



# ГОТОВНОСТЬ ПЕДАГОГОВ К ИНФОРМАТИЗАЦИИ ICT SKILLS AND COMPETENCIES AMONG TEACHERS

DOI: 10.22363/2312-8631-2023-20-2-207-220

EDN: JOCMNU

УДК 378.147

Научная статья / Research article

## Реализация научно-исследовательской работы будущих учителей математики с привлечением системы динамической математики GeoGebra

Е.А. Богданова<sup>1</sup>, П.С. Богданов<sup>1</sup>, С.Н. Богданов<sup>2</sup>✉<sup>1</sup>Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, Самара, Российская Федерация<sup>2</sup>Московский городской педагогический университет, Самарский филиал,  
Самара, Российская Федерация

✉ bogdanovsan@rambler.ru

**Аннотация.** *Постановка проблемы.* Цифровая трансформация высшего образования существенным образом влияет на организацию научно-исследовательской деятельности студентов педагогических университетов. Актуальной является проблема обнаружения средств информационных технологий и направлений их использования для реализации научно-исследовательской работы будущих учителей математики, обучающихся на 1–2 курсах, а также выбора математической задачи, решение которой с помощью цифровых технологий привело бы к некоторым интересным результатам, обладающим элементами новизны. Цель исследования – выявить направления исследований математического характера, реализация которых значительным образом опирается на особенности среды динамической математики GeoGebra. *Методология.* Осуществлен анализ некоторых особенностей среды динамической математики GeoGebra и ее применения в геометрических исследованиях. Для изучения геометрических фигур использованы методы визуализации математических объектов и экспериментальной математики. *Результаты.* Рассмотрены возможности использования систем динамической математики для организации научно-исследовательской работы обучающихся педагогических университетов математического профиля. При этом упор сделан на исследования, связанные с изучением пространственных кривых и их плоских проекций, построение которых естественным образом опирается на принципы отображения трехмерных объектов на экране. Роль систем динамической математики в таких исследованиях главным образом заключается в визуализации рассматриваемых геометрических объектов, что позволяет выявить возможные свойства построенных кривых, а затем, используя доступный математический аппарат, подтвердить их справедливость. *Заключение.* Представлено направ-

© Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н., 2023

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

ление конструирования и исследования геометрических объектов с использованием среды динамической математики GeoGebra, которое легло в основу нескольких научно-исследовательских работ студентов младших курсов.

**Ключевые слова:** визуализации кривых и поверхностей, экспериментальная математика, проекция кривой на плоскость, параметрические уравнения кривой

**Вклад авторов:** авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

**Заявление о конфликте интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**История статьи:** поступила в редакцию 20 января 2023 г.; доработана после рецензирования 21 февраля 2023 г.; принята к публикации 3 марта 2023 г.

**Для цитирования:** Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н. Реализация научно-исследовательской работы будущих учителей математики с привлечением системы динамической математики GeoGebra // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2023. Т. 20. № 2. С. 207–220. <http://doi.org/10.22363/2312-8631-2023-20-2-207-220>

## Future mathematics teachers' implementation of research activities based on dynamic mathematics software GeoGebra

Elena A. Bogdanova<sup>1</sup>, Pavel S. Bogdanov<sup>1</sup>, Sergey N. Bogdanov<sup>2</sup>✉

<sup>1</sup>Samara National Research University, Samara, Russian Federation

<sup>2</sup>Moscow City University, Samara branch, Samara, Russian Federation

✉ bogdanovsan@rambler.ru

**Abstract.** *Problem statement.* The digital transformation of higher education significantly affects the organization of pedagogical universities students' research activities. Therefore, two important problems can be identified. Firstly, the matter of discovering information technology tools and directions for their use for the implementation of research work of future mathematics teachers studying in 1–2 courses. And secondly, the problem of choosing a mathematical topic, the solution of which with the help of digital technologies would lead to some interesting results that have elements of novelty. The purpose of this study is to identify the line of research of a mathematical nature, the implementation of which relies heavily on the dynamic mathematics software GeoGebra's features. *Methodology.* Some features of the GeoGebra dynamic mathematics software and its application in geometric studies are analyzed. To study geometric figures, methods of visualization of mathematical objects and of experimental mathematics are used. *Results.* Some possibilities of dynamic mathematics software applicability in research and development of pedagogical universities' mathematical profile students are considered. In these circumstances, the emphasis is on research related to the study of spatial curves and their planar projections, the construction of which naturally relies on the principles of displaying three-dimensional objects on a screen. The role of dynamic mathematics software in such studies mainly lies in the visualization of considered geometric objects, which makes it possible to identify possible properties of the constructed curves, and then, using available mathematical apparatus, to confirm their validity. *Conclusion.* The direction of designing and studying geometric objects using the GeoGebra dynamic mathematics software, which formed the basis of several research works of undergraduate students, is presented.

**Keywords:** visualization of curves and surfaces, experimental mathematics, projection curve on a plane, parametric equations of curve

**Author's contribution:** the authors contributed equally to this article.

**Conflicts of interests.** The authors declare that there is no conflict of interest.

**Article history:** received 20 January 2023; revised 21 February 2023; accepted 3 March 2023.

**For citation:** Bogdanova EA, Bogdanov PS, Bogdanov SN. Future mathematics teachers' implementation of research activities based on dynamic mathematics software GeoGebra. *RUDN Journal of Informatization in Education*. 2023;20(2):207–220. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8631-2023-20-2-207-220>

**Постановка проблемы.** В последнее время все чаще говорят о цифровой трансформации высшего образования [1]. Развитие информационных технологий существенным образом влияет и на организацию научно-исследовательской работы студентов.

Существует много форм научно-исследовательской деятельности студентов: написание исследовательских проектов, научных статей, дипломных работ, участие в научных конференциях. В последние два десятка лет практически в любом научном исследовании студентов все больше и больше используются средства информационных технологий. Например, обучающиеся педагогических университетов часто создают электронные пособия для изучения каких-либо разделов учебных дисциплин, предлагают использование электронных квестов, игр, разнообразных специализированных программ для изучения того или иного предмета и т. д. Знания, умения и навыки, необходимые для таких методических разработок, а также опыт использования компьютера в обучении будущие учителя приобретают при изучении основ информатики и спецпредметов, иллюстрирующих применение программных средств в процессе преподавания дисциплин предметной подготовки.

С другой стороны, информационные технологии можно с успехом использовать в научно-исследовательской деятельности студентов педагогических университетов для получения некоторых мини-открытий в различных науках, и эти новые результаты, как правило, не связаны с методикой обучения тому или иному предмету. Например, существует множество программ, позволяющих решать специализированные математические задачи, но чаще всего решение таких научных задач требует от студентов специальной подготовки. Как правило, студенты-математики педагогических университетов на первом курсе изучают базовые математические дисциплины и основы информатики, поэтому не готовы к применению таких программ. Тем не менее организация научно-исследовательской деятельности будущих педагогов важна на любом этапе их обучения.

Таким образом, существует проблема выявления средств информационных технологий и направлений их использования для реализации научно-исследовательской работы будущих учителей математики, обучающихся на 1–2-м курсах. Более того, достаточно сложным является и поиск математической задачи, решение которой с помощью цифровых технологий привело бы к некоторым интересным результатам, обладающим элементами новизны. Выводы, полученные при исследовании перечисленных проблем, могут

иметь существенное значение для организации научно-исследовательской работы студентов-математиков младших курсов.

Различные подходы к решению проблемы создания организационно-методического обеспечения и реализации исследовательской деятельности обучающихся рассмотрены в работах А.В. Ястребова [2; 3], А.В. Ефанова, В.А. Федорова, Л.С. Приходько, А.С. Зуевой, К.В. Комаровой<sup>1</sup>, Г.Н. Лобовой [4], А.Ю. Горчаковой [5], М.В. Арсентьевой [6], О.С. Маметьевой, Н.Г. Супрун, Д.А. Халиковой [7] и других ученых. Применению цифровых технологий в формировании умений исследовательской деятельности при изучении математики посвящены публикации М.В. Шабановой [8], С.В. Ларина, В.Р. Майер, Т.О. Кочетковой, О.А. Карнаухова [9], И.С. Сафуанова, Э.Х. Галямовой [10], А.В. Букушевой [11], Р. Тхапа, Н. Дахал, Б. Пант [12] и многих других авторов. Большая часть этих ученых предлагает использовать при изучении математики в школе и вузе среду динамической математики GeoGebra.

В этой программе можно строить геометрические фигуры на плоскости и в пространстве, перемещать их, делать анимационные рисунки, что позволяет замечать закономерности в наблюдаемых геометрических явлениях, формулировать теоремы для последующего доказательства, подтверждать уже доказанные утверждения. За счет перемещения геометрических объектов в данной среде легко строить проекции изучаемых фигур на различные плоскости. Именно это простейшее свойство программ динамической математики можно с успехом использовать для исследовательской деятельности студентов.

Цель данного исследования состоит в выявлении направления исследований математического характера, реализация которых значительным образом опирается на особенности среды динамической математики GeoGebra.

**Методология.** Для достижения указанной цели необходимо осуществить анализ отечественной и зарубежной научной литературы, в которой отражаются теоретические основы организации научно-исследовательской работы студентов, изучается практический опыт реализации такой деятельности в различных вузах России, а также рассматриваются вопросы о применении цифровых технологий в формировании умений исследовательской деятельности обучающихся.

В процессе исследования применяются различные общенаучные методы, такие как обзор научной и методической литературы в области организации научно-исследовательской деятельности с применением информационных технологий, анализ некоторых особенностей сред динамической математики и их применения в геометрических исследованиях, методы визуализации математических объектов, методы экспериментальной математики, формулирование выводов и рекомендаций по итогам аналитической работы.

---

<sup>1</sup> *Ефанов А.В., Федоров В.А., Приходько Л.С., Зуева А.С., Комарова К.В.* Организация научно-исследовательской работы студентов в вузе: учебно-методическое пособие / науч. ред. В.А. Федоров. Екатеринбург: Российский государственный профессионально-педагогический университет, 2009. 144 с.

**Результаты и обсуждение.** Одной из форм всестороннего развития учащихся средней школы является их учебно-исследовательская или научно-исследовательская деятельность. Различие этих форм работы в том, что при выполнении учебно-исследовательской работы (УИР) учащиеся, применяя навыки исследовательской деятельности, открывают что-то новое для себя, но не для науки в целом, поскольку поставленная им задача, как правило, уже решена. Реализация научно-исследовательской работы (НИР) предполагает получение некоторых новых для науки фактов. На самом деле это деление на УИР и НИР достаточно условно. Например, некоторая научная проблема может быть уже решена учеными в целом с использованием сложного аппарата, недоступного пониманию учащихся, а школьник рассматривает частный случай решения этой общей задачи, опираясь на более доступные ему методы исследования. Ясно, что в такой ситуации можно говорить о выполнении учащимся как учебно-исследовательской, так и научно-исследовательской работы.

Ключевую роль в реализации учащимися УИР и НИР играет руководитель, который должен не только поставить задачу проводимого исследования, но и предвидеть пути ее решения. Очевидно, что для этого учитель, осуществляющий руководство НИР школьников, сам должен обладать соответствующей подготовкой. В связи с этим освоение методов и получение навыков УИР и НИР, способствующих формированию умений, позволяющих педагогам руководить УИР и НИР школьников, играет важнейшую роль в обучении будущих учителей.

Структура учебно-исследовательской работы и научно-исследовательской работы студентов подробно рассмотрена в работе Г.Н. Лобовой [4]. В своем исследовании автор выделяет два этапа в овладении учебно-исследовательской работой студентов (УИРС): УИРС-1 и УИРС-2. На первом этапе студенты овладевают основными элементами исследовательской деятельности при изучении фундаментальных дисциплин. На втором – используется более широкий круг элементов исследовательской деятельности, и такая деятельность осуществляется при изучении дисциплин общепрофессионального цикла. В ходе выполнения учебно-исследовательской работы часто решается стандартная задача с использованием выбранных преподавателем средств и технологий, под его непосредственным контролем.

Научно-исследовательская работа заключается в том, что студент рассматривает реальную научную задачу, получая в итоге новый результат исследования. Для решения научно-исследовательских задач необходимо применять знания и умения из различных учебных дисциплин, что обеспечивает их глубокое усвоение. Научно-исследовательская работа дает возможность студентам творчески решать научные задачи, развивает аналитическое мышление, является средством их профессионального становления. Следует отметить, что деление исследовательской работы студентов на НИР и УИР условно. Научная работа может быть выполнена студентом на любом этапе обучения [5]. Для будущих педагогов такая работа важна тем, что они учатся видеть проблемную ситуацию, формулировать задачу, ставить цели исследования, приобретают соответствующие навыки.

Цифровая трансформация образования значительным образом изменила организацию научно-исследовательской работы как в среднем, так и высшем образовании. В проведении математических исследований многие ученые [8–12] предлагают использовать богатые возможности систем динамической математики, такие как наглядность, поддержка экспериментального подхода в математике, тренировка геометрической интуиции, умения замечать закономерности, выдвигать гипотезы, самостоятельно формулировать задачи [13]. В данной работе основная роль этих программных продуктов заключается в визуализации рассматриваемого явления, на основе которой студент формулирует некоторое утверждение, а затем, используя доступный математический аппарат, обосновывает его истинность.

Воспринимаемое нами на экране монитора изображение является проекцией видимой части пространства на плоскость экрана. Различные перемещения изображенной совокупности пространственных фигур позволяют рассматривать сколь угодно много плоских проекций этих фигур на экран, зрительное восприятие которых способствует возникновению правильного пространственного образа изучаемых линий, поверхностей и тел. Наличие прямоугольной системы координат, например в программе GeoGebra, допускает задание геометрических объектов с помощью уравнений, что, в свою очередь, дает возможность получить уравнения их проекций на координатные плоскости. Благодаря этому становится актуальным использование в проводимых студентами исследованиях методов аналитической геометрии, математического анализа, а на старших курсах – и методов дифференциальной геометрии.

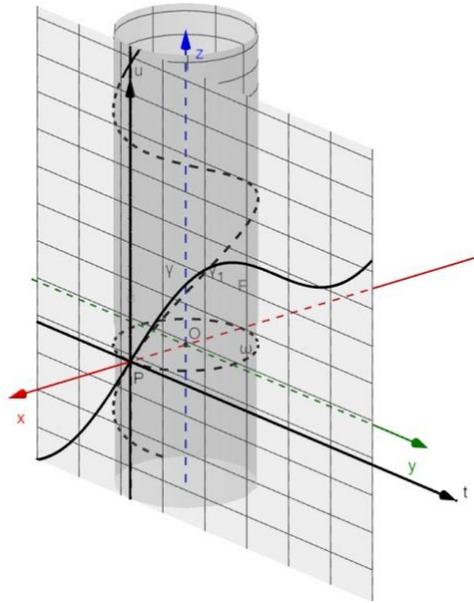
Отмеченные выше особенности систем динамической математики оправдывают выбор в качестве направления научно-исследовательской деятельности студентов 1–2-х курсов темы «Конструирование плоских кривых с помощью проектирования пространственных кривых на различные плоскости и исследование взаимосвязи свойств пространственных кривых и их проекций с использованием аппарата аналитической геометрии и математического анализа».

Пример одного из таких исследований представлен в [14], где проектирование сечений линейчатых поверхностей рассматривается как средство построения известных плоских кривых.

Другим исследованием в этом направлении является пространственное изучение элементов тригонометрии. Так, в [15] с помощью числового винта определяются понятия косинуса и синуса любого действительного числа, а также рассматривается построение графиков функций синус и косинус как ортогональных проекций числового винта на координатные плоскости его канонической системы координат.

Поскольку винтовая линия, проектируемая в [15], лежит на круговой цилиндрической поверхности, то естественным направлением движения в развитии озвученной выше идеи является «наматывание» плоской кривой на цилиндр и проектирование полученных таким образом кривых цилиндрической поверхности на координатные плоскости. Ясно, что для использования аналитических методов исследования конструируемых кривых необ-

ходимо уметь записывать уравнения этих линий. С этой целью удобно рассматривать круговой цилиндр  $F$  радиуса 1 с параметрическими уравнениями  $x = \cos t, y = \sin t$  (рис. 1).



**Рис. 1.** Визуализация «наматывания» плоской кривой  $\gamma$  на круговую цилиндрическую поверхность  $F$ , выполненная с помощью программы GeoGebra

**Figure 1.** Visualization of the “winding” of a plane curve  $\gamma$  on a cylindrical surface  $F$ , made using the GeoGebra program

Источник: выполнен авторами.  
Source: made by the authors.

Пусть дана плоскость  $\sigma$  с прямоугольной системой координат  $Ptu$ , касающаяся цилиндра  $F$  по оси  $Pu$ , причем точка  $P$  лежит на оси  $Ox$ . При «наматывании» плоскости  $\sigma$  на цилиндр  $F$  кривая  $\gamma$ , лежащая в плоскости  $\sigma$  и заданная уравнением  $u = f(t)$  в системе координат  $Ptu$ , образует кривую  $\gamma_1$  на цилиндрической поверхности. Легко увидеть, что параметрические уравнения линии  $\gamma_1$  имеют вид

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = f(t) \end{cases} . \text{ Очевидно, что ортогональные}$$

проекция кривой  $\gamma_1$  на координатные плоскости  $Oxz$  и  $Oyz$  определяются уравнениями  $\begin{cases} x = \cos t \\ z = f(t) \end{cases}$  и  $\begin{cases} y = \sin t \\ z = f(t) \end{cases}$  соответственно. Рассмотренный алгоритм

действий позволяет строить и исследовать различные кривые цилиндрической поверхности и их плоские проекции. Примеры реализации этого алгоритма представлены в [16].

Описанный подход к построению кривых позволяет предложить достаточно широкий спектр вопросов, которые можно рекомендовать к изучению в рамках научно-исследовательских работ как студентов 1–2-х курсов, так

и учащихся старших классов. Например, интерес для исследования представляют следующие темы:

1. Конструирование функций с заданными свойствами.
2. Конструирование замощений цилиндрической поверхности и плоских бордюров.
3. Конструирование замкнутых кривых цилиндрической поверхности и плоских замкнутых кривых.
4. Конструирование и исследование плоских кривых, имеющих асимптотические синусоиды.

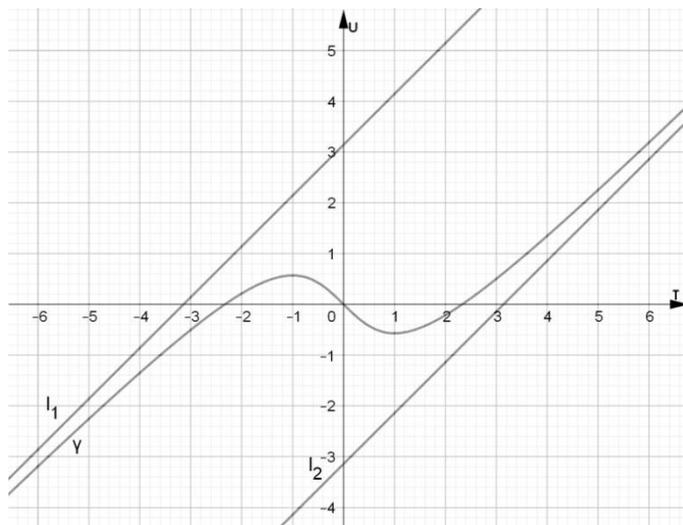
Раскроем для примера основную идею последней темы. Если  $\gamma$  – это плоская кривая, имеющая наклонную асимптоту  $l$ , то при «наматывании» на цилиндр они образуют кривую  $\gamma_1$  и винтовую линию  $l_1$ . Проекциями этих линий цилиндрической поверхности на координатные плоскости  $Oxz$  и  $Oyz$  являются кривые  $\gamma_y$  и  $\gamma_x$ , а также синусоиды  $l_y$  и  $l_x$  соответственно. Синусоиды  $l_y$  и  $l_x$  можно назвать асимптотическими для кривых  $\gamma_y$  и  $\gamma_x$  соответственно.

Например, график функции  $u = t - 2\arctgt$  имеет две наклонные асимптоты с уравнениями  $u = t \pm \pi$  (рис. 2). После «наматывания» этих линий на круговой цилиндр и проектирования на координатные плоскости  $Oxz$  и  $Oyz$

получаем кривые  $\gamma_y : \begin{cases} x = \cos t, \\ z = t - 2\arctgt \end{cases}$  и  $\gamma_x : \begin{cases} y = \sin t, \\ z = t - 2\arctgt, \end{cases}$  а также их асимптотические синусоиды  $l_y: x = -\cos z$  и  $l_x: y = -\sin z$  соответственно (рис. 3 и 4).

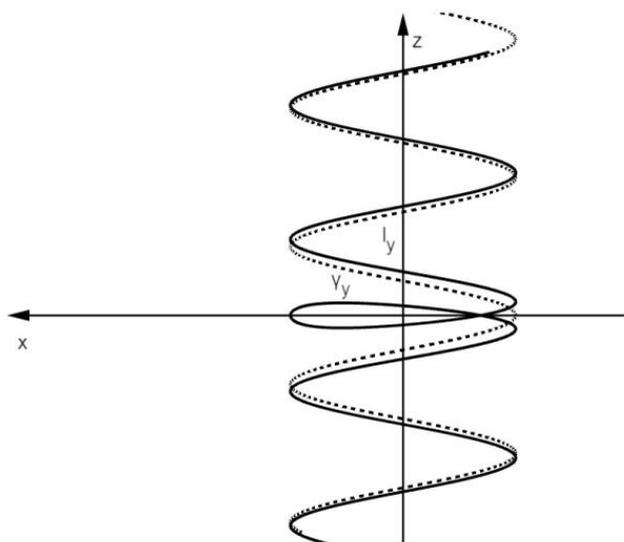
Можно заметить, что при «наматывании» на круговой цилиндр две асимптоты с уравнениями  $u = t \pm \pi$  отображаются на одну и ту же винтовую линию.

Ясно, что помимо непосредственного конструирования кривых, имеющих асимптотические синусоиды, требуется поставить ряд вопросов, необходимых для дальнейшего исследования, например о применении рассматриваемых кривых, об их классификации и т. д.



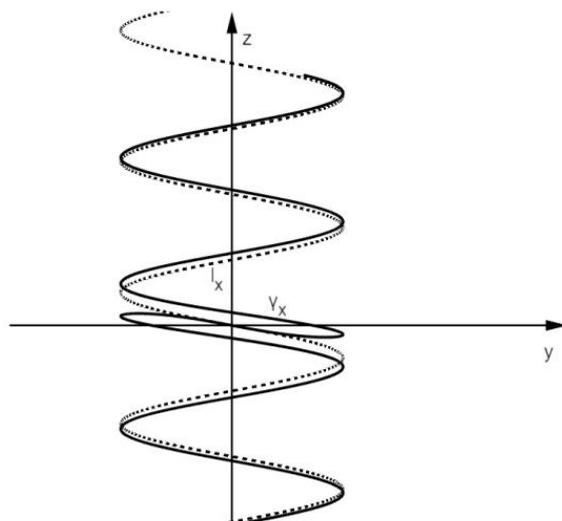
**Рис. 2.** График функции  $u = t - 2\arctgt$  и его асимптоты  
**Figure 2.** Graph of a function  $u = t - 2\arctgt$  and its asymptotes

Источник: выполнен авторами.  
 Source: made by the authors.



**Рис. 3.** Проекция на координатную плоскость  $Oxz$  линии цилиндрической поверхности, полученной «наматыванием» на цилиндр графика функции  $u = t - 2\arctgt$ , и ее асимптотическая синусоида  
**Figure 3.** Projection onto the coordinate plane  $Oxz$  of the line of the cylindrical surface obtained by “winding” the graph of the function  $u = t - 2\arctgt$  on the cylinder, and projection’s asymptotic sinusoid

Источник: выполнен авторами.  
Source: made by the authors.



**Рис. 4.** Проекция на координатную плоскость  $Oyz$  линии цилиндрической поверхности, полученной «наматыванием» на цилиндр графика функции  $u = t - 2\arctgt$ , и ее асимптотическая синусоида  
**Figure 4.** Projection onto the coordinate plane  $Oyz$  of the line of the cylindrical surface obtained by “winding” the graph of the function  $u = t - 2\arctgt$  on the cylinder, and projection’s asymptotic sinusoid

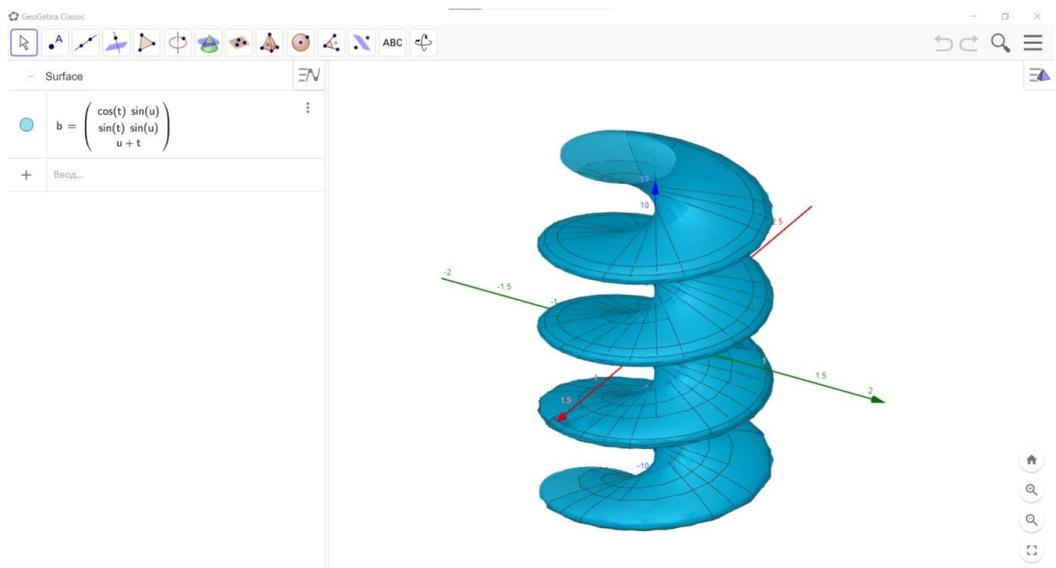
Источник: выполнен авторами.  
Source: made by the authors.

Дальнейшее развитие идеи применения проектирования в качестве инструмента конструирования плоских кривых возможно за счет увеличения размерности пространства, в которое вложены проектируемые фигуры. В этом случае уникальным для использования системы GeoGebra является четырехмерное евклидово пространство, геометрические объекты которого можно

проектировать на трехмерные координатные гиперплоскости, а фигуры трехмерного пространства уже легко визуализировать с помощью систем динамической математики. Такой подход позволяет строить не только пространственные кривые, но и поверхности. Рассмотрим пример конструирования поверхностей описанным выше способом.

Уравнение  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  задает в четырехмерном евклидовом пространстве с прямоугольной системой координат  $Oxyzv$  трехмерный цилиндр  $F$ , образующими которого являются прямые, параллельные оси  $Ov$ . Параметрические уравнения такого цилиндра:  $x = \cos t \sin u$ ;  $y = \sin t \sin u$ ;  $z = \cos t$ ;  $v = v$ .

Ясно, что любая поверхность, заданная параметрическими уравнениями  $x = \cos t \sin u$ ;  $y = \sin t \sin u$ ;  $z = \cos t$ ;  $v = v(t, u)$ , лежит на данном трехмерном цилиндре.



**Рис. 5.** Визуализация проекции  $F_z$  поверхности  $F$  на координатную гиперплоскость  $Oxy$ , выполненная с помощью программы GeoGebra

**Figure 5.** Visualization of the projection  $F_z$  of the surface  $F$  onto the coordinate hyperplane  $Oxy$ , performed using the GeoGebra program

*Источник:* выполнен авторами.  
*Source:* made by the authors.

Например, рассмотрим поверхность  $F$ :  $x = \cos t \sin u$ ;  $y = \sin t \sin u$ ;  $z = \cos t$ ;  $v = t + u$  и ее проекцию  $F_z$  на координатную гиперплоскость  $Oxy$ . Эта проекция  $F_z$  задается уравнениями  $x = \cos t \sin u$ ;  $y = \sin t \sin u$ ;  $v = t + u$ . Визуализация проекции  $F_z$  поверхности  $F$  на координатную гиперплоскость  $Oxy$ , выполненная с помощью программы GeoGebra (рис. 5), позволяет выдвинуть гипотезу о том, что поверхность  $F_z$  образована движением окружности, которая вращается вокруг оси  $Ov$  в плоскости, параллельной координатной плоскости  $Oxy$ , и одновременно с этим равномерно поступательно перемещается вдоль оси  $Ov$ . Это утверждение действительно является справедливым. Его доказательство является составной частью исследовательской деятельности студента, занимающегося конструированием поверхностей описанным выше способом. Очевидно, что такое исследование должно включать

в себя математический эксперимент, вариативность в котором достигается как за счет изменения функции  $v = v(t, u)$ , так и за счет выбора координатной гиперплоскости, на которую осуществляется проектирование фигуры  $F$ . Важнейшую роль в этом эксперименте играет применение системы динамической математики GeoGebra.

**Заключение.** Результаты, полученные в работе, имеют практическое значение для реализации научно-исследовательской работы будущих учителей математики. По представленному направлению исследования студенты Самарского филиала Московского городского педагогического университета ежегодно выступают с докладами на различных студенческих научных конференциях, проводимых как внутри университета, так и вне его стен, например на Областной студенческой научной конференции Самарской области. В ходе подобной практической деятельности подтверждено повышение эффективности подготовки студентов в области математики в условиях внедрения описанного подхода к использованию средств информатизации образования.

В работе описаны особенности конструирования и изучения геометрических объектов с использованием среды динамической математики GeoGebra, что легло в основу нескольких научно-исследовательских работ студентов младших курсов. При проведении всех исследований существенное значение имеет применение среды GeoGebra для визуализации кривых и поверхностей. Исследуемое средство информатизации обучения студентов позволяет построить изучаемые геометрические фигуры и выявить их предполагаемые свойства, которые, разумеется, должны быть обоснованы путем логических рассуждений. Указанный подход способствует существенному повышению подготовки студентов в области высшей математики.

### Список литературы

- [1] *Гриникун В.В., Краснова Г.А.* Развитие образования в эпоху четвертой промышленной революции // Информатика и образование. 2017. № 1 (280). С. 42–45.
- [2] *Ястребов А.В.* Моделирование научных исследований как средство оптимизации обучения студента педагогического вуза: дис. ... д-ра пед. наук. Ярославль, 1997. 386 с.
- [3] *Ястребов А.В.* Обучение математике в вузе как модель научных исследований. Ярославль: Ярославский государственный педагогический университет имени К.Д. Ушинского, 2017. 306 с.
- [4] *Лобова Г.Н.* Теоретические и технологические основы профессиональной подготовки студентов к научно-исследовательской деятельности: автореф. дис. ... д-ра пед. наук. М., 2002. 40 с.
- [5] *Горчакова А.Ю.* К вопросу о значении научно-исследовательской деятельности в педагогическом вузе в подготовке будущих учителей // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 4. С. 32.
- [6] *Арсентьева М.В.* Особенности научно-исследовательской работы студентов младших курсов обучения // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2017. № 11–2. С. 208–210.
- [7] *Маметьева О.С., Супрун Н.Г., Халикова Д.А.* Научно-исследовательская работа студентов вуза: результативность и проблемы организации // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 1. С. 8.

- [8] Шабанова М.В., Овчинникова Р.П., Ястребов А.В., Павлова М.А., Томилова А.Е., Форкунова Л.В., Удовенко Л.Н., Новоселова Н.Н., Фомина Н.И., Артемьева М.В., Ширикова Т.С., Безумова О.Л., Котова С.Н., Паршьева В.В., Патронова Н.Н., Чиркова Л.Н., Тепляков В.В. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография. Москва: Издательский дом Академии естествознания, 2016. 300 с. <http://doi.org/10.17513/np.141>
- [9] Ларин С.В., Майер В.Р., Кочеткова Т.О., Карнаухова О.А. Особенности создания и использования компьютерных анимационных рисунков в обучении математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета имени В.П. Астафьева. 2020. № 1 (51). С. 6–14. <http://doi.org/10.25146/1995-0861-2020-51-1-178>
- [10] Сафуанов И.С., Галямова Э.Х. Влияние современных информационных технологий на методы, формы и средства осуществления методической подготовки будущего учителя математики // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2011. № 2. С. 86–90.
- [11] Букушева А.В. Исследовательское обучение геометрии в вузе с использованием интерактивной геометрической среды // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе: материалы IX Международной научно-практической конференции, Барнаул, 17–18 октября 2017 г. Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2017. С. 139–142.
- [12] Thapa R., Dahal N., Pant B. GeoGebra Integration in high school mathematics: an experiential exploration on concepts of circle // *Mathematics Teaching Research Journal*. 2023. Vol. 15. No. 1. Pp. 1–17.
- [13] Ярошевич В.И. Использование систем динамической математики в проектной деятельности учащихся // Электронные библиотеки. 2020. Т. 23. № 1–2. С. 231–238. <http://doi.org/10.26907/1562-5419-2020-23-1-2-231-238>
- [14] Севастьянова А.А. Проектирование сечений линейчатых поверхностей как средство построения известных плоских кривых // День науки: сборник статей XX Студенческой научной конференции. Самара: МГПУ, 2019. С. 71–72.
- [15] Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н. Проектирование как инструмент пространственного изучения элементов тригонометрии // Математика в школе. 2019. № 3. С. 13–26.
- [16] Кривенкова А.С. Конструирование плоских кривых с помощью проектирования кривых цилиндрической геометрии // День науки: сборник статей XXII Студенческой научной конференции. Самара: МГПУ, 2021. С. 124–127.

## References

- [1] Grinshkun VV, Krasnova GA. The development of education in the era of the Fourth Industrial Revolution. *Informatics and Education*. 2017;(1):42–45. (In Russ.)
- [2] Yastrebov AV. Modeling of scientific research as a means of optimizing a pedagogical university students' training (Doctor of Pedagogical Sciences dissertation). Yaroslavl; 1997. (In Russ.)
- [3] Yastrebov AV. Teaching mathematics at the university as a model for scientific research. Yaroslavl: Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky; 2017. (In Russ.)
- [4] Lobova GN. Theoretical and technological foundations of professional training of students for research activities (Doctor of Pedagogical Sciences abstract). Moscow; 2002. (In Russ.)
- [5] Gorchakova AYU. To the question of value it is scientific-research activity in pedagogical higher education institution in training of future teachers. *Modern Problems of Science and Education*. 2018;(4):32. (In Russ.)
- [6] Arsentieva MV. Features of scientific-research work of students of younger courses of study. *Proceedings of the TSU. Engineering Sciences*. 2017;11(2):208–210. (In Russ.)

- [7] Mameteva OS, Suprun NG, Khalikova DA. Research work of the high school students: performance and problems of the organization. *Modern Problems of Science and Education*. 2018;(1):8. (In Russ.)
- [8] Shabanova MV, Ovchinnikova RP, Yastrebov AV, Pavlova MA, Tomilova AE, Forkunova LV, Udovenko LN, Novoselova NN, Fomina NI, Artemeva MV, Shirikova TS, Bezumova OL, Kotova SN, Parsheva VV, Patronova NN, Chirkova LN, Teplyakov VV. *Experimental mathematics at school. Inquiry-based learning*. Moscow: Publishing House of the Academy of Natural History; 2016. (In Russ.) <http://doi.org/10.17513/np.141>
- [9] Larin SV, Mayer VR, Kochetkova TO, Karnaukhova OA. Special features in creation and application of computer animated images in teaching mathematics. *Bulletin of Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev*. 2020;(1):6–14. (In Russ.) <http://doi.org/10.25146/1995-0861-2020-51-1-178>
- [10] Safuanov IS, Galyamova EK. The influence of modern information technologies on methods, forms and means of implementation of methodological training for future teacher of mathematics. *Bulletin of the Moscow City University. Series: Informatics and Informatization of Education*. 2011;(2):86–90. (In Russ.)
- [11] Bukusheva AV. Inquiry-based teaching of geometry at a university using an interactive geometric environment. *Actual Problems of the Development of Mathematical Education at School and University: Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference, Barnaul, 17–18 October 2017*. Barnaul: Altai State Pedagogical University; 2017. p. 139–142. (In Russ.)
- [12] Thapa R, Dahal N, Pant B. GeoGebra integration in high school mathematics: an experiential exploration on concepts of circle. *Mathematics Teaching Research Journal*. 2023;15(1):1–17.
- [13] Yaroshevich VI. Using systems of dynamic mathematics in project work of school students. *Russian Digital Libraries Journal*. 2020;23(1–2):231–238. (In Russ.) <http://doi.org/10.26907/1562-5419-2020-23-1-2-231-238>
- [14] Sevastyanova AA. Designing sections of ruled surfaces as a means of constructing known plane curves. *Science Day: Collection of Articles of the XX Student Scientific Conference*. Samara: MCU; 2019. p. 71–72. (In Russ.)
- [15] Bogdanova EA, Bogdanov PS, Bogdanov SN. Engineering as a tool of spatial study of trigonometry elements. *Mathematics in School*, 2019;(3):13–26. (In Russ.)
- [16] Krivenkova AS. Planar curve design using cylindrical geometry curve design. *Science Day: Collection of Articles of the XXII Student Scientific Conference*. Samara: MCU; 2021. p. 124–127. (In Russ.)

### Сведения об авторах:

*Богданова Елена Анатольевна*, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Российская Федерация, 443086, Самара, Московское шоссе, д. 34. ORCID: 0000-0002-0274-2695. E-mail: bogdanovaea2014@gmail.com

*Богданов Павел Сергеевич*, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладных математики и физики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Российская Федерация, 443086, Самара, Московское шоссе, д. 34. ORCID: 0000-0002-8139-1386. E-mail: poulsmb@rambler.ru

*Богданов Сергей Николаевич*, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и информатики, Московский городской педагогический университет, Самарский филиал, Российская Федерация, 443081, Самара, ул. Стара Загора, д. 76. ORCID: 0000-0001-6119-3529. E-mail: bogdanovsan@rambler.ru

**Bio notes:**

*Elena A. Bogdanova*, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Samara National Research University, 34 Moskovskoye Shosse, Samara, 443086, Russian Federation. ORCID: 0000-0002-0274-2695. E-mail: bogdanovaea2014@gmail.com

*Pavel S. Bogdanov*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Physics, Samara National Research University, 34 Moskovskoye Shosse, Samara, 443086, Russian Federation. ORCID: 0000-0002-8139-1386. E-mail: poulsmb@rambler.ru

*Sergey N. Bogdanov*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Higher Mathematics and Informatics, Moscow City University, Samara branch, 76 Stara Zagora St, Samara, 443081, Russian Federation. ORCID: 0000-0001-6119-3529. E-mail: bogdanovsan@rambler.ru