ИННОВАЦИОННЫЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ — КОМПОНЕНТА ГУМАНИТАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОБУЧЕНИЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ

В.С. Корнилов

Кафедра информатики и прикладной математики
Московский городской педагогический университет
2-й Сельскохозяйственный проезд, 4, Москва, Россия, 129226

В статье излагается историко-математическая линия обучения численным методам как составляющая гуманитарного потенциала обучения.

Ключевые слова: численные методы, вычислительная математика, обучение, гуманитарный потенциал, история математики.

В настоящее время в высших учебных заведениях России находит свое развитие идея гуманизации математического образования, существенный вклад в развитие которой внесли А.Д. Александров, С.И. Архангельский, М.И. Башмаков, М.Н. Берулава, Т.А. Иванова, Г.В. Лаврентьев, А.Г. Мордкович, Н.А. Назарова, А.Х. Назиев и др. Гуманитаризация математического образования предполагает изучение математики в контексте всех достижений мировой культуры, что способствует воспитанию духовности и формированию культуры будущих выпускников вузов.

История математики свидетельствует [2; 4; 5; 6] о том, что интерес к формальным математическим операциям, как правило, был связан с желанием познать окружающий мир. Постулаты и операции анализа выбраны так, чтобы они отображали геометрический порядок вещей в абстрактной области чисел и являлись лишь одним звеном в стремлении раскрыть функциональную закономерность, присущую физическому миру. И этот процесс, как известно, содержит три этапа: данное физическое соотношение переносится в область чисел; с помощью чисто формальных операций над этими числами получаются определенные математические результаты; эти результаты переносятся обратно в мир физической реальности. С развитием современной математики и компьютерных средств второй этап этого процесса оформился в самостоятельную научную дисциплину численных методов. При этом истоки самих численных методов уходят вглубь веков. Вспомним Архимеда, который в 220 г. до н.э., используя вычислительный алгоритм, основанный на подсчете периметров правильных вписанных и описанных многоугольников с помощью формулы удвоения, дойдя до правильного 96-угольника, получил для числа π двухстороннюю оценку, или Диофанта, жившего в эпоху эллинизма, исследовавшего алгебраические уравнения или системы алгебраических уравнений с рациональными коэффициентами, решения которых отыскиваются в целых и рациональных числах. В XIX в. произошел триумф численного анализа — в 1845—1846 гг. Д.К. Адамс и У.Ж.Ж. Леверье независимо друг от друга предсказали существование и положение планеты Нептун, которую именно там и обнаружил позже Галле.

Со временем приближенные методы решения различных математических задач оформились в самостоятельные разделы вычислительной математики, на основе которых сформировалось содержание обучения численным методам. В процессе обучения любой учебной дисциплине реализуются идеи развития творческой личности студентов. Определенный вклад в развитие творческой личности студентов физико-математических специальностей вузов вносит и обучение численным методам. Важное значение здесь имеют знания исторических предпосылок создания и развития вычислительной математики; ее вклада в научно-технический прогресс человеческого общества.

Отметим некоторые исторические факты развития приближенных методов решения математических задач.

Нелинейные уравнения. Ученые Вавилона в 2000 г. до н.э. уже умели решать квадратные уравнения и составлять таблицы для решения кубических уравнений путем приведения общего кубического многочлена к нормальному виду. В VII в. индийцы развили последовательную алгебраическую теорию уравнений первой и второй степени. Ш. Ферро нашел способ решения кубических уравнений специального вида [1. С. 488]. Этот научный результат стал отправным пунктом для развития алгебры и математики вообще. Дж. Кардано было найдено решение приведенного кубического уравнения и опубликовано в 1545 г. в его научном труде «Великое искусство». Л. Феррари принадлежит первое решение алгебраического уравнения четвертой степени (опубликовано в сочинении «Великое искусство» в 1545 г. [1. С. 487].

В 1591 г Ф. Виета впервые ввел символическое обозначение не только для неизвестных, но и для коэффициентов уравнений; указал на зависимость между корнями и коэффициентами уравнений (формулы Виета) [1. С. 100]. Первое доказательство основной теоремы алгебры дал в 1799 г. К.Ф. Гаусс. Позднее теория функции комплексного переменного, созданная О.Л. Коши, позволила дать более простое доказательство основной теоремы алгебры [7. С. 24]. В 1824 г. Н.Х. Абель доказал тот факт, что общее уравнение пятой и более высокой степени не может быть решено чисто алгебраическими средствами. В 1832 г. Э. Галуа дал общее обоснование теоретико-групповое обоснование всей проблемы.

Фундаментальный вклад в развитие численных методов решения нелинейных уравнений внесли также И. Ньютон, Д. Рафсон, Д. Стирлинг, Д. Бернулли, Ж.Л. Лагранж, П. Руффини, П.Л. Чебышев, К.Х. Крамер, Н.Г. Чеботарев и др.

Линейная алгебра. Еще в VI в. индийцы умели решать системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Во второй половине XVI в. была реализована полная символизация алгебры, что дало возможность развить общие методы решения СЛАУ. В дальнейшем на базе теории линейных уравнений возникла линейная алгебра. В 1746 г. Ж.Л. Даламбер доказал основную теорему алгебры. Развитие методов решения СЛАУ нашло отражение в исследованиях Г. Крамера, К.Ф. Гаусса, К.Г.Я. Якоби, Ф.Л. Зейделя, Л. Кронекера, Э. Руше, М.Э.К. Жордана, Ф.Г. Фробениуса, А. Капелли, А.Л. Холецкого и других. Фундаментальные результаты по теории определителей были получены Ю.М. Вронским-Гене, О.Л. Коши, К.Г.Я. Якоби, Д.Д. Сильвестром, А. Кэли и другими. Эти научные результаты положили основу развития таких областей математики, как линейная алгебра, матричное исчисление, алгебраическая теория форм и их инвариантов. Введение в 1879 г. Ф.Г. Фробениусом понятие о ранге матрицы позволило ему, а также А. Капелли в 1892 г. сформулировать необходимое и достаточное условие совместности неоднородной системы в той удобной форме, в какой она вошла в учебники нашего времени [5. С. 70]. В 1859 г. А. Кэли значительно расширил область алгебры, показав, что и матрица может рассматриваться как единый алгебраический символ, который удовлетворяет всем постулатам обычной алгебры, за исключением переместительного закона умножения. Полученные результаты позволили завершить построение общей теории систем линейных алгебраических уравнений.

Матричная алгебра, представляющая собой пример некоммутативной алгебры, отличается от обычной алгебры еще и тем, что каждая матрица удовлетворяет своему собственному характеристическому уравнению и приводит поэтому к полиномиальному тождеству, не имеющему аналога в алгебре вещественных или комплексных чисел. Алгебраическая теория характеристического уравнения была развита Д.Д. Сильвестром, К.Т.В. Вейерштрассом, Ф.Г. Фробениусом, Э.И. Фредгольмом, И.А. Лаппо-Данилевским и др.

Интерполяция функций. Ограниченность точности физических наблюдений была осознана еще в древности. Архимед оценивал минимальные размеры вселенной, исходя из отсутствия сколь-нибудь заметного годичного параллакса в пределах погрешности существовавших в то время инструментов, считая истинной гелиоцентрическую теорию Аристарха. В начале XVII в. при помощи линейной интерполяции были табулированы тригонометрические и логарифмические функции с хорошей точностью. В 1624 г. был опубликован научный труд Г. Бригса «Логарифмическая арифметика» [4], в котором, составляя свои таблицы, автор вычислял значения встречающихся разностей высоких порядков до тех пор, пока эти разности не становились в пределах заданной точности равными между собой. Тем самым, как установил И. Ньютон [4], Г. Бригс начал работы по приближению функций многочленами высших порядков. А в середине 70-х гг. XVII в. уже И. Ньютоном была получена общая формула интерполирования функций с равноотстоящими узлами в виде интерполяционного полинома n-го порядка.

Во второй половине XVIII в. возникла новая постановка задачи интерполировании, связанная с новым подходом к приближенному выражению функциональной зависимости. В применениях математического анализа вопрос не всегда сводится к нахождению аналитического выражения искомой зависимости в виде конкретной формулы. Даже если это выражение известно, оно может оказаться не пригодным для вычисления ввиду сложного вида. Поэтому возникла необходимость замены этой сложной функции на более простую, значения которой при указанных значениях аргументов были бы достаточно близки к значениям той сложной функции. Принципиальные результаты в исследовании проблемы интерполяции в данной постановке получил Ж.Л. Лагранж, построив свой интерполяционный полином n-го порядка. В 1809 г. К.Ф. Гаусс и в 1806 г А.М. Лежандр нашли независимо друг от друга универсальный метод, с помощью которого можно использовать избыток данных измерений. Этот метод, известный как метод наименьших квадратов, дал ответ на проблему избыточных данных, основанный в большей степени на математической логике, чем на индуктивном физическом рассуждении [7. С. 312]. Позднее этот метод был развит и стал использоваться во многих статистических исследованиях.

Интерполяционные вычисления сыграли большую роль в развитии новых математических методов. Они позволили найти численные решения различных математических задач, расширили прикладные возможности математики, позволили получить новые квадратурные формулы и разложения функций в ряды. Существенный вклад в развитие теории интерполяции также внесли фундаментальные работы Дж. Грегори, Д. Стирлинга, Ф.В. Бесселя, Г. Гана, П.Л. Чебышева, Е.И. Золотарева, К.Д.Т. Рунге, Э. Бореля, С.Т. Бернштейна и других.

Численное интегрирование. Определение площади сложной конфигурации играло важную роль у земледельческих народов древнего Вавилона и древнего Египта. Древние греки, используя свои обширные геометрические познания, исследовали проблему подробно. Задача нахождения площади круга привела к установлению строгих методов теории пределов, называвшейся в древние времена «методом исчерпывания» [7. С. 380]. Фактическое интегрирование было проведено Архимедом, который пользовался методом вписанных и описанных многоугольников, получая, таким образом, нижнюю и верхнюю границы площади, неограниченно приближающихся друг к другу. После открытия исчисления бесконечно малых величин оказалось возможным вычислять площади многих фигур, опираясь на тот факт, что интегрирование и дифференцирование являются обратными процессами. Кроме того, метод трапеции древних был усовершенствован путем использования полиномов второй и высшей степени для интерполяции равноотстоящих данных. В 1743 г. Т. Симпсоном была получена формула для вычисления приближенного значения определенного интеграла, основанная на применении параболы второго порядка. Позднее К.Ф. Гаусс в 1814 г. разработал эффективный метод вычисления площадей, основанный на свойствах полиномов

Лежандра. Приближенные методы вычисления определенных интегралов также были развиты Р. Котесом, Л. Эйлером, Ш. Эрмитом, П.Л. Чебышевым, А.А. Марковым, Л.А. Люстерником, С.М. Никольским, Н.С. Бахваловым и др.

Интегральные уравнения. Систематическое исследование интегральных уравнений началось только в конце XIX в. Один из первых результатов, связанный с интегральным уравнением, принадлежит Ж.Б.Т. Фурье, который в 1811 г. вывел формулы обращения (формулы обращения Фурье) [9. С. 7]. Другое интегральное уравнение было получено Н.Х. Абелем. Уравнение Абеля — одно из сравнительно немногих интегральных уравнений, к которым непосредственно приводит постановка той или иной конкретной задачи физики, механики и т.д. [9. С. 7]. Основополагающие исследования по теории линейных интегральных уравнений были проведены В. Вольтерра, Д. Гильбертом, А.М. Ляпуновым, Э.И. Фредгольмом, Э. Шмидтом, Ф. Ришем, Т.Й.Т. Карлеманом и др. В этих научных трудах были исследованы задачи о собственных значениях и функциях, вопросы существования и единственности решения, были введены понятия резольвенты и др. Эти результаты послужили основой для создания таких классических приближенных методов решений интегральных уравнений, как методы квадратур и итераций, вырожденных ядер, собственных функций, применение интегральных преобразований.

Дальнейшее развитие теории интегральных уравнений и приближенных методов их решения нашло отражение в работах Г.М. Вайникко, А.Ф. Верланя, А.Н. Колмогорова, Л.А. Люстерника, Г.И. Марчука, В.С. Сизикова, С.Л. Соболева, В.А. Треногина, С.В. Фомина и др.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). В XVII в. трудами И. Ньютона, Я. Бернулли, Г.В. Лейбница, И. Бернулли, Д.Ф. Риккати, А. Фонтен де Бертена и других были заложены основы теории исследования ОДУ. В качестве универсального способа их решения были использованы разложения интегралов уравнений в бесконечные степенные ряды [6]. Методы решения ОДУ находят свое развитие в исследованиях Я. Германа, Х. Гольдбаха, А.К. Клеро, А.Н. Крылова, Л. Эйлера, Ж.Н. Л. Даламбером, А.М. Лежандром, А.И. Лекселя, А.В. Летникова, А.М. Ляпунова и других. Одной из основных областей естествознания, требовавшей быстрого развития приближенных методов были ОДУ, основы которых были заложены в работах Б. Тейлора, Л. Эйлера, П.С. Лапласа, Д.К. Адамса, А. Пуанкаре, К.Д.Т. Рунге, А.Н. Крылова, М.В. Кутты, Б.Г. Галеркина и др.

Через ОДУ шли приложения нового исчисления к задачам геометрии и механики; при этом удалось решить задачи, которые в течение долгого времени не поддавались решению. В небесной механике оказалось возможным не только получить и объяснить уже известные факты, но и сделать новые. В настоящее время ОДУ находят широкое применение в физике, химии, баллистике, биологии, экономике и др., для которых разработаны эффективные численные методы нахождения приближенных решений, которые представляют собой конструктивные вычислительные алгоритмы вычислений с эффективными оценками точности.

Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Зарождение и развитие теории дифференциальных уравнений в частных производных было связано с расширением в XVIII в. круга приложений математического анализа с задачами небесной механики, гидродинамики, физики упругих тел и др. Основы теории и практики исследования уравнений в частных производных были заложены Я. Германом, Б. Тейлором, Д. Бернулли, Л. Эйлером, Ж.Л. Даламбером, Ж.Л. Лагранжом, Г. Монжем, П.С. Лапласом, А.М. Лежандром, С.Д. Пуассоном, Н.Е. Зерновым, Г.Ф.Б. Риманом, В.Г. Имшенецким. Дальнейшее развитие теория уравнений в частных производных находит свое развитие в исследованиях Н.Е. Жуковского, С.В. Ковалевской, А.Н. Крылова, О.Э.Х. Лява, В.А. Стеклова, Н.М. Гюнтера, Л. Прандтля, Э. Шредингера, Р. Куранта, М.А. Лаврентьева, С.Л. Соболева, А.Н. Тихонова, М.В. Келдыша и др.

Основополагающими научными результатами, сыгравшими важную роль в развитии конечно-разностных методов решения уравнений в частных производных, являются: необходимое условие устойчивости явного численного решения некоторых дифференциальных уравнений в частных производных, изложенное в 1928 г. в статье Р. Куранта, К. Фридрихса и Г. Леви [10]; локальный критерий устойчивости Джон фон Неймана и Р.Д. Рихтмайера [10], основная идея которого состоит в том, что разностному уравнению с переменными коэффициентами ставится в соответствие некоторое семейство разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Если уравнения, принадлежащие этому семейству, устойчивы, то исходное разностное уравнение тоже устойчиво.

В дальнейшем в работах С.К. Годунова, П. Лакса, В.С. Рябенького, А.В. Филиппова и др., был получен ряд существенных результатов по устойчивости разностных схем, соответствующих линейным и квазилинейным уравнениям параболического и гиперболического типа. Были введены такие понятия, как символ разностной схемы, спектр семейства разностных операторов и ядро спектра семейства, которые позволили получить оценки норм степеней операторов шага. Важные результаты в теории разностных схем были получены на основе энергетического метода, разработанного Р. Курантом, О.А. Ладыженской, Г. Леви, Л.А. Люстерником, К. Фридрихсом и др. Исследования аппроксимации, устойчивости и сходимости создали необходимую базу для широкого поиска эффективных разностных схем, предназначенных для решения уравнений в частных производных.

Уже к началу 70-х гг. прошлого века сформировалось несколько направлений развития конечно-разностных методов решения уравнений в частных производных [3; 8].

1. Разработка методов построения консервативных разностных схем, основанных на законах сохранения, свойственных большинству физических процессов. Для конструкции консервативных разностных схем исходят из уравнений балансов, записанных для отдельной ячейки сеточной области, с последующим использованием квадратурных и интерполяционных формул. Такие подходы рассмотрены в работах К.И. Бабенко, О.М. Белоцерковского, С.К. Годунова, А.А. Дород-

ницына, О.А. Ладыженской, П. Лакса, В.В. Русанова, А.А. Самарского, А.Н. Тихонова и др.

2. Поиск экономических алгоритмов решения многомерных стационарных задач уравнений в частных производных. Успехи в решении СЛАУ с якобиевыми и блочно-трехдиагональными матрицами привели к созданию ряда первоклассных алгоритмов, основанных на факторизации разностного оператора. Среди методов факторизации особое место занимают различные варианты точных методов матричной факторизации (работы Ф.А. Абрамова, К.И. Бабенко, И.М. Гельфанда, С.К. Годунова, М.В. Келдыша и др.); методы приближенной факторизации, в которых факторизация оператора осуществляется путем последовательных приближений (работы М.Х. Стоуна и др.); метод попеременных направлений, в которых используется простая редукция многомерной задачи к последовательности одномерных с якобиевыми матрицами (работы Д. Дугласа, Д.Д. Биркгофа, Н.С. Бахвалова и др.).

3. Развитие способов решения многомерных нестационарных задач для уравнений в частных производных методами расщепления, основанными, как правило, на неоднородных разностных аппроксимациях исходных дифференциальных операторов. Сущность метода расщепления состоит в редукции сложного оператора к произведению простейших. При таком подходе интегрирование данного уравнения сводится к последовательному интегрированию более простых уравнений (работы Н.Н. Яненко, Е.Г. Дьяконова, А.А. Самарского, Ж.Л. Лионса и др.).

Понимание взаимосвязи в развитии современной вычислительной математики и общественного прогресса позволяет студентам, будущим специалистам в области прикладной математики, глубже осознать специфику учебного курса численных методов и методов вычислительной математики. Знание истории создания и развития вычислительной математики помогает студентам выявить гносеологический процесс в прикладной математике. В результате у них создается правильное представление о путях приобретения человечеством знаний об окружающем нас мире, о развитии методов этого познания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Боголюбов А.Н.* Математики. Механики. Библиографический справочник. — Киев: Наукова думка, 1983.

[2] *Вилейтнер Г.* История математики от Декарта до середины XIX столетия. — М.: Наука, 1966.

[3] *Годунов С.К.* Воспоминания о разностных схемах: Доклад на Международном симпозиуме «Метод Годунова в газовой динамике» в Мичиганском университете (США). Май, 1997. — Новосибирск, 1997.

[4] История математики с древнейших времен до начала XIX столетия: В 3-х тт. / Под ред. А.П. Юшкевича. — М.: Наука, 1970—1972.

[5] Историко-математические исследования // Сб. статей / Под ред. А.П. Юшкевича. — М.: Наука, 1985. — Вып. 28.

[6] Историко-математические исследования: Сб. статей / Под ред. А.П. Юшкевича. — М.: Наука, 1989. — Вып. 31.

[7] *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа. — М.: Физматгиз, 1961.

[8] *Марчук Г.И.* Методы и проблемы вычислительной математики (пленарный доклад) // Международный конгресс математиков в Ницце 1970 г.: Доклады советских математиков. — М.: Наука, 1972. — С. 168—187.
[9] *Михлин С.Г.* Лекции по линейным интегральным уравнениям. — М.: Физматгиз, 1959.
[10] *Рихтмайер Р.Д.* Разностные методы решения краевых задач / Пер. с англ. — М.: ИЛ, 1960.

HISTORY OF DEVELOPMENT OF CALCULUS MATHEMATICS — COMPONENT OF HUMANITARIAN POTENTIAL EDUCATING NUMERICAL METHODS

V.S. Kornilov

Chair of computer science and the applied mathematics
The Moscow city pedagogical university
2nd Selskohozyayistvennyi str., 4, Moscow, Russia, 129226

In article the history-mathematical line of education is stated to numerical methods as a component of humanitarian potential of education.

Key words: numerical methods, calculus mathematics, education, humanitarian potential, mathematics history.