

---

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ИССЛЕДОВАНИИ И ОБУЧЕНИИ ОСНОВАМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ОБЖИГЕ МОНОТЕРМИТОВЫХ ОБРАЗЦОВ

**Е.Ы. Бидайбеков**

Кафедра информатики и информатизации образования  
Казахский национальный педагогический университет им. Абая  
*пр. Достык, 13, Алматы, Республика Казахстан, 050010*

**М.К. Кулбеков, Е.А. Оспанбеков,  
Б. Ерженбек, Ш.И. Хамраев**

Кафедра теоретической и экспериментальной физики  
Казахский национальный педагогический университет им. Абая  
*пр. Достык, 13, Алматы, Республика Казахстан, 050010*

Рассматриваются вопросы исследования и обучения нестационарной теплопроводности при обжиге монотермитовых образцов методом математического моделирования и вычислительного эксперимента.

**Ключевые слова:** математическая модель, вычислительный эксперимент, физическое образование, обучение, информационные технологии.

При нагревании природных сырьевых материалов (горные породы, глины, минералы и др.) в характерных интервалах температур происходят различные физико-химические превращения, большинство из которых сопровождаются тепловыми эффектами, диффузионными процессами массопереноса и структурными изменениями материала. В свою очередь, эти явления оказывают существенное влияние и усложняют процессы нестационарной теплопроводности в образцах. Всестороннее исследование таких сложных сопряженных процессов переноса имеет не только важное научное и практическое значение в технологии различных материалов, но и в развитии физического образования.

В работе использованы конструктивные и наглядные методы математического моделирования и вычислительного эксперимента как информационные технологии в обучении [1] для исследования нестационарных процессов теплопроводности при обжиге модельных образцов из полифазной глины с преобладанием монотермита (45% и выше).

Объектом исследования служили монотермитовые образцы, изготовленные в виде неограниченной пластины ( $l = h \gg d$ ) методом пластического формования.

В общем случае для описания сложных процессов теплопереноса, осложненного фазовыми и химическими превращениями различной природы и массообменом, можно использовать следующее дифференциальное уравнение [2; 3]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T - \frac{\rho}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (1)$$

где  $T$  — температура;  $\tau$  — время;  $a$  — коэффициент температуропроводности;  $\rho$  — удельная теплота фазовых (химических) превращений;  $c$  — удельная теплоемкость образца;  $u$  — относительное массосодержание связанного вещества, в нашем случае кристаллически (химически) связанной воды в монотермитовой глине.

Для случая одномерной задачи (неограниченная пластина) уравнение (1) имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\rho}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (2)$$

где  $x$  — координата по толщине образца — пластины.

После некоторых преобразований (2) с учетом сложной зависимости  $\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \tau}$  получим

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_{\text{эф}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3)$$

где  $a_{\text{эф}}$  — эффективный коэффициент температуропроводности, учитывающий термодинамику фазовых (химических) превращений ( $a_{\text{эф}} = \frac{\lambda}{c_{\text{эф}} \gamma}$ , где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c_{\text{эф}}$  — эффективная удельная теплоемкость, учитывающий термодинамику, т.е. влияние тепловых эффектов, связанных с фазовыми и химическими превращениями в обжигаемом образце,  $\gamma$  — плотность образца).

При составлении компьютерной программы и проведении вычислительных экспериментов математической моделью (алгоритмом) исследуемых процессов явилась явная разностная схема дифференциального уравнения (3), которая имеет вид

$$\frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta \tau} = a_{\text{эф}} \frac{T_{i+1}^k - 2T_i^k + T_{i-1}^k}{\Delta x^2}, \quad (4)$$

где  $T_i^{k+1}$  температура в момент времени  $(k+1)$  в точке  $i$  по координате  $x$ ;  $T_{i-1}^k$ ,  $T_i^k$  и  $T_{i+1}^k$  — значения температуры в соответствующих точках координатных в момент времени  $k$ ;  $\Delta \tau$  — шаг по времени;  $\Delta x$  — шаг по координате.

Уравнение (4) относительно искомой величины  $T_i^{k+1}$  имеет следующий вид:

$$T_i^{k+1} = T_i^k + \frac{a_{\text{эф}} \Delta \tau}{\Delta x^2} (T_{i+1}^k - 2T_i^k + T_{i-1}^k). \quad (5)$$

При решении задач по явной схеме значение шага по времени ( $\Delta \tau$ ) имеет определенное ограничение, которое определяется условием устойчивости

$$\frac{a_{\text{эф}} \Delta \tau}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2}. \quad (6)$$

На экспериментально полученных дифференциальных кривых нагрева монокристаллических образцов в интервале температур 600—1000 °С был обнаружен глубокий и интенсивный эндотермический эффект, который связан с отщеплением и удалением из глины кристаллически (химически) связанной воды. В данном промежутке температуры происходит интенсивная массопотеря, что подтверждается большим пиком на термогравиметрической кривой исследуемого образца [6; 7].

Диффузионный перенос водяных паров через капилляры образца приводит к возникновению диссипативных эффектов, что в свою очередь усиливает эндотермический эффект в указанном интервале температур.

Обжиг монотермитового образца по характеру изменения дифференциальных и термогравиметрических кривых, а также по температурной зависимости, экспериментально определенных значений эффективного коэффициента температуропроводности можно разделить на три периода, соответственно: 100—600 °С (1); 600—1000 °С (2) и 1000—1100 °С (3). При этом в первом и третьем периодах обжига значения эффективного коэффициента температуропроводности изменяется в малых пределах, что позволяет его средние значения принять постоянным:  $\overline{a_{\text{эф}}} = 12,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{ч} = 0,21 \text{ см}^2/\text{мин.}$  (первый период) и  $\overline{a_{\text{эф}}} = 11,13 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{ч} = 0,186 \text{ см}^2/\text{мин.}$  (третий период). Во втором периоде обжига, где наблюдается интенсивный глубокий эндотермический эффект, связанный с дегидратацией монотермитового образца, значения  $a_{\text{эф}}$  изменяется в больших пределах ( $5,7 \div 21 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{мин.}$ ).

При этом характер изменения  $a_{\text{эф}}$  в зависимости от температуры во втором периоде напоминает несимметричную параболу с минимальным значением  $a_{\text{эф}} = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{мин.}$ , который имеет при температуре  $t_0 = 740 \text{ °С}$ .

На основе экспериментальных данных для описания температурной зависимости  $a_{\text{эф}}$  образца во втором периоде обжига получено следующее уравнение аппроксимации:

$$a_{\text{эф}} = [k(t_c - t_0)^2 + 5,7 \cdot 10^{-2}] \text{ см}^2/\text{мин.}, \quad (7)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, значение которого для интервала температур 600—740 °С (левое крыло параболы) равно  $k = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/^\circ\text{С}^2 \cdot \text{мин.}$ , а для интервала 740—1000 °С (правое крыло параболы)  $k = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/^\circ\text{С}^2 \cdot \text{мин.}$ ;  $t_c$  — температура среды в печи.

Для проведения вычислительных экспериментов по исследованию нестационарной теплопроводности при обжиге монотермитовых образцов были приняты следующие условия однозначности.

1. Геометрические условия. Толщина монотермитовых образцов в виде неограниченной пластины ( $l = h \gg d$ ) имели следующие значения:  $d = 2r = 2,5; 4,5$  и  $6,5$  см. Таким образом, рассматривалась одномерная симметричная задача.

2. Физические условия. В первом периоде обжига (100—600 °С) —  $\overline{a_{\text{эф}}} = 0,21 \text{ см}^2/\text{мин.} = \text{const.}$

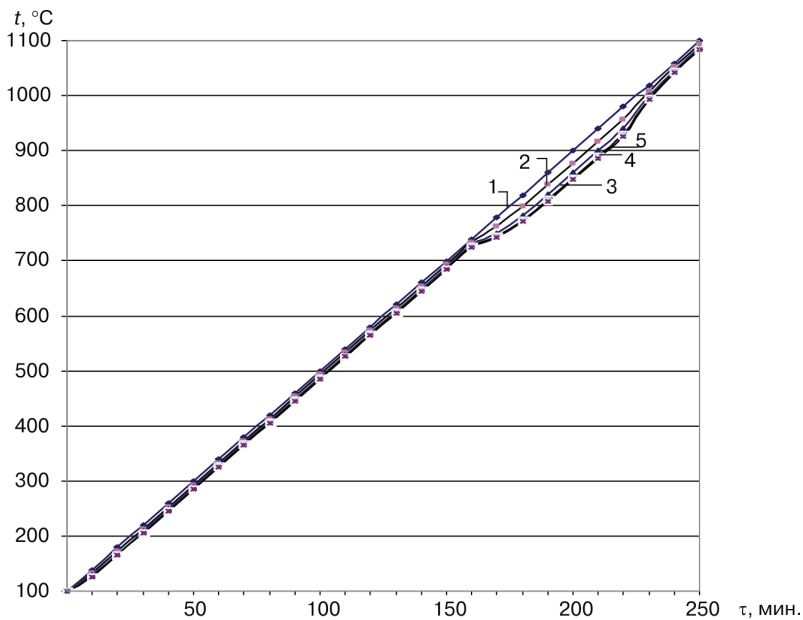
Во втором периоде обжига в интервале температур 600—740 °С значения  $a_{\text{эф}}$  в зависимости от температуры определялись по уравнению (7) при  $k = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/^\circ\text{С}^2 \cdot \text{мин.}$ ; в интервале температур 740—1000 °С — по уравнению (7) при  $k = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2/^\circ\text{С}^2 \cdot \text{мин.}$

3. Краевые условия. При проведении вычислительных экспериментов было принято граничное условие первого рода, т.е.  $t_c \approx t_n = (\nu \cdot \tau + 100) \text{ °С}$ , где  $t_n = t(0, \tau)$  — температура поверхности образца — пластины.

Вычислительные эксперименты проводились при различных скоростях нагрева образцов:  $\nu = 2,0; 4,0$  и  $6,0$  °C/мин.

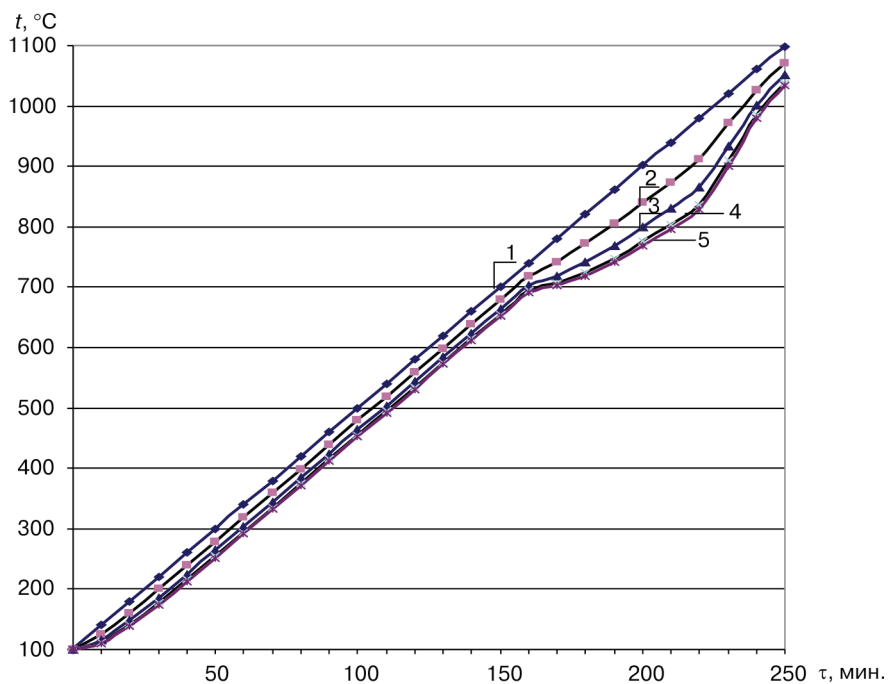
Начальное условие — при  $\tau = 0$ ,  $t(0, x) = 100$  °C = const, т.е. в начале процесса образец находится в термодинамически равновесном состоянии и его температура равна 100 °C. На основе вышеприведенных данных была составлена компьютерная программа и проводились вычислительные работы (эксперименты).

Сравнение температурных полей образцов, полученных при вышеуказанных условиях (рис. 1—5) показывает, что они качественно схожи. При этом можно заметить, что нестационарные температурные поля в первом и третьем периодах обжига приблизительно подчиняются линейному закону. Во втором периоде обжига на температурных полях образца наблюдается резкий излом и экстремальный характер. Это объясняется налагающимися тепловыми эффектами (эндотермический и диссипативный эффекты) и диффузионным процессом переноса, которые связаны с дегидратацией монотермитовых образцов. По характеру температурных полей (второй период) можно заметить значительное снижение температуры нагрева, особенно в центральных слоях образца. Такому кажущемуся замедлению теплопереноса способствует процесс дегидратации образца, который протекает с поглощением значительного количества тепла. Таким образом, в период дегидратации происходит резкое увеличение температурного перепада между поверхностью и центром образца — изделием, что необходимо учесть при разработке технологии обжига этих материалов. Количественное отличие в приведенных температурных полях объясняется влиянием на процесс теплопроводности геометрического размера и скорости нагрева образцов.



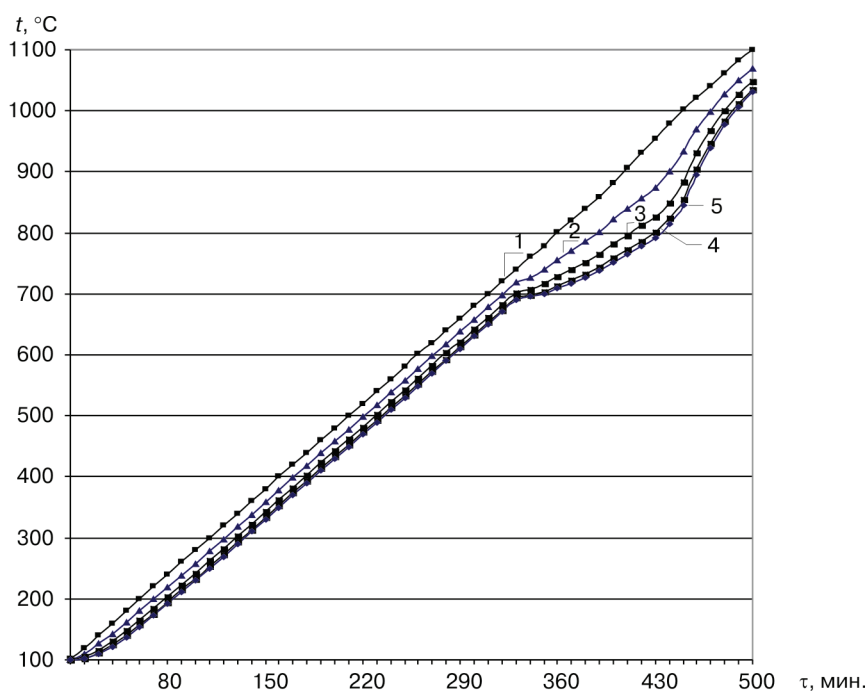
**Рис. 1.** Температурные поля монотермитового образца при  $R = 1,25$  см,  $\nu = 4$  °C/мин.

- 1)  $x = 0$  (поверхность); 2)  $x = 0,3125$  см; 3)  $x = 0,625$  см;  
4)  $x = 0,9375$  см; 5)  $x = 1,25$  см (центр)



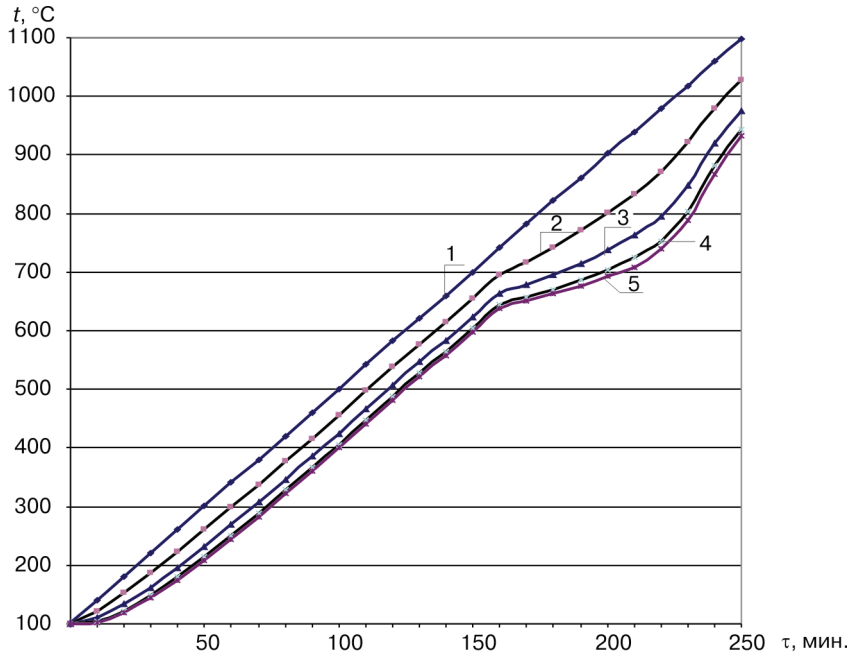
**Рис. 2.** То же, что на рис. 1 при  $R = 2,25$  см

- 1)  $x = 0$ ; 2)  $x = 0,5625$  см; 3)  $x = 1,125$  см;  
4)  $x = 1,6875$  см; 5)  $x = 2,25$  см



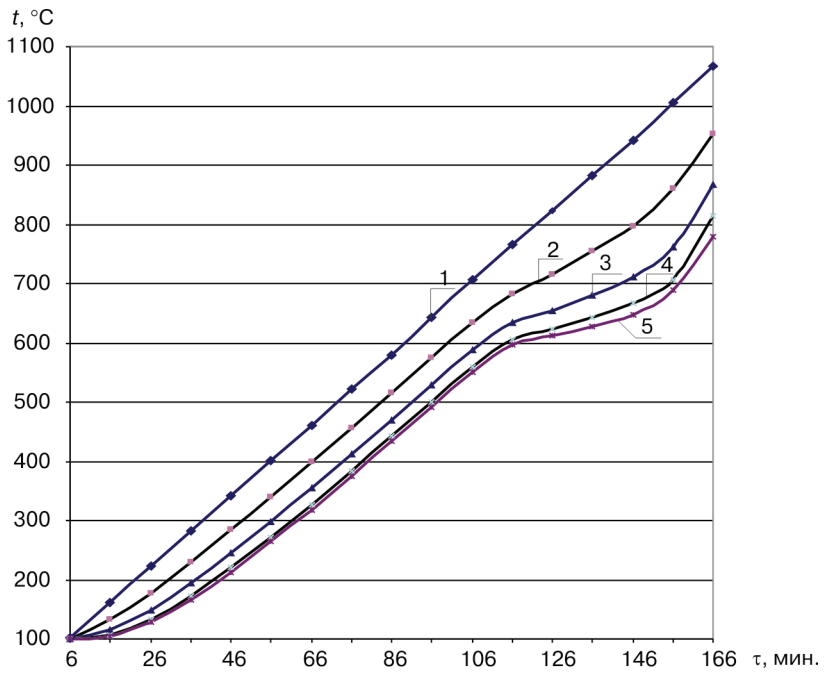
**Рис. 3.** Температурные поля монотермитового образца при  $R = 3,25$  см,  $\nu = 2$  °C/мин.

- 1)  $x = 0$ ; 2)  $x = 0,8125$  см; 3)  $x = 1,625$  см,  
4)  $x = 2,4375$  см; 5)  $x = 3,25$  см



**Рис. 4.** То же, что на рис. 3 при  $v = 4$  °C/мин.

- 1)  $x = 0$ , 2)  $x = 0,8125$  см, 3)  $x = 1,625$  см,  
4)  $x = 2,4375$  см, 5)  $x = 3,25$  см



**Рис. 5.** То же, что на рис. 3 при  $v = 6$  °C/мин.

- 1)  $x = 0$ , 2)  $x = 0,8125$  см, 3)  $x = 1,625$  см,  
4)  $x = 2,4375$  см, 5)  $x = 3,25$  см

При этом видно, что с увеличением этих параметров характер экстремальности температурных полей образцов во втором периоде становятся более заметным.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке научно обоснованных эффективных режимов обжига различных изделий, получаемых на основе данного сырья, а методы математического моделирования и вычислительного эксперимента достижения этих результатов как технология — в обучении сложным процессам нестационарной теплопроводности в образцах-изделиях.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Бидайбеков Е.Ы.* Математическое моделирование и вычислительный эксперимент в исследовании физического образования // VI Казахская конференция по физике твердого тела: Материалы конференции. — Актобе, 2000. — С. 233—235.
- [2] *Ралко А.В. и др.* Термодинамические и термографические исследования процессов обжига керамики. — Киев: Высшая школа, 1980.
- [3] *Кулбеков М.К.* К термодинамической теории теплопереноса, осложненного физико-химическими превращениями в полифазных капиллярнопористых материалах // Вестник КазНПУ им. Абая. Серия «Физико-математические науки». — 2009. — № 1 (25). — С. 104—108.
- [4] *Исаев С.И., Кожин И.А., Кофанов Р.И. и др.* Теория теплообмена. — М.: Высшая школа, 1979.
- [5] *Дульнев Г.Н., Парфенев В.Г., Сигалов А.В.* Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. — М.: Высшая школа, 1990.
- [6] *Сайбулатов С.Ж., Сулейменов С.Т., Кулбеков М.К.* Золы ТЭС в производстве строительной керамики. — Алма-Ата: Казахстан, 1986.
- [7] *Кулбеков М.К., Оспанбеков Е.А.* К теории теплопроводности при квазистационарных режимах нагрева твердых тел // Поиск. — 2009. — № 3. — С. 213—215.

## MATHEMATICAL MODELLING AND COMPUTING EXPERIMENT IN RESEARCH AND TEACHING TO BASES OF NON-STATIONARY HEAT CONDUCTIVITY AT ROASTING OF MONOTERMITE SAMPLES

**E.Y. Bidajbekov**

Chair of computer science and formation information  
The Kazakh national pedagogical university of Abai  
*Dostyk str., 13, Almaty, Republic Kazakhstan, 050010*

**M.K. Kulbekov, E.A. Ospanbekov,  
B. Erzhembek, S.I. Hamraev**

Chair of theoretical and experimental physics  
The Kazakh national pedagogical university of Abai  
*Dostyk str., 13, Almaty, Republic Kazakhstan, 050010*

In this article are considered problems of research and teaching the transient thermal conductivity during firing monotermite samples with method of mathematical modeling and calculating experiments.

**Key words:** mathematical model, calculating experiments, physical education, education, informational technologies.