DOI: 10.22363/2224-7580-2025-3-146-158
EDN: GSTQKZ

# АПРИОРНЫЙ И ЧАСТОТНЫЙ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОНЯТИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

**К.А. Михайлов***

*Философский факультет*
*Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова*
*Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские горы*

**Аннотация.** Рассмотрены два основных подхода к пониманию вероятности, их недостатки и положительные стороны, объясняется отсутствие противоречивых результатов. Обсуждается применение частотного и априорного подходов на практике, существующие альтернативы, их трудности и пути разрешения.

***Ключевые слова:*** частотная вероятность, Рихард Фон Мизес, равновозможность, априорная вероятность, теория вероятностей

## Введение

Возникновение теории вероятностей как самостоятельной науки относят к началу XVIII века, когда появились работы по научному изложению ее основ. Одной из первых стала книга Якоба Бернулли «Искусство предположений» 1713 года. В ней было предложено, впоследствии ставшее классическим определение вероятности с использованием понятия о «равновозможности» всех возможных исходов некоторого испытания, в результате которого появляется значение случайной величины. Вероятность случайного события определялась как отношение числа всех благоприятных равновозможных элементарных исходов, влекущих за собой данное событие, к числу всех возможных исходов. Очевидно, данное определение получалось из некоторого умозаключения, которое предполагало идеально симметричную ситуацию, что вполне логично. Подход Бернулли к определению вероятности носит априорный характер.

В философской литературе можно найти различные подходы к пониманию вероятности. К ним относятся и степень следования, и степень рациональной веры, и концепция вероятности как предрасположенности, и другие [1]. Основными же подходами к пониманию вероятности являются априорный, получивший свое начало в работах Бернулли, и частотный, предложенный в работах австрийского математика Рихарда фон Мизеса. Оба противоположных подхода имеют место как в теоретическом, так и в практическом применении. Принципиальных противоречий применения для обоих

* E-mail: airdesign@mail.ru

подходов найдено не было [2]. В результате чего возникает основной вопрос: почему частотно определенная вероятность не противоречит априорной?

## Частотный подход к пониманию вероятности

В начале XX века Рихард фон Мизес предложил частотное определение вероятности как предела отношения числа благоприятных исходов к числу всех испытаний, когда последнее является довольно большим и мысленно устремляется к бесконечности. В 1928 году Мизес выпустил научно-популярную книгу, где постарался изложить максимально строго свое представление о понятии вероятности.

В этой книге Мизес поставил вопрос о значении слова «вероятность». Каково его понятие? Является ли оно априорным или выявляется опытным путем? В основу понимания вероятности он положил эмпирический «факт», выразив его так: «Относительная частота различных признаков меняется все меньше, если все больше увеличивать число наблюдений», и назвал вероятностью предельное значение относительной частоты «выпадения» некоторого признака [3. С. 18].

Определение вероятности у Мизеса также основано на понятии коллектива, к которому и только к которому оно применимо. «Коллектив есть массовое явление (или многократно повторяемый процесс), для которого обосновано предположение, что относительная частота появления каждого единичного наблюдаемого признака стремится к определенному предельному значению. Это значение называется вероятностью появления признака в пределах коллектива» [3. С. 20].

В качестве основных примеров применения понятия вероятности рассматриваются бросание монеты, бросание симметричного или асимметричного кубика. При этом внимание акцентируется на том, что вероятности событий (например, выпадения номера грани кубика) для каждого кубика свои и устанавливаются только экспериментом. Отсюда Мизес еще раз делает вывод, что понятие вероятности не применимо там, где нельзя провести достаточное количество экспериментов или они не планируются проводиться.

Дополнительно Мизес вводит понятие иррегулярности коллектива, для которого применимо понятие вероятности: «Относительная частота, с которой выступает в ряду какой-либо признак, должна обладать предельным значением, это предельное значение должно оставаться неизменным, если из всей последовательности произвольно выбрать любую часть и рассматривать в дальнейшем только эту часть» [3. С. 31]. Иными словами, для любой подпоследовательности должен существовать предел, равный пределу последовательности.

Размышляя о классическом определении вероятности, предложенном Бернулли (через равновозможные случаи), Мизес ставит вопрос о правомерности применимости классического определения. По мнению Мизеса, определение вероятности через понятие равновозможности приводит к логическому кругу. В самом деле, на чем основано утверждение о равномерном распределении вероятности элементарных исходов? Исключительно на предположении о «равновозможности», которая выводится из определенной симметрии. Но последняя на практике строго не выполняется, так как нельзя сделать идеально симметричные монету или кубик. Поэтому зачем вводить в понятие вероятности то, чего не бывает в природе? Исходя из этого, Мизес в принципе предлагает говорить о какой-либо равновозможности только на основе длительного повторения опыта, который и мог бы показать эту самую равновозможность [3]. К тому же возникает проблема определения вероятности для случаев, когда априори нет основания предполагать какую-то симметрию. Тогда ничего, кроме частотного определения, не остается.

Однако в книге Мизеса также можно найти дополнительную идею о том, что вопрос о природе вероятности не всегда можно решить с позиции чистого эмпиризма: «Но сейчас существенным для нас является не то, что, согласно моему воззрению, наше знание вероятности выпадения шестерки есть результат наблюдения и измерения (которое не при всех условиях может быть произведено над индивидуально данным объектом), согласно же другому взгляду это есть познание „apriory“. Для нас дело сейчас идет прежде всего о том, чтобы возможно точнее описать общую задачу исчисления вероятностей…» [3. С. 39]. Мизес формулирует первое умозрительное свойство вероятности – сумма вероятностей всех признаков коллектива равна единицы. Таким образом, даже Мизес, явный сторонник позитивизма и эмпирического подхода, не смог обойтись без некоторой априористики.

В отечественной литературе точка зрения Мизеса не раз подвергалась критике. Например, в работе Л.Е. Майстрова читаем: «В чем же порочность установок Мизеса? Приняв за основу тот факт, что вероятность и частота – связанные между собой величины, Мизес определяет вероятность как предельное значение частоты: «…обосновано предположение, что относительная частота появления каждого единичного наблюдаемого признака стремится к определенному предельному значению. Это предельное значение мы называем вероятностью…» Но в том-то и дело, что никакого «обоснованного предположения» у нас нет. Мы никогда не можем знать, имеет ли данная частота предел или нет, хотя бы уже потому, что для этого пришлось бы произвести бесконечное число опытов. Кроме того, это определение совершенно несостоятельно математически, так как мы не можем указать функциональной зависимости между количеством испытаний $n$ и частотой появления события $m/n$, где $m$ – количество появлений события, а не указав такой зависимости, мы не можем вычислить предел $\lim_{n\to\infty} \frac{m}{n}$; более того, этот переход к пределу вообще лишен смысла, а именно этот предел Мизес принимает за вероятность. Согласно Мизесу, события до опыта не имеют вероятности, она не является объективным свойством явления. Вероятность у событий появляется только в связи с проведением нашего опыта. Таким образом, по Мизесу, мы с помощью опыта не выясняем существующие объективные свойства, а приписываем их явлениям, предметам. После такого махистского толкования опыта Мизес считает, что больше никакой необходимости в теоретическом обосновании понятия вероятности не требуется» [4. С. 125–126].

Воплотить частотную интерпретацию вероятности в идеальную строгую математическую теорию Мизес так и не смог. Б.В. Гнеденко в своей книге по теории вероятностей отмечает, что требование иррегулярности, из которого исходит фон Мизес, противоречит требованию сходимости последовательности результатов испытаний. «Построение математической теории, основанной на выполнении обоих этих требований, наталкивается на непреодолимые математические трудности. Дело в том, что требование иррегулярности оказывается несовместимым с требованием существования предела» [5. С. 47].

А.Я. Хинчин, отмечая вклад Мизеса в развитие понятия вероятности, также критикует основы его работы: «Причиной заблуждений Мизеса служит его махистская позиция, которой были порождены и питаются до сих пор основы частотной теории. Идеалист, если он, как Мизес, стоит на позитивистской позиции, всегда боится математики, как бы он на словах не признавал ее заслуги. Для него отдать то или иное учение в распоряжение математики означает оторвать его от реального контакта с действительностью. Он не хочет признать, что математика, подобно естественным наукам, изучает реальный мир» [6].

Упрек частотному подходу в том, что он опирается на философию махизма, содержится и в статье «Вероятность» (автор А. Яглом) в Философской энциклопедии [7. С. 245]. Действительно, фон Мизес – позитивист. Если рассматривать позиции Хинчина (ученика Колмогорова) с точки зрения философии науки, можно сделать вывод, что вопрос ставится о соотношении математики и опыта. Согласно Хинчину и Колмогорову, теория вероятностей – наука, близкая к физике в смысле соотношения с реальностью. Теория вероятностей – это одновременно и фундаментальная математическая дисциплина, и прикладная дисциплина, поскольку плавно переходит в теорию массового обслуживания, в теорию надежности, теорию случайных процессов. Теория вероятностей – наука о реальности, но ее связь с реальностью более опосредована, чем связь физики.

Замечания к подходу Мизеса также описаны в книге Е.А. Беляева и В.Я. Перминова «Философские и методологические проблемы математики», где указывается, что теория вероятностей для Мизеса – «раздел естествознания, использующий математические методы. Такой вывод является, конечно, совершенно необоснованным. Он никак не вытекает из той в целом позитивной реформы теории вероятностей, которую Мизес осуществил, и обусловлен, прежде всего, не очень ясным пониманием статуса математики вообще, отношения ее к опыту, в частности отношения математической структуры как таковой к ее идеальной интерпретации» [8. С. 167]. В.Я. Перминов утверждает, что «недостаточное понимание статуса идеальной модели ведет Мизеса и к другим ошибочным положениям... Мизес совершенно упускает из виду, что принципы коллектива сформулированы как идеальные требования применительно к данной теории, что они говорят об опыте не больше, чем все другие ее утверждения, и что совершенно безразлично, выведем ли мы положения теории из этих принципов или эти принципы – из известных раньше утверждений теории» [8. С. 169]. Также В.Я. Перминов указывает, что, выбирая новый физический признак, отличный от прежней равновозможности Бернулли, который позволял приписывать одинаковую вероятность как математическую характеристику, Мизес только усложняет ситуацию, уходит в сторону, где формулировка аналогичных простых эмпирических критериев становится труднее и приводит к обратному эффекту, к более абстрактному истолкованию теоретического понятия вероятности и более опосредованному отношению к опыту. Основной причиной такого стечения являются «неясные представления о структуре математической теории, об отношении идеализированной модели к формальному аппарату, с одной стороны, и к опыту – с другой» [8. С. 170–171].

Несмотря на критику, были и сторонники частотной интерпретации Мизеса. Например, Б.М. Гессен посвятил частотной концепции вероятности ряд статей, в которых подчеркивал фундаментальную значимость понятия коллектива для понимания теории вероятностей, а также прилагал частотную точку зрения к интерпретации статистических законов физики, подчеркивал фундаментальную значимость статистических законов. Как замечает А.А. Печенкин: «Статистический закон – не временная конструкция, не приближение к динамическому закону, его статус столь же фундаментален, что и статус динамического закона. Не следует смешивать категории причинности и необходимости, писал Гессен. Как и динамический закон, статистический закон также выражает причинную связь между явлениями, но между массовыми явлениями. При этом статистический закон использует понятие вероятности» [9].

Следует отметить, что частотное определение вероятности не тождественно статистическому, о котором можно прочитать, например, в книге Гнеденко. «Мы будем говорить, что событие *A* имеет вероятность, если это событие обладает следующими особенностями:

а) Можно, по крайней мере принципиально, провести в неизменных условиях неограниченное число независимых друг от друга испытаний, в каждом из которых может появиться или не появиться событие *A*;

б) в результате достаточно многочисленных испытаний замечено, что частота события *A* почти для каждой большой группы испытаний лишь незначительно отличается от некоторой (вообще говоря, неизвестной) постоянной.

За численное значение этой постоянной может быть приближенно при большом числе испытаний принята или частота события *A*, или же число, близкое к частоте. Таким образом определенная вероятность случайного события носит наименование *статистической вероятности*» [5. С. 45].

Заметим, что, согласно статистическому определению вероятности, частота события дает лишь приближенное значение его вероятности. Причем сама вероятность существует объективно независимо от того, проводит кто-то серию испытаний или нет. Однако проблема остается, так как само «истинное» значение вероятности события неизвестно.

## Что означает равновозможность

Классическое определение Бернулли можно назвать умозрительным (или априорным) подходом к пониманию вероятности. Оно исходит из понятия равновозможности событий, о которых заранее нельзя сказать, какое из них наступит скорее, так как в условиях проведения испытаний имеется определенная симметрия. Например, рассмотрим то же бросание монеты. Почему любой человек ответит, что «орел» или «решка» выпадают с одинаковой вероятностью? Почему люди делают такое умозаключение? Первый ответ, который приходит на ум, – как раз та самая равновозможность. Откуда она берется? Рассмотрим процесс бросания монеты подробнее.

Падению монеты на стол в конечное горизонтальное положение предшествует касание монеты стола под некоторым углом. Если бы монету кидали не на твердую поверхность, а в мелкий песок (или лучше в толстый слой пыли), то было бы бесконечно много конечных положений монеты, а не два – как на столе. От чего зависит этот угол? Например, от начального положения монеты, а также от модуля, точки приложения и направления импульса силы, приложенного к монете. Таким образом, этот угол зависит от первоначального состояния движения монеты при броске (при этом мы еще пренебрегли сопротивлением воздуха). Понятие равновозможности падения монеты на стол «решкой» или «орлом» связано с предположением о равновозможности отклонения монеты от вертикали в сторону «орла» или «решки» при касании стола. Следует заметить, что это умозаключение следует из предположения, что будут использованы многие значения импульса силы при толкании монеты в начальный момент. Иначе, ограничив величину импульса силы некоторым интервалом, мы вряд ли получим симметричный результат по выпадению «орла» или «решки». В самом деле, если первоначальный импульс очень слаб, то монета всегда будет падать одной стороной. Или же, если разброс применяемых импульсов очень мал, независимо от величины импульса, монета также будет падать всегда одной стороной.

Обобщив вышесказанное, можно утверждать, что конечное положение монеты на столе зависит от многих независимых случайных факторов, таких как положение монеты при броске, величина импульса силы при ее толкании, точки приложения силы и т.д. Значит, согласно центральной предельной теореме теории вероятностей, распределение результатов падения монеты под некоторым углом к поверхности является нормальным (гауссовым). Иными словами, случайная величина падения монеты под некоторым углом выражается непрерывной симметричной гауссовой функцией, линией симметрии которой является вертикальная ось, соответствующая углу 90 градусов к горизонтальной поверхности, отклонение от которой в ту или иную сторону мы связываем с конечным результатом испытания – «орлом» или «решкой».

Можно сделать вывод о том, что равновозможность «орла» или «решки» связана с предположением об использовании при бросании разных импульсов силы из достаточно широкого интервала значений и других случайных величин, не подчиненных какому-то доминирующему фактору, что приводит к гауссовой симметричной непрерывной функции. То есть равновозможными являются те события, которые возникают в результате действия многих независимых случайных факторов и которые соответствуют симметричным непрерывным интервалам гауссовой функции.

Случайные факторы – факторы, которые могут иметь различные отклонения при определенно заданных условиях испытания. Данная случайность возникает ввиду неполной контролируемости начальных условий.

Независимость факторов означает, что для любого такого фактора существует возможность изменить любые другие, при этом данный фактор останется неизмененным.

Дополнительно следует отметить, что, согласно априорному подходу, равновозможности можно поставить в соответствие априорные понятия симметрии и непрерывности, которые далее можно вывести из априорных понятий пространства и времени [10]. То есть с точки зрения априоризма изначальное умозаключение о равновозможности «орла» или «решки» связано с априорными понятиями пространства и времени.

В случае применения частотного подхода Мизеса можно провести проверку выполнения условий применимости центральной предельной теоремы. Для этого можно много раз сделать видео высокоскоростной камерой и определить, под каким углом к горизонтальной поверхности падает монета при ее касании. Построив гистограмму, можно установить, что распределение углов падения монеты к плоскости стола аппроксимируются гауссовой функцией при тех же условиях достаточного количества случайных независимых факторов без доминирующего признака. Это, в свою очередь, даст аналогичный симметричный результат выпадения «орла» или «решки», то есть равновозможный, что и соответствует априорному пониманию вероятности.

В часто рассматриваемых Мизесом примерах асимметричной монеты или кубика, которые выпадают преимущественно одной стороной или гранью соответственно, можно усмотреть наличие доминирующего признака, что означает невозможность применения априорного понятия вероятности через равновозможность, а не отвергает само понятие. Для восстановления возможности применения априорного подхода необходимо выявить и учесть доминирующий фактор, что опять же можно сделать с помощью частотного метода или какими-то иными способами. Доминирующий фактор может быть связан с тем, что одно из событий не является элементарным, то есть является составным, и тогда требуется разложить это сложное событие на элементарные.

Также в качестве ответа на вопрос, почему на практике мы видим некоторое отклонение от строгой симметрии (почему при 1000 бросаний монеты, например, «орел» выпадает 498 раз, а «решка» 502 раза), можно усмотреть нарушение условия теоремы о достаточно большом количестве независимых случайных величин, влияющих на результат, – все-таки их число конечно. Но это не противоречит априорному пониманию вероятности, а лишь вносит некоторую привычную эмпирическую погрешность.

Может возникнуть вопрос, не является ли применение центральной предельной теоремы (ЦПТ) для определения понятия равновозможности логическим кругом. В самом деле, с одной стороны, мы сначала определили понятие вероятности через равновозможность и после доказали ЦПТ, с другой – мы использовали ЦПТ для определения понятия равновозможности. Отвечая на этот вопрос, заметим следующее. Аксиоматическое определение вероятности, предложенное А.Н. Колмогоровым (об этом речь пойдет ниже), не использует понятие равновозможности, а ЦПТ доказывается в рамках данного подхода. Таким образом, логического круга нет.

## Применение частотного подхода

Интересно отметить, как Мизес дает трактовку понятия энтропии через частотный подход к вероятности. «Если один и тот же физический процесс повторять неограниченное число раз, то с очень большой относительной частотой будет наступать случай увеличения энтропии, и только очень редко – противоположный» [3. С. 184].

Можно сказать, что и Л.Д. Ландау с М.А. Лифшицем, при написании своего известного учебника, вводили понятие вероятности, скорее, как частотное: «Обозначим посредством $\Delta p \Delta q$ некоторый малый участок объема фазового пространства подсистемы, соответствующий значению ее координат $q_i$ и импульсов $p_i$, лежащих в некоторых малых интервалах $\Delta q_i$ и $\Delta p_i$. Можно утверждать, что в течение достаточно большого промежутка времени $T$ чрезвычайно запутанная фазовая траектория много раз пройдет через всякий такой участок фазового пространства. Пусть $\Delta t$ есть та часть полного времени $T$, в течение которого подсистема «находилась» в данном участке фазового пространства $\Delta p \Delta q$. При неограниченном увеличении полного времени $T$ отношение $\Delta t/T$ будет стремиться к некоторому пределу $w = \lim_{T\to\infty} \frac{\Delta t}{T}$. Этот предел можно будет рассматривать как вероятность того, что при наблюдении подсистемы в некоторый произвольный момент времени мы обнаружим ее находящейся в данном участке $\Delta p \Delta q$ фазового пространства» [11. С. 15–16].

Вопрос случайности и детерминизма процессов рассматривается Мизесом как вопрос участия и неучастия человека в процессе. Процессы с участием человека носят отпечаток его свободы воли и не детерминированы, а без участия – детерминированы. Также он рассуждает на тему детерминизма и возможности применения механики для предсказания будущих состояний системы. Он уделяет внимание тому, что невозможно и, по его мнению, не будет возможно точно измерить начальное состояния системы, из-за чего невозможно точно предсказать будущее состояние, в свою очередь из-за чего в принципе и возникает понятие вероятности. В связи с этим Мизес видит вероятность как основу описания законов природы в том смысле, что статистический метод лучше и точнее позволяет предсказать будущее состояние системы [3. С. 185–190].

Согласно современной теории динамического хаоса, даже если начальное состояние системы детерминировано максимально возможным образом, все равно эволюция этой системы будет проходить непредсказуемо после точки бифуркации, что воспринимается человеком как случайное развитие событий. Отсюда и возникает умозрительное заключение о наличии вероятности и даже, более того, – вероятности как основы физической картины мира [12; 13].

## Аксиоматический подход к вероятности

Несколько иначе обстояло дело с противоположным частотному подходу – аксиоматическим подходом. Оно выглядело более успешным и используется в современной науке. В 1929 году математик Андрей Николаевич Колмогоров предложил аксиоматическое понятие вероятности [14]. В 1933 году вышла книга, в которой были изложены и доказаны основные теоремы теории вероятностей, считающиеся на сегодняшний день общепринятыми. Сначала книга была выпущена на немецком языке, позднее в 1936 году появилась ее русская публикация [15]. В основных учебниках [5; 19; 20] теория вероятности излагается на базе аксиоматики А.Н. Колмогорова.

Колмогоров был не первым, кто выдвигал аксиоматическую трактовку теории вероятностей. В 1917 году математик С.Н. Бернштейн опубликовал свой «Опыт аксиоматического обоснования теории вероятностей» [16]. Кроме того, Эмиль Борель предлагал пересмотреть теорию вероятности с позиции теории меры и теории функций действительных переменных [17]. Но Колмогоров, в отличие от своих предшественников, сформулировал простую систему аксиом, на самом деле не являющуюся единственно возможной, позволившую описать уже существовавшие к тому времени разделы теории вероятностей, дал толчок развитию её новых разделов, например, теории случайных процессов. Трактовка Колмогорова стала общепризнанной в современной науке.

Колмогоров постарался аксиоматизировать теорию вероятностей как математическую дисциплину в том же смысле, как и иные математические дисциплины, например геометрия или алгебра. Были даны определения объектам этой теории и основным отношениям между ними, были написаны аксиомы, которым эти отношения подчиняются, и построена логическая теория, оперирующая этими аксиомами и теоремами на их основе. Следует заметить, что всё изложение основывается исключительно лишь на этих аксиомах, не опираясь на какое-либо значение этих объектов и их отношений в физическом мире. Аксиоматизация теории вероятностей может быть проведена различными способами, как в отношении выбора аксиом, так и выбора основных понятий и основных соотношений. Колмогоров выбрал вариант аксиоматизации понятий случайного события и его вероятности как наиболее понятный и приближенный к классическому пониманию вероятности Бернулли. Он дал определение вероятности, задав множество элементарных событий Ω, а также определил множество случайных событий, которое является множеством подмножеств множества элементарных событий. Пустое множество Ø определяет невозможное событие. Мера множества подчиняется трем аксиомам:

$$P(\Omega) = 1,\ P(\varnothing) = 0,\ P(A \cup B) = P(A) + P(B), \text{ если } A \text{ и } B \text{ не пересекаются.}$$

Сравнивая аксиоматический подход Колмогорова и классическое понимание вероятности Бернулли, возникает вопрос: что нового привносит Колмогоров? Возникает ли иная, новая трактовка понятия вероятности?

Что является множеством элементарных событий? Как определить вероятностную меру элементарного события? Чаще всего для понимания аксиоматики Колмогорова приводятся стандартные примеры с бросанием монет или кубика, однако вопрос о подсчете вероятности элементарных событий (выпадения «орла» или некоторого значения на кубике) либо не затрагивается, либо говорят, что «очевидно, вероятность выпадения „орла“ 50 %, некоторой грани кубика – 1/6». А это является применением классического подхода Бернулли через умозрительное применение определения вероятности, основанного на понятии равновозможности. Когда вопрос определения вероятности элементарных событий не затрагивается, тогда это остается трактовать только как отсутствие физического смысла в понятии вероятности, то есть полагать, что вероятность является лишь математическим объектом, не имеющим физического смысла, то есть некоторой произвольной величиной. А как же тогда быть с практическим применением теории?

Действительно, А.Н. Колмогоров не вводил в свою аксиоматику классический подход Бернулли, потому что понятие равновозможности оставалось недостаточно проясненным. Тогда как привязать аксиоматический подход к реальному миру? Остается только определять вероятности элементарных событий частотным методом?

Если строить теорию вероятностей на эмпирическом понятии частоты, то она должна быть отнесена к классу физических наук. А если удастся построить теорию вероятностей на понятии равновозможности, выведенном из априорных понятий пространства и времени, то она становится априорной математической наукой.

Введем понятия простых и сложных событий. События назовем простыми, если они являются равновозможными, и сложными, если они не являются равновозможными, то есть, как было сказано выше, являются результатом процесса, в котором присутствует некоторый доминирующий фактор. Если исследуемый процесс можно заменить другим процессом, результатом которого являются только простые события (в котором сложные события первого процесса будут являться комбинацией элементарных событий нового процесса), то подсчет вероятностей элементарных событий первого процесса будет сводиться к подсчету вероятностей комбинаций элементарных равновозможных событий нового процесса. Если подобное разложение возможно сделать для любого процесса со сложными событиями, тогда теорию вероятностей можно построить на понятии равновозможности.

В статье Хинчина содержится идея применения метода произвольных функций для разложения любых событий (в том числе и сложных) на составляющие части, причем эти части могут быть именно произвольными, но обладающими свойствами непрерывности распределения начальных данных [18]. Разбирая идеализированную задачу о движении шара по красно-черной рулетке, Хинчин показывает, что, «исходя от произвольной функции распределения для начальных данных, можно показать, что устойчивость и числовое значение частоты некоторого события в длинной серии испытаний могут быть отсюда установлены из объективных особенностей самого явления, причем значение частоты не зависит от исходной произвольной функции. Метод произвольных функций принципиально может быть распространен на сколь угодно сложные консервативные механические системы… В действительности мы почти всегда имеем дело с рассеивающими, а не консервативными механизмами; так, уже в случае рулетки шарик постепенно замедляет свое движение вследствие трения, а не останавливается внезапно. Рассеивающие механизмы также могут быть исследуемы методом произвольных функций, но соответствующие задачи значительно сложнее» [18. С. 534].

На практике существует много примеров, в которых далеко не всегда легко удается выявить элементарные события, которым следует приписать равновозможность. Чаще всего приходится работать со сложными (неравновозможными) событиями, определить вероятность которых представляется возможным только эмпирическим путем. В своей книге Мизес указывает на применение теории вероятностей к вопросам страхования и демографии: статистика показывает, что из 1000 мужчин 40-летнего возраста 11 не доживут до 41 года, мы говорим в этом случае, что вероятность смерти 40-летнего мужчины в течение года равна 0,011 и, казалось бы, где здесь равновозможные случаи [3. С. 24]?

Смерть 40-летнего мужчины является сложным событием. Чтобы разложить его на простые равновозможные события какого-то другого процесса, следует разобрать, что является смертью и от чего она зависит. Также обстоит дело и с асимметричной монетой. Следует разобрать строение монеты, выявить причину асимметрии, убрать доминирующий фактор и определить равновозможные события.

Да, на практике выявлять равновозможные события и через них вычислять вероятность сложных событий далеко не всегда просто решаемая задача. Но для этого и нужно использовать частотный эмпирический метод, непротиворечащий априорно определенной вероятности через равновозможность. Таким образом, теорию вероятностей хотелось бы видеть, как априорную математическую науку, имеющую эмпирическую привязку к физическому миру через равновозможность простых элементарных событий.

## Заключение

В XX веке была описана новая частотная концепция вероятности и создана аксиоматика, не предусматривающая какой-либо выделенной привязки к физическому пониманию ее смысла. Применение априорного подхода придает понятию вероятности некоторую осмысленность, а его непротиворечивость эмпирическому методу – способ вычисления в сложных случаях.

Для применения понятия вероятности на практике требуется знание значений вероятности простых элементарных событий, составляющих какое-то более сложное, интересующее исследователя, событие. Чаще всего на практике используют частотный эмпирический путь для их вычисления, который также позволяет не раскладывать процесс на действительно элементарные равновозможные события, а работать с вероятностями сложных событий. В более же простых ситуациях, когда простые события представляются наглядными или имеется способ их просчитать, удобнее применять априорный классический подход, чтобы не производить эмпирические исследования. В данной статье также было показано, почему при этом не возникает противоречий эмпирического и априорного методов в данном случае. Каких-то иных способов, кроме сведения к равновозможным (являющимся результатом многих независимых случайных действий без доминирующих признаков) и частотного подсчета вероятности событий на сегодняшний день предложено не было.

## Литература


[1] *Mellor D. H.* Probability: Aphilosophicalintroduction. L., 2005.

[2] *Печенкин А. А.* Два понятия вероятности в науке XX века // Вестн. Моск. ун-та. сер. 7. Философия, 2018. № 4. С. 98-112.

[3] *Мизес Рихард фон.* Вероятность и Статистика. Москва : ЛИБРОКОМ, 2009.

[4] *Майстров Л. Е.* Борьба материализма с идеализмом в теории вероятностей // Философские вопросы естествознания. Москва : Изд. МГУ, 1959.

[5] *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. Москва, 1969.

[6] *Хинчин А. Я.* Частотная теория Мизеса и современные идеи теории вероятностей // Вопросы философии. 1961. № 1. С. 91–102.

[7] Философская энциклопедия. Том 1. Москва : Советская энциклопедия, 1960.

[8] *Беляев Е. А., Перминов В. Я.* Философские и методологические проблемы математики. Москва : МГУ, 1981.

[9] *Печенкин А. А.* Понятие вероятности в математике и физике // Эпистемология и философия науки, 2019. Т. 56, № 3. С. 202–218.

[10] *Грязнов А. Ю.* Методология физики и априоризм Канта // Вопросы философии. 2000. № 8. С. 99–116.

[11] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Москва : ОНТИ, 1938.

[12] *Фомичев А. В.* Элементы теорий бифуркаций и динамических систем. Москва : МФТИ, 2019.

[13] *Гонченко С. В*. Три формы динамического хаоса // Известия вузов. Радиофизика. 2020. Т. LXIII, № 9–10. С. 840–862.

[14] *Колмогоров А. Н.* Общая теория меры и теория вероятностей // Сб. трудов секции точных наук коммунистической академии. 1929. Т. 1. С. 8–21.

[15] *Колмогоров А. Н.* Основные понятия теории вероятностей. Москва; Ленинград : ОНТИ, 1936.

[16] *Бернштейн С. Н.* Опыт аксиоматического обоснования теории вероятностей // Записки Харьковского математического общества. Харьков, 1917. С. 209–274.

[17] *Борель Э.* Случай. Москва, Пг. : ГИЗ, 1923.

[18] *Хинчин А. Я.* Метод произвольных функций и борьба против идеализма в теории вероятностей // Философские вопросы современной физики. 1952. С. 522–538.

[19] *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. 4-е изд. Москва : Наука, 1969. 576 с.

[20] *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория случайных процессов и её инженерные приложения. 2-е изд. Москва : Высшая школа, 2000. 383 с.

## A PRIORI AND FREQUENCY APPROACHES TO DETERMINING THE CONCEPT OF PROBABILITY

**K.A. Mikhailov***

*Faculty of Philosophy,*
*Lomonosov Moscow State University*
*4 bldg., 27 Lomonosovsky Prospekt, Moscow, 119991, Russian Federation*

**Abstract.** Two main approaches to understanding probability are considered, their disadvantages and positive sides, and the absence of contradictory results is explained. The application of frequency and a priori approaches in practice, existing alternatives, their difficulties and solutions are discussed.

***Keywords:*** frequency probability, Richard Von Mises, equal opportunity, a priori probability, probability theory

* E-mail: airdesign@mail.ru