БАЗОВЫЕ ПОНЯТИЯ ИНФОРМАТИКИ В СОДЕРЖАНИИ ОБУЧЕНИЯ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.С. Корнилов

Кафедра информатизации образования
Московский городской педагогический университет
Шереметьевская ул., 29, Москва, Россия, 127521

В статье обращается внимание на выявление междисциплинарных связей прикладной математики и информатики при обучении студентов высших учебных заведений физико-математических и естественно-научных направлений подготовки обратным задачам для дифференциальных уравнений. При таком обучении у студентов развиваются творческие способности, формируются не только научное мировоззрение и фундаментальные знания в области теории и практики обратных задач, но и система знаний о базовых понятиях информатики как научной дисциплины.

Ключевые слова: обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений, прикладная математика, информатика, междисциплинарные связи, педагогические технологии, студент

В настоящее время с развитием информатики как научной дисциплины завоевывает новые позиции в различных областях человеческой деятельности информационно-математическое моделирование как один из важных инструментов познания окружающего мира. Неудивительно, что сегодня проявляется большой интерес к развитию методических систем обучения информатике в вузе, в процессе которого студенты осваивают инновационные методы научного познания происходящих различных информационных процессов. Большой вклад в развитие методики обучения информатике студентов высших учебных заведений внесли исследования Е.Ы. Бидайбекова, С.Г. Григорьева, В.В. Гриншкуна, А.П. Ершова, О.Ю. Заславской, К.К. Колина, А.А. Кузнецова, М.П. Лапчика, И.В. Левченко, А.Ю. Уварова, Е.К. Хеннера, М.В. Швецкого и других авторов.

Очевидно, что будущим специалистам различных специальностей, в том числе в области прикладной математики, необходимо не только владеть концепциями и методами информационно-математического моделирования, но и иметь представление об инструментарии, применяемом при моделировании.

Одним из передовых направлений современной прикладной математики является теория и практика обратных задач для дифференциальных уравнений, которая стремительно развивается с середины 60-х годов прошлого века. Данное научное направление прикладной математики находит свое развитие в работах А.В. Баева, П.Н. Вабишевича, А.О. Ватульяна, В.В. Васина, А.М. Денисова, С.И. Кабанихина, М.М. Лаврентьева, Г.И. Марчука, Д.Г. Орловского, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н. Тихонова, В.А. Чеверды, В.Г. Чередниченко, В.А. Юрко, А.Г. Яголы, В.Г. Яхно и других авторов. С помощью теории и методологии обратных задач для дифференциальных уравнений могут успешно исследоваться прикладные задачи физики, геофизики, сейсмологии, морских природных катастроф, химии, обработки фотоизображений, медицины, экономики, экологии, промышленности, астрономии, астрофизики и других областей (табл. 1).

Обратные задачи широко применяются в прикладной математике в таких разделах, как алгебра, анализ, геометрия, обыкновенные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения в частных производных, интегральные уравнения, операторные уравнения, оптимальное управление и в других разделах прикладной математики (табл. 2).

Стремительное развитие теории и практики обратных задач для дифференциальных уравнений во многом обусловлено возможностью эффективного исследования свойств труднодоступных или недоступных человеку объектов и процессов различной природы, определения их местоположения, формы, структуры включений и т.д., выявления их причинно-следственных связей с использованием современных информационных и телекоммуникационных технологий. По мнению В.Г. Романова, высказанному им еще в 1971 г., теория обратных задач является информационной и предполагает информационно-математическую обработку информации о решении исследуемой прикладной задачи [9]. Поэтому знание основ теории и методологии обратных задач является важным фактором формирования и развития информационного мышления у студентов вузов физико-математических и естественнонаучных направлений подготовки.

Неслучайно в настоящее время во многих высших учебных заведениях России для студентов физико-математических и естественно-научных направлений подготовки преподаются специальные учебные курсы по обратным задачам для дифференциальных уравнений, содержание которых разрабатывается на основе передовых достижений теории и практики обратных задач [2; 3; 6—12; 15—19; 22—24].

В процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений исследуются различные математические модели обратных задач при помощи аналитических и численных методов, реализуются междисциплинарные связи таких учебных дисциплин, как анализ, алгебра, геометрия, дифференциальные уравнения (обыкновенные или в частных производных), интегральные уравнения, численные методы, информатика и другие учебные дисциплины.

Современная прикладная математика характеризуется такими чертами, как анализ математических моделей, распределение идей оптимальности, повышение роли общих математических структур, алгоритмизация, усиление делового характера, гуманитаризация и другие черты [4; 12; 13]. В связи с этим реализация междисциплинарных связей в процессе обучения обратным задачам обуславливается необходимостью интеграции как естественно-научных, так и гуманитарных знаний, которая позволяет не только сформировать у студентов систему фундаментальных знаний в области обратных задач, осмыслить их познавательный и гуманитарный потенциал, осмыслить гносеологические процессы в прикладной математике, но и выявить базовые понятия информатики как научной дисциплины [1; 4—8; 11; 12; 14; 20—24]. К таким базовым понятиям информатики относятся: информация, моделирование, формализация, алгоритмизация, вычислительный эксперимент, синтаксис, семантика, компьютерная графика, информационные технологии и другие базовые понятия информатики.

Таблица 1

Обратные задачи для дифференциальных уравнений в некоторых предметных областях

<table>
<tr><td colspan="3">Физика</td><td colspan="2">Химия</td><td colspan="2">Биология</td><td colspan="3">Медицина</td><td colspan="3">Геофизика</td></tr>
<tr><td>Квантовая теория рассеяния</td><td>Электродинамика</td><td>Акустика</td><td>Сорбция</td><td>Молекулярная химия</td><td>Исследование популяций</td><td>Анализ молекул</td><td>УЗИ</td><td>ЯМР-томография</td><td>Рентген</td><td>Сейсмика</td><td>Электроразведка</td><td>Гравиразведка и магниторазведка</td></tr>
<tr><td colspan="3">Экономика</td><td colspan="5">Экология</td><td colspan="5">Промышленность</td></tr>
<tr><td>Оптимальное управление</td><td colspan="2">Финансовая математика</td><td>Дистанционное зондирование</td><td>Радары, лазеры</td><td colspan="3">Диагностика состояния воздуха, воды, земной поверхности</td><td>Дефектоскопия</td><td>Неразрушающий контроль</td><td colspan="3">Управление технологическими процессами</td></tr>
</table>

Таблица 2

Обратные задачи для дифференциальных уравнений в некоторых разделах прикладной математики

<table>
<tr><td colspan="3">Алгебра</td><td colspan="2">Анализ</td><td colspan="3">Геометрия</td><td colspan="4">Операторные уранения</td></tr>
<tr><td>Несовместные системы</td><td>Плохо обусловленные системы</td><td>Вырожденные системы</td><td>Дифференцирование</td><td>Интерполяция</td><td>Восстановление функций по интегралам</td><td>Восстановление функций по прямым</td><td>Восстановление функций по окружностям</td><td colspan="2">Обращение компактных операторов</td><td colspan="2">Нелинейные операторные уравнения</td></tr>
<tr><td colspan="2">ОДУ</td><td colspan="4">Уравнения в частных производных</td><td colspan="5">Интегральные уравнения</td><td>Оптимальное управление</td></tr>
<tr><td>Обратная задача рассеяния</td><td>Спектральные обратные задачи</td><td>Гиперболические</td><td>Параболические</td><td>Эллиптические</td><td>Интегродифференциальные</td><td>Уравнения Вольтерра</td><td>Уравнения Фредгольма</td><td>Нелинейные интегральные уравнения</td><td>Задача Радона</td><td>Интегральная геометрия</td><td>Градиентные методы</td></tr>
</table>

Содержание обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений студентов вузов во многом определяется их профессиональной направленностью подготовки. В процессе такого обучения студенты исследуют различные математические модели обратных задач, использующие как обыкновенные дифференциальные уравнения, так и уравнения в частных производных.

В качестве примера для простоты изложения рассмотрим одномерную обратную задачу для гиперболического уравнения, входящую в содержание обучения обратным задачам [11].

В области $x \geq 0$, $t > 0$ рассматривается уравнение в частных производных второго порядка гиперболического типа

$$U_{tt} = a(x)U_{xx},\ a(x) > 0,\ x > 0,\ t > 0 \tag{1}$$

с начальными и граничными условиями

$$U|_{t<0} \equiv 0,\ U_x|_{x=0} = \alpha \cdot \delta(t)\ (t > 0). \tag{2}$$

В (1), (2) $U = U(x, t)$, $U_{tt} = \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}U$, $U_{xx} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}U$, $a(x)$ — неизвестная функция, $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака, α — заданная константа.

От студентов требуется из соотношений (1), (2) определить неизвестную функцию $a(x)$ (переменный коэффициент уравнения (1)) по дополнительной информации о решении прямой задачи (1), (2) вида

$$U(0, t) = f(t),\ t > 0. \tag{3}$$

Необходимо отметить, что в процессе обучения студенты получают сведения о том, что математические модели обратных задач для дифференциальных уравнений и в частности математическая модель (1)—(3), являются универсальными и способны описывать процессы различной природы. И этот универсализм повышает познавательный потенциал таких математических моделей. Студентам объясняется, что математические модели обратных задач являются универсальными, когда они носят синтаксический характер, когда семантика, содержательные знания и смысл моделируемого процесса остаются вне этой математической модели. В этом случае затруднительно сделать вывод о том, какой конкретно процесс описывается этой моделью.

Действительно, если в (1) функция $U(x, t)$ — смещение струны от положения равновесия, x — длина струны, t — время, а коэффициент $a = \sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$, где T — натяжение струны, а ρ — плотность струны, то уравнение (1) может описывать малые поперечные колебания струны без воздействия внешних сил. Если же в (1) $U(x, t)$ — продольное смещение в момент времени t элемента стержня с координатой x от своего положения равновесия, $a = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$, где E — модуль Юнга материала стерня, ρ — плотность стержня, то (1) будет описывать продольные колебания стержня постоянного поперечного сечения. Теперь пусть $U(x, t)$ — напряжение или сила тока в момент времени t на элементах проводов, имеющих координату x, $a=\sqrt{\frac{1}{LC}}$, где L и C — распределенные индуктивность и емкость проводов на единицу длины. Тогда (1) будет уже описывать распространение электрических возмущений в линии при отсутствии потерь.

И еще один пример. Пусть $U(x, t)$ — напряженность электрического или магнитного полей, $a=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, где c — скорость света в вакууме, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно. В этом случае уравнение (1) описывает плоские электромагнитные волны в непроводящих средах.

Учитывая эти замечания, студенты осознают, что методы исследования математических моделей обратных задач, их познавательный потенциал могут быть использованы при исследовании разнообразных по природе прикладных задач.

Теперь вернемся к обратной задаче (1)—(3) и для наглядности изложим вкратце схему ее исследования, которую осваивают студенты в процессе ее решения. При исследовании прямой задачи (1), (2) полагается, что $a(x)$ известная дважды непрерывно дифференцируемая функция в области $x \geq 0$. Прежде всего студентам необходимо свести гиперболическое уравнение (1) к гиперболическому уравнению с единичными коэффициентами при старших производных.

Вначале вводится переменная y по формуле

$$y=\tau(x),\ \tau(x)=\int_0^x \frac{d\xi}{\sqrt{a(\xi)}}. \tag{4}$$

Производные от функции $U=U(\tau^{-1}(y), t)$ по переменной x выражаются через производные по переменной y с помощью формул

$$\left.\begin{aligned} U_x &= \frac{1}{\sqrt{a(x)}}U_y, \\ U_{xx} &= \frac{1}{a(x)}U_{yy}-\frac{a'(x)}{2\sqrt{a^3(x)}}U_y,\ x=\tau^{-1}(y) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

В (5) $\tau^{-1}(y)$ — функция, обратная к функции $\tau(x)$.

Переменная x всегда может быть выражена через переменную y, так как

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\sqrt{a(x)}}>0,$$

и тогда $y=\tau(x)$ — монотонно возрастающая функция.

Подставляя (5) в (1), получим уравнение для функции U в новых переменных (y, t)

$$U_{tt}=U_{yy}-\frac{a'(\tau^{-1}(y))}{2\sqrt{a(\tau^{-1}(y))}}U_y, \tag{6}$$

$$a'(\tau^{-1}(y)) = \frac{d}{d\tau^{-1}(y)} a(\tau^{-1}(y)).$$

Теперь введем новую функцию

$$V(y,\ t) = \frac{U(\tau^{-1}(y),\ t)}{S(y)}, \tag{7}$$

причем функция $S(y)$ подбирается из условия, чтобы уравнение для функции $V(y, t)$ имело вид (8)

$$V_{tt} = V_{yy} + g(y)V,\ y > 0,\ t \in R, \tag{8}$$

где функция $g(y)$ определится в дальнейшем.

Выразим производные от функции $U(\tau^{-1}(y), t)$ через производные от функции V:

$$\left.\begin{aligned} U_{tt} &= S(y)V_{tt}, \\ U_y &= S(y)V_y + S'(y)V, \\ U_{yy} &= S(y)V_{yy} + 2S'(y)V_y + S''(y)V. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Тогда из (8) нетрудно получить следующее уравнение:

$$\begin{aligned} V_{tt} = V_{yy} &+ \left(\frac{2\,S'(y)}{S(y)} - \frac{a'(\tau^{-1}(y))}{2\sqrt{a(\tau^{-1}(y))}} \right) V_y + \\ &+ \left(\frac{S''(y)}{S(y)} - \frac{a'(\tau^{-1}(y))}{2\sqrt{a(\tau^{-1}(y))}} \cdot \frac{S'(y)}{S(y)} \right) V. \end{aligned} \tag{10}$$

Вид функции $S(y)$ выбирается из условий

$$2\frac{S'(y)}{S(y)} - \frac{a'(\tau^{-1}(y))}{2\sqrt{a(\tau^{-1}(y))}} = 0,\ S(+0) = 1 \tag{11}$$

и, следовательно,

$$S(y) = \exp\left(\frac{1}{4} \int\limits_{+0}^{y} \frac{a'(\tau^{-1}(\xi))}{\sqrt{a(\tau^{-1}(\xi))}} d\xi \right) = \sqrt[4]{\frac{a(\tau^{-1}(y))}{a(+0)}}. \tag{12}$$

Тогда уравнение (10) принимает вид (8), где коэффициент $g(y)$, с учетом (11) имеет вид

$$g(y) = \left(\frac{S'(y)}{S(y)} \right)_y^{/} - \left(\frac{S'(y)}{S(y)} \right)^2. \tag{13}$$

Условия (2) в терминах функции $V(y, t)$ принимают вид

$$V\big|_{t<0} \equiv 0, \ \left(S'(y)V + V_y\right)\Big|_{y=0} = \sqrt{a(0)} \cdot \alpha \cdot \delta(t). \tag{14}$$

Таким образом, задача (1), (2) эквивалентна задаче (8), (14), в которой S, g определяются соотношениями (12), (13).

В дальнейшем выделив у функции V особенность

$$V(y, t) = \lambda(y)\theta(t - y) + V^*(y, t), \tag{15}$$

где $V^*(y, t)$ — непрерывная функция при переходе через поверхность $t = y$, а $\lambda(y)$ находится стандартным методом выделения особенностей [8; 10; 11; 22; 23] и равна

$$\lambda(y) = -\alpha \cdot \sqrt{a(0)} \equiv \gamma, \tag{16}$$

γ — некоторая постоянная.

Из (15) следует, что

$$V(y, y) = \gamma. \tag{17}$$

Так как $V \equiv 0$ при $t < y$ и $V = V^*$ при $t > y > 0$, то, как нетрудно заметить, задача (8), (14) эквивалентна следующей задаче

$$V_{tt} = V_{yy} + g(y)V, \ (y, t) \in D, \tag{18}$$

$$V(y, y) = \gamma, \ (S'(y)V + V_y)|_{y=0} = 0, \tag{19}$$

$$D = \{(y, t) | t > y > 0\}.$$

Исследование свойств функции $V(y, t)$, как решения прямой задачи (18), (19), может быть проведено по схеме, изложенной в [11]. В процессе реализации этой схемы исследования студентами выявляются важные свойства о функции $f(t)$ как о дополнительной информации о решении прямой задачи (1), (2),

$$f'(+0) - S'(+0)f(+0) = 0, f(+0) = \gamma,$$

которые позволяют вычислить $S'(+0)$ и $a(+0)$

$$S'(+0) = \frac{f'(+0)}{f(+0)}, \ a(+0) = \frac{f^2(+0)}{\alpha^2} \tag{20}$$

и приводят к необходимым условиям разрешимости обратной задачи

$$f(+0) = \gamma, f(+0) \neq 0,$$

$$\operatorname{sgn}(f(+0)) = -\operatorname{sgn}(\alpha). \tag{21}$$

По завершении исследования прямой задачи (18), (19) студенты выписывают дополнительную информацию о решении прямой задачи (18), (19), которая с учетом равенств (5), (7), (11) принимает вид

$$V(+0,\ t)=\left.\frac{U(\tau^{-1}(y),\ t)}{S(y)}\right|_{y=+0}=U(+0,\ t)=f(t), \tag{22}$$

и приступают к исследованию обратной задачи (18), (19), (22). Исследование данной обратной задачи представляет собой построение замкнутой системы соответствующих интегральных уравнений Вольтера второго рода и доказательство локальной теоремы существования и единственности и теоремы условной устойчивости обратной задачи. Для наглядности в целях краткости записи сформулируем данные теоремы без доказательств, с которыми можно ознакомиться в [11].

Определение. Решением обратной задачи (18), (19), (22) будем называть функцию $g(y)$ при $y > 0$ такую, что решение прямой задачи (18), (19), отвечающее этой функции, удовлетворяет дополнительному условию (22).

Теорема 1. Пусть $f(t) \in C^2(0,\ T)$ и удовлетворяет соотношениям (20), (21). Тогда если $T > 0$ и мало, то решение обратной задачи (18), (19), (22) существует, единственно и принадлежит классу $C\left[0,\ \frac{T}{2}\right]$.

Теорема 2. Пусть z, T — фиксированные положительные числа; для функции $f(t) \in C^2(0,\ T)$ выполнены соотношения (20), (21); функция $g(y)$ принадлежит классу непрерывных функций на отрезке $\left[0,\ \frac{T}{2}\right]$ и является решением обратной задачи (18), (19), (22) с информацией $f(t)$, $t \in (0,\ T)$. Тогда для достаточно малого $T > 0$ существует функция $a(x) \in L = \{a(x) \in C[0,\ z]\ |a(x) > 0\}$, являющаяся решением обратной задачи (1)—(3), где $z=\tau^{-1}\left(\frac{T}{2}\right)=\sqrt{a(+0)}\int\limits_0^{T/2} S^2(\xi)d\xi$, а $S(y)$ и $g(y)$ определяются формулой (13).

Пусть m, M, T — фиксированные положительные числа, $m \le M$, $\wp=\frac{T}{2\sqrt{m}}$. Обозначим через $Q\left(m,\ M,\ \sqrt{a(+0)}\right)$ — множество функций a из класса

$$\Lambda_1(m,\ M,\ \wp)=\left\{a(x)\in C^2[0,\ \wp]\ \Big|\ \|a\|_{C^2[0,\ \wp]} \le M,\ a(x)\ge m\right\}.$$

Теорема 3. Пусть функции $a \in Q\left(m,\ M,\ \sqrt{a(+0)}\right)$ соответствует информация $f(t) \in C^2(0,\ T)$ о решении прямой задачи (1), (2), а функции $\bar{a} \in Q\left(m,\ M,\ \sqrt{a(+0)}\right)$ —

информация $\bar{f}(t) \in C^2(0, T)$. Тогда для каждого $T > 0$ существует такая положительная постоянная $C = C\left(m, M, T, \sqrt{a(+0)}\right)$, что

$$\left\|a(x) - \bar{a}(x)\right\|_{C[0, L]} \le C \cdot \left\|f(t) - \bar{f}(t)\right\|_{C^2[0, T]}, \; L = \frac{T \cdot \sqrt{M}}{2}.$$

Последующий анализ прикладных и гуманитарных аспектов полученных результатов обратной задачи позволяет студентам сделать соответствующие логические выводы об изучаемом процессе и получить в конечном счете новую информацию, изучить ее свойства и осмыслить ее ценность.

При обучении студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений уделяется внимание численным методам их решения, так как многие обратные задачи являются нелинейными, что не позволяет получить их точное решение. Тогда обычно строится система уравнений обратной задачи, как правило, в виде интегральных или интегро-дифференциальных уравнений, решение которой ищется при помощи итерационных процессов, которые подразумевают многократное решение соответствующих прямых задач. В этом случае численные методы, такие как конечно-разностные методы, метод Ньютона—Канторовича, оптимизационные методы, метод линеаризации и другие численные методы являются эффективными методами нахождения приближенных решений обратных задач для дифференциальных уравнений. Численные методы решения обратных задач для дифференциальных уравнений находят свое развитие в работах А.С. Алексеева, П.Н. Вабишевича, В.И. Дмитриева, С.И. Кабанихина, М.М. Лаврентьева, Г.И. Марчука, В.Г. Романова, А.А. Самарского и других авторов [3; 7—9; 22—24].

В процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений студенты на семинарских и лабораторных занятиях осваивают различные вычислительные алгоритмы поиска приближенных решений таких обратных задач, в том числе с использованием компьютерных технологий. Для наглядности приведем постановку учебной обратной задачи для семейства обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, решение которой ищется при помощи конечно-разностного метода.

Требуется определить неизвестную функцию $a(x)$ из семейства дифференциальных уравнений второго порядка

$$y^2 + a(x)y = 0, y = y(x, \alpha), y'' = \frac{d^2}{dx^2}y, x \in R, \alpha \in R \tag{23}$$

при начальных условиях

$$y(\alpha, \alpha) = 1, y'(\alpha, \alpha) = 1 \; \alpha \in R \tag{24}$$

и дополнительной информации о решении прямой задачи (23), (24)

$$y(x^*, \alpha) = \varphi(\alpha), x^* — \text{const}, \alpha \in R. \tag{25}$$

В (23), (24) x — переменная, α — числовой параметр.

Вычислительный алгоритм нахождения приближенного решения обратной задачи (23)—(25) в виде числовых последовательностей $\left\{v_k^i\right\}_{k=\overline{1,\,N}}^{i=\overline{1,\,N}}$, $\left\{\beta_k\right\}_{k=\overline{0,\,N}}$, студенты строят на основе ее конечно-разностного аналога

$$\frac{v_{k+1}^i - 2v_k^i + v_{k-1}^i}{h^2} + \beta_{k+1} v_{k+1}^i = 0, \tag{26}$$

$$(k,\, i) \in \Omega_h = \left\{ (k,\, i) \middle| k = \overline{1,\, N},\ i = \overline{1,\, N},\ N = \frac{1}{h} \right\},$$

$$v_i^i = 1,\ i = \overline{0,\, N}, \tag{27}$$

$$v_{i+1}^i = v_{i-1}^i,\ i = \overline{0,\, N-1}, \tag{28}$$

$$v_N^i = f_i, f_i = \varphi(\alpha_i),\ i = \overline{0,\, N}. \tag{29}$$

Конечно-разностные соотношения (27)—(29) позволяют студентам построить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей вида

$$A_i Y_{i-1}^{i-2} = B_{i-2},\ i = N-1,\ N-2,\ ...,\ 2, \tag{30}$$

где A_i — трехдиагональная матрица

$$A_i = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \theta_{N-1} & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{N-2} & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \theta_{i+1} & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \theta_i & -2 \end{pmatrix}, \tag{31}$$

$$Y_{i-1}^{i-2} = \left(v_{N-1}^{i-2},\ v_{N-2}^{i-2},\ v_{N-3}^{i-2},\ \dots,\ v_i^{i-2},\ v_{i-1}^{i-2} \right)^T,$$

$$B_{i-2} = \left(-\theta_N f_{i-2},\ \underbrace{0\ ,\ 0\ ,\ \dots,\ 0}_{p} -1 \right)^T,$$

T — знак транспонирования, $p = N - 1 - i$, $i = \overline{N-1,\, 2}$.

В дальнейшем анализ СЛАУ (30) позволяет студентам продолжить исследование разностной обратной задачи (26)—(29), которое (ввиду громоздкости изложения) мы опустим.

В дальнейшем построенный вычислительный алгоритм нахождения приближенного решения обратной задачи (23)—(25) может быть реализован студентами с использованием компьютерных технологий, например, систем компьютерной математики Mathad, Matlab и других, интерфейс которых позволяет визуализировать полученное решение, в том числе и в графической форме.

При этом следует обратить внимание на следующее обстоятельство. В процессе построения вычислительных алгоритмов решения многих обратных задач студентам приходится иметь дело с поиском решения СЛАУ. Нередко нахождение решений различных СЛАУ является некорректной задачей. Решение СЛАУ может оказаться некорректной задачей, когда ее матрица является, например, плохо обусловленной, квадратной вырожденной или прямоугольной. В связи с этим желательно включать в содержание обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений раздел, посвященный СЛАУ [9].

В заключение отметим, что реализация междисциплинарных связей при обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений позволяет студентам не только сформировать фундаментальные знания в области теории и методологии обратных задач, приобрести умения и навыки использования математических методов исследования прикладных задач и гуманитарного анализа их решений, развить научное мировоззрение и творческие способности, но и пополнить свои знания в области некоторых базовых понятий информатики как научной дисциплины, осмыслить их ценность и роль в познании окружающего мира, приобрести опыт обработки разнообразной информации математическими методами.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Алонцева Е.А., Гилев А.А.* Межпредметные связи естественнонаучных и общетехнических дисциплин // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Психолого-педагогические науки». 2011. № 1. С. 9—13.

[2] *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б.* Обучение будущих учителей математики и информатики обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2014. № 3 (29). С. 57—69.

[3] *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б., Акимжан Н.Ш.* Применение компьютерных технологий при обучении студентов вузов обратным задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 2. С. 57—72.

[4] *Блехман И.М., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г.* Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов. М.: КомКнига, 2005. 376 с.

[5] *Глухова Е.А.* Межпредметные связи как средство самообразования студентов в вузе: дисс. ... канд. пед. наук. Челябинск, 2010. 208 с.

[6] *Денисов А.М.* Введение в теорию обратных задач: учебное пособие. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 1994. 207 с.

[7] *Кабанихин С.И.* Проекционно-разностные методы определения коэффициентов гиперболических уравнений: монография. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1988. 166 с.

[8] *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи: учебник для студентов вузов. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. 458 с.

[9] *Кабанихин С.И., Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Шолпанбаев Б.Б., Акимжан Н.Ш.* Корректные и некорректные задачи для СЛАУ: анализ и методика преподавания // Сибирские электронные математические известия (http://semr.math.ns.ru. ISSN 1813-3304. УДК 519.62. MSC 65M32). 2015. Том 12. С. 255–263.

[10] *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи для волновых уравнений: монография. Новосибирск: СибУПК, 2000. 252 с.

[11] *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие. М.: МГПУ, 2005. 359 с.

[12] *Корнилов В.С.* Обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор гуманитаризации математического образования: монография. М.: МГПУ, 2006. 320 с.

[13] *Корнилов В.С.* Гуманитарные аспекты вузовской системы прикладной математической подготовки // Наука и школа. 2007. № 5. С. 23–28.

[14] *Корнилов В.С.* Лабораторные занятия как форма организации обучения студентов фрактальным множествам // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2012. № 1 (23). С. 60–63.

[15] *Корнилов В.С.* Обратные задачи в учебных дисциплинах прикладной математики // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2014. № 1(27). С. 60–68.

[16] *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор формирования компетентности в области прикладной математики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 1. С. 63–72.

[17] *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам математической физики как фактор формирования фундаментальных знаний по функциональному анализу // Вестник Казахского национального педагогического университета имени Абая. Серия «Физико-математические науки». Алматы, 2015. № 3 (51). С. 71–75.

[18] *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам математической физики как фактор формирования фундаментальных знаний по интегральным уравнениям // Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации. Рецензируемый сборник научных трудов. Самара: Самарский филиал МГПУ, 2015. Том VI. С. 251–256.

[19] *Корнилов В.С., Абушкин Д.Б.* Компьютерные средства в решении задач информатики и прикладной математики при подготовке студентов в педвузе: монография. Воронеж: Научная книга, 2013. 111 с.

[20] *Корнилов В.С., Левченко И.В., Свиридов М.С.* Установление межпредметных связей информатики и прикладной математики при обучении будущих учителей информатики // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2015. № 2 (32). С. 52–56.

[21] *Крахт Л.Н.* К вопросу о проблемном обучении и реализации межпредметных связей в техническом вузе // Фундаментальные исследования. 2005. № 9. С. 62–63.

[22] *Романов В.Г.* Обратные задачи для дифференциальных уравнений: спецкурс для студентов НГУ. Новосибирск: НГУ, 1973. 252 с.

[23] *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики: монография. М.: Наука, 1984. 264 с.

[24] *Самарский А.А., Вабишевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: Едиториал УРСС, 2004. 480 с.

BASIC CONCEPTS OF INFORMATICS IN THE CONTENT OF TRAINING INVERSE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

V.S. Kornilov

Chair of informatization of education
Moscow city pedagogical university
Sheremetyevskaya str., 29, Moscow, Russia, 127521

In article the attention to identification of intersubject communications of applied mathematics and informatics when training students of higher educational institutions of the physical and mathematical and natural-science directions of preparation to the return tasks for the differential equations is paid. At such training at students creative abilities develop, are formed not only scientific outlook and fundamental knowledge in the field of the theory and practice of the return tasks, but also system of knowledge of basic concepts of informatics, as scientific discipline.

Key words: training in the inverse problems for the differential equations, applied mathematics, informatics, interdisciplinary communications, pedagogical technologies, the student

REFERENCES

[1] *Alonceva E.A., Gilev A.A.* Mezhpredmetnye svjazi estestvennonauchnyh i obshhetehnicheskih disciplin [Intersubject communications of natural-science and all-technical disciplines]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. Serija «Psihologo-pedagogicheskie nauki»* [*Bulletin of the Samara state technical university. Psychology and Pedagogical Sciences series*]. 2011. No 1. pp. 9–13.

[2] *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B.* Obuchenie budushhih uchitelej matematiki i informatiki obratnym zadacham dlja differencial'nyh uravnenij [Training of future mathematics teachers and informatics to the return tasks for the differential equations]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Moscow city pedagogical university. "Informatics and Informatization of Education" series*]. 2014. No 3 (29). pp. 57–69.

[3] *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B., Akimzhan N.Sh.* Primenenie komp'juternyh tehnologij pri obuchenii studentov vuzov obratnym zadacham dlja obyknovennyh differencial'nyh uravnenij [Application of computer technologies when training students of higher education institutions in the return tasks for the ordinary differential equations]. *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Russian university of friendship of the people. Education Informatization series*]. 2015. № 2. pp. 57–72.

[4] *Blehman I.M., Myshkis A.D., Panovko Ja.G.* Prikladnaja matematika: Predmet, logika, osobennosti podhodov [Applied mathematics: Subject, logic, features of approaches]. M.: KomKniga, 2005. 376 p.

[5] *Gluhova E.A.* Mezhpredmetnye svjazi kak sredstvo samoobrazovanija studentov v vuze [Intersubject communications as means of self-education of students in higher education institution]: diss. ... kand. ped. nauk. Cheljabinsk, 2010. 208 p.

[6] *Denisov A.M.* Vvedenie v teoriju obratnyh zadach: uchebnoe posobie [Introduction to the theory of the return tasks: manual]. M.: Izd-vo MGU im. M.V. Lomonosova, 1994. 207 p.

[7] *Kabanihin S.I.* Proekcionno-raznostnye metody opredelenija kojefficientov giperbolicheskih uravnenij [Projective and differential methods of determination of coefficients of the hyperbolic equations: monograph]: monografija. Novosibirsk: Nauka, Sibirskoe otdelenie, 1988. 166 p.

[8] *Kabanihin S.I.* Obratnye i nekorrektnye zadachi [Inverse and incorrect problems]: uchebnik dlja studentov vuzov. Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe izdatel'stvo, 2009. 458 p.

[9] *Kabanihin S.I., Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Sholpanbaev B.B., Akimzhan N.Sh.* Korrektnye i nekorrektnye zadachi dlja SLAU: analiz i metodika prepodavanija [Well and ILL-posed problems for systems of linear algebraic equations: analysis and methods of teaching]. *Sibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija* [*Siberian Electronic Mathematical Reports*] (http://semr.math.ns.ru. ISSN 1813-3304. UDK 519.62. MSC 65M32). 2015. T. 12. pp. 255–263.

[10] *Kornilov V.S.* Nekotorye obratnye zadachi dlja volnovyh uravnenij [Some return tasks for the wave equations]: monografija. Novosibirsk: SibUPK, 2000. 252 p.

[11] *Kornilov V.S.* Nekotorye obratnye zadachi identifikacii parametrov matematicheskih modelej [Some return problems of identification of parameters of mathematical models]: uchebnoe posobie. M.: MGPU, 2005. 359 p.

[12] *Kornilov V.S.* Obuchenie obratnym zadacham dlja differencial'nyh uravnenij kak faktor gumanitarizacii matematicheskogo obrazovanija [Training in the return tasks for the differential equations as a factor of humanitarization of mathematical education]: monografija. M.: MGPU, 2006. 320 p.

[13] *Kornilov V.S.* Gumanitarnye aspekty vuzovskoj sistemy prikladnoj matematicheskoj podgotovki [Humanitarian aspects of high school system of applied mathematical preparation]. *Nauka i shkola* [*Science and school*]. 2007. No 5. pp. 23–28.

[14] *Kornilov V.S.* Laboratornye zanjatija kak forma organizacii obuchenija studentov fraktal'nym mnozhestvam [Laboratory researches as form of the organization of training of students in fractal sets]. Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija» [*Bulletin of the Moscow city pedagogical university. "Informatics and Informatization of Education" series*]. 2012. No 1 (23). pp. 60–63.

[15] *Kornilov V.S.* Obratnye zadachi v uchebnyh disciplinah prikladnoj matematiki [The return tasks in subject matters of applied mathematics]. Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija» [*Bulletin of the Moscow city pedagogical university. "Informatics and Informatization of Education" series*]. 2014. No 1(27). pp. 60–68.

[16] *Kornilov V.S.* Obuchenie studentov obratnym zadacham dlja differencial'nyh uravnenij kak faktor formirovanija kompetentnosti v oblasti prikladnoj matematiki [Training of students in the return tasks for the differential equations as a factor of formation of competence of area of applied mathematics]. Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija» [*Bulletin of the Russian university of friendship of the people. Education Informatization series*]. 2015. No 1. pp. 63–72.

[17] *Kornilov V.S.* Obuchenie studentov obratnym zadacham matematicheskoj fiziki kak faktor formirovanija fundamental'nyh znanij po funkcional'nomu analizu [Training of students in the return problems of mathematical physics as factor of formation of fundamental knowledge of the functional analysis]. *Vestnik Kazahskogo nacional'nogo pedagogicheskogo universiteta imeni Abaja. Serija «Fiziko-matematicheskie nauki»* [*Bulletin of the Kazakh national pedagogical university of a name of Abay. Physical and Mathematical Sciences series*]. Almaty, 2015. No 3 (51). pp. 71–75.

[18] *Kornilov V.S.* Obuchenie studentov obratnym zadacham matematicheskoj fiziki kak faktor formirovanija fundamental'nyh znanij po integral'nym uravnenijam [Training of students in the return problems of mathematical physics as factor of formation of fundamental knowledge of the integrated equations]. *Bjulleten' laboratorii matematicheskogo, estestvennonauchnogo obrazovanija i informatizacii. Recenziruemyj sbornik nauchnyh trudov* [*Bulletin of laboratory of mathematical, natural-science education and informatization. The reviewed collection of scientific work*]. Samara: Samarskij filial MGPU, 2015. T. VI. pp. 251–256.

[19] *Kornilov V.S., Abushkin D.B.* Komp'juternye sredstva v reshenii zadach informatiki i prikladnoj matematiki pri podgotovke studentov v pedvuze [Computer means in the solution of problems of informatics and applied mathematics when training students in teacher training University]: monografija. Voronezh: Nauchnaja kniga, 2013. 111 p.

[20] *Kornilov V.S., Levchenko I.V., Sviridov M.S.* Ustanovlenie mezhpredmetnyh svjazej informatiki i prikladnoj matematiki pri obuchenii budushhih uchitelej informatiki [Establishment of intersubject communications of informatics and applied mathematics when training future teachers

of informatics]. Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija» [*Bulletin of the Moscow city pedagogical university. "Informatics and Informatization of Education" series*]. 2015. No 2 (32). pp. 52—56.

[21] *Kraht L.N.* K voprosu o problemnom obuchenii i realizacii mezhpredmetnyh svjazej v tehnicheskom vuze [To a question of problem training and realization of intersubject communications in technical college]. *Fundamental'nye issledovanija* [*Basic researches*]. 2005. No 9. pp. 62—63.

[22] *Romanov V.G.* Obratnye zadachi dlja differencial'nyh uravnenij [Inverse problems for the differential equations: a special course for students of NSU]: speckurs dlja studentov NGU. Novosibirsk: NGU, 1973. 252 p.

[23] *Romanov V.G.* Obratnye zadachi matematicheskoj fiziki [Inverse problems of mathematical physics]: monografija. M.: Nauka, 1984. 264 p.

[24] *Samarskij A.A., Vabishevich P.N.* Chislennye metody reshenija obratnyh zadach matematicheskoj fiziki [Numerical methods of the solution of the inverse problems of mathematical physics]. M.: Editorial URSS, 2004. 480 p.