

DOI: 10.22363/2224-7580-2022-2-162-174

## ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО КАК ОДНО ИЗ СОСТОЯНИЙ ЕГО АБСОЛЮТНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

М.Г. Годарев-Лозовский\*

*Санкт-Петербургский Философский клуб Российского философского общества  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5/2*

**Аннотация.** В статье поставлен следующий вопрос: как объяснить эквивалентность целого множества действительных чисел и его правильной части? Наш самый общий концептуальный ответ на поставленный вопрос: целое бесконечное множество  $|A|$  и его правильная часть  $|B|$  могут быть эквивалентны только в случае существования равномощного им множества  $|C|$ , элементы системы которого находятся в состоянии суперпозиции по отношению к элементам множеств  $|A|$  и  $|B|$ . Сформулирован и обоснован универсальный принцип суперпозиции модуля действительного числа: *абсолютная и переменная величина всякого действительного числа находится в состоянии суперпозиции по отношению к числовой прямой, а эффектом математической системы абсолютных величин является множество всех действительных чисел.*

**Ключевые слова:** числовая прямая, множество действительных чисел, состояние суперпозиции, правильная часть бесконечного множества, абсолютная величина числа

### Фундаментальный вопрос оснований математики и закон исключенного третьего

В работе [1. С. 40–42] нами было показано, что неразличение математиками потенциальной бесконечности знаков периодической дроби и актуальной бесконечности знаков дроби непериодической влечет за собой невозможность обосновать нормальность иррационального числа. Исходя из фундаментального свойства бесконечного множества: быть эквивалентным своей правильной части, обнаружены следующие закономерности. (Напомним, что под эквивалентностью математики понимают рефлексивное, симметричное и транзитивное соотношение.)

1. Эквивалентность части целому в актуально бесконечном множестве десятичных знаков непериодической дроби обуславливает нормальность иррационального числа, которое представляет эта дробь.

2. Просто определяемое иррациональное число (включая число  $\pi$ ) нормально к основанию 10 если в вычислительном эксперименте выявляется конечное множество каждой из лежащих в основании этого числа десяти цифр.

---

\* E-mail: godarev-lozovsky@yandex.ru

3. Вычислительным экспериментом в дробной части числа  $\pi = 3,141\dots$  выявлены незначительные отклонения от абсолютно равномерной частоты всех десяти цифр.

4. Обнаруженные отклонения несут информационную нагрузку и требуют осмысления.

Целью работы является логическое обоснование фундаментального свойства всякого актуально бесконечного множества: быть эквивалентным своей правильной части, то есть свойства, которое позволило нам определить нормальность числа.

Наш самый общий концептуальный ответ на поставленные вопросы следующий. *Целое бесконечное множество  $|A|$  и его правильная часть  $|B|$  могут быть эквивалентны только в случае существования равномощного им множества  $|C|$ , система элементов которого находится в состоянии суперпозиции по отношению к элементам множеств  $|A|$  и  $|B|$ .*

Хорошо известно высказывание Д. Гильберта: запретить математику пользоваться законом исключенного третьего, все равно, что запретить боксеру пользоваться кулаками. Обозначим этот закон следующим образом:  $A$  или  $\neg A$ . Закон исключённого третьего подразумевает, что если истинно  $A$ , то не истинно  $\neg A$ , либо наоборот, если неистинно  $A$ , то истинно  $\neg A$ . Третьего не дано, как не дано ещё какого-либо  $B$ , которое претендовало бы на выражение истины в том же самом отношении и в то же самое время.

Г. Гегель писал: «Закон исключенного третьего – есть закон определяющего рассудка, который, желая избегнуть противоречия, как раз впадает в него. Согласно этому закону, должно быть либо  $+A$ , либо  $-A$ ; но этим уже положено третье  $A$ , которое ни есть *ни + ни* и которое в то же самое время полагается и как  $+A$  и как  $-A$ » [2. С. 203].

Мы убеждены, что впадает в противоречие не закон исключенного третьего, но его темпоральная интерпретация. Ведь, *третье*, которое не является *ни первым, ни вторым, но то первым, то вторым одновременно* – логически не противоречиво в смысле как раз этого же самого закона и известных законов Моргана.

Таким образом, мы непротиворечиво имеем следующие возможности: «либо  $A$ , либо  $B$ »; «то  $A$ , то  $B$ » – все это при условии, что еще существует некоторая возможность  $C$ , которая последовательно и органически включает в себя и  $A$  и  $B$  *одновременно*.

Определенно то, что кроме временной последовательности существует независимая от неё последовательность *логическая*. Именно в логическом, а не в каком другом отношении закон исключенного третьего не запрещает множеству  $|C|$  и его элементам, как системе, *попеременно и последовательно* находиться в состоянии множеств  $|A|$  и  $|B|$  и в состоянии их элементов, при том что все указанные множества равномощны:  $|A| = |B| = |C|$ . (Здесь и далее в настоящей работе вместо знака эквивалентности  $\sim$  мы будем употреблять знак равенства  $=$ .)

Обозначенное равенство возможно при единственном условии: в математической реальности физическое время не ограничивает реализацию закона исключенного третьего и вообще никак с математической реальностью не

связано. Термин «одновременно» в логике и математике подразумевает не физическое время, а *абсолютную одновременность как отсутствие течения времени*.

Завтрак после сна мог быть вчера, или сегодня, или будет завтра. Подобный пример независимости логической последовательности от времени приводил в частной беседе с автором У. Хэтчер. Этот философ с мировым именем так определял реальность: «Реальность – это всё, что *есть*, причем глагол *быть* используется здесь во вневременном смысле или в смысле вечности» [3. С. 74].

Однако безусловная и великая заслуга Г. Гегеля в предвосхищении принципа суперпозиции, который станет широко известен после его смерти и о котором речь пойдет ниже.

### Понятие числовой прямой

Понятие числовой прямой (числовой оси) окончательно сформировалось только в начале XX в. Известный российский математик С.В. Ларин так определяет ее: «Числовая прямая – это прямая, на которой выбраны начало отсчета, положительное направление и единичный отрезок. Поэтому числовое множество  $R$  должно обладать теми же свойствами, что и множество точек прямой». Этот автор полагает, что требование непрерывности числовой прямой можно сформулировать так: для любой последовательности вложенных отрезков должна существовать точка, принадлежащая всем отрезкам последовательности. «Это требование называется аксиомой Кантора. Заменяя в нем точки соответствующими числами, мы получим аксиому Кантора, сформулированную на языке чисел множества  $R$ » [4. С. 81–83].

Историк математики Г.И. Сенкевич приводит глубокое по смыслу высказывание К. Вейерштрасса: «*Каждому числу соответствует точка на числовой прямой, но не очевидно, что каждой точке соответствует число*» [5. С. 123]. То есть, если исходить из логики знаменитого математика К. Вейерштрасса, – действительных чисел на числовой оси, определено, не хватает для, например, мнимых точек, которые на ней также присутствуют.

Остается несомненным то, что с числовой прямой, имеющей мощность континуума, *невозможно произвольно удалить число* или какое-либо множество чисел, не нарушив ее целостности. «Числовая прямая – это прямая, на которой выбраны начало отсчета, положительное направление и единичный отрезок. Поэтому числовое множество  $R$  должно обладать теми же свойствами, что и множество точек прямой» [4. С. 81–83]. Мы возьмём за основу в наших рассуждениях числовую прямую  $R = (-\infty + \infty)$  и проективно расширим ее одной беззнаковой бесконечностью в виде бесконечно удалённой точки, отождествляющей положительную и отрицательную бесконечности.

Это можно наглядно продемонстрировать, изобразив множество действительных чисел на кривой второго порядка (абсолюте), как это допустимо в проективной геометрии. Если представить абсолют с одной выколотой точкой, отождествляющей положительную и отрицательную бесконечности (рис. 1), то вполне допустимо рассматривать такую числовую прямую как окружность, имеющую хорды.

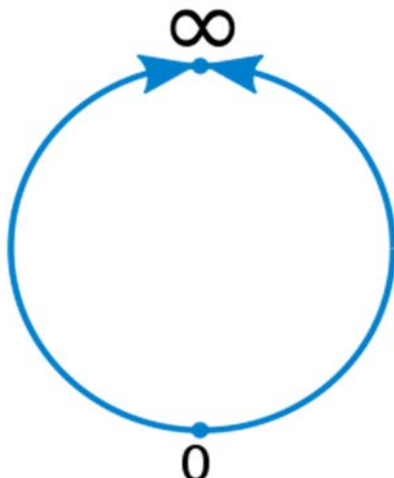


Рис. 1. Проективно расширенная числовая прямая (абсолют)

### Понятие числа, величины и модуля

Понятие числа видоизменялось и расширялось в процессе развития науки и философии. Существенным свойством как действительного, так и комплексного числа является постоянство координат этих чисел на числовой и мнимой осях комплексной плоскости. Однако понятие величины более широкое понятие, и можно согласиться с не общепринятым мнением А. Н. Колмогорова, что: «...числа, как и длины, объемы и т.п., являются частными случаями величин и, как всякие величины, могут быть переменными и постоянными» [6. С. 112–113].

Известно, что переменная величина – это «...величина, которая в заданной задаче принимает различные значения, причем так, что все допустимые значения переменной полностью определены наперед заданными условиями. ...В математической логике рассматриваются не только переменные, пробегающие произвольные множества предметов, но и переменные, значениями которых служат высказывания, предикаты (отношения между предметами) и т.д. ...На смену старому воззрению на переменную в конце XIX и начале XX в. приходят определения переменной и способов их задания в терминах теории множеств...» [6. С. 453–454]. Как уже отмечалось, для нас чрезвычайно важно то, что понятие переменной в логике и теории множеств никак не связано с понятием «физическое время».

Рассмотрим понятие «модуль действительного числа». В математике это понятие тождественно понятию «абсолютная величина числа», которое равно расстоянию от 0 до заданного числа на числовой прямой. «Абсолютная величина, модуль, действительного числа  $a$  – неотрицательное число (обозначается  $|a|$ ), определяемое следующим образом:

если  $a \geq 0$ , то  $|a| = a$ ; если  $a < 0$ , то  $|a| = -a$ » [6. С. 40].

Также иногда под модулем понимают расстояние между любыми двумя числами на числовой прямой, которое выражается в виде разности между этими числами, заключенной под знак модуля:  $|x_1 - x_2|$ . Но ведь логически *расстояние* не есть действительное число, хотя оно и выражается

действительным числом. Расстояние между, например, Санкт-Петербургом и Москвой по железной дороге 650 километров, но *само это число* не является собственно населенным пунктом, по определению. При этом то, *что* определяет, и то, *что* определяется, – не есть одно и то же. Однако вопреки логике принято полагать, что модули находятся на числовой прямой действительных чисел.

Мы полагаем, что модули действительных чисел более непротиворечиво мыслить *вне* числовой прямой. Ведь действительные числа на числовой прямой не могут быть равны, а их модули могут быть равны – в этом заключается сущностное различие действительного числа и его модуля. «В одну телегу впрячь не можно коня и трепетную лань...», – заметил еще великий русский поэт А.С. Пушкин.

Широко используемое не только в математике понятие «модуль» произошло от латинского слова *modulus* – мера. В различных областях математики это понятие имеет разный смысл. При этом традиционно полагают, что модуль действительного числа не является переменной величиной.

Однако, исходя из логики процитированного нами выше высказывания А.Н. Колмогорова: понятие переменной величины допустимо непротиворечиво распространить и на понятие модуля действительного числа. Идея переменной величины существует в математике с XVII в., однако идея существования *переменного модуля действительного числа* является новой и далеко не тривиальной. «Время от времени задавай себе одни и те же вопросы и следи за тем, как меняются твои ответы», – гласит восточная мудрость.

В настоящее время принято полагать, что, например, действительные числа с противоположными знаками, одинаково удаленные от 0 как от начала координат, – это два числа, имеющие равные модули. Мы полагаем, что в данном случае математики, образно выражаясь, имеют дело не с «мертвым» и неподвижным модулем, но с «живым» и единым модулем двух противоположных действительных чисел, который непрерывно и последовательно принимает все допустимые значения.

Онтологический принцип холизма гласит: *целое всегда есть нечто большее, чем простая сумма его частей*. В этой связи интересное понимание «живого числа» предлагает известный армянский философ К.А. Свасьян: «...прибавляя друг к другу именно пять единиц, мы заведомо предпосылаем сложению число “5” как таковое, которое в качестве “целого” предшествует своему суммативному эрзацу». Он пишет: «...живое вынуждает нас к надлежащему использованию чисел; мы переходим от одной клетки к двум и больше, не прибавляя к ней новые, а деля ее до бесконечности, которая выражается не символом бреда  $n + 1$ , а самым определенным образом:  $1:n$ ». Этот автор отмечает, что если «механическая (количественная)» модель числа отрицает «органическую (качественную)» модель, то вторая гармонично включает в себя первую [7. С. 47–49]. В целом согласившись с подходом К.А. Свасьяна, добавим, что выражение  $n + 1$ , определенно, не является *символом бреда*, но олицетворяет собой математическую индукцию и потенциально бесконечное познание.

## Понятие суперпозиции

Известный историк математики Н.В. Александрова пишет об истории термина «суперпозиция» следующее: «Термин составлен из латинских *super* (над) и *position* (положение); он означает «наложение одного на другое... Идея принципа суперпозиции принадлежит Даниилу Бернуолли, который считал принцип фундаментальным законом... Согласно его догадке, колебание струны можно раскладывать на составляющие его собственные колебания...» [8. С. 176].

Известно, что суперпозиция функций в математике – это композиция функций, то есть составление из двух функций сложной функции [6. С. 570].

Допущение, согласно которому результирующий эффект нескольких независимых воздействий есть сумма эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности – это принцип суперпозиции в физике. Ряд квантовых состояний частицы или системы микрообъектов в квантовой физике также может быть представлен как сумма двух или нескольких различных состояний, то есть как суперпозиция.

Известный специалист по проблеме интерпретации квантовой механики А.Ю. Севальников так пишет о суперпозиции: «Основополагающее положение квантовой механики – это утверждение относительно свойств волновой функции. Оно заключается в следующем. Пусть в состоянии с волновой функцией  $\Psi_1(q)$  некоторое измерение приводит с достоверностью к определенному результату 1, а в состоянии  $\Psi_2(q)$  – к результату 2. Тогда принимается, что всякая линейная комбинация 1 и 2, то есть всякая функция вида  $c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$  (где  $c_1$  и  $c_2$  – постоянные), описывает состояние, в котором то же измерение дает либо результат 1, либо результат 2» [9. С. 15].

Физик В. Янчилин образно описывает бестраекторное движение в двух изолированных друг от друга комнатах одного и того же электрона. И если мы начнем отодвигать друг от друга эти комнаты, то электрон будет продолжать двигаться, находясь по-прежнему в обеих комнатах. Расстояние между комнатами можно сделать сколь угодно большим – электрон будет продолжать двигаться одновременно в двух комнатах [10. С. 37–40].

Напрашивается вполне справедливый вывод, что и сам единичный квантовый микрообъект может находиться в состоянии суперпозиции по его возможным координатам в двух отдаленных областях пространства, а также в состоянии суперпозиции по двум возможным направлениям поляризации (например, запутанное состояние двух отдаленных в пространстве фотонов в известных экспериментах А. Аспе).

В. Д. Эрекаев, ссылаясь на мнение Б.Б. Кадомцева, так интерпретирует запутанные состояния: «Как только осуществляется измерение одного состояния, второе состояние мгновенно приобретает противоположное состояние» [11. С. 50].

Также известно, что общий вектор состояния электрона может складываться из части, содержащей спин «вверх» и части, содержащей спин «вниз». Но при измерении спина мы никогда не получим суммы, а только одно из слагаемых её. Это означает то, что происходит необратимый коллапс вектора

состояния. Исходный вектор состояния не наблюдаем. При этом невозможно измерить спин, не разрушив исходного состояния, то есть его суперпозиции.

По нашему мнению, необходимы междисциплинарные исследования интереснейшей аналогии между суперпозицией вектора состояния квантового микрообъекта и гипотетическим состоянием суперпозиции модуля действительного (комплексного) числа, о котором речь пойдет далее.

### Главная идея

Известно, что понятие «мощность множества» – это обобщение понятия «количество» на бесконечное множество. Констатируем: *качественно* неравноценные бесконечные множества могут быть по мощности эквивалентны друг другу и каждое из них равномощно своей правильной части. То есть, например, множества действительных и мнимых чисел качественно различаются, но они имеют одну и ту же мощность континуума, а множество всех действительных чисел равномощно множеству действительных положительных чисел.

Напомним также необходимое нам общепринятое определение: актуально бесконечное несчетное множество, имеющее мощность континуума – это всякое множество, равномощное множеству всех действительных чисел, а также равномощное своей правильной части.

В.А. Успенский в редакторском примечании к известной книге Стефена К. Клини так определил правильную часть множества: «Всякое подмножество  $M$ , отличное от  $\emptyset$  и  $M$  (иначе говоря, всякое непустое истинное подмножество  $M$ ), называется *собственным подмножеством* или *правильной частью* множества  $M$ » [12. С. 16].

Правильными частями множества всех действительных чисел являются подмножества как отрицательных, так и положительных действительных чисел. Примем неординарное допущение: число – это одно из возможных состояний его абсолютной переменной величины (модуля). Отсюда следует: равные по абсолютной величине и имеющие противоположные знаки действительные числа – это проекция на числовую прямую (абсолют) их единого модуля.

Как уже отмечалось, мы полагаем, что такое допустимо потому, что *переменный* модуль, в отличие от *постоянного* действительного числа, находится *вне* числовой прямой. Также модуль, в отличие от действительного числа, *не инвариантен* относительно смены знака. В этой связи интересно, что модуль не имеющего знака числа 0 вполне можно трактовать как имеющий одновременно два знака  $|-+0|$ .

Новизна концепции связана с тем, что в настоящее время общепринято: модули действительных чисел являются константами, однако, с нашей точки зрения, это не позволяет логически и математически познавать бесконечное.

В настоящей работе мы в основном ограничимся рассмотрением суперпозиции модулей действительных чисел по знаку. Однако предварительно предлагается ознакомиться с тезисным изложением геометрической интерпретации модуля.

## Геометрическая интерпретация модуля действительного числа

1. Аксиоматически постулируем: на проективно расширенной одной беззнаковой бесконечностью числовой прямой каждому действительному числу соответствует единственная точка, а каждой точке соответствует единственное действительное число (см.: рис. 1).

2. Первое следствие аксиомы: не существует действительного числа, которому соответствовало бы на числовой прямой более одной точки и которое совпадало бы на числовой прямой с другим действительным числом.

3. Второе следствие аксиомы: не существует двух действительных чисел, которые бы соответствовали на числовой прямой одной и той же точке, то есть не существует на числовой прямой двух действительных чисел, которые бы совпадали в одной и той же точке.

4. Величина модуля совпадает с величиной неотрицательного действительного числа и определяет на числовой прямой его расстояние от 0 как от точки начала координат.

5. Вывод: совпадающий с величиной неотрицательного действительного числа модуль – не есть действительное число.

6. Допустим, что модуль – это величина действительного числа, которой может соответствовать точка в проективной плоскости, расположенная *вне* числовой прямой.

7. В проективной геометрии существует принцип двойственности, и в соответствии с ним точка может рассматриваться как прямая, а прямая может рассматриваться как точка.

8. В проективной геометрии не существует понятия «расстояние» между точками, а прямая в ней может быть изометрична отрезку из  $\mathbb{R}$ .

9. Допустим, что в нашем случае числовая прямая есть окружность, тогда модулям двух противоположных действительных чисел будет соответствовать хорда этой окружности.

10. В этом случае модули чисел  $|a|$  и  $|-a|$  как единая прямая (хорда) в проективной плоскости соединяет точки окружности, соответствующие двум противоположным действительным числам на числовой прямой, то есть числам  $a$  и  $-a$ .

11. В соответствии с принципом двойственности точки модулей противоположных действительных чисел в проективной плоскости допустимо рассматривать как одну и ту же прямую – хорду или как проекцию точек  $|a|$  и  $|-a|$  на числовую прямую (абсолют).

12. Таким образом, в предлагаемом контексте гипотетически модули  $|a|$  и  $|-a|$  вполне могут рассматриваться как *единая переменная величина* в состоянии суперпозиции ее по знаку, то есть  $|a| = |-a| = |\pm a|$ .

## Суперпозиция модуля действительного числа по знаку

Известно, что модуль действительного числа  $x$  в теории функций определяется через аналитическую функцию вида  $|x| = (x^2)^{1/2}$ . Интересно, что в этой теории абсолютная величина действительного числа может рассматриваться



как *суперпозиция* квадратичной функции и функции извлечения квадратного корня, а значение её определено на неотрицательной части числовой прямой.

Но если допустимо определять модуль действительного числа через суперпозицию функций, то почему нельзя определять само действительное число через одно из состояний суперпозиции модуля? При этом, как уже отмечалось, мы рассматриваем понятие модуля шире, то есть с позиций оснований математики, а не только с точки зрения какой-либо одной, пусть даже очень важной математической дисциплины.

Предлагается обозначить модуль отрицательного числа  $|-x|$  и модуль положительного числа  $|+x|$ . Эти модули равны  $|-x| = |+x|$ . Область изменения функции, как переменной величины, иногда заключают в фигурные скобки, что, вероятно, допустимо и по отношению к обозначению переменного модуля действительного числа. Ведь, только осмыслив модуль числа, как *переменную* величину  $\{|x|\}$ , мы получим истинное представление о динамичном (не в физическом смысле) характере ее по отношению к знакам  $(-)$  и  $(+)$ . Это допущение предлагается записать следующим образом:  $\{|\pm x|\}$ . Далее систематизируем его.

1. Модули противоположных по знаку и равных по абсолютной величине действительных чисел непрерывно взаимно превращаются, находясь в состоянии суперпозиции единого модуля двух этих чисел. Условимся обозначать взаимопревращение символом  $\Leftrightarrow$ . Запишем это положение с учетом того, что знак  $\Leftrightarrow$  означает «равносильно»:  $\{|-x| \Leftrightarrow |+x|\} \Leftrightarrow \{|\pm x|\} = x$ .

2. Суперпозиция модуля по знаку не связана с действиями математика над числами (Например, она не связана с арифметическим действием, как с операцией, позволяющей по нескольким данным числам найти новое число).

3. Суперпозицию модуля по знаку можно рассматривать как:

а) объяснение взаимно однозначного соответствия между множествами отрицательных и положительных действительных чисел;

б) объяснение равномошности множества всех действительных чисел и каждого из его подмножеств: отрицательных и положительных действительных чисел. Запишем это положение следующим образом с учетом того, что знак  $\supset$  означает «отсюда следует»:

$$\{|\pm x|\} \supset |R| = |-R| = |+R|.$$

### Универсальность принципа суперпозиции модуля числа

В заключение тезисно формулируем предпосылки универсального принципа суперпозиции модуля следующим образом. Суперпозиция модулей по знаку на числовую прямую объясняет равномошность подмножеств отрицательных и положительных действительных чисел, а также равномошность каждого из этих подмножеств множеству всех действительных чисел.

Сформулируем универсальный принцип суперпозиции модуля действительного числа: *абсолютная и переменная величина всякого действительного числа находится в состоянии суперпозиции по отношению*

к числовой прямой, а эффектом математической системы абсолютных величин является множество всех действительных чисел.

Какие возможны научные обобщения предлагаемого принципа?

1. Мы допускаем справедливость нашей гипотезы суперпозиции модуля действительного числа по спину. Спин в данном случае понимается иносказательно, а не буквально, то есть не в физическом смысле.

В конце XIX в. Р. Дедекинд предложил свой известный способ построения действительных чисел из рациональных – с помощью сечения числовой прямой «созидая иррациональное число». Он утверждал: «Если система  $R$  всех вещественных чисел распадается на два класса  $A1$  и  $A2$  такого рода, что каждое число  $a1$  класса  $A1$  меньше каждого числа  $a2$  класса  $A2$ , то существует одно и только одно число  $a$ , производящее это разложение... Я решительно не в состоянии привести какое-либо доказательство справедливости этого принципа...» [13. С. 18–25].

Итак: иррациональное число  $a$  разделяет числовую ось на два класса, а само оно при сечении может быть отнесено только к одному из разделяемых им классов. Это означает следующее.

Число  $a$ , секущее числовую прямую, невозможно ни удалить с числовой прямой, ни «подвинуть» его по ней к какому-либо из двух расчлененных классов. При этом определено и то, что между любыми двумя действительными числами находится бесконечное множество других чисел. Каким образом при обозначенных условиях *неподвижное* действительное число меняет свою принадлежность к одному из классов на числовой прямой?

Правильно, вероятно, будет согласиться с тем, что одно и то же число может производить два разных сечения числовой прямой. Но логически такое допустимо только в случае нахождения модуля этого числа в состоянии суперпозиции по двум возможным его состояниям в отношении двух разделенных классов числовой оси:  $A1$  и  $A2$ .

Суперпозиция модулей по спину может объяснить равнозначность двух разделенных иррациональным числом при сечении по Дедекинду классов множества действительных чисел.

2. Допустимо предположить, что предлагаемую нами концепцию переменного модуля в состоянии суперпозиции можно расширить, распространив ее на модуль комплексного числа. Ведь известно, что на числовой прямой присутствует несчетное множество мнимых точек, которые, как справедливо полагает известный современный философ Л.Г. Антипенко, – это те же действительные, но только осциллирующие точки, населяющие числовую прямую.

«Когда прямая с тем точечным мероопределением, при котором её населяют рациональные и иррациональные точки (вещественные числа), переносится в новый геометрический универсум и функционирует как параллельная Лобачевского, в ней обнаруживается недостача – недостача мнимых точек» [14].

3. Мы допускаем, что принцип тринитарности Ю.С. Владимирова можно распространить на математическую реальность с учетом представления о суперпозиции модуля действительного числа. Ю.С. Владимиров отмечает:

«...в теории бинарных систем отношений самым существенным образом заложен принцип тринитарности... наряду с двумя платоновскими началами в теорию заложено третье начало – отношения между элементами двух множеств» [15. С. 28–29]. Но что есть в нашей модели модуль действительного числа, как не третья величина, характеризующая бинарное отношение между положительным и отрицательным числом на числовой прямой?

4. Мы также полагаем, что холистический принцип дуализма Ю.С. Владимирова, в котором исходным предлагается считать целое, а отдельные категории (включая пространство и время) считаются вторичными понятиями, вполне согласуется с нашим подходом [15. С. 26].

### **Философские обобщения, свободные аналогии и аллегория**

Известно, что великий основатель теории множеств Г. Кантор подразделял бесконечности на математическую (потенциальную, актуальную) и абсолютную, присущую Богу [16. С. 262–268]. В результате наших рассуждений мы выходим на математическую бесконечность числовой прямой как абсолютна в *геометрическом* смысле. Геометрический абсолют статичен, но абсолютная величина, которая проецируется на него, – динамична.

Как абсолют, так и абсолютные величины в действительности безотносительны только *математически*, не являясь абсолютными в *философском* смысле, то есть в том смысле, в каком понимают термин «абсолютное» Г. Кантор и Августин. Например, Августин указывает на абсолютное знание Богом всех чисел, полагая, что всё, что объёмлется знанием, ограничивается сознанием познающего, так же как и всякая бесконечность бывает ограниченной в Боге.

Иногда для лучшего понимания абстрактных построений бывают полезны даже неожиданные и отдаленные аналогии, иллюстрирующие раскрываемую автором тему. Приведем некоторые из них.

*Техническая аналогия.* Представим себе двигатель турбовинтового самолета прошлого. Это техническое устройство обладает двумя винтами, один из которых вращается при работе двигателя по часовой стрелке, а другой против часовой стрелки (противовращательное движение). Когда двигатель не запущен, то оба винта выглядят вполне независимо друг от друга. А теперь допустим, что модуль – это двигатель в работе, а оба винта двигателя вне работы – это действительные числа.

*Оптическая аналогия.* Представим себе свечу, которая фотографируется одновременно с противоположных сторон двумя фотоаппаратами, производящими изображение свечи. А теперь допустим, что фотоснимки – это действительные числа, а горящая свеча – это модуль.

*Сказочная аналогия.* Представим себе волшебную палочку (модуль, хорду), которая совершает попеременно противоположные внутренние вращения вокруг собственной оси и также попеременно вращается вокруг горизонтальной оси в противоположных направлениях, причем все виды вращения реализуются чудесным образом одновременно.

Завершим с аналогиями, но ведь аллегория тоже может быть полезна «строгой науке». Приведем одну из них – это аллегория общего дома

математиков и физиков. Представим себе дом. Если дом не имеет фундамента – это плохой дом. Дом без крыши – это еще хуже. Дома без стен не бывает вообще. Дом без жителей, которые вкладывают в него свою душу и труд – это пустой, приходящий в упадок дом. Теперь представим, что фундамент – это аллегория оснований математики и физики в виде полнейшей статики.

Крыша – это аллегория полной динамики. Для образности ещё допустим, что эта необыкновенная крыша может, по желанию жителей дома, днем пропускать солнечные лучи, мерцающие мириадами солнечных искорок, а ночью позволяет наблюдать мерцание множества прекрасных звезд.

Этот удивительный дом населяют математики и физики, которые живут и творят в разных комнатах этого дома. Комнаты называются: алгебра, геометрия, теория функций, топология, теория вероятностей, квантовая теория, бинарная геометрофизика и т.п. Жители дома заняты порой частными вопросами, которые каждому творцу в каждой отдельной комнате представляются (и таковыми, конечно, являются!) самыми важными из всех других вопросов.

Итак, абсолютно статичный фундамент (аксиомы теории множеств и фундаментальные законы физики) держат стены (частные теоремы, аксиомы и закономерности), а крыша – это абсолютно динамичный объект в виде множества абсолютных величин, некий аналог духа этого удивительного дома.

Ну, а где же в этом доме философы? А философы – это садовники, которые разводят свой замечательный сад идей рядом с общим домом математиков и физиков. И некоторые жители дома с радостью приносят в него букеты цветов из этого сада.

Каждому из творцов, будь он математиком, физиком или философом, найдется своя посильная, интересная и только ему предназначенная работа. Я бы хотел пожить в таком волшебном доме, пусть даже на правах приглашенного садовника...

Мне порой представляется, что таким домом становится известный и уважаемый в России журнал «Метафизика», главным редактором которого уже много лет является Юрий Сергеевич Владимиров. Семинар и конференции, проводимые этим большим ученым и его соратниками, – это поистине великое и бескорыстное дело служения Истине.

### Литература

1. *Годарев-Лозовский М. Г.* Гипотеза нормальности числа // 9-я Международная научно-практическая конференция: Философия и культура информационного общества. 18–20 ноября 2021 г.: тезисы докладов. СПб.: ГУАП, 2021.
2. *Гегель Г.* Энциклопедия философских наук // Гегель Г. Сочинения. Т. 1. Москва-Ленинград: Гос. изд-во, 1929.
3. *Хэтчер У.* Минимализм. СПб.: Международный образовательный проект «Аксиос», 2003.
4. *Ларин С. В.* Числовые системы. М.: Академия, 2001.
5. *Сенкевич Г. И.* История понятия числа и непрерывности в математическом анализе XVII–XIX вв.: монография СПб.: гос. архит.-строит. ун-т, 2016.
6. Математический энциклопедический словарь // Математический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1988.

7. *Свасьян К. А.* Судьбы математики в истории познания нового времени // Вопросы философии. 1989. № 12. С. 41–54.
8. *Александрова Н. В.* Суперпозиция // История математических терминов, понятий, обозначений: словарь-справочник. М.: URSS, 2017.
9. *Севальников А. Ю.* Интерпретации квантовой механики. В поисках новой онтологии. М.: URSS, 2009.
10. *Янчиллин В. Л.* Квантовая нелокальность. М.: URSS, 2010.
11. *Эрекаев В. Д.* «Запутанные» состояния (философские аспекты квантовой механики). М.: ИНИОН РАН, 2003.
12. *Клини С. К.* Введение в метаматематику. М.: Издательство иностранной литературы, 1957.
13. *Дедекин П.* Непрерывность и иррациональные числа. М.: URSS, 2015.
14. *Антипенко Л. Г.* Онтологический подход к обоснованию математики в свете неевклидовой геометрии Лобачевского. URL: <http://beskonechnost.info/mathematic/146-antipenko.html>
15. *Владимиров Ю. С.* Неизбежность единства фундаментальной физики и метафизики на переходном этапе развития физики // Метафизика. 2021. № 3 (41). С. 24–35. DOI: 10.22363/2224-7580-2021-3-24-35.
16. *Кантор Г.* О различных точках зрения на актуально бесконечное // Труды по теории множеств. Т. 2. М.: Наука, 1985.

## A REAL NUMBER AS ONE OF THE STATES OF ITS ABSOLUTE VALUE

M.G. Godarev-Lozovsky\*

*St. Petersburg Philosophical club of the Russian philosophical society  
5/2 Mendeleevskaya line, St. Petersburg, 199034, Russian Federation*

**Abstract.** The article raises the following question. How to explain the equivalence of the whole set of real numbers and its correct part? Our most general conceptual answer to the question posed: the whole infinite set  $|A|$  and its correct part  $|B|$  can be equivalent only in the case of the existence of an equally powerful set  $|C|$ , the elements of the system of which are in a state of superposition with respect to the elements of the sets  $|A|$  and  $|B|$ . The universal principle of the superposition of the module of a real number is formulated and justified: the absolute and variable magnitude of any real number is in a state of superposition with respect to the numerical line and the effect of the mathematical system of absolute quantities is the set of all real numbers.

**Keywords:** numerical line, the set of real numbers, the state of superposition, the correct part of an infinite set, the absolute value of a number

---

\* E-mail: [godarev-lozovsky@yandex.ru](mailto:godarev-lozovsky@yandex.ru)