

---

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАННОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

**В.П. Добрица**

Кафедра комплексной защиты информационных систем  
Курский государственный технический университет  
*ул. 50 лет Октября, 94, Курск, Россия, 305040*

**Н.Н. Локтионова**

Кафедра алгебры, геометрии и теории обучения математике  
Курский государственный университет  
*ул. Радищева, 33, Курск, Россия, 305000*

В статье обсуждается алгоритм оценки качества образованности учащихся, который устраняет недостатки пятибалльной системы. В основе сконструированного алгоритма лежит теория нечетких множеств.

**Ключевые слова:** образование, теория нечетких множеств, учащийся, контроль знаний, алгоритм.

Успешное развитие общества в современных условиях невозможно без высокого уровня образования. Образование стало самой производительной частью народного хозяйства. В современном понимании результатом образовательного процесса являются уже не только знания, умения и навыки, а формирование образованности. Под образованностью в таком случае понимаются компетенции, которыми овладел обучающийся, завершивший определенный этап образования. Образованность включает в себя не только деятельностный результат обучения, но и результат самостоятельной познавательной деятельности и воспитания.

В любом обучении можно достигнуть высоких результатов только в том случае, когда отлажен механизм контроля и самоконтроля полученных знаний, умений и навыков. Для этого необходимы объективные и надежные методы и методики независимой оценки уровня подготовленности субъектов обучения, исключающие субъективизм и некомпетентность. Анализ проблемы оценки качества обучения представляет собой сложную по структуре и по содержанию процедуру, которая рассматривается как составная часть педагогического процесса и подчиняется его общим закономерностям. Как показали специальные эксперименты, существующая пятибалльная система оценки знаний, умений, навыков недостаточно объективна. Если учащийся получает положительные отметки по некоторым разделам темы, то это совершенно не значит, что он полностью готов к переходу на следующую ступень обучения.

Нами разработана методика и составлен алгоритм оценки уровня подготовленности субъектов обучения, устраняющие недостатки пятибалльной системы. В основе этой методики и алгоритма лежит теория нечетких множеств (ТНМ).

Данная теория применяется для описания значений, которые принимает лингвистическая переменная на основе нечетких высказываний, где функция принадлежности элемента множеству не бинарная (да/нет), а может принимать любое значение в диапазоне от нуля до единицы. Это дает возможность формализовать понятия нечеткие по самой своей природе и выполнять над такими величинами весь спектр логических операций. Одним из важнейших достоинств ТНМ является возможность использования нечетких множеств (НМ) при моделировании задач, в которых отсутствует полная информация о рассматриваемой системе.

Практикой доказано, что во многих случаях нечеткое моделирование позволяет более адекватно описывать объекты с неопределенностью и дает лучшие результаты, чем получаемые на основе детерминированных или вероятностно-статистических моделей.

В научных исследованиях готовность учащегося к переходу на следующую ступень образования рассматривается с позиций оценки отдельных компетенций. Для определения уровня готовности ученика к изучению следующей темы мы рассматриваем его знание как совокупность сформированных компетенций (показателей). Предварительно проводится работа по фиксации показателей каждого учащегося в классе. Для этого перед изучением того или иного раздела определяется конечное множество показателей. В качестве таких показателей можно рассматривать высокую успеваемость учащегося по каждой теме раздела, результаты самостоятельных и контрольных работ, количество устных ответов на конкретном уроке, активность учащегося, его психологическое состояние, творческую самореализацию и т.д. Множество показателей готовности является результатом декартового произведения множества критериев готовности и множества ее компонентов.

При рассмотрении готовности перехода на следующую ступень обучения мы выделяем именно те показатели, которые учитывают структурно-функциональный состав его знания, рассматривая компоненты и критерии готовности как нечеткие множества.

Нечетким отношением  $R$  между множествами  $X$  и  $Y$  называется функция

$$R : X \cdot Y \rightarrow L, \quad (1)$$

где в общем случае будет предполагаться, что  $L$  — это полная дистрибутивная решетка. Таким образом,  $L$  — это частично упорядоченное множество, операции объединения и пересечения в  $L$  удовлетворяют законам дистрибутивности. Все операции над нечеткими отношениями определяются с помощью этих операций из  $L$ . Если множества  $X$  и  $Y$  конечны, нечеткое отношение  $R$  между  $X$  и  $Y$  можно представить с помощью его матрицы отношения, строкам и столбцам которой ставятся в соответствие элементы множеств  $X$  и  $Y$ , а на пересечении строки  $x$  и столбца  $y$  помещается множество элементов  $R(x, y)$ .

Рассматривая  $C$  как множество компонентов готовности,  $K$  — как множество критериев,  $P$  — множество показателей, учитывая, что в нашем случае на пересечении строки  $x$  и столбца  $y$  помещается нечеткое подмножество элементов  $P_{ij}(x, y)$ , мы определяем нечеткое отношение, получая в результате нечеткое множество  $P_{ij}$  и соответствующую ему матрицу нечеткого отношения ( $P_{ij}$ ).

Таким образом, экспертный метод и структурно-функциональный анализ готовности позволяют выделить основные, существенные, компоненты и критерии готовности. Их декартовое произведение дает нечеткое множество показателей готовности.

Для анализа систем, в которых существенная роль принадлежит суждениям и знаниям человека, наряду с использованием количественных методов можно применять лингвистический подход. В педагогической практике часто ищут среднее значение достигнутых уровней показателей. В реальной жизни для диагностики сформированности готовности такого описания недостаточно, так как у обучающихся уровни сформированности различных показателей могут принимать разнообразные значения. У школьника разные показатели могут быть сформированы на неодинаковых уровнях, и, применяя традиционный подход, в большинстве случаев нельзя однозначно сказать, на каком уровне сформирована готовность. Описание уровня сформированности готовности школьников к изучению следующего раздела математики с помощью аппарата нечетких множеств является более естественным.

В нашем исследовании мы использовали качественную (лингвистическую) шкалу. Измерение в качественной шкале позволяет разбить объекты эмпирической системы на классы, которые можно упорядочить в соответствии с выраженностью измеряемого свойства. При этом следует учесть, что не имеет смысла говорить, насколько значение показателя в одном классе больше значения показателя в другом.

Итак, готовность ученика представляет собой совокупность сформированных компетенций (показателей), полученных в результате декартового произведения множеств критериев и компонентов.

Известно определение множества уровня  $\alpha$  ( $\alpha$ -срезом) нечеткого множества  $A$  (рис. 1), под которым понимается четкое подмножество универсального множества  $X$ , определяемое в виде

$$A_\alpha = \{x \in X / \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2)$$

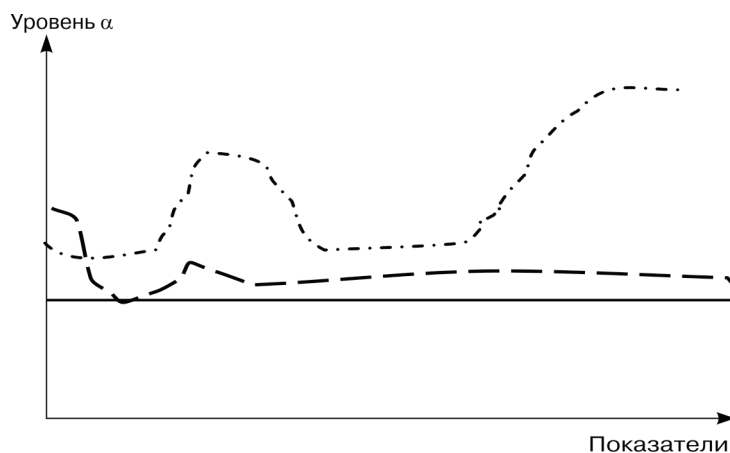


Рис. 1. Множества уровня  $\alpha$

Однако мы предлагаем усовершенствовать этот подход при оценке подготовленности обучающегося для перевода на следующую ступень обучения. На наш взгляд, необходимо учитывать еще и важность изучаемого показателя для дальнейшего освоения материала. Например, квадратные уравнения в дальнейшем часто используются для решения других прикладных задач, поэтому важность этого показателя можно по следующей шкале:

- 0,9 на высоком уровне;
- 0,8 на достаточном уровне;
- 0,7 на низком уровне.

Сложение графиков функций используется в дальнейшем редко, поэтому важность этого показателя можно оценить по другой шкале:

- 0,6 на высоком уровне;
- 0,5 на достаточном уровне;
- 0,4 на низком уровне.

Любое нечеткое множество можно разложить по эталонным множествам уровней. Эталонное множество можно представить в виде нечеткого множества, учитывающего важность каждой темы. Вводя эталонные множества каждого уровня (высокий, достаточный, низкий), мы можем оценивать подготовленность каждого учащегося к переходу на следующую ступень обучения, сравнивая уровень его готовности с эталонными множествами (рис. 2).

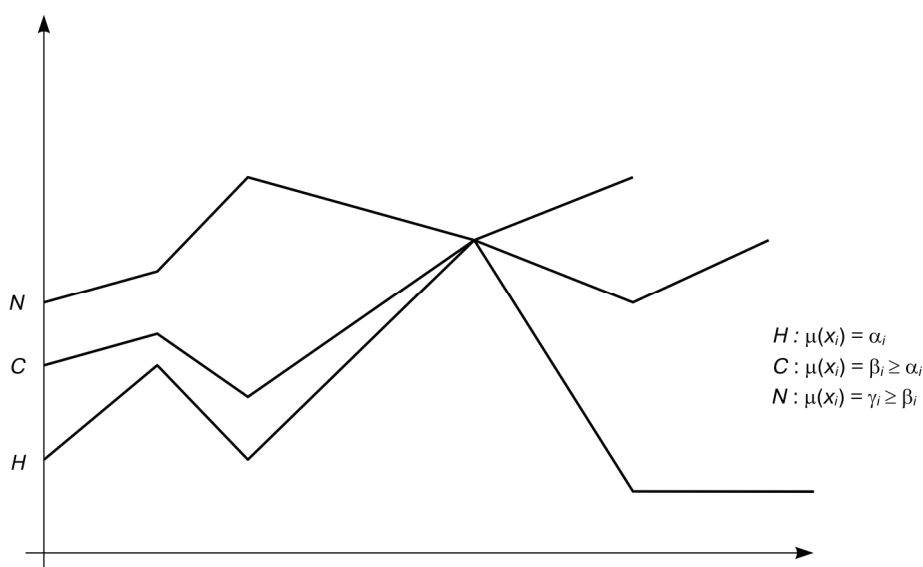


Рис. 2. Показатели уровня обучения учащихся:

- $H$  — эталонное множество низкого уровня;
- $C$  — эталонное множество достаточного уровня;
- $N$  — эталонное множество высокого уровня

Для оценки уровня сформированности готовности после окончания каждого этапа формирования готовности мы применили множества уровня  $A_i$  (низкий, достаточный, высокий). Функция принадлежности может принимать лингвистиче-

ские значения. Этот случай является важным для практических приложений в плане выражения качественных представлений и оценок человека в процессе решения задачи принятия решения.

Определим конечное линейно упорядоченное множество  $A = \{A_i\}$  исследуемой готовности как набор значений лингвистической переменной «уровень сформированности готовности» = {низкий ( $i = 1$ ), достаточный ( $i = 2$ ), высокий ( $i = 3$ )}.

Для корректной диагностики уровня сформированности знаний учащегося нам необходимо задать *критерий определения уровня готовности*: для того чтобы у школьника готовность была сформирована на уровне достаточном для перехода на следующий этап обучения, необходимо чтобы

$$C_j \cap A_2 = A_2,$$

где  $C_j$  — множество уровней сформированности показателей готовности конкретного учащегося,  $j \in J$  — множеству учащихся;  $A_2$  — эталонное множество достаточного уровня сформированности показателей готовности.

Так как у школьников уровни сформированности различных показателей различны, то для адекватной диагностики уровня сформированности нам необходимо задать правило определения уровня готовности: если эталонная модель  $i$ -того уровня включена или совпадает с исследуемым уровнем готовности учащегося, но эталонное множество следующего уровня не удовлетворяет этому, то будем считать, что готовность обучающегося сформирована на  $i$ -том уровне.

Таким образом, для того, чтобы  $C_j$  являлось множеством уровня  $i$ , необходимо и достаточно, чтобы  $A_i \subseteq C_j$  и  $A_{i+1} \not\subseteq C_j$ . Кроме интервала  $[0, 1]$  функция принадлежности может принимать лингвистические значения. Перевод учащегося  $j$  на следующий уровень обучения разрешен только при выполнении условия  $A_2 \subseteq C_j$ .

Таким образом, теория нечетких множеств дает наиболее эффективные и достоверные результаты в отслеживании уровня сформированности знаний, умений, навыков учащихся. Использование аппарата теории нечетких множеств устраняет возможность некорректной оценки уровня сформированности знаний по теме.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Добрица В.П., Скиба М.А. Некоторые аспекты роли учителя в определении содержания школьного математического образования // Голос и видение. Национальный журнал о чтении и письме для критического мышления. — Алматы: Центр демократического образования Фонда «Сорос-Казахстан». — 2002. — № 1 (9). — С. 9—12.
- [2] Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976.

## **APPLICATION OF THE THEORY OF INDISTINCT SETS FOR EVALUATION SCHOLARSHIP QUALITY OF STUDENTS**

**V.P. Dobrica**

Department of complex information systems security  
Kursk State Technical University  
*50 years of October str., 94, Kursk, Russia, 305040*

**N.N. Loktionova**

Department of algebra, geometry and the theory of teaching mathematics  
Kursk State University  
*Radishcheva str., 33, Kursk, Russia, 305000*

An algorithm for evaluating of students quality education, which eliminates the disadvantages of the five point scale is discussed in the article. The theory of indistinct sets is the base of the constructed algorithm.

**Key words:** education, theory of fuzzy sets, student, control knowledge, algorithm.