Keywords:*** relational statistical concept, spacetime, reversible and irreversible time, entropy of relational time