

# РАЗВИТИЕ СЕТИ ОТКРЫТОГО ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

## ДИСТАНЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ В ПЕДВУЗЕ

**Р.М. Асланов, О.Г. Игнатова,  
А.И. Нижников**

Кафедра математического анализа  
Московский педагогический государственный университет  
*ул. Малая Пироговская, 1/1, Москва, Россия, 119991*

В статье рассматриваются возможности применения дистанционных форм обучения по курсу «Дифференциальные уравнения» с использованием компьютерного математического пакета Maple.

**Ключевые слова:** дистанционное обучение, компьютерные технологии, дифференциальные уравнения, лабораторный практикум, Maple.

В математических приложениях дифференциальные уравнения занимают особое место: многие реальные процессы в биологии, экономике, физике описываются просто и понятно с помощью дифференциальных уравнений. Именно поэтому дисциплина «Дифференциальные уравнения» является одной из базовых в общем математическом образовании бакалавра. Ознакомление студентов с начальными навыками математического моделирования, демонстрация возникающих при этом дифференциальных уравнений и рассмотрение методов их решения, формирование представлений о понятиях и методах теории обыкновенных дифференциальных уравнений — основные цели курса.

На практических занятиях студенты приобретают навыки аналитического решения дифференциальных уравнений, изучают их основные типы. Так как дифференциальные уравнения связаны с другими, существует возможность изучения прикладных задач в данном курсе. Для более эффективного решения и анализа решения прикладных задач целесообразно применять системы компьютерной математики, позволяющие решить исследуемое дифференциальное уравнение аналитическими, графическими и численными методами.

В связи с ускорением научно-технического прогресса появляется все больше возможностей для получения информации в виртуальной реальности. Это можно использовать и в качестве основы для дистанционной поддержки обучения. Интернет сокращает расстояния между городами, поселками и деревнями до одного клика, следовательно, предоставляет неограниченные возможности для образования и решения самых разнообразных задач.

В последние десятилетия в области естественных наук проводятся исследования, которые требуют использования все более сложных математических методов и моделей. Решение ряда задач, требующих большого численного расчета с увеличением мощностей компьютеров, удалось решить, но новое время выдвигает новые требования. Наметила потребность наличия компьютерных пакетов, в которых были бы одновременно возможны символьные расчеты, расчеты численными методами и представление полученных результатов в графическом виде. Необходимы также грамотные специалисты, способные работать с такими программами. Наличие компьютерных пакетов и программ, несомненно, упрощает обучение, дает визуализацию процессов, позволяет выявлять ряд теоретических закономерностей в различных областях науки. В связи с переходом на новый стандарт образования и выделением большого количества времени на самостоятельное изучение предметов, наиболее перспективным является дистанционное образование.

При выборе программы мы руководствовались возможностью свободного распространения и доступностью компьютерного математического пакета. На самом деле каждая программа имеет свои преимущества, но если знать, как использовать некоторое программное обеспечение, то будет легко использовать другие сходные с ним.

Приведем примеры из лабораторного практикума по курсу дифференциальных уравнений на тему «Уравнения в полных дифференциалах»

**Пример 1.** Решить уравнение  $(2xy + 3y^2)dx + (x^2 + 6xy - 3y^2)dy = 0$ .

*Решение.* Найдем общий интеграл уравнения

$$\begin{aligned} > 2*x*y+3*y^2)*dx+(x^2+6*x*y-3*y^2)*dy=0; \\ & (2xy+3y^2)dx+(x^2+6xy-3y^2)dy=0 \end{aligned}$$

Обозначим

$$> P(x, y):=2*x*y+3*y^2; Q(x, y):=x^2+6*x*y-3*y^2;$$

$$P(x, y) := 2xy + 3y^2$$

$$Q(x, y) := x^2 + 6xy - 3y^2$$

Покажем, что уравнение является уравнением в полных дифференциалах

```
> if (simplify(diff(P(x,y),y)-diff(Q(x,y),x))=0) then print('Это уравнение в полных дифференциалах') else print('Левая часть уравнения не есть полный дифференциал') end if;
```

*Это уравнение в полных дифференциалах*

Найдем общий интеграл уравнения

$$> u:=int(P(x,y),x)+int(Q(x,y),y)-int(diff(int(P(x,y),x)),y),y);$$

$$u := x^2y + 3y^2x - y^3$$

Общий интеграл уравнения имеет вид:

> **simplify(u)=C;**

$$x^2y + 3y^2x - y^3 = C$$

Если уравнение

$$P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$$

не является уравнением в полных дифференциалах, то иногда удастся подобрать такую функцию  $m(x, y)$ , после умножения на которую всех членов уравнения уравнение становится полным дифференциалом.

**Пример 2.** Решить уравнение  $(y - xy^2)dx - xdy = 0$ .

**Решение.** Найдем общий интеграл уравнения

> **(y+x\*y^2)\*dx-x\*dy=0;**

$$(y+xy^2)dx-xdy=0$$

Обозначим

> **P(x,y):=y+x\*y^2; Q(x,y):=-x;**

$$P(x, y) := y + xy^2$$

$$Q(x, y) := -x$$

Проверим, что уравнение является уравнением в полных дифференциалах

> **if (simplify(diff(P(x,y),y)-diff(Q(x,y),x))=0) then print('Это уравнение в полных дифференциалах') else print('Левая часть уравнения не есть полный дифференциал') end if;**

*Левая часть уравнения не есть полный дифференциал*

Найдем интегрирующий множитель  $m(x, y)$

> **/m(x,y):=exp(int(simplify((diff(Q(x,y),x)-diff(P(x,y),y))/P(x,y)),y));**

$$m(x, y) := \frac{1}{y^2}$$

Найдем общий интеграл уравнения

> **u:=int(m(x,y)\*P(x,y), x)+int(m(x,y)\*Q(x,y),y)-int(diff((int(m(x,y)\*P(x,y),x)),y),y);**

$$u := \frac{xy + \frac{1}{2}x^2y^2}{y^2}$$

Общий интеграл уравнения имеет вид:

> **simplify(u)=C;**

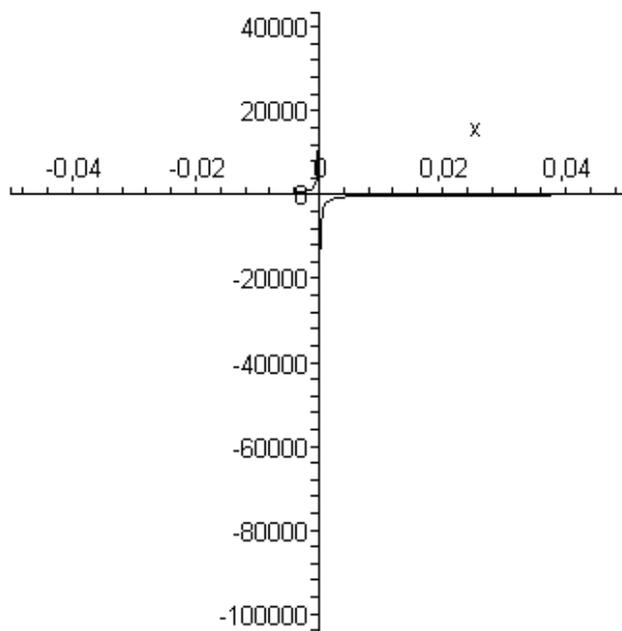
$$\frac{x(2 + xy)}{2y} = C$$

Узнав начальное условие данного уравнения, мы сможем наглядно проиллюстрировать полученный результат, например, здесь положим, что  $y(0) = 0$ . Тогда общий интеграл уравнения имеет вид:

[> **y:=-2/x; y=-2/x;**

$$y = \frac{2}{x}$$

> **plot(y,x=-0.05..0.05,color=black,thickness=1);**



В результате изучения дисциплины студент должен:

- знать основные понятия и методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
- знать историю возникновения и развития теории дифференциальных уравнений;
- уметь решать задачи на составление дифференциальных уравнений;
- уметь решать элементарные типы дифференциальных уравнений первого порядка с использованием компьютерного математического пакета Maple;
- уметь решать дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, с использованием компьютерного математического пакета Maple;
- иметь представление об основных положениях операционного исчисления;
- уметь применять операционный метод для решения дифференциальных уравнений с использованием компьютерного математического пакета Maple;
- находить общее и частное решения (решать задачу Коши) для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида (квазимногочлен) при различных начальных условиях с использованием компьютерного математического пакета Maple;
- владеть навыком исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем с использованием компьютерного математического пакета Maple.

Таким образом, можно отметить, что дистанционное образование в настоящее время — одна из наиболее перспективных сфер педагогического образования позволяющая контролировать весь процесс обучения и проверять остаточные знания и степень освоения дисциплины.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Асланов Р.М.* Гуманитарный потенциал профессионально ориентированного курса дифференциальных уравнений в педвузе: монография. — М.: Прометей, 1996.
- [2] *Асланов Р.М., Мань Н.Д., Синчуков А.В.* Лабораторный практикум по дифференциальным уравнениям: Учеб. пособие. — Архангельск: КИРА, 2011.
- [3] *Эдвардс Г., Пенни Э.* Дифференциальные уравнения и краевые задачи моделирования и вычисление с помощью Mathematica, Maple, и MATLAB / Пер. с англ. — М.: И.Д. Вильямс, 2008.

## REMOTE SUPPORT OF THE LABORATORY PRACTICAL WORK ON THE DIFFERENTIAL EQUATIONS IN PEDAGOGICAL HIGHER SCHOOL INSTITUTION

**R.M. Aslanov, O.G. Ignatova,  
A.I. Nizhnikov**

Chair of the mathematical analysis  
Moscow pedagogical state university  
*Malaya Pirogovskaya str., 1/1, Moscow, Russia, 119991*

In article possibilities of application of remote forms of education at the rate «The differential equations» with use of a computer mathematical Maple package are considered.

**Key words:** distant education, computer technologies, differential equations, laboratory practical work, Maple.