

---

---

# О ПРЕПОДАВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА СТУДЕНТАМ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

И.В. Детушев

Кафедра математического анализа и прикладной математики  
Курский государственный университет  
*ул. Радищево, 33, Курск, Россия, 305000*

В статье рассматриваются аспекты методики преподавания математического анализа на экономических факультетах вузов с применением программы MathCAD. Показывается, что использование этого программного продукта способствует эффективному освоению методов решения задач математического анализа изучаемых студентами-экономистами.

**Ключевые слова:** информационные технологии в образовании, задачи с экономическим содержанием, методика преподавания математики.

В современном динамично развивающемся обществе к выпускникам экономических специальностей вузов предъявляются высокие требования. Главным показателем уровня подготовки современного экономиста является его профессиональная компетентность, однако в современных условиях невозможно подготовить грамотного специалиста без привлечения средств информационно-коммуникативных технологий.

Рассмотрим применение программы MathCAD при изучении элементов математического анализа студентами экономических специальностей. Курс математики для студентов-экономистов является основой для их будущей профессии, так как в процессе ее изучения у них вырабатывается умение логически мыслить и рассуждать, расширяется кругозор, вырабатываются навыки исследовательской деятельности.

Математический анализ — широко применяемый инструмент для исследования процессов в экономике. Важной задачей будущих экономистов является изучение связей экономических величин, записанных в виде функций. Данные функции строятся в процессе решения таких профессиональных задач экономистов, как увеличение или уменьшение выручки фирмы при повышении цены на ее продукцию, получение максимальной прибыли при минимальных издержках. Для решения таких задач строятся функции, связывающие входящие в них экономические показатели (переменные), затем эти функции анализируются с помощью аппарата математического анализа.

Студентам-экономистам в их будущей профессии часто будет требоваться найти наилучшее значение того или иного показателя, например, максимальной прибыли, наивысшей производительности труда, минимальных потерь сырья. В подобных задачах поиск наилучшего значения показателя сводится к нахожде-

нию экстремума (максимума или минимума) функции одной или нескольких переменных.

Важный раздел математического анализа, используемый студентами в экономических расчетах, — метод предельного анализа. Предельный анализ в экономике — совокупность методов исследования изменяющихся величин затрат при изменяющихся объемах производства. Предельный показатель функции  $y = f(x)$  — это ее производная (в случае функции одной переменной).

В экономике широко используются средние величины: средний доход, средняя производительность труда, средняя прибыль и т.д. Однако часто требуется узнать, как изменится результат, если будут увеличены затраты или, наоборот, насколько уменьшится результат, если затраты сократятся. С помощью средних величин ответ на этот вопрос получить нельзя. В таких задачах требуется определить предел отношения приростов результата и затрат, то есть найти производную.

Таким образом, при решении перечисленных выше классов задач обойтись без использования аппарата математического анализа невозможно. Однако решение такого рода задач влечет за собой применение громоздких вычислений и довольно сложного математического аппарата. Поэтому при обучении студентов-экономистов элементам математического анализа целесообразно использование программы MathCAD. Это позволит сделать процесс обучения интересным, наглядным, развить творческую деятельность студентов.

Программа MathCAD имеет большие возможности в сфере решения задач математического анализа. Связаны они прежде всего с высоким уровнем вычислительного потенциала данной программы. В системе MathCAD существует возможность проведения некоторых операций математического анализа: вычисление интегралов и производных (как численное, так и символьное), разложение функций в ряд Тейлора, вычисление пределов функций или последовательностей.

Программа MathCAD помогает автоматизировать выполнение довольно трудоемких методов расчета, помогая студентам-экономистам приобрести практические навыки при решении задач с экономическим содержанием, решаемыми методами математического анализа. Решение таких задач с помощью ЭВМ дает возможность производить исследовательские работы на выявление и установление различных закономерностей, взаимосвязей объектов при изменении исходных данных. Таким образом, программа MathCAD выступает здесь как инструмент исследования при решении задач, в том числе профессионально направленных.

Рассмотрим примеры решения задач с экономическим содержанием при помощи программы MathCAD.

*Пример 1.* Объем продукции  $u$  (ед.), произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением  $u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$  (ед.), где  $t$  — рабочее время (часы).

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

*Решение.* Производительность труда выражается производной

$$z(t) = u'(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100 \text{ (ед/ч)},$$

а скорость и темп изменения производительности — соответственно производной  $z'(t)$  и логарифмической производной  $T_z(t) = [\ln z(t)]'$ :

$$z'(t) = -5t + 15 \text{ (ед/ч}^2\text{)},$$

$$T_z(t) = \frac{z'(t)}{z(t)} = \frac{-5t + 15}{-\frac{5}{2}t^2 + 15t + 100} = \frac{2t - 6}{t^2 - 6t - 40} \text{ (ед/ч)}.$$

В заданные моменты времени  $t_1 = 1$  и  $t_2 = 8 - 1 = 7$  соответственно имеем:  $z(1) = 112,5$  (ед/ч),  $z'(1) = 10$  (ед/ч<sup>2</sup>),  $T_z(1) = 0,09$  (ед/ч) и  $z(7) = 82,5$  (ед/ч),  $z'(7) = -20$  (ед/ч<sup>2</sup>),  $T_z(7) = -0,24$  (ед/ч).

Итак, к концу работы производительность труда существенно снижается; при этом изменение знака  $z'(t)$  и  $T_z(t)$  с плюса на минус свидетельствует о том, что увеличение производительности труда в первые часы рабочего дня сменяется ее снижением в последние часы.

Теперь решим поставленную задачу средствами MathCAD. Найдем производительность труда.

Объем продукции, который произвела бригада рабочих за время  $t$ , равен

$$u(t) := \frac{-5t^3}{6} + \frac{15t^2}{2} + 100t + 50.$$

Производительность труда в момент времени  $t$  равна

$$\frac{d}{dt} u(t) \rightarrow 15t - \frac{5t^2}{2} + 100.$$

Теперь найдем скорость и темп изменения производительности труда.

Скорость изменения производительности труда равна

$$\frac{d^2}{dt^2} u(t) \rightarrow 15 - 5t.$$

Темп изменения производительности труда равен

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \frac{d}{dt} u(t) \right) \rightarrow -\frac{5t - 15}{15t - \frac{5t^2}{2} + 100}.$$

Введем обозначения:

$a(t) := \frac{d}{dt} u(t)$  — производительность труда;

$b(t) := \frac{d^2}{dt^2} u(t)$  — скорость изменения производительности труда;

$c(t) := \frac{d}{dt} \ln \left( \frac{d}{dt} u(t) \right)$  — темп изменения производительности труда

$$a(1) \rightarrow \frac{225}{2}$$

$$b(1) \rightarrow 10$$

$$c(1) \rightarrow \frac{4}{45}$$

$$a(7) \rightarrow \frac{165}{2}$$

$$b(7) \rightarrow -20$$

$$c(7) \rightarrow -\frac{8}{33}$$

*Пример 2.* Функция издержек производства продукции некоторой фирмой имеет вид:  $y(x) = 0,1x^3 - 1,2x^2 + 5x + 250$  (ден. ед.). Найти средние и предельные издержки производства и вычислить их значения при  $x = 10$ .

*Решение.* Найдем производную  $y'(x)$  и ее значение  $y'(10)$  — предельные издержки производства:

$$y'(x) = 0,3x^2 - 2,4x + 5; \quad y'(10) = 30 - 24 + 5 = 11.$$

Средние издержки составят

$$y_1(x) = \frac{0,1x^3 - 1,2x^2 + 5x + 250}{x} = 0,1x^2 - 1,2x + 5 + \frac{250}{x};$$

$$y_1(10) = 10 - 12 + 5 + 25 = 28.$$

Это означает, что при данном уровне производства (количестве выпускаемой продукции) средние затраты на производство одной единицы продукции составляют 28 ден. ед., а увеличение объема на одну единицу продукции обойдется фирме приблизительно в 11 ден. ед.

Теперь решим поставленную задачу средствами MathCAD. Найдем предельные издержки производства:

$$y(x) := 0.1x^3 - 1.2x^2 + 5x + 250$$

$$\frac{d}{dx} y(x) \rightarrow -2.4 \cdot x + 0.3 \cdot x^2 + 5$$

$$a(x) := -2.4 \cdot x + 0.3 \cdot x^2 + 5$$

$$a(10) \rightarrow 11.$$

Найдем средние издержки:

$$y1(x) := \frac{y(x)}{x} \rightarrow \frac{5 \cdot x - 1.2 \cdot x^2 + 0.1 \cdot x^3 + 250}{x}$$

$$y1(10) \rightarrow 28.$$

*Пример 3.* Зависимость между спросом  $q$  и ценой  $p$  единицы продукции, выпускаемой некоторым предприятием, задается соотношением  $q = 18 - \sqrt{p}$ . Найти эластичность спроса. Выяснить, при каких значениях цены спрос является эластичным, нейтральным и неэластичным. Какие рекомендации о цене единицы продукции можно дать руководителям предприятия при  $p = 100$  и  $p = 150$  ден. ед.?

*Решение.* Эластичность спроса определяется по формуле

$$E_p(q) = \frac{p}{18 - \sqrt{p}} (18 - \sqrt{p})' = -\frac{\sqrt{p}}{2(18 - \sqrt{p})}.$$

Спрос нейтрален, если  $|E_p(q)| = 1$ . Решая это уравнение, имеем  $p = 144$  ден. ед. Далее, принимая во внимание, что  $p > 0$  и  $q > 0$  получаем, что если  $0 < p < 144$ , то спрос является неэластичным; а при  $144 < p < 324$  — эластичным.

*Рекомендации.* Если цена единицы продукции составляет 100 ден. ед., то спрос является неэластичным и можно повысить цену продукции, выручка при этом будет расти. При стоимости продукции 150 ден. ед. спрос является эластичным. В данном случае целесообразно рассмотреть предложение о снижении цены, выручка от реализации будет расти в результате увеличения спроса на продукцию.

Теперь решим поставленную задачу средствами MathCAD. Найдем эластичность спроса

$$E(p) := \frac{p \cdot \left[ \frac{d}{dp} (18 - \sqrt{p}) \right]}{18 - \sqrt{p}} \rightarrow \frac{\sqrt{p}}{2 \cdot (\sqrt{p} - 18)}$$

и решим уравнение

$$(|E(p)| - 1) \text{ solve} \rightarrow 144.$$

Таким образом, использование современных технологий в преподавании математики студентам экономических специальностей способствует формированию их профессиональных компетенций и повышает эффективность системы образования в целом.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Гуринович С.Л.* Математика. Задачи с экономическим содержанием: пособие для сузов. — Минск: Новое знание, 2008.
- [2] *Гурский Д.А.* Вычисления в Mathcad. — Минск: Новое знание, 2003.
- [3] *Добрица В.П., Детушев И.В.* О необходимости создания специализированной системы заданий и задач для студентов экономических специальностей // Учись учиться: Материалы региональной межвузовской конференции. — Курск, 2009. — С. 75—78.
- [4] *Кремер Н.Ш.* Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум. — М.: Высшее образование, 2010.
- [5] *Малыхин В.И.* Математика в экономике: Учеб. пособие. — М.: ИНФРА-М, 1999.

#### LITERATURA

- [1] *Gurinovich S.L.* Matematika. Zadachi s jekonomicheskim sodержaniem: posobie dlja suzov. — Minsk: Novoe znanie, 2008.
- [2] *Gurskij D.A.* Vychislenija v Mathcad. — Minsk: Novoe znanie, 2003.
- [3] *Dobrica V.P., Detushev I.V.* O neobhodimosti sozdanija specializirovannoј sistemy zadanij i zadach dlja studentov jekonomicheskikh special'nostej // Uchis' uchit'sja: Materialy regional'noj mezhdvuzovskoj konferencii. — Kursk, 2009. — S. 75—78.
- [4] *Kremer N. Sh.* Vysshaja matematika dlja jekonomicheskikh special'nostej: Uchebnik i praktikum. — M.: Vysshee obrazovanie, 2010.
- [5] *Malyhin V.I.* Matematika v jekonomike: Ucheb. posobie. — M.: INFRA-M, 1999.

**ABOUT TEACHING THE ELEMENTS  
OF MATHEMATICAL ANALYSIS FOR STUDENTS  
OF ECONOMIC SPECIALTIES WITH THE USE  
OF MODERN INFORMATION TECHNOLOGIES**

**I.V. Detushev**

Chair of Mathematical analysis and applied mathematics  
Kursk state University  
*Radishchego str., 33, Kursk, Russia, 305000*

The article deals with aspects of a technique of teaching of mathematical analysis of the economic departments of the universities with the help of the program «MathCAD». It is shown that the use of this software product contributes to the effective development of methods for solving problems of mathematical analysis of the studied students — economists

**Key words:** information technologies in education, economic contents, methods of teaching mathematics.