
ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.С. Корнилов

Кафедра информатики и прикладной математики
Московский городской педагогический университет
2-й Сельскохозяйственный проезд, 4, Москва, Россия, 129226

В статье анализируются формы организации учебных занятий по обратным задачам для дифференциальных уравнений для студентов физико-математических специальностей вузов.

Ключевые слова: обратные задачи для дифференциальных уравнений, обучение, дидактическая единица, студент, усвоение знаний.

Исследованию моделей, методов и форм обучения, особенностей организации и проведения аудиторных занятий для студентов высших учебных заведений посвящены работы С.И. Архангельского [1], Н.А. Волгина [2], К.А. Звягина [4], Т.А. Ивановой [5], В.С. Леднева [8], В.М. Монахова [9], Ю.Г. Одегова [2], И.П. Подласого [10], Б.В. Ракитского [2], Н.Л. Стефановой [11], Е.И. Смирнова [12] и других авторов. Передовой педагогический опыт этих авторов может быть с успехом использован в организации семинарских и лабораторных занятий по обратным задачам для дифференциальных уравнений для студентов физико-математических специальностей высших учебных заведений [7].

Семинарское занятие по обратным задачам для дифференциальных уравнений является активной формой обучения обратным задачам, дополняющей лекционные занятия и призванной помочь студентам освоить методы решения обратных задач; представляет собой комплексную форму обучения решению обратных задач, сочетающую участие в решении обратных задач студентов и преподавателя, обсуждение мнений студентов по решению обратной задачи и полезных советов преподавателя, приобретение студентами опыта и навыков по решению обратных задач, способствующих освоению прочных знаний в области теории и практики исследования обратных задач для дифференциальных уравнений.

Семинарское занятие по обратным задачам для дифференциальных уравнений дает возможность каждому студенту активно участвовать в обсуждении постановки обратной задачи, рассматриваемой на занятии, подходов и методов ее решения, применения результатов решения обратной задачи в гуманитарном анализе прикладных исследований и др. На семинарском занятии преподаватель может подводить итоги самостоятельной и индивидуальной работы студентов по усвоению методологии решения обратных задач для дифференциальных уравнений.

Семинарские занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений способствуют:

- углубленному усвоению математических методов решения обратных задач;
- осмыслению методологии и методических приемов решения обратных задач;
- выработке аналитических способностей, умения формулировать аналогичные постановки обратных задач, обобщать аналогичную постановку обратной задачи для более сложного дифференциального уравнения;
- приобретению навыков исследования прикладных задач;
- выработке умения аргументированно и ясно излагать последовательность решения обратных задач и делать логические выводы математического, прикладного, гуманитарного характера;
- осуществлению контроля преподавателем хода обучения студентов обратным задачам.

Общая характеристика математического содержания семинарского занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений включает:

- тему семинарского занятия, ее связь с изложенным материалом на предыдущем лекционном занятии;
- осмысление математического содержания семинарского занятия, включающее анализ исследуемого физического процесса или явления; анализ постановки обратной задачи; анализ структуры вспомогательных сведений из физико-математических дисциплин, необходимых для решения поставленной обратной задачи (определения, леммы, теоремы); возможные подходы к решению обратной задачи; ожидаемые результаты решения обратной задачи; методы доказательства соответствующих теорем существования, единственности и условной устойчивости решения обратной задачи; их конструктивность; новизна рассмотренной обратной задачи для студентов и т.д.;
- предпосылки для организации развивающего обучения студентов, определяемые математическим содержанием.

Постановка целей семинарского занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений определяется математическим содержанием данного занятия, особенностями студентов данной группы, индивидуальностью преподавателя и другими факторами; роль и место семинарского занятия в разделе курса обратных задач для дифференциальных уравнений.

Важное значение имеет выбор типа семинарского занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений, методов, форм и средств обучения и их соответствие поставленным целям.

При **анализе структуры семинарского занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений** рассматриваются следующие компоненты:

- подготовка студентов к активному, сознательному усвоению знаний: актуализация знаний, приемы актуализации; пути создания мотивации обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений или проблемных ситуаций; постановка целей семинарского занятия;

— научность, полнота и последовательность исследования рассматриваемой обратной задачи; приемы активизации деятельности студентов при решении обратной задачи, степень их самостоятельности, приемы управления познавательной деятельностью студентов, осуществление обратной связи;

— система математических задач из специальных разделов математических дисциплин (обобщенные функции, дельта-функция Дирака, аналитические функции, фундаментальные решения дифференциальных уравнений, нелинейные интегральные уравнения и др.), способствующая успешному решению обратной задачи на этапе ее осознания, осмысления и соответствующая поставленным целям семинарского занятия; методика их постановки; формы организации деятельности студентов и степень их самостоятельности в решении этих упражнений и задач; проявление интереса студентов к прикладной математике через решение обратных задач для дифференциальных уравнений;

— формы и методы контроля усвоением знаний по обратным задачам студентами: установление достижения целей семинарского занятия;

— логика семинарского занятия, взаимосвязь его этапов, логика в переходе от одного этапа занятия к другому;

— оформление результатов решений математических задач из специальных разделов математических дисциплин или решения обратной задачи для дифференциальных уравнений на доске;

— подведение итогов семинарского занятия;

— выдача студентам заданий для индивидуальной и самостоятельной работы;

— распределение времени на различные этапы проведения семинарского занятия.

Анализ реализации развивающих и воспитательных целей включает:

— развитие общеучебных умений студентов: работа с учебной и научной литературой по обратным задачам для дифференциальных уравнений; планирование своей деятельности и ее оценка;

— развитие интеллектуальных умений студентов: математических, логических, речевых;

— формирование научного мировоззрения студентов: связь обратных задач для дифференциальных уравнений с прикладными исследованиями; межпредметные связи курса обратных задач для дифференциальных уравнений;

— развитие самостоятельности студентов в изучении обратных задач для дифференциальных уравнений;

— учет индивидуальных особенностей студентов;

— развитие у студентов мотивации учения;

— развитие у студентов положительных качеств мышления: активности, самостоятельности, осознанности, глубины, гибкости, критичности;

— уровень требовательности преподавателя, его объективность в оценке знаний и умений студентов;

— культура общения преподавателя со студентами;

При организации семинарского занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений важно обращать внимание на точность начала и окончания;

длительность организационного момента; быстроту включения студентов в учебный процесс; эмоциональный настрой, заинтересованность, собранность преподавателя; темп занятия.

Дидактические единицы и познавательные средства, которые должны быть усвоены студентами при изучении каждого раздела курса обратных задач для дифференциальных уравнений. К числу таких дидактических единиц относятся математические и физические понятия, определения, аксиомы, леммы, теоремы существования, единственности и устойчивости (условной устойчивости), конструктивные алгоритмы решения обратных задач для дифференциальных уравнений. Их усвоение на уровне знаний, понимания, применения в стандартных ситуациях достигается посредством решения простейших обратных задач для дифференциальных уравнений на этапах восприятия, осознания, осмысления, которые можно назвать дидактическим. Овладение студентами этими дидактическими единицами и связанными с ними познавательными средствами, в том числе приемами и методами решения обратных задач, доказательства соответствующих теорем существования, единственности и устойчивости решения обратной задачи, а также способностью вывести из решенной обратной задачи следствия математического, прикладного, гуманитарного характера является начальным этапом овладения методами и приемами решения обратных задач по конкретному разделу курса обратных задач для дифференциальных уравнений.

Установление соответствия тем семинарских занятий по обратным задачам для дифференциальных уравнений лекционному материалу. Необходимо соблюдать согласованность тематик обратных задач для дифференциальных уравнений семинарских и лабораторных занятий лекционным не только по типам и индивидуальностям обратных задач, но и учитывать профессиональную направленность обучения. На лекционном занятии могут излагаться подходы и математические методы решения обратной задачи, исследование корректности (условной корректности) полученного решения обратной задачи. На семинарских и лабораторных занятиях — уделять внимание приложениям, в том числе и применению этой обратной задачи для гуманитарного анализа математических моделей прикладных исследований на стадии их внедрения в практику.

Выявление функций в учебно-воспитательном процессе, которые выполняются при решении обратных задач для дифференциальных уравнений — мотивационной, познавательной, развивающей, воспитывающей, управляющей, иллюстративной, контрольно-оценочной. Выявление таких функций каждой обратной задачи позволяет наметить, в зависимости от профессиональной направленности обучения студентов на физико-математических специальностях высших учебных заведений, методику обучения этим обратным задачам: это могут быть будущие геофизики, астрофизики, сейсмологи, специалисты по прикладной математике и механике и др.

Рассмотрение на семинарских занятиях обратных задач для дифференциальных уравнений в других постановках. Может рассматриваться та же математическая модель обратной задачи, которая рассматривалась на лекции, но в ка-

честве искомым функций может выступать не начальное условие, а граничное; искомым коэффициент ищется не перед старшей производной, а перед младшей производной или перед младшим членом дифференциального уравнения. При этом преподаватель должен заранее проанализировать исследование подобных обратных задач, которое должно осуществляться по схеме исследования обратной задачи, изложенной на лекционном занятии. Он должен спрогнозировать рассуждения студентов, которые приведут к успешному решению этой обратной задачи; должен представлять себе, как направить мысль студентов в нужное русло. Успех студентов в решении конкретных обратных задач для дифференциальных на семинарских и лабораторных занятиях во многом возможен лишь тогда, когда преподаватель на лекционных занятиях излагает приемы и методы решения обратных задач для тех же дифференциальных уравнений в типичных постановках.

Это позволяет преподавателю целенаправленно обучать студентов приемам и методам решения обратных задач, которые включают в себя как математические, так и логические действия, такие как анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, конкретизация, систематизация, рациональное мышление, которые являются основой обучения прикладной математике вообще и обратным задачам для дифференциальных уравнений в частности. Следовательно, анализируя постановки обратных задач для дифференциальных уравнений, которые планируется решать на семинарских и лабораторных занятиях, необходимо выявлять различные математические приемы и методы их решения, учебно-познавательные действия. В этом случае преподаватель в процессе решения задач будет осознанно обучать студентов новым для них приемам и методам решения обратных задач. Такая деятельность преподавателя способствует реализации образовательной и развивающей функций в их единстве.

Выявление обратных задач для дифференциальных уравнений, позволяющих студентам на семинарских занятиях коллективно включиться в творческий процесс поиска их решения. Предложенная обратная задача самостоятельно решается всеми студентами, каждый из них может предложить собственные более эффективные приемы и подходы к ее решению. Это возможно осуществить на этапе исследования свойств решения прямой задачи либо в дальнейшем, при построении системы уравнений обратной задачи. Кроме того, студентам после решения конкретной обратной задачи можно предложить коллективно обобщить данную постановку обратной задачи.

Подобные размышления для построения математической модели обратной задачи требуют от студентов осмысления самого физического процесса; применения качественных знаний, полученных в процессе обучения в вузе на разных курсах, не только по обратным задачам, но и по различным дисциплинам прикладной математики, физики, химии и др. При коллективном обсуждении полученных результатов решения обратной задачи в студенческой аудитории появляется здоровая атмосфера соревнования, возникает живой интерес студентов к обсуждению способов решения этой обратной задачи или отдельных ее фрагментов. Применение различных подходов и методов к решению конкретной обратной задачи развивает у студентов гибкость и устойчивость ума, осознанность мыслительной

деятельности. Развиваются такие формы отражения реальной действительности, как ощущения, восприятие, представление, а также основные формы рационального мышления — понятие, суждение, умозаключение. При обсуждении применения результатов решений обратных задач в гуманитарном анализе математических моделей прикладных исследований на стадии их практических внедрений, исследования экологической ситуации земной среды и мирового океана, слоев атмосферы, влияния на здоровье человека функционирующих вблизи населенных пунктов различных объектов и т.д. у студентов формируются основы гуманитарного анализа прикладных исследований, осознается роль обратных задач для дифференциальных уравнений в их будущей профессиональной деятельности в прикладных областях.

Анализ результатов проведенных семинарских занятий по обратным задачам для дифференциальных уравнений. Преподаватель анализирует, какие приемы и методы решения обратных задач усвоены студентами, какие обратные задачи следует использовать на семинарских и лабораторных занятиях, а какие предложить студентам для самостоятельной работы, какие трудности возникли у студентов при решении конкретной обратной задачи, прорабатывает вопросы организации системы семинарских и лабораторных занятий по решению обратных задач для дифференциальных уравнений.

Общие выводы. Выполнение плана семинарского занятия по обратным задачам для дифференциальных уравнений и достижение поставленных целей; целесообразность внесения корректив при повторном проведении семинарского занятия на эту же тему; общая оценка занятия.

В высших учебных заведениях одной из форм обучения дисциплинам различных специальностей являются лабораторные занятия с использованием современных информационных технологий — компьютерных математических пакетов Maple, Mathematica, Matlab, MathCad и др. Лабораторные занятия с использованием информационных технологий как организационная форма учебной деятельности при обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений имеют свою специфику, которая предполагает разработку конкретных рекомендаций. Включение в процесс обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений, помимо лекционных и семинарских занятий, такой формы обучения, как лабораторные занятия с использованием компьютерных математических пакетов, позволяет достичь высокого уровня усвоения знаний, овладения необходимым прикладным математическим аппаратом путем активизации учебно-познавательной деятельности студентов и делает целесообразным использование данной формы организации обучения. Эти занятия целесообразно проводить после изложения каждого раздела учебного курса.

В обучении обратным задачам с их высоким математическим уровнем, сложным понятийным аппаратом, математическими методами исследования и трудоемкостью исследований реализация этой формы организации обучения не только возможна, но и методически оправдана. Лабораторные занятия по обратным задачам интегрируют теоретико-методологические знания, практические умения и на-

выки студентов в едином процессе деятельности учебно-исследовательского характера. Лабораторные занятия по обратным задачам могут проводиться как индивидуально, так и фронтально. Фронтальный способ организации лабораторного занятия характеризуется тем, что все студенты учебной группы решают одну и ту же обратную задачу.

Планирование лабораторных работ осуществляется с помощью методических рекомендаций, включающих:

- тему лабораторной работы с формулировкой обратной задачи;
- цель лабораторной работы, конкретизирующуюся в поиске решения обратной задачи с использованием компьютерного математического пакета;
- краткий теоретический материал из ранее изложенного на лекционном занятии и необходимого для решения обратной задачи;
- перечень компьютерных математических пакетов, с помощью которых необходимо исследовать обратную задачу;
- методические указания по использованию компьютерного математического пакета при исследовании обратной задачи;
- выводы по результатам проведенного исследования обратной задачи;
- контрольные вопросы.

При правильной организации лабораторной работы студенты выступают в роли исследователей обратных задач для дифференциальных уравнений. Содержание лабораторной работы по обратным задачам включает систему умственных и практических действий по овладению методами исследования обратной задачи для дифференциальных уравнений. Для проявления самостоятельности студентам может быть рекомендовано рассмотреть обратную задачу при аналогичных данных и дополнительной информации и применить компьютерный математический пакет для ее исследования. Организация и проведение лабораторных работ по обратным задачам не исключает общения преподавателя со студентами. При этом лабораторная работа как организационная форма учебной деятельности при обучении обратным задачам предполагает усиление роли преподавателя по консультационному и контролирующему сопровождению учебно-познавательной деятельности студентов, а также увеличение объема самостоятельной работы студентов с учебной и научной литературой по обратным задачам для дифференциальных уравнений.

Компьютерный математический пакет с точки зрения педагогики является дидактическим средством обучения, которое при наличии соответствующей разработанной методики преподавания позволяет оптимизировать учебный процесс, интенсифицировать его, а с точки зрения информатики — средством, предназначенным для автоматизации решения математических задач в различных областях науки, техники и образования, интегрирующим в себя современный интерфейс пользователя, аналитические и численные методы решения различных математических задач, средства визуализации результатов вычислений [3]. На стадии принятия решений такое средство позволяет с большей достоверностью проанализировать полученные результаты.

Использование компьютерных математических пакетов на лабораторных работах по обратным задачам для дифференциальных уравнений способствует реализации дидактических принципов обучения [6].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Архангельский С.И.* Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. — М.: Высшая школа, 1980.
- [2] *Волгин Н.А., Одегов Ю.Г., Ракитский Б.В., Хорзов С.Е. и др.* Организация, формы и методы проведения учебных занятий и самостоятельной работы: требования, условия, механизмы: Учебно-методическое пособие / Под ред. Н.А. Волгина, Ю.Г. Одегова. — М.: Изд-во Рос. экон. акад., 2004.
- [3] *Дахер Е.А.* Система Mathematica в процессе математической подготовки специалистов экономического профиля: Дисс. ... канд. пед. наук. — М., 2004.
- [4] *Звягин К.А.* Педагогические и управленческие факторы, способствующие выбору форм организации учебных занятий: Дисс. ... канд. пед. наук. — Челябинск, 2003.
- [5] *Иванова Т.А.* Гуманитаризация математического образования: Монография. — Нижний Новгород: Изд-во НГПУ, 1998.
- [6] *Корнилов В.С.* Образовательные электронные ресурсы в обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений // Электронные образовательные издания и ресурсы. Теория и практика: Бюллетень Центра информатики и информационных технологий в образовании ИСМО РАО. Выпуск 1. — М.: ИСМО РАО, 2006.
- [7] *Корнилов В.С.* Обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор гуманитаризации математического образования: Монография. — М.: МГПУ, 2006.
- [8] *Леднев В.С.* Содержание образования: сущность, структура, перспективы. — М., 1991.
- [9] *Монахов В.М.* Введение в теорию педагогических технологий: Монография. — Волгоград: Перемена, 2006.
- [10] *Подласый И.П.* Педагогика: Учебное пособие для вузов. В 2-х книгах. — М.: Владос, 1999.
- [11] *Стефанова Н.Л.* Теоретические основы развития системы методической подготовки учителя математики в педагогическом вузе: Дисс. ... д-ра пед. наук. — СПб., 1996.
- [12] *Смирнов Е.И.* Дидактическая система математического образования студентов педагогических вузов: Дисс. ... д-ра пед. наук. — Ярославль, 1998.

THE ORGANIZATION OF THE PRACTICAL TRAINING ON THE INVERSE PROBLEMS FOR THE DIFFERENTIAL EQUATIONS

V.S. Kornilov

Chair of computer science and the applied mathematics
The Moscow city pedagogical university
2nd Selskohozyaystvennyi str., 4, Moscow, Russia, 129226

In article it is analyzed forms of the organisation of studies on inverse problems for the differential equations for students of physical and mathematical specialities of high schools.

Key words: inverse problems for the differential equations, equation, didactic unit, the student, mastering of knowledge.