

---

## ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ОСНОВАМ ТОПОЛОГИИ

В.И. Глизбург

Московский городской педагогический университет  
2-й Сельскохозяйственный проезд, 4, Москва, Россия, 129226

Излагаются некоторые особенности преподавания элементов топологии в условиях внедрения информационных технологий в вузовскую систему образования.

**Ключевые слова:** информационные технологии, обучение, топология, студент.

Программа раздела основ топологии, разработанная в Московском городском педагогическом университете [3], включает в себя следующие темы: «Метрические пространства. Топологические пространства, открытые и замкнутые множества и их свойства. Внутренние, внешние и граничные точки, замыкание множества топологического пространства. Подпространства топологического пространства, отделимость, связность и компактность топологических пространств. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. Топологические многообразия и их простейшие свойства, ориентируемость топологических многообразий. Многогранники в евклидовом пространстве, правильные многогранники».

Теоретические занятия по курсу «Элементы топологии и дифференциальная геометрия» проводятся в форме лекций, практические — в форме семинаров. Однако, учитывая особенности преподавания дифференциальной геометрии, кроме традиционных для курса семинаров целесообразно проводить лабораторные работы, отводя на них 35—40% учебного времени, предусмотренного для проведения практических занятий. В этой статье мы рассмотрим методические особенности выполнения лабораторных работ на практических занятиях по изучению основ топологии с использованием программных математических пакетов Maple, Cabri, Geometer's Sketchpad (Живая математика). Нами были описаны характерные особенности этих пакетов и предложены методические рекомендации по выполнению этих работ и цели их проведения.

Основные положения нашей концепции проведения лабораторных работ заключаются в следующем.

1. Углубление понимания теоретического материала, сущности изучаемых понятий и их внутренних взаимосвязей; развитие аналитического потенциала учащихся; визуализация теоретических топологических понятий для выявления их глубинных внутренних взаимосвязей; приобретение умения самостоятельно анализировать и выбирать оптимальный программный продукт для проведения лабораторной работы; использование навыков графических возможностей программных пакетов для визуального исследования свойств кривых и поверхностей; развитие вкуса, желания и культуры использования математических программных пакетов.

2. Выполнение самостоятельных исследований с целью достижения результатов решения поставленных задач как практического, так и теоретического характера.

3. Формирование навыков пошагового отслеживания своих действий, сопровождаемых анализом теоретических знаний, необходимых на каждом этапе.

В качестве примера рассмотрим проведение лабораторной работы на тему «Примеры поверхностей. Визуализация понятия гомеоморфных поверхностей».

*Постановка задачи*

Даны уравнения поверхностей [1; 2]:

$$\text{а) } \begin{cases} x = \cos v \cos u, \\ y = \cos v \sin u, \\ z = \sin v, \quad 0 \leq u < 2\pi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq v \leq \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \cos v \cos u, \\ y = \cos v \sin u, \\ z = \sin v, \quad 0 \leq u < 2\pi, \quad -\frac{\pi}{3} \leq v \leq \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x = (5 + 3 \cos u) \cos v, \\ y = (5 + 3 \cos u) \sin v, \\ z = \sin u, \quad 0 \leq u < 2\pi, \quad -\pi \leq v \leq \pi. \end{cases}$$

По заданным уравнениям:

— построить в среде Maple поверхности и назвать в каждом из случаев полученную поверхность;

— установить, являются ли данные поверхности гомеоморфными;

— привести примеры поверхностей, гомеоморфных поверхности, заданной в пункте а), и изобразить их в программе Cabri.

*Цели лабораторной работы:*

— закрепить визуализацию понятия поверхности;

— визуализировать понятие гомеоморфных поверхностей;

— визуализировать понятие топологического инварианта;

— выработать навыки работы с параметрическими уравнениями поверхностей;

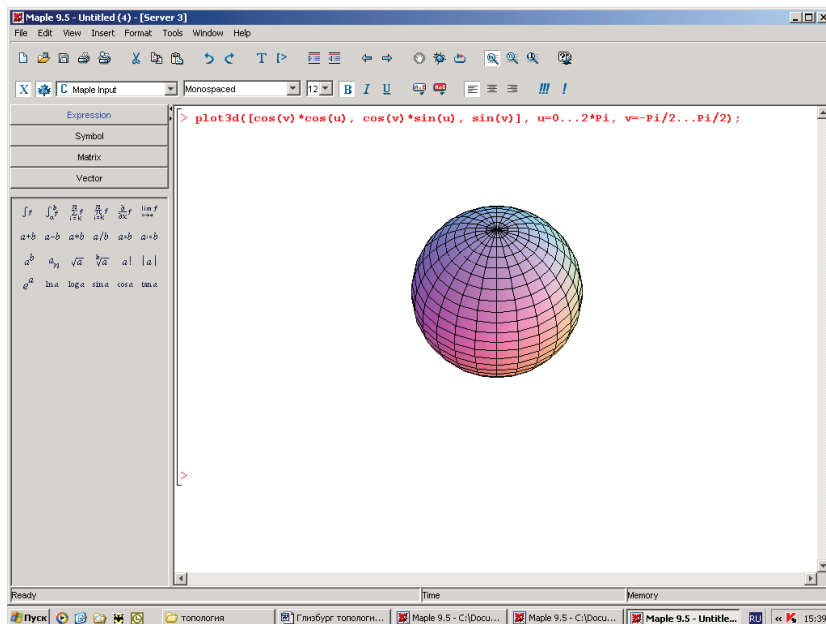
— осуществить пропедевтику восприятия понятия топологически правильного многогранника;

— опытным путем установить геометрический смысл понятия гомеоморфных поверхностей.

*Описание процесса исследования.*

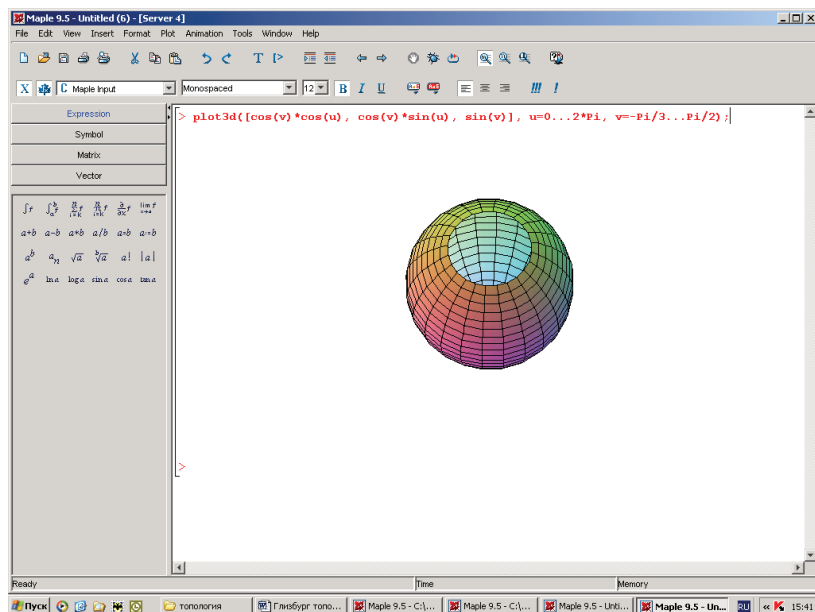
По заданным уравнениям построим в графическом редакторе среды Maple поверхности:

$$\text{а) } \begin{cases} x = \cos v \cos u, \\ y = \cos v \sin u, \\ z = \sin v, \quad 0 \leq u < 2\pi, \quad -\frac{\pi}{2} \leq v \leq \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$



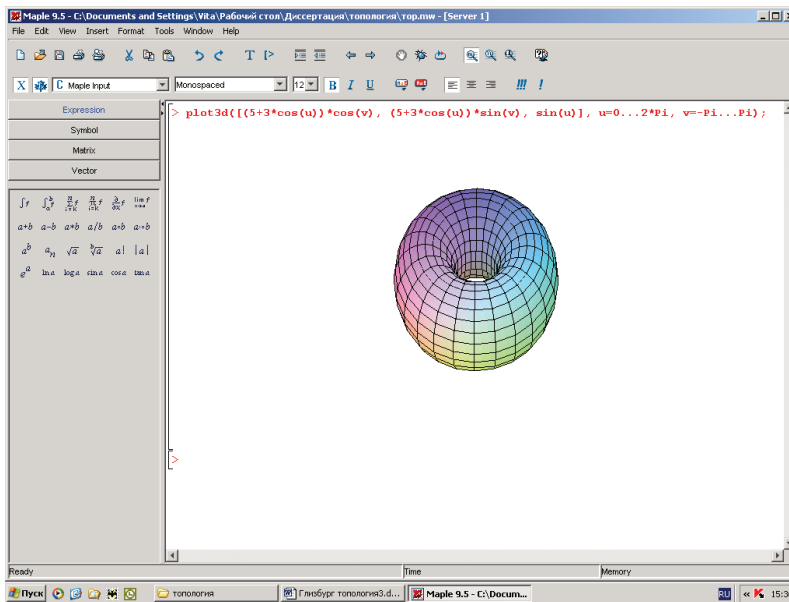
Построенная поверхность является сферой.

$$\text{б) } \begin{cases} x = \cos v \cos u, \\ y = \cos v \sin u, \\ z = \sin v, \quad 0 \leq u < 2\pi, \quad -\frac{\pi}{3} \leq v \leq \frac{\pi}{2}; \end{cases}$$



Построенная поверхность является сферой с дырой.

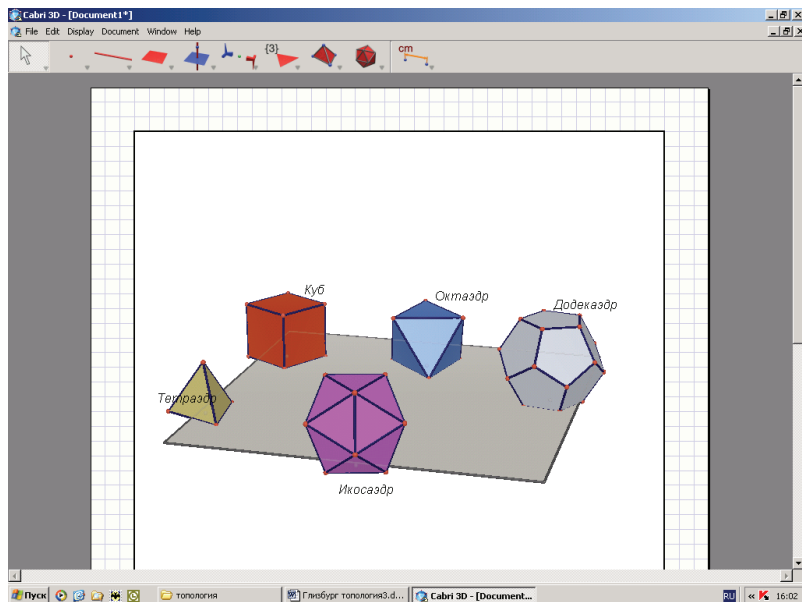
$$в) \begin{cases} x = (5 + 3 \cos u) \cos v, \\ y = (5 + 3 \cos u) \sin v, \\ z = \sin u, \quad 0 \leq u < 2\pi, \quad -\pi \leq v \leq \pi. \end{cases}$$



Построенная поверхность является тором.

2. Заданные поверхности не являются гомеоморфными.
3. Изобразим в программе Cabri 3D примеры поверхностей, гомеоморфных поверхностей, заданных в пункте а).

В качестве такого примера может быть рассмотрен любой из правильных многогранников.



В процессе подготовки к лабораторным работам и их осуществления происходит систематизация и структурирование знаний студентов одновременно по нескольким дисциплинам. В результате проведения лабораторной работы учащиеся углубляют абстрактные математические понятия и осознание их взаимосвязи.

На основе нашего опыта работы мы можем сделать вывод о целесообразности введения элементов топологии в курс «Введение в специальность» или при изучении дисциплин по выбору, если таковые предшествуют основному курсу. Непосредственно в своей работе мы практикуем изучение дисциплины по выбору «Наглядная топология как средство познания реального мира» на базе использования информационных технологий, носящей пропедевтический характер для изучения курса «Элементы топологии и дифференциальная геометрия» по программе [3]. При таком проектировании названных курсов студенты получают возможность воспринимать сложные топологические и дифференциально-геометрические понятия на подготовленную почву.

В процессе изучения элементов топологии формируется единая картина естественно-научного мира; развивается креативность мышления; в сознании студентов выделяются глубинные взаимосвязи сложных естественных процессов, описываемых с помощью базовых понятий топологии и дифференциальной геометрии: гомеоморфизмов топологических пространств, структур на гладких многообразиях — дифференциальных операторов, связностей, дифференциальных уравнений и их систем [4].

Знакомство с элементами топологии, ее базовыми понятиями, основной идеей непрерывности закладывает базу для формирования в сознании студентов представления о топологической структуре реального мира. Изучение основ топологии, в том числе с применением информационных технологий, способствует развитию математических компетенций студентов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Атанасян С.Л., Глизбург В.И.* Сборник задач по геометрии. Ч. 1. — М.: Эксмо, 2007.
- [2] *Атанасян С.Л., Шевелева Н.В., Покровский В.Г.* Сборник задач по геометрии. Ч. 2. — М.: Эксмо, 2008.
- [3] *Атанасян С.Л., Глизбург В.И., Покровский В.Г.* Геометрия. Программа курса. — М.: МГПУ, 1998.
- [4] *Глизбург В.И.* Аффинно-проективные связности картанова типа, ассоциированные с введенными обыкновенными дифференциальными системами высших порядков // Вестник Московского университета. Сер. 1, Математика. Механика. — 1994. — № 3. — С. 25—31.

## THE APPLICATION OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN TEACHING OF THE BASIS OF TOPOLOGY

V.I. Glizburg

Moscow City pedagogical university

2-nd Selskohozyaistvennyi str., 4, Moscow, Russia, 129226

The specific characters of teaching of the basis of topology in conditions of information technologies intrusion in universities are considered. The examples of the laboratory works on topology are demonstrated.

**Key words:** information technology, education, topology, the student.