

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ ИНФОРМАТИЗАЦИИ

М.П. Лапчик, М.И. Рагулина

Кафедра теории и методики обучения информатике  
Омский государственный педагогический университет  
Набережная Тухачевского, 14, Омск, Россия, 644099

Анализируются тенденции изменения содержания и направления развития содержания математического образования, связанные с усилением роли компьютерных математических систем.

**Ключевые слова:** информатизация образования, математическое образование, компьютерные математические системы, учебный процесс, информационные технологии.

Процессы информатизации в различных сферах человеческой деятельности оказывают заметное влияние на характер и содержание самой деятельности, в частности, оказывают положительное влияние на интенсификацию труда педагогов [1]. Здесь мы сталкиваемся с такой существенной для практической деятельности в сфере образования проблемой, которая связана с изменением парадигмы предметной деятельности в информационном обществе, что является отражением объективного процесса современного развития науки и практики в условиях бурной экспансии информационно-коммуникационных технологий. В наиболее очевидной форме это относится к математике, к математической деятельности.

В структуре общего школьного и большинства направлений профессионального образования математика является одним из важнейших предметов. Характерное для нашего времени использование информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в педагогической деятельности открывает для школьных учителей и вузовских преподавателей математики уникальные возможности активизации процесса познания, индивидуальной и коллективной когнитивной деятельности обучающихся. Однако компьютерные технологии в обучении математике могут использоваться не только как средство автоматизации обучения и контроля знаний, но и как инструмент для реализации новых дидактических подходов к актуализации исследовательской математической деятельности, расширяющих мировоззрение и развивающих полезные практические навыки школьника и студента на основе включения в предметную математическую деятельность средств и методов ИКТ. Речь идет о тех преобразованиях в системе математического образования в условиях перехода к информационному обществу, которые связаны с изменениями в самом *содержании* математической деятельности. Этот процесс диктуется, с одной стороны, необходимостью приближения курса математики к современному уровню математической науки, а с другой — потребностью включения в него элементов приложений математики, отвечающих потребностям современной практики.

Как отмечал академик А.П. Ершов, «компьютеризация является и средством, и выражением экспансии математического знания, и этот общемировой процесс

не может оставаться незамеченным самой математикой» [2]. Компьютеризация обогащает как методы обучения, так и содержание математического образования. В выступлении на VI Международном конгрессе по математическому образованию академик А.П. Ершов выделяет следующие аспекты этого воздействия: резкое расширение математической практики, изменение номенклатуры математических знаний, системная роль математической теории, вычислительный эксперимент с математической моделью, визуализация абстракций, динамизация математических объектов, становление структуры из хаоса, воспитание базовых способностей и умений, пробуждение первичного интереса [3].

В многочисленных прикладных областях компьютер продемонстрировал возможность автоматизировать различные формы деятельности человека, в том числе ранее не автоматизировавшиеся формы интеллектуальной деятельности. Еще в 1970-е гг. Л.Д. Кудрявцев писал, что в развитии математики особую роль стала играть ее непосредственная взаимосвязь с так называемой машинной математикой, которая способствует эффективному использованию методов математики в науке, технике и экономике (именно в виду такие методы, как формализация, аналогия, моделирование). Так по словам С.А. Яновской, «лицо современной, прежде всего машинной, математики все более и более определяется именно тем, что в связи с развитием философских и логических оснований математики, а также логической теории математического доказательства было уточнено понятие алгоритма (и эквивалентное ему понятие рекурсивной, или вычислимой, функции)» [8. С. 248]. Вместе с тем, по мнению Л.Д. Кудрявцева, имеет место и обратное влияние машинной математики на теоретическую математику, которое идет по двум направлениям:

1) машинная математика помогает теоретической математике быстро и с любой, наперед заданной степенью точности находить ответы к задачам, решение которых средствами последней практически невозможно, а разработка любых приближенных методов основывается на данных теоретической математики и в свою очередь способствует ее дальнейшему развитию;

2) решение теоретических проблем машинной математики и задач усовершенствования ЭВМ — значительный фактор в развитии математических дисциплин, к числу которых относятся математическая логика, теория алгоритмов, теория автоматов, теория информации, теория массового обслуживания, теория игр, программирование [4].

С ростом мощности и доступности компьютеров все большую роль в работе математиков стал играть вычислительный эксперимент. На основе результатов компьютерной обработки огромных массивов данных математики получили возможность выдвигать гипотезы. Работа над образом, а не над самим объектом исследования позволяет безболезненно и без особых затрат выявить свойства объекта во всевозможных ситуациях, на этой основе получить исчерпывающую информацию об объекте, которую невозможно извлечь иными методами. Как говорил Л.Д. Кудрявцев, правильно и удачно поставленный на компьютере «численный эксперимент» может привести к возникновению плодотворных гипотез, изучение которых позволит понять сущность изучаемого явления и в конце концов создать

нужную теорию [4]. Кроме того, нельзя не учитывать важность визуализации вычислений для обучения и научных исследований. Умение проводить анализ в графической и аналитической формах — это путь не только в науку, но и в современную жизнь.

Современный инструментарий компьютерной математики составляют мощные математические системы, получающие все более широкое применение в математической деятельности: Derive, MathCAD, Maple, MatLab, Mathematica и др. В сфере профессионального образования это явление охватывает подготовку специалистов, в основе которой важное место занимает математика, в частности педагогов физико-математического направления, а также бакалавров и магистров по профилю «математика», «информатика», «физика».

Процесс проникновения компьютерных технологий в содержание обучения математике затрагивает и школьное образование. Этот процесс в современных условиях начинает рассматриваться как результат неизбежного, хотя и постепенного, но все более решительного проявления тенденции к включению в базовое содержание математического образования учащегося сведений из новых пограничных областей информатико-математического знания: информатической математики и математической информатики [5]. Понимание уникальных вариативных возможностей различных средств и методов информатики для реализации различных способов решения и различных форм получения результатов при решении математических задач (методы точные и приближенные, результаты символьные (аналитические), численные, графические) становится результатом естественной эволюции традиционной математической культуры учителя и школьника. В стандарты высшего педагогического образования второго поколения по специальности «Математика» с 2003 г. введен новый предмет «Информационные технологии в математике» в качестве обязательной дисциплины предметной подготовки учителя математики (федеральный компонент, блок общематематических и естественнонаучных дисциплин), издано соответствующее учебное пособие [7]. В связи с разработкой и применением математических систем аналитических вычислений возникло новое понятие «компьютерная алгебра» (учебная дисциплина «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры» входит в блок дисциплин предметной подготовки ГОС ВПО-2005, специальность 030100 «Информатика»). Основная цель компьютерной алгебры — «изучение алгоритмов аналитических преобразований с точки зрения их эффективной реализации на компьютере. В связи с разрастанием промежуточных результатов главная задача компьютерной алгебры — оценка сложности аналитических выражений и длительности аналитических преобразований» [6. С. 37].

Наилучший результат достигается при проведении занятий по математике в компьютерном классе, оборудованном ставшими уже традиционными мультимедийными средствами (проектор, интерактивная доска и т.п.), что позволяет в полной мере использовать инструментальные технологии. Поводом для обращения к компьютерным математическим системам может послужить возникающая иногда слишком сложная графическая интерпретация задачи, что не позволяет со-

проводить решение графическими иллюстрациями. Новые возможности построения методики решения подобных задач в условиях применения математических систем покажем на примере.

Пусть требуется найти все решения уравнения  $2 \sin\left(x + \frac{7\pi}{25}\right) \cdot \sin\left(3x + \frac{18\pi}{25}\right) = \cos 4x + 2 \cos \frac{2\pi}{3}$ , принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{10}; \frac{4\pi}{5}\right]$ .

После преобразования уравнения к виду  $f(x) = 0$  предлагается посмотреть, как ведет себя функция  $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{7\pi}{25}\right) \cdot \sin\left(3x + \frac{18\pi}{25}\right) - \cos 4x - 2 \cos \frac{2\pi}{3}$  на заданном интервале, т.е. обратиться к графическому методу решения уравнений. С целью достижения наибольшей наглядности график строится в математической системе MathCad (рис. 1).

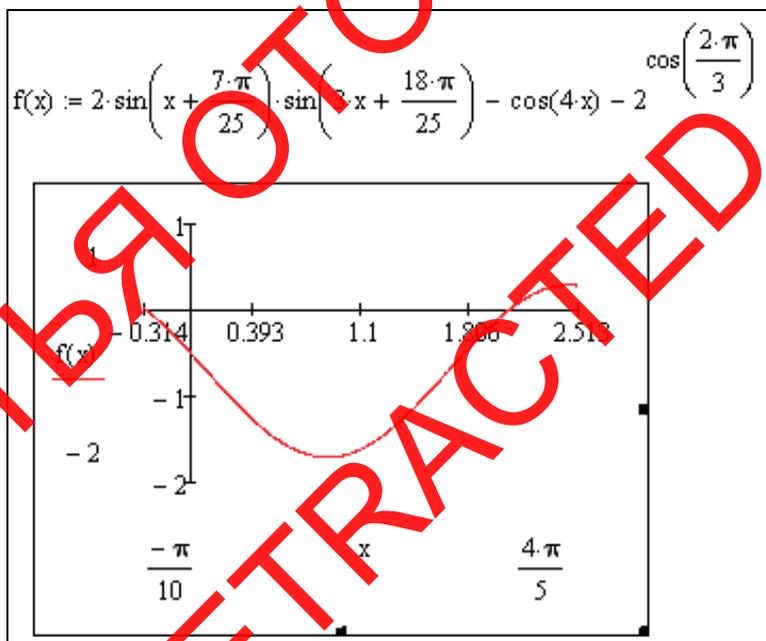


Рис. 1. Построение графика функции в MathCad

Активизировав левой клавишей мыши в графическом окне опцию Trace (трассировка), вызываем интерактивное окно X-Y Trace, после чего автоматически курсор приобретает вид пунктирных перпендикулярных линий и теперь достаточно навести его на любую точку графика, чтобы отобразились ее координаты. Это позволяет с помощью курсора еще до получения решения «увидеть» приближенное значение корней исходного уравнения как абсцисс точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $OX$ , например,  $-0,2788$  и  $2,0609$  (на рис. 2 показано отображение значения второго корня).

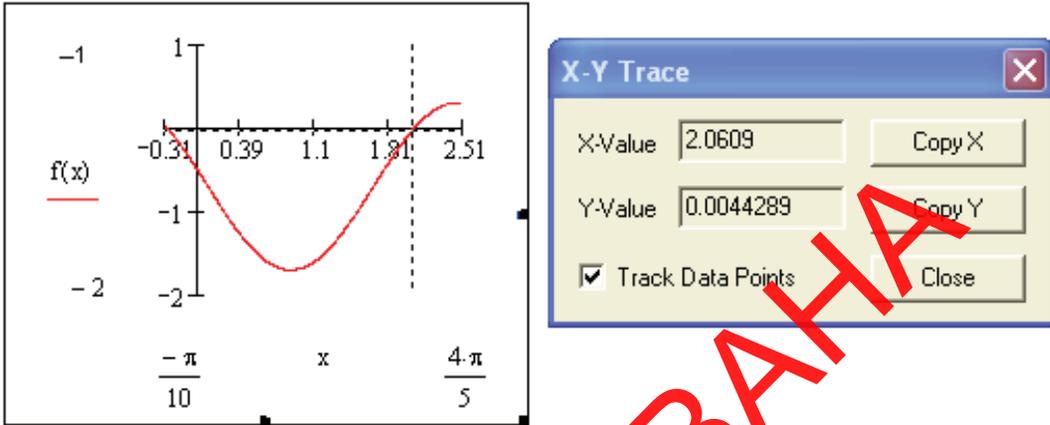


Рис. 2. Графическое решение уравнения в MathCad

Теперь найдем численные значения корней: воспользуемся блоком Given-Find, предварительно указав точки начального приближения — они должны быть расположены достаточно близко к предполагаемому корню (рис. 3).

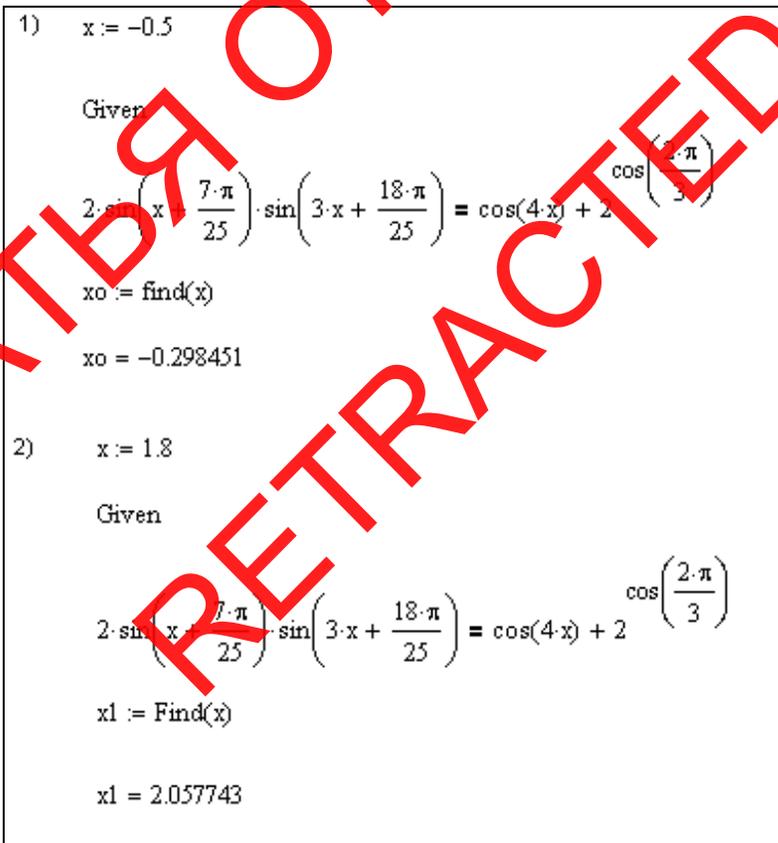


Рис. 3. Численное решение уравнения в MathCad

Итак, в указанный в условии задачи промежуток попадают только значения  $x_0 = -0,298$  и  $x_1 = 2,058$ , что подтверждает ранее полученные приближенные результаты графического решения.

В данном случае применение компьютера позволило избежать сложных математических выкладок и преобразований, что бывает полезно, если речь идет об исследовании поведения некоторого объекта, математической моделью которого является достаточно сложное уравнение. Таким образом параллельно с информационно-технологическим аспектом деятельности, позволяющим визуализировать и ускорить рутинный вычислительный процесс, а также посредством актуализации главного алгоритма решения достигается обобщение и закрепление полученных ранее и приобретение новых знаний и навыков. Важно также, что применение математической системы позволило охватить задачу в целом, не останавливаясь на деталях (тем более что на каких-то промежуточных шагах могли допускаться вычислительные ошибки, закрывающие суть основной идеи решения).

Особенно сильный эффект достигается при совмещении многофункционального потенциала математических систем, презентационных возможностей компьютерных технологий и использования информационного ресурса Интернет.

Приведем некоторые совершенно очевидные дидактические приемы, в реализации которых возможно и целесообразно применение математических систем в целях актуализации исследовательской деятельности обучающихся:

— демонстрация математических объектов (например, средствами графической визуализации) в целях углубления понимания и развития пространственного мышления;

— проверка решения, полученного обычным способом, и его графическая иллюстрация; одновременно показ различных (численных, аналитических или графических) способов решения;

— проведение дополнительного исследования по решению, полученному традиционным путем (развитие исследовательско-эвристических навыков и интуиции);

— построение алгоритма действий (на основе самостоятельного ознакомления с новыми функциями математической системы) и реализация этого алгоритма (формирование и развитие алгоритмического мышления);

— создание проблемной ситуации методом демонстрации, затем поиск способа решения (эмпирическая эвристика, когнитивность и рефлексия);

— коллективное решение большой практической задачи на основе создаваемой математической модели, реализуемой с помощью системы (задача-практикум в форме протяженного домашнего задания).

Как уже отмечалось, привлечение математических систем возможно и целесообразно в школьном образовании, как в базовом школьном курсе математики, так и в системе курсов профильной школы, где для этого могут использоваться элективные курсы, направленные на более глубокое освоение возможностей математических систем. При этом следует исходить из того, что компьютерные ма-

тематические системы — не самоцель, в основе лежит прежде всего математика, а уже потом технология — как вспомогательный, расширяющий и развивающий мировоззрение и компетенции элемент. Тем самым исключается фактор замещения процесса развития математического мышления на формальное применение компьютерных инструментов. Внедрять компьютерные математические системы в отечественную систему обучения нужно таким образом, чтобы сохранить в ней все лучшее и вместе с тем вооружить учителя и школьника новой технологией, дать учителю новую методику, которая позволит повысить качество и эффективность обучения.

Программные средства компьютерной математики эффективны для организации самостоятельной работы учащихся и студентов, проведения практических занятий, подготовки демонстрационных материалов к занятиям, для реализации эвристического и исследовательского типов обучения, способствуют положительной мотивации к выполнению заданий с использованием компьютера. Современные тенденции таковы, что компьютерные технологии становятся регулярной, обязательной частью математического образования. По мере углубления знаний и практических навыков работы с системами, «плотность» их применения может возрастать. Следует ожидать, что реализация компетентного подхода приведет к тому, что традиционная методика обучения математике в системе общего и профессионального образования во все большей степени будет опираться на ознакомление обучаемых с методами применения математических систем на регулярной основе — как частью обязательного образования. Такое расширение роли инструментария математики и информатики в содержании математического образования может стать эффективным способом воплощения деятельностного подхода к обучению, расширения понимания роли математики как средства решения реальных практических задач.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Григорьев С.Г., Гриншкун В.В. Информатизация образования. Фундаментальные основы. — Томск, 2008.
- [2] Еришов А.П. Компьютеризация школы и математическое образование // Математика в школе. — 1989. — № 1.
- [3] Еришов А.П. Избранные труды. — Новосибирск: Наука; Сибирская издат. фирма, 1994.
- [4] Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. — М.: Наука, 1977.
- [5] Лапчик М.П. Информатическая математика или математическая информатика? // Информатика и образование. — 2008. — № 7.
- [6] Матрос Д.Ш., Поднебесова Г.Б. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: Учеб. пособие для студ. пед. вузов. — М.: Академия, 2004.
- [7] Рагулина М.И. Информационные технологии в математике: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Под ред. М.П. Лапчика. — М.: Академия, 2008.
- [8] Яновская С.А. Методологические проблемы науки / Под общ. ред. И.Г. Башмаковой, Д.П. Горского, В.А. Успенского. — М.: КомКнига, 2006.

## **MATHEMATICAL EDUCATION IN THE CONDITIONS OF INFORMATION**

**M.P. Lapchik, M.I. Ragulina**

Chair of the theory and technique of training to computer science  
Omsk state pedagogical university  
*Tukhachevsky's quay, 14, Omsk, Russia, 644099*

Tendencies of change of the maintenance and direction of development of the maintenance of the mathematical formation, the roles of computer mathematical systems connected with strengthening are analyzed [Summary]

**Key words:** informatization of education, mathematical education, computer mathematical systems, educational process, an information technology.

СТАТЬЯ ОТОЗВАНА  
RETRACTED