

# РАЗВИТИЕ СЕТИ ОТКРЫТОГО ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

## РАЗРАБОТКА ГЕНЕРАТОРА ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ MOODLE

А.А. Муханова, С.А. Муханов<sup>1</sup>,  
А.И. Нижников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Кафедра математического анализа  
Московский государственный машиностроительный университет  
*ул. Б. Семёновская, 38, Москва, Россия, 107023*

<sup>2</sup>Кафедра математической физики  
Московский педагогический государственный университет  
*ул. Малая Пироговская, 29, Москва, Россия, 119992*

В данной статье рассматриваются основные механизмы функционирования генератора тестов по дифференциальным уравнениям, разработанного авторами. Генератор предназначен для создания большого количества заданий теста в соответствии с заданными пользователем правилами, которые включают в себя требуемое количество заданий для каждого типа дифференциального уравнения, а также сложность заданий, регулируемую уровнем вложенности функций. В процессе своей работы генератор формирует файл теста формата GIFT, представляющий собой обычный текстовый файл.

**Ключевые слова:** система дистанционного обучения Moodle, генератор, тест, дифференциальные уравнения, обучение математике, дистанционное обучение.

В настоящее время тестирование является одной из наиболее широко используемых форм проверки знаний. Наиболее яркими примерами, конечно, служат тесты ГИА и ЕГЭ в средней школе и тесты ФЭПО в высшей школе. В отечественной литературе имеются различные определения педагогических тестов. Наиболее развернутое определение, на наш взгляд, дано в [1]: «тест — это самым тщательным образом подготовленная в соответствии с определенными разработанными правилами, прошедшая предварительную экспериментальную проверку и специальную процедуру для ее улучшения, имеющая достаточные характеристики своей эффективности совокупность вопросов и заданий, предъявляемых испытуемому с целью квалиметрического выявления социальных, психических

и психофизиологических характеристик его личности, отличающаяся формализацией ответов испытуемых, выделением в них части, несущей наибольшую информационную нагрузку, что ускоряет, облегчает и объективизирует их последующий анализ, обработку и интерпретацию».

В качестве инструмента для проектирования тестов и организации системы тестирования нами была выбрана СДО Moodle. Она предлагает широкий спектр возможностей для полноценной поддержки процесса обучения в дистанционной среде — разнообразные способы представления учебного материала, проверки знаний и контроля успеваемости.

В качестве инструмента для организации тестирования Moodle предлагает следующие возможности:

— разные форматы вопросов: множественный выбор (единственный или множественный варианты правильного ответа), альтернативный вопрос (верно/неверно), вопрос на соответствие, числовой и вычисляемый вопрос и др.;

— использование в вопросах картинок и иных мультимедийных объектов, использование формул в формате TeX;

— перемешивание вариантов ответа в случайном порядке, отбор случайных вопросов из базы заданий теста;

— задание ранга ответам, что позволяет задать более сложным заданиям более высокий уровень оценки;

— выделение групп вопросов и возможность отбора в итоговый тест определенного количества вопросов из группы, что позволяет в итоге предъявить учащемуся определенное количество вопросов, нацеленных на проверку определенного аспекта. Также данный подход позволяет сгруппировать вопросы по уровню сложности.

Кроме того, по результатам теста система автоматически генерирует весьма содержательный отчет, который позволяет произвести анализ статистических показателей, полученных по тесту, в том числе и с использованием *Rash Measurement* [2], вернее, система выдает уже рассчитанные показатели, полученные при помощи данной системы.

Для обеспечения возможностей использования *Rash Measurement* база тестовых заданий должна быть достаточно велика, так как малое количество заданий приводит к ненадежной оценке качества теста и делает невозможным применение методик его улучшения. В этой связи интересным представляются программы генерации тестовых заданий. Разберем основные аспекты работы генератора тестов по математике на примере спроектированной нами программы по генерации тестов по дифференциальным уравнениям для поддержки обучения студентов второго курса технических специальностей.

В компьютерных тестах ответы в основном носят закрытый характер. Это связано с трудностью однозначного ввода ответа в случае открытого типа вопроса. Трудность разработки теста по дифференциальным уравнениям состоит в том, что если учащемуся предложить выбрать верный ответ из списка, то это дает возможность подобрать ответ, просто подставив его в исходное уравнение, что, естественно, никоим образом не говорит об усвоении студентом способов решения диффе-

ренциальных уравнений. Для решения указанной проблемы формулировки заданий практически не включали в себя задания на нахождение окончательного решения. Основными типами вопросов в генераторе были вопросы на определение типа дифференциального уравнения (или как вариация — на определение его канонической формы), а также вопросы, связанные с определением параметров канонической формы или способов решения указанного типа дифференциального уравнения. Лишь в ряде случаев, когда некоторые параметры окончательного ответа можно было однозначно проверить, были сформулированы соответствующие задания. В основном это были задания, связанные с нахождением решения дифференциальных уравнений второго порядка и выше с постоянными коэффициентами.

В качестве формата банка тестов нами был выбран формат GIFT, поддерживаемый СДО Moodle. Файл в формате GIFT представляет собой текстовый файл в кодировке UTF-8. Текст задания может содержать специальные команды и символы разметки, включая математические формулы произвольной сложности. С учетом того, что LMS Moodle имеет модуль для работы с языком TeX, возможности по работе с математическими формулами являются просто огромными.

Генерирование теста проводилось следующим образом: сначала производилась генерация файла банка тестовых заданий в формате GIFT, а затем данный файл загружался в СДО Moodle и проводилась настройка параметров теста уже в этой системе. Генератор теста позволял составить большое количество заданий, необходимых для создания базы, достаточной для применения системы анализа статистических показателей, полученных по тесту, с использованием *Rash Measurement* и дальнейшего улучшения теста.

Опишем работу генератора теста. Структура теста определялась пользователем на этапе запуска генератора путем выбора соответствующих параметров. На данном этапе определялось количество вопросов в тесте, которые должны быть представлены студентам, указывалось распределение количества вопросов по темам, указывалась сложность вопросов (увеличением или уменьшением параметра вложенности рекурсивных функций). Установка данных параметров определяла значения глобальных переменных в программе, а также значения характеристик теста.

В частности, нами было использовано задания параметра

**\$CATEGORY:** <имя категории>

разметки теста (в формате GIFT) для разнесения вопросов по категориям, что было необходимо для определения количества вопросов, предъявляемых каждому отдельному студенту. Данная команда указывает категорию, к которой будут относиться вопросы, следующие сразу после нее либо до следующей такой команды, либо до конца файла. Категория может быть либо простым именем «Название темы», либо иерархическим «Раздел/Название темы». Уровень иерархии может быть любой.

Генератор тестов состоял из нескольких модулей, выполняющих свои функции в решении задачи генерации теста:

1) модуль генерации дифференциального уравнения и представления его в соответствии с синтаксисом языка TeX и указанной в настройках темой теста;

2) модуль генерации типа вопроса. В зависимости от типа дифференциального уравнения вопросы могли быть различны (в частности, для дифференциальных уравнений второго порядка и выше с постоянными коэффициентами была возможность генерации вопросов на определение коэффициентов показательных и тригонометрических функций в ответе);

3) модуль генерации вариантов ответа (правильных и неправильных). Генерация правильных ответов осуществлялась с использованием полученных от модуля 1 данных, генерация неправильных ответов осуществлялась с использованием генератора случайных чисел.

Результаты работы всех модулей объединялись в один вопрос теста, оформленный в соответствии с правилами разметки формата GIFT:

— задания записываются в файле друг за другом и разделяются между собой пустыми строками. Пустые строки внутри одного задания недопустимы;

— вместе с каждым заданием указываются варианты ответов на него. Блок ответов на задание следует сразу за текстом задания без пустой строки и заключается в фигурные скобки. Варианты ответов оформляются в соответствии с синтаксисом формата GIFT и форматом вопроса.

Для обеспечения работы генератора предварительно мы выделили основные канонические формы дифференциальных уравнений, изучаемых в курсе высшей математики. Основная идея, положенная в основу работы модуля 1 нашего генератора, состояла в том, чтобы по заданным правилам генерации дифференциальных уравнений в соответствии с типом его канонической формы произвести генерацию с использованием рекурсивных функций. Первоначально нами были разработаны основные начальные генераторы, позволяющие сформировать основные конструкторные элементы путем вызова рекурсивных функций (табл. 1).

Таблица 1

**Основные начальные генераторы**

Начальный генератор	Действие
Op1(x, y)	$x+y$ или $x-y$
Op2(x, y)	$x*y$ или $x/y$
Con	Генерация целого числа
Par1, Par2	Генерация параметра — отличие от предыдущей функции в том, что параметр остается неизменным для данного уравнения независимо от количества его вызовов
St(x, y)	Генератор одночлена заданной степени (степень задается в настройках и не меняется в процессе работы): $Con*x^{(Par1-n)}*y^n$ n — случайное число, меньше Par1
F(x)	При значении параметра вложенности 0: $con*x+con$ При значении параметра вложенности 1: $\sin(x), \cos(x), \sqrt{x}, \arcsin(x), \arccos(x), \ln(x), x^{con}$
FP(x)	Генератор правой части ЛНДУ: $Op1(Con*x, con)*exp(con*x)$ или $Op1(con*\cos(Par1*x), con*\sin(Par1*x))$ или $Op1(Op1(Con*x, con)*exp(Par2*x)*\cos(Par1*x), Op1(Con*x, con)*exp(Par2*x)*\sin(Par1*x))$

Ниже приведены примеры двух таких функций, написанных на языке Pascal. Первая функция генерирует случайным образом одну из следующих функций: синус, косинус, квадратный корень, арксинус, арккосинус, натуральный логарифм или степенную функцию. Вторая функция генерирует либо произведение, либо частное функций, являющихся входными параметрами с использованием языка TeX:

```
function f(x: string; k: integer): string;
var p: integer; c1, c2, s: string;
begin
  Str(random(5)+2, c1);
  Str(random(5)+2, c2);
  if k=0 then x:=' \left( '+c1+' \cdot '+x+' + '+c2+' \right)' else
  begin
    p:=random(7);
    k:=k-1;
    if length(x)<>1 then x:=' \left( '+x+' \right) ';
    case p of
      0: x:=' \sin { '+f(x, k)+' } ';
      1: x:=' \cos { '+f(x, k)+' } ';
      2: x:=' \sqrt { '+f(x, k)+' } ';
      3: x:=' \arcsin { '+f(x, k)+' } ';
      4: x:=' \arccos { '+f(x, k)+' } ';
      5: x:=' \ln { '+f(x, k)+' } ';
      6: x:=' \left( '+f(x, k)+' \right) ^ '+c1;
    end;
  end;
  f:=x;
end;
```

```
function Op1(x, y: string; k: integer): string;
var p: integer; s: string;
begin
  p:=random(2);
  k:=k-1;
  case p of
    0: s:=' { { '+x+' } \over { '+y+' } } ';
    1: s:='x+' \cdot '+y;
  end;
  Op1:=s;
end;
```

В каждую функцию-генератор в качестве одного из входных параметров входит параметр k (из-за его наличия в каждой функции он не указывался в таб-

лице 1), который определяет уровень вложенности. Первоначальное значение мы задавали равным 2. При вызове каждой рекурсивной функции значение параметра уменьшалось на единицу.

Формирование дифференциальных уравнений должно было производиться в текстовом виде с соблюдением правил разметки формул, используемых в языке TeX путем вызова соответствующего генератора (табл. 2).

Таблица 2

**Соответствие канонических форм дифференциальных уравнений используемым генераторам**

Тип уравнения	Каноническая форма	Генератор
Дифференциальные уравнения первого порядка		
С разделяющимися переменными	$y' = f(x) \cdot g(y)$	$y' = \text{Op2}(F(x), F(y))$
Линейное	$y' = -p(x) \cdot y + q(x)$	$y' = \text{Op1}(F(x) * y, F(y))$
Бернулли	$y' = -p(x) \cdot y + q(x) \cdot y^\alpha$ где $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$	$y' = \text{Op1}(F(x) * y, F(x) * y^\alpha \text{con})$
Однородное	$y' = f(x, y)$ , $f(x, y)$ — однородная функция нулевой степени однородности	$y' = \text{Op1}(\text{con} * \text{St}(x, y), \text{con} * \text{St}(x, y)) / \text{Op1}(\text{con} * \text{St}(x, y), \text{con} * \text{St}(x, y))$
Дифференциальные уравнения второго порядка		
Простейшее	$y'' = f(x)$	$y'' = F(x)$
Не содержит явно «у»	$y'' = f(x, y')$	$y'' = \text{Op1}(F(x) * y', F(x))$
Не содержит явно «х»	$y'' = f(y, y')$	$y'' = \text{Op1}(y^\alpha \text{con} * y', \text{con} * y^\alpha \text{con})$ или $y'' = F(y)$
Линейное однородное с постоянными коэффициентами	Второго порядка: $y'' + a_1 \cdot y' + a_2 \cdot y = 0$ или для порядка n: $y^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} a_i y^{(i)} = 0$	Для ввода параметров ответа генерировались уравнения только второго порядка: $y'' = \text{Op1}(\text{con} * y', \text{con} * y)$ Для остальных типов вопросов в дополнение к описанному выше, использовалось: $y''' = \text{Op1}(\text{con} * y'', \text{Op1}(\text{con} * y', \text{con} * y))$
Линейное однородное с переменными коэффициентами	$y'' + p(x) \cdot y' + q(x) \cdot y = 0$	$\text{Op1}(\text{Op1}(y'', F(x) * y'), F(x) * y) = 0$
Уравнение Эйлера второго порядка		$\text{Op1}(\text{Op1}((\text{Par1} * x + \text{Par2})^2 * y'', \text{con} * (\text{Par1} * x + \text{Par2}) * y'), \text{con} * y) = 0$
Линейное неоднородное с постоянными коэффициентами	$y'' + p \cdot y' + q \cdot y = f(x)$	$\text{Op1}(\text{Op1}(\text{con} * y'', \text{con} * y'), \text{con} * y) = \text{FP}(x)$
Линейное неоднородное с переменными коэффициентами	$y'' + p(x) \cdot y' + q(x) \cdot y = f(x)$	$\text{Op1}(\text{Op1}((\text{Par1} * x + \text{Par2})^2 * y'', \text{con} * (\text{Par1} * x + \text{Par2}) * y'), \text{con} * (\text{Par1} * x + \text{Par2}) * y) = \text{FP}(x)$

Пример функции, формирующей собственно дифференциальное уравнение, приведен ниже (в качестве примера приведено уравнение с разделяющимися переменными):

```
function u1: string;  
begin  
  u1:='$$ '+y"= '+ Op1(f('x',2), f('y',2))+ ' $$';  
end;
```

В результате использования всех указанных функций получалась текстовая строка, записанная в требуемом формате разметки, которая после загрузки в СДО Moodle и автоматической обработки фильтром TeX давала визуальное представление дифференциального уравнения.

Все данные строки вместе с вариантами ответов, сгенерированные модулями 2 и 3, записывались в текстовый файл в формате GIFT. Проектирование адекватной системы оценивания результатов посредством теста также является достаточно трудоемкой задачей, требующей неоднократного выполнения разработанного теста для накопления статистики по тесту и отдельным его вопросам. LMS Moodle имеет не только богатые инструменты проектирования теста, такие как использование различных типов вопросов, использование формул, в том числе и на языке TeX, но также и инструменты для получения и анализа результатов тестирования в соответствии с методикой педагогических измерений. Для того, чтобы подготовить банк вопросов к тесту, могут быть использованы различные генераторы тестов, один из которых, подготовленный авторами, и был рассмотрен в данной статье.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Рапопорт И.А., Сельг Р., Соттер И.* Тесты в обучении иностранным языкам в средней школе. — Таллин: Валгус, 1987.
- [2] *Аванесов В.С.* Применение тестовых форм в Rasch Measurement // Педагогические измерения. — 2005. — № 4. — С. 3—20.

#### LITERATURE

- [1] *Rapoport I.A., Selga R., Sotter I.* Tests in teaching foreign languages in high school. — Tallinn: Valgus, 1987.
- [2] *Avanessov V.S.* Application of test forms in Rasch Measurement // Pedagogical Measurement. — 2005. — № 4. — P. 3—20.

## **DEVELOPMENT OF THE GENERATOR OF TEST TASKS ON THE DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR DISTANCE LEARNING SYSTEM MOODLE**

**A.A. Mukhanova, S.A. Mukhanov<sup>1</sup>,  
A.I. Nizhnikov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Chair of the mathematical analysis  
Moscow state machine-building university  
*B. Semyonovskaya str., 38, Moscow, Russia, 107023*

<sup>2</sup>Chair of mathematical physics  
Moscow pedagogical state university  
*Malaya Pirogovskaya str., 29, Moscow, Russia, 119992*

This article discusses the basic mechanisms of the test generator for differential equations, developed by the authors. The generator is designed to generate a large number of test questions in accordance with user-defined rules, which include: the number of tasks required for each type of differential equation, and the tasks difficulty, controlled by the nesting level of recursive functions. The generator produces a test file format GIFT, which is a plain text file.

**Key words:** system of distance learning of Moodle, generator, test, differential equations, mathematics education, distance learning.