

ФИЛОСОФСКИЕ ИДЕИ ФЛОРЕНСКОГО И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ КАНТОРА

Д.Н. Радул*

*Философский факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские Горы*

Аннотация. Статья рассматривает роль идеи актуальной бесконечности в творчестве П.А. Флоренского. Кратко прослежена история представлений об актуальной бесконечности в европейской культуре до работ Георга Кантора. Охарактеризована реакция европейских ученых и религиозных деятелей на появление «наивной» теории множеств Кантора.

Подробно проанализированы связи идей Флоренского и Георга Кантора. Приведено множество цитат из работы 1904 г. «О символах Бесконечности», которые иллюстрируют влияние работ Кантора на Флоренского. Дано изложение Флоренского религиозно-философских идей Кантора об актуальной бесконечности. Особо подчеркнута понимание Флоренским трансфинитных чисел Кантора как символов.

Ключевые слова: Флоренский, Кантор, актуальная бесконечность, потенциальная бесконечность, символ, трансфинитные числа, Абсолют.

Вторая половина XIX в. ознаменовалась очень серьезными изменениями в интеллектуальной жизни как Западной Европы, так и России. Начало этим революционным изменениям было положено в физико-математических науках. Суть изменений заключалась в отказе от потенциальной бесконечности и принятии идеи актуальной бесконечности как краеугольного камня новой математики и физики.

Идея актуальной бесконечности имеет очень долгую историю и ведет свое начало от атомистов и софистов Древней Греции. В Новой Европе наиболее известным сторонником актуальной бесконечности и атомизма являлся Галилео Галилей. Далее идеи Галилея развивали Ньютон, Лаплас, Фурье. Но этой традиции очень серьезно противостояла другая линия, связанная с отказом от признания законности актуальной бесконечности. Здесь следует в первую очередь говорить о таких именах, как Декарт, Лейбниц, Лагранж. Все они в той или иной форме отвергали атомизм, принимая идею непрерывного эфира и потенциальной бесконечности. При этом данная позиция основывалась на огромном авторитете платоновской и аристотелевской философий, очень строго запрещавших введение актуальной бесконечности.

В первой половине XIX в. сторонники потенциальной бесконечности практически безраздельно господствовали как в философии, так и в науке.

* E-mail: radul2007@yandex.ru

Философские системы Канта, Гегеля, позитивизма четко стояли на позиции отрицания актуальной бесконечности. В физико-математических науках теория теплоты Фурье и всемирно известные ряды Фурье столкнулись с жесткой оппозицией во Французской академии наук. Но ситуация стала серьезно меняться к началу 70-х гг. XIX в. Предварительная работа была проведена в трудах Дирихле, Вейерштрасса, П. Дюбуа-Реймона и Дедекинда. Это позволило Георгу Кантору в своих первых же статьях открыто вновь ввести в научный оборот идею актуальной бесконечности. Естественно, реакция сторонников потенциальной бесконечности не заставила себя долго ждать. Началась настоящая научная травля Кантора со стороны берлинской математической школы Кронекера.

Не менее серьезную оппозицию имели и философские обобщения Георга Кантора, который попытался ввести идею актуальной бесконечности в философию и теологию. Особенно серьезная дискуссия развернулась в теологических кругах. Идеи Кантора претендовали на создание новой теологии, принимающей актуальную бесконечность Бога и его творений. Первоначально это вызвало жесткую антиреакцию со стороны теологов, следующих в русле Платона, Аристотеля и Фомы Аквинского. Но резкий рост популярности теоретико-множественных идей Кантора в 90-е гг. XIX в. и особенно в первые годы XX в. серьезно изменил отношение западных теологов к этим идеям. Сыграло свою роль желание модернизировать христианские теологические теории в соответствии с духом времени. Вот как раз это движение западноевропейской религиозной мысли вызвало очень серьезный интерес в России. Русская интеллигенция XIX в. традиционно очень внимательно следила за интеллектуальной жизнью Западной Европы. Кроме того, конец XIX в. ознаменовался очень серьезными религиозными исканиями в православной среде. Причем это касалось как религиозно настроенных светских мыслителей, так и среды духовенства. Вот в такой интеллектуальной обстановке начиналась деятельность Флоренского.

К 1904 г. Флоренский сформировал основной круг идей, которые он в дальнейшем будет использовать в своих философских и теологических построениях. Это были математические и философские понятия «наивной» теории множеств Кантора. Наиболее важными понятиями религиозно-философской системы Флоренского стали актуальная и потенциальная бесконечность, трансфинитные числа, континуум, непрерывность и прерывность, множество (группа) как заверченный духовный синтез многого в единое (всеединство).

Идеи новой математики очень активно осваивались в символизме Серебряного века. Как раз для кружка символистов Флоренский пишет свою работу 1904 г. «О символах Бесконечности», в которой подробно излагает основные положения теории множеств Кантора. «Он входит в круг молодых участников символического движения, завязывает дружбу с Андреем Белым. И первыми его творческими опытами становятся статьи в символических журналах «Новый путь» и «Весы», где он стремится – и это стремление всегда остается у него – внедрять математические понятия в философскую проблематику»

[5. С. VI–VII]. Но Флоренский достаточно быстро эволюционировал из среды символистов в среду православную. И этот круг математических идей теории множеств был применен как раз для модернизации православного учения. Очень характерно, что ранняя работа «О символах Бесконечности» была практически дословно включена в окончательную редакцию 1914 г. «Столпа и утверждения Истины» в разделе «Разъяснение и доказательство некоторых частных, в тексте предполагавшихся уже доказанными».

Самым важным математическим, философским и теологическим понятием являлось для Флоренского понятие Бесконечного. Флоренский опирался на результаты, достигнутые к этому периоду Георгом Кантором. Кантор очень строго различал потенциальную и актуальную бесконечность. «Главные ошибки, которые делаются сплошь и рядом в рассуждениях о бесконечном, появляются вследствие пренебрежения основной и совершенно элементарной дистинкцией актуальной и потенциальной бесконечности» [2. С. 79]. По мнению Кантора, неприятие теоретико-множественных идей в первую очередь связано со смешением этих двух понятий. Критики приписывают актуальной бесконечности свойства потенциальной бесконечности. Таким образом, идея актуальной бесконечности оказывалась самопротиворечивой. В этом и заключалась, по Кантору, суть ошибки всех критиков.

Вместе с Кантором Флоренский пытается разъяснить читателям существенное различие и даже противоположность этих двух бесконечностей. «Всякий *quantum*, по самому своему определению, может быть двояким. Он может быть данным и неизменно и твердо установленным, вполне определенным и тогда представит из себя то, что носит название постоянного или константы. Он может также не быть определенным, может меняться, становясь больше или меньше. В этом последнем случае *quantum* носит название переменного. Так вот актуальная бесконечность есть частный случай постоянного, а потенциальная – переменного *quantum*'а, и в этом их глубочайшее принципиальное различие, если угодно, их существенная противоположность» [2. С. 79]. Потенциальная бесконечность как переменное количество соотносится с «дурной бесконечностью». А вот актуальная бесконечность как константа есть абсолютный синтез многого в абсолютно завершенное единство (всеединство). Естественно, что именно так понимаемое актуально бесконечное интересно Флоренскому как члену Религиозно-философского общества имени Владимира Соловьева.

Следуя идеям Кантора, Флоренский развертывает определение актуальной бесконечности, принимая две ее модификации. «По раскрытому выше определению актуальной бесконечности можно заключить, что такая бесконечность может быть мыслима в двух модификациях. Во-первых, будучи более всякого конечного *quantum*'а, она сама может оказаться не имеющей другого *quantum*'а, тоже бесконечного, который был бы больше ее; другими словами, тут она оказывается неспособной быть меньше чего-либо другого. Это – актуальная бесконечность, неспособная к увеличению, абсолютный максимум; как вообще, так и у Кантора, он называется *Absolutum*.

Во-вторых, – и это не замечали говорившие о бесконечности, – из определения актуальной бесконечности вытекает возможность второго ее видоизменения. Актуальная бесконечность, именно, может тут иметь над собою другие *quanta*, большие ее самой; тогда она будет способна к увеличению, будет увеличиваемую актуальною бесконечностью. Чтобы избегнуть раз навсегда путаницы слов и длиннот, Кантор дает ей название сверх-конечности, *Uebcrendlichkeit*» [2. С. 85]. Теперь становится вполне понятной роль актуальной бесконечности в конструировании новой, если можно так выразиться, православной теологии. Первая модификация актуальной бесконечности – это христианский Бог-Абсолют-Троица. Так мыслил в своей философии религии Кантор, так же рассуждает и Флоренский. Но для Флоренского намного интереснее ввести в круг православных идей самое новое и современное последнее достижение математической науки – вторую модификацию актуально бесконечного. Сверх-конечное, трансфинитные числа выстраивают новую «лестницу Иакова». И эта лестница ведет на Небо к Богу-Абсолюту!

Завершая характеристику актуальной бесконечности, Флоренский практически дословно приводит очень известное место из философских работ Кантора. «С актуальной бесконечностью мы сталкиваемся или, по крайней мере, можем надеяться на столкновение в трех различных областях. Во-первых, поскольку это актуально бесконечное реализовано в высшем совершенстве, во вполне независимом, вне-мировом бытии, одним словом *in Deo sive natura naturans*, причем последнее выражение Кантор понимает не в смысле пантеизма, а в том первоначальном смысле, который придали ему Фома Аквинский и другие богословы. Здесь бесконечное является абсолютным максимумом и есть то самое, что ранее было названо *Absolutum* или абсолютной бесконечностью. Во-вторых, актуально бесконечное может быть предположено *in concreto*, в зависимом мире, в твари, *in natura naturata*. Тут Кантор называет ее *Transfinitum*. Наконец, в-третьих, актуально бесконечное может быть *in abstracto*, в духе, поскольку он имеет возможность познавать *Transfinitum* в природе и, до известной степени, *Absolutum* в Боге. В этом последнем случае бесконечность получает название символов бесконечного. В частности, если дело идет именно о познании *Transfinitum*, эти символы получают название трансфинитных чисел и трансфинитных типов. Два последних вида бесконечности являются бесконечностями увеличиваемыми» [2. С. 85–86].

Новая математика и физика должны, по Флоренскому, заниматься второй областью, то есть сотворенной природой. Необходимо достаточно четко понимать, что признание пространства и тел актуально бесконечными являлось революционным. Как уже было отмечено, в XIX в. господствовало представление о потенциальной бесконечной делимости как пространства, так и материи. Дедекин и Кантор вводят совершенно новые идеи. «Например, обращаясь к пространству, мы можем утверждать, что все точки внутри некоторой замкнутой поверхности образуют множество актуально бесконечное» [2. С. 83]. В качестве иллюстрации Флоренский приводит математические

рассуждения Кантора, обосновывающие прерывность пространства. Причем сама прерывность как точечность и разрывность входит в определение континуума. «Определение непрерывного, данное в современной математике Г. Кантором и представляющее его как совокупность точечных элементов, идет рука об руку с современным стремлением всюду вводить понятие прерывности» [3. С. 607].

Тут же обязательно следует отметить влияние идей профессора Московского университета Н.В. Бугаева. Именно аритмология Бугаева инициировала первоначальный интерес Флоренского к проблеме соотношения прерывного и непрерывного. Бугаев пытался построить не просто математическую систему, а новое мировоззрение, основанное на идее прерывности. «Уже много лет зовет нас к такому пересмотру Н.В. Бугаев, на лекциях своих и в статьях указывающий значение прерывности как элемента мировоззрения» [4. С. 164]. Флоренский продолжает развивать идеи Бугаева, но используя уже более современный аппарат канторовской математики.

Флоренский строит новое мировоззрение и новую науку. Поэтому ему интересны трансфиниты в природе не просто сами по себе, а как связанные с Абсолютом. «Мало того; оказалось, что идея трансфинита предполагает уже идею Абсолюта и, признав первую, мы не имеем права отвергать второй» [2. С. 122]. Это призыв к математикам и физикам не замыкаться в узкоспециальных и, как им кажется, совершенно абстрактных областях. По Флоренскому, необходимо четко понимать, что новая наука встроена в широчайший философский контекст. И даже более того! Следует говорить о том, что новая наука должна быть вписана в религиозно-теологическую систему. Ведь трансфиниты в природе сотворены актуально бесконечным Абсолютом. Это уже не математика, это теология! И действительно, именно такие оценки иногда звучали со стороны противников новой математики. Очевидно, что Флоренский был не одинок в своем стремлении. Один из основателей Московской школы теории функций Д.Ф. Егоров не скрывал своих религиозных взглядов, будучи открытым имяславцем, как и Флоренский. Причем в июне 1914 г. Егоров писал Лузину: «Достал я себе диссертацию П.А. Флоренского и нашел в ней много интересного. В частности, мысль о неизбежности антиномичности догматов, хотя, может быть не нова, но хорошо выставлена и проведена. Интересны замечания об Ангеле-Хранителе как об “*intelligibiler Charakter*” Канта» [1. С. 355]. Данная цитата свидетельствует о наличии общего круга духовных интересов Флоренского, Егорова и Лузина. Сам Лузин с симпатией относился к идеям имяславия. Хотя нельзя говорить о том, что он был практикующим имяславцем.

Трансфиниты в природе – это область онтологии. Но наибольший интерес у Флоренского вызывает актуально бесконечное в духе. «Сколько-нибудь внимательный взгляд открывает каждую минуту трансфинит в себе, в окружающем. Идея бесконечного пронизывает остальные, их связывает в единый образ, и, в свою очередь, предполагая Бесконечное, дает символическое познание Абсолюта» [2. С. 113–114]. Таким образом, актуальная бесконечность входит в область гносеологии. Это обязательно должно привести

к кардинальной перестройке «старой» гносеологии, основанной со времен Платона и Аристотеля на «боязни бесконечного». Традиционные понятия и категории должны быть заменены на символы, причем это символы Бесконечного. «Если мы ничто перед Абсолютным, то все же мы – нравственно однородны с Ним, мы можем постигать Его, но не прямо, а в символах; мы носим в себе трансфинитное, сверх-конечное, мы, – космос, – не являемся чем-то конечным, прямо противоположным Божеству, мы – трансфинитны, “середина между всем и ничем”» [2. С. 126].

Понятие «символа» чрезвычайно перегружено многими различными значениями в философских и религиозных построениях. Поэтому необходимо очень строго определить понимание символа у Флоренского. Символ Флоренского – это трансфинитные числа. Без понимания математической природы трансфинитных чисел невозможна какая-либо правильная интерпретация философских и религиозных воззрений Флоренского. Естественно, Флоренский обращается к пониманию трансфинитных чисел в теории множеств Кантора. «Эти мощности и типы порядка, носящие у Кантора общее название трансфинитных чисел, служат могучим средством для оформления хаотического, когда оно сказывается в бесконечном. И в то же время они являются символами для познания Бесконечного, но написанного не с “б”, а через “Б”. В этом последнем смысле они только приближают нас к постижению Его, только намекают “как зеркалом в гадании”, но намекают лучше, яснее и выразительнее, чем многое другое. Причина этого в том, что они относятся непосредственно к Трансфиниту, стоящему как бы на середине между абсолютной полнотой и конечным, и по некоторым свойствам напоминают Бесконечное» [2. С. 108–109].

Но, как и Кантору, Флоренскому мало ввести абсолютно бесконечное только в онтологию и гносеологию. Универсальное новое мировоззрение просто невысказуемо без нравственной, этической сферы. Здесь уже следует говорить не об абстрактной познавательной деятельности человеческого духа, а реальных поисках смыслов существования человека. И здесь Флоренский приводит пример Георга Кантора, посвятившего свою жизнь поискам этих смыслов. «К чему же он стремится? К тому, чтобы создать “храм”, создать символы для Бесконечного. Он хочет видеть реализацию Божественных сил, хочет убедиться, что она возможна, и ему нужно это скорее. Ему нужно показать, что идея Трансфинита не противоречива внутренне, что она законна и необходима. Иначе нет нравственной однородности космоса и Божества, нет и не может быть “договора”, мы не можем самоопределяться и действовать от себя, не делаясь пустыми автоматами, которых дергают за нитки» [2. С. 126].

Флоренский понимал значимость идеи актуальной бесконечности для европейской культуры начала XX в. Новые теоретико-множественные идеи математики начали применяться в теории относительности и квантовой механике. На основе квантовой механики будет перестроена химия и биология. Западноевропейская философия начала XX в. активно займется осмыслением

актуальной бесконечности и связанных с ней парадоксов. Причем эти парадоксы актуальной бесконечности наводили ужас на философов со времен апорий Зенона. Русская предреволюционная философская и религиозная мысль также внесла свою лепту в эту духовную работу европейской культуры. Огромную роль здесь сыграли работы Флоренского.

Основное произведение Флоренского «Столп и утверждение Истины» полностью посвящено применению канторовского понимания актуальной бесконечности к православной теологии. Очень кратко проиллюстрируем реализацию этой идеи в данном произведении. Флоренский понимает Истину как актуальную бесконечность. «Итак, если Истина есть, то она — реальная разумность и разумная реальность; она есть конечная бесконечность и бесконечная конечность, или, — выразюсь математически, — актуальная бесконечность, — Бесконечное, мыслимое как целокупное Единство, как единый, в себе законченный Субъект» [3. С. 62]. Но для Флоренского мало признать актуальную бесконечность Истины. Познание оказывается невозможно без высшего основания. А таковым, по Флоренскому, может быть только православная Троица. «Рассудок возможен, если дана ему Абсолютная Актуальная Бесконечность. Но что ж это за Бесконечность? Оказалось, что таковой Объект мышления, делающий его возможным, есть Триипостасное Единство» [3. С. 385]. Именно так понимает Абсолют как актуальную бесконечность Кантор. Флоренский четко следует за Кантором, давая понимание Триипостасного Единства как «Конечной Бесконечности или Едино-сущной Троицы» [3. С. 385].

В заключение выражаю благодарность профессору мехмата МГУ Сергею Сергеевичу Демидову, подавшему автору статьи идею рассмотреть роль понятия актуальной бесконечности в творчестве Флоренского.

Литература

1. Письма Д.Ф. Егорова к Н.Н. Лузину // Историко-математические исследования. Вып. 25 / под ред. А.П. Юшкевича. М.: Изд-во «Наука», 1980. С. 335–361.
2. Флоренский П.А. О символах бесконечности // Флоренский П.А. Сочинения: в 4 т. Т. 1. М.: Мысль, 1994. С. 79–128.
3. Флоренский П.А. Столп и утверждение истины: Опыт православной теодицеи. М.: АСТ, 2003. 640 с.
4. Флоренский П.А. Введение к диссертации «Идея прерывности как элемент мировоззрения» // Историко-математические исследования. Вып. 30 / под ред. А.П. Юшкевича. М.: Изд-во «Наука», 1986. С. 159–176.
5. Хоружий С.С. О философии священника Павла Флоренского // Флоренский П.А. Сочинения: в 3 т. Т. 1(1). М.: Правда, 1990. С. VI–XVI.

FLORENSKY'S PHILOSOPHICAL IDEAS AND THE THEORY OF SETS OF CANTOR

D.N. Radul*

*Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University
Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russian Federation*

Abstract. The article considers the role of the idea of actual infinity in the works of P.A. Florensky. The introduction briefly traces the history of ideas about the actual infinity in European culture to the works of George Cantor. The reaction of European scientists and religious figures to the emergence of the “naïve” theory of Cantor sets is characterized.

A detailed analysis of the connection between Florensky and George Cantor's ideas is given. Many quotations from the 1904 work on the symbols of Infinity are given, which illustrate the influence of Cantor's works on Florensky. The presentation of Florensky's religious and philosophical ideas of Cantor about the actual infinity is given. Emphasized understanding Florensky transfinite numbers Cantor as symbols.

Keywords: Florensky, Cantor, actual infinity, potential infinity, symbol, transfinite numbers, Absolute

* E-mail: radul2007@yandex.ru