ОБУЧЕНИЕ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КАК ФАКТОР ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

В.С. Корнилов

Кафедра информатики и прикладной математики
Московский городской педагогический университет
Шереметьевская ул., 29, Москва, Россия, 127521

В статье обращается внимание на формирование у студентов высших учебных заведений физико-математических направлений подготовки фундаментальных математических знаний в процессе преподавания курсов по выбору, посвященных обучению обратным задачам для дифференциальных уравнений. Приводится пример постановки учебной обратной задачи для дифференциальных уравнений, вошедшей в содержание такого обучения.

Ключевые слова: обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений, математические знания, фундаментализация математического образования, студент.

В процессе обучения на физико-математических направлениях подготовки студенты изучают разнообразные математические дисциплины, среди которых особое место занимает функциональный анализ. Функциональный анализ сформировался в начале XX в. в результате обобщения различных понятий и методов математического анализа, алгебры и геометрии, является одним из важных разделов современной математики и в настоящее время находит обширные применения во многих областях естествознания, в том числе — в математической физике. Фундаментальное значение в функциональном анализе отводится понятию оператора — обобщению понятия функции. Исследование общей теории операторов и является основным содержанием функционального анализа. Существенный вклад в создание и развитие функционального анализа внести исследования П.С. Александрова, С. Банаха, О.В. Бесова, С. Бохнера, И.М. Гельфанда, Д. Гильберта, К. Т.В. Вейерштрасса, К. Иосиды, Л.В. Кантаровича, А.Н. Колмогорова, С.В. Ковалевской, Ж.Л. Лагранжа, Н.Н. Лузина, Л.А. Люстерника, Ф. Риса, В.И. Смирнова, С.Л. Соболева, Л. Хёрмандера, Л. Шварца, Г.Е. Шилова и других ученых (см., например, [5; 7; 15; 16; 18]).

В процессе обучения дисциплине «Функциональный анализ» студенты изучают конечномерные и бесконечномерные эвклидовы пространства, метрические, нормированные, гильбертовые, банаховы пространства, непрерывные операторы в метрических пространствах, линейные операторы, линейные функционалы, принцип сжатых отображений, теоремы вложения и другие разделы этой учебной дисциплины. Знакомятся с такими определениями и понятиями, как обобщенная функция, обобщенная производная, норма обобщенной функции, регуляризация обобщенной функции, обобщенное решение дифференциального уравнения, неподвижная точка, компактность, сходимость и другими понятиями и определениями элементов функционального анализа. Учатся производить оценки производных от обобщенных функций в различных нормах функциональных пространств, применять метод последовательных приближений и др.

Как известно, одним из эффективных методов исследования окружающего мира является моделирование процессов и явлений при помощи математических моделей. Как правило, такие математические модели используют уравнения математической физики. С практической точки зрения, большой интерес представляют обратные задачи для дифференциальных уравнений, теория которых является одной из современных областей прикладной математики. Обратные задачи для дифференциальных уравнений с философской точки зрения — задачи определения неизвестных причин по известным следствиям, обладающие большим познавательным потенциалом.

Фундаментальный вклад в развитие теории обратных задач математической физики внесли исследования А.С. Алексеева, А.В. Баева, А.Л. Бухгейма, А.В. Гончарского, В.В. Васина, А.О. Ватульяна, С.И. Кабанихина, М.Г. Крейна, М.М. Лаврентьева, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н. Тихонова, В.Г. Яхно и других ученых (см., например, [4; 6; 8; 9; 12; 17; 19]).

В настоящее время в некоторых российских вузах для студентов преподаются специальные курсы по обратным задачам для дифференциальных уравнений. В зависимости от профессиональной направленности подготовки таких студентов (см., например, [1]) формируется содержание таких учебных курсов. Среди обратных задач для дифференциальных уравнений, входящих в содержание такого обучения, — определение неизвестных коэффициентов или неоднородных частей дифференциальных уравнений, определение граничных условий математической модели обратной задачи и другие обратные задачи для дифференциальных уравнений. Подобные обратные задачи могут рассматриваться для различных дифференциальных уравнений, среди которых — гиперболические, параболические, эллиптические, квазилинейные, смешанные и другие дифференциальные уравнения. Искомые функции могут зависеть как от одной, так и от многих переменных и могут принадлежать различным функциональным пространствам. В зависимости от рассматриваемых математических и геофизических моделей подобные обратные задачи могут быть одномерными или многомерными, обладают математическими особенностями и являются, как правило, некорректными.

Отмеченные обстоятельства в значительной степени определяют выбор методов нахождения решения и доказательства корректности (условной корректности) обратной задачи для дифференциального уравнения. В процессе их исследования широко применяется математический и функциональный анализ, алгебра и геометрия, методы интегральных уравнений, уравнений обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, оптимизационные методы, численные методы и другие методы прикладной и вычислительной математики. Очевидно, что наличие у студентов базовых знаний в вышеотмеченных математических дисциплинах в значительной степени определяет эффективность обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений.

Вместе с тем в процессе такого обучения студенты не только осваивают математические методы и приобретают навыки их применения при исследовании обратных задач для дифференциальных уравнений, но и формируют фундаментальные знания по различным математическим дисциплинам.

Приведем одну из учебных задач, вошедших в содержание обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений, при решении которой используются знания многих математических дисциплин, которые преподавались студентам.

Рассматривается два дифференциальных уравнения в частных производных второго порядка гиперболического типа

$$U_{tt}^{(k)} - U_{zz}^{(k)} - U_{xx}^{(k)} + a(x, z)U_x^{(k)} + b(x, z)U^{(k)} = 0,$$

$$x \in R, z > 0, t \in R, k = 1, 2, \tag{1}$$

совместно с данными Коши

$$U^{(k)}\Big|_{t<0} \equiv 0,\ k = 1,\ 2, \tag{2}$$

граничными условиями

$$U_z^{(k)}\Big|_{z=0} = g_k(x)\delta'(t),\ k = 1,\ 2, \tag{3}$$

и дополнительной информацией о решении прямой задачи (1)—(3)

$$U^{(k)}\Big|_{z=0} = f_k(x,\ t),\ t > 0,\ k = 1,\ 2. \tag{4}$$

В (1)—(4) $U^{(k)} = U^{(k)}\ (x, z, t)$, $k = 1, 2, f_1(x, t), f_2(x, t), g_1(x), g_2(x)$ — известные функции, $\delta'(t)$ — производная от дельта-функции Дирака.

От студентов требуется из соотношений (1)—(4) вычислить неизвестные функции $U^{(k)}\ (x, z, t)$, $k = 1, 2$, $a(x, z)$, $b(x, z)$ и доказать локальную разрешимость этой многомерной обратной задачи. Для нахождения решения многомерной обратной задачи (1)—(4) студентам необходимо применить усовершенствованный В.Г. Романовым метод шкал банаховых пространств аналитических функций (см., например, [8; 9; 17]).

Для решения поставленной многомерной обратной задачи студенты, вводят в рассмотрение банахово пространство A_s, $s > 0$ аналитических функций $\varphi(x)$, $x \in R\,(1)$, обладающих конечной нормой. Делают предположение о том, что $g_k^{(i)}(x)$, $\dfrac{1}{G(x)}$, $f_k(x, t)$, $\dfrac{\partial}{\partial t} f_k(x, t)$, $k = 1, 2$, $i = 0, 1, 2$ как функции аргумента x являются элементами банахова пространства аналитических функций A_{s_0}, $s_0 > 0$ и являются непрерывными функциями аргумента $t \in (0, T)$, $T > 0$. И кроме того, считают справедливыми неравенства (5):

$$\left.\begin{array}{l}
\|f_k\|_{s_0}(t) \le R_0,\ \left\|\dfrac{\partial}{\partial t} f_k\right\|_{s_0}(t) \le R_0,\ \left\|\dfrac{2}{G}\right\|_{s_0} \le R_0, \\[2ex]
G(x) = \begin{vmatrix} g_1(x)\, g_1'(x) \\ g_2(x)\, g_2'(x) \end{vmatrix} \ne 0\ ,\ \left\|2g_k^{(i)}\dfrac{1}{G}\right\|_{s_0} \le R_0, \\[2ex]
\left\|\left[g_1^{(i)} \cdot g_2'' - g_2^{(i)} \cdot g_1'' + 2\left(g_1^{(i)}\dfrac{\partial}{\partial t} f_2 - g_2^{(i)}\dfrac{\partial}{\partial t} f_1\right)\right]\dfrac{1}{G}\right\|_{s_0}(t) \le R_0, \\[2ex]
x \in R,\ t \in (0, T),\ k = 1, 2,\ i = 0, 1, 2
\end{array}\right\}. \qquad (5)$$

В (5) у функции g_k верхний индекс означает производную, R_0 — положительная константа.

Студентам также нужно предположить, что функции $a(x, z)$, $b(x, z)$ при фиксированном значении аргумента z принадлежат банахову пространству A_{s_0} и являются непрерывными функциями по аргументу $z \in \left[0, \dfrac{T}{2}\right]$.

Так как многомерная обратная задача (1)—(4) сформулирована в обобщенной постановке, студенты выделяют сингулярную часть из решения прямой задачи (1)—(3) по формуле

$$U^{(k)}(x, z, t) = \alpha^{(k)}(x, z)\delta(t - z) + \beta^{(k)}(x, z)\theta(t - z) + \tilde{U}^{(k)}(x, z, t),\ k = 1, 2. \qquad (6)$$

Функции $\alpha^{(k)}$, $\beta^{(k)}$, $k = 1, 2$, входящие в (6), студенты находят при помощи метода выделения особенностей (см., например, [14]). Боле того, они выявляют тот факт, что $U^{(k)} = \tilde{U}^{(k)}$ когда $t > z > 0$ и $U^{(k)} \equiv 0$ когда $t < z$, $k = 1, 2$, а также вычисляют необходимое условие разрешимости данной многомерной обратной задачи, которое имеет вид

$$f_k(x, +0) = 0,\ x \in R,\ k = 1, 2. \qquad (7)$$

В результате студенты формулируют следующую многомерную обратную задачу для регулярных частей $U^{(k)}$, $k = 1, 2$:

$$U_{tt}^{(k)} - U_{zz}^{(k)} - U_{xx}^{(k)} + a(x, z)U_x^{(k)} + b(x, z)U^{(k)} = 0,\ (x, z, t) \in D,\ k = 1, 2, \qquad (8)$$

$$U^{(k)}\Big|_{z=0} = f_k(x, t),\ U_z^{(k)}\Big|_{z=0} = 0,\ x \in R,\ t > 0,\ k = 1, 2, \qquad (9)$$

$$U^{(k)}\Big|_{t=z+0} = \beta^{(k)}(x, z), x \in R, z \geq 0, k = 1, 2, \tag{10}$$

$$D = \{(x, z, t) \mid x \in R,\ t > z > 0\}.$$

В дальнейшем студенты строят систему интегродифференциальных уравнений вида

$$U^{(k)}(x, z, t) = U_0^{(k)}(x, z, t) + \frac{1}{2} \iint\limits_{\Delta(z,t)} \left[U_{xx}^{(k)} - aU_x^{(k)} - bU^{(k)}\right](x, \varsigma, \tau) d\varsigma\, d\tau,$$

$$(x, z, t) \in D,\ k = 1, 2, \tag{11}$$

$$\Delta(x, z) = \{(\varsigma, \tau) \mid 0 \leq \varsigma \leq z,\ t - z + \varsigma \leq \tau \leq t + z - \varsigma\}.$$

$$a^{(k)}(x, z) = a_0^{(k)}(x, z) + (-1)^{(k)} \frac{2}{G(x)} \int\limits_0^z \Big\{g_1^{(k-1)}\Big[U_{xx}^{(2)} - a^{(1)}U_x^{(2)} -$$
$$-a^{(2)}U^{(2)}\Big] - g_2^{(k-1)}\Big[U_{xx}^{(1)} - a^{(1)}U_x^{(1)} - a^{(2)}U^{(1)}\Big]\Big\}(x, \varsigma, 2z - \varsigma) d\varsigma,$$

$$x \in R, z \geq 0, k = 1, 2, \tag{12}$$

В (11), (12) $U_0^{(k)}(x, z, t) = \frac{1}{2}\big(f_k(x, t+z) + f_k(x, t-z)\big),\ k = 1, 2,$

$$a^{(1)}(x, z) = a(x, z),\ a^{(2)}(x, z) = b(x, z),\ a_0^{(k)}(x, z) = (-1)^{(k)}H^{(k)}(x, z)\frac{1}{G(x)},$$

$$H^{(k)}(x,z) = g_1^{(k-1)}(x)\, g_2''(x) - g_2^{(k-1)}(x) g_1''(x) +$$
$$+2\left(g_1^{(k-1)}(x)\frac{\partial}{\partial t} f_2(x, t) - g_2^{(k-1)}\frac{\partial}{\partial t} f_1(x, t)\right)\Bigg|_{t=2z},\ \ k = 1,\ 2.$$

Студенты осознают, что так как в построенной системе (11), (12) в интегральных слагаемых находятся производные от функций $U^{(k)}$, для доказательства локальной разрешимости рассматриваемой многомерной обратной задачи целесообразно использовать банахово пространство A_s, $s > 0$ аналитических по переменной x функций и применить свойства s-нормы (см., например, [8; 9; 17]), согласно которым возможно оценить норму производных функций $U^{(k)}$ нормой функций $U^{(k)}$ и в результате получить замкнутую систему соответствующих неравенств.

В дальнейшем, применяя рациональные рассуждения, теорему Банаха, усовершенствованный В.Г. Романовым метод шкал банаховых пространств аналитических функций, методы математической физики, методы функционального анализа, студенты доказывают вышеотмеченные теоремы, которые мы приведем без доказательства.

Теорема 1. Пусть $g_k(x)$, $f_k(x, t)$, $k = 1, 2$ удовлетворяют предположениям, сделанным выше, и условиям (5), (7). Тогда $\exists \alpha \in \left(0, \dfrac{T}{2}\right)$, $\alpha s_0 < \dfrac{1}{2}T : \forall\, s \in (0, s_0)$ существует единственное решение системы равенств (11), (12) в $Q_{sT} = D_T \cap \{(x, z, t)$ $|\ 0 \le z \le \alpha(s_0 - s), x \in R\}$ такое, что $U^{(k)} \in A_s$, $\dfrac{\partial}{\partial t}U^{(k)} \in A_s$, $a^{(k)} \in A_s$, $k = 1, 2$, $\forall (z, t) \in$ $\in P_{sT} \equiv \Lambda_T \cap \{(z, t)\ |\ 0 \le z \le \alpha(s_0 - s)\}$ и непрерывны в P_{sT} по переменным z, t, причем

$$\left\|U^{(k)} - U_0^{(k)}\right\|_s (z, t) \le R_0, \ \left\|a^{(k)} - a_0^{(k)}\right\|_s (z) \le \frac{R_0}{s_0 - s},$$

$$(z, t) \in P_{sT}, \ k = 1, 2,$$

$$D_T = \Lambda_T \times R, \ \Lambda_T = \left\{(x, z) \,\middle|\, 0 \le z \le \frac{T}{2}, \ z \le t \le T - z\right\}.$$

Рассмотрим множество Φ всех пар функций $(f_k, g_k, k = 1, 2)$, являющихся элементами A_{s_0}, $s_0 > 0$, непрерывных по $t \in (0, T)$, для которых выполнены соотношения (5), (7) при известном значении константы R_0.

Теорема 2. Пусть $(f_k, g_k, k = 1, 2) \in \Phi$, $(\bar{f}_k, \bar{g}_k, k = 1, 2) \in \Phi$. Тогда для отвечающих им решений $(U^{(k)}, a^{(k)}, k = 1, 2)$, $(\bar{U}^{(k)}, \bar{a}^{(k)}, k = 1, 2)$ системы уравнений (11), (12) справедливы неравенства

$$\left\|U^{(k)} - \bar{U}^{(k)}\right\|_s (z, t) \le c \cdot \varepsilon, \ \left\|a^{(k)} - \bar{a}^{(k)}\right\|_s (z) \le \frac{c \cdot \varepsilon}{s_0 - s},$$

$(z, t) \in P_{sT}$, $0 < s < s_0$, $k = 1, 2$, c — константа.

В процессе исследования данной многомерной обратной задачи студенты оперируют такими базовыми понятиями функционального анализа, как аналитическая функция, обобщенная функция, производная обобщенной функции, норма аналитической функции, банахово пространство аналитических функций и другими понятиями функционального анализа. Используют принцип сжимающих отображений, метод последовательных приближений, свойства норм в банаховом пространстве аналитических функций, доказывают сходимость функциональных рядов, применяют методы математической физики, интегральных уравнений Вольтерра второго рода и другие математические методы. На заключительным этапе студенты анализируют полученные результаты и делают логические выводы прикладного и гуманитарного характера (см., например, [11; 13]).

Таким образом, в процессе такого обучения студенты приобретают умения и навыки исследования разнообразных обратных задач для дифференциальных уравнений, фундаментальные знания о методах и методологии прикладных исследований на основе математических моделей обратных задач, как эффективном средстве познания окружающего мира. Студенты формируют фундаментальные знания по таким важным понятиям, как формализация, моделирование, конструктивный алгоритм, корректность математической модели, локальная разрешимость обратной задачи и другим понятиям, встречающимся в предметных областях математики, информатики физики, экологии и других предметных областях, формирую мотивацию и стремление к знаниям желание к познанию окружающего мира т другие творческие способности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б.* Обучение будущих учителей математики и информатики обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2014. № 3 (29). С. 57–69.

[2] *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б., Акимжан Н.Ш.* Применение компьютерных технологий при обучении студентов вузов обратным задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 2. С. 57–72.

[3] *Вулих Б.З.* Введение в функциональный анализ. М.: Наука, 1967. 416 с.

[4] *Ватульян А.О., Беляк О.А., Сухов Д.Ю., Явруян О.В.* Обратные и некорректные задачи: учебник. Ростов на Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2011. 232 с.

[5] *Гельфанд И.Н., Шилов Г.Е.* Пространства основных и обобщенных функций. М.: ГИФМЛ, 1958. 308 с.

[6] *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи: учебник для студентов вузов. Новосибирск: Сибирское научное из-во, 2009. 458 с.

[7] *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ в нормированных пространствах. М.: Физматгиз, 1959. 684 с.

[8] *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи для волновых уравнений: специальный курс. Новосибирск: СибУПК, 2000. 252 с.

[9] *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учеб. пособие. М.: МГПУ, 2005. 359 с.

[10] *Корнилов В.С.* Методы рациональных рассуждений в обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2005. — № 2 (5). С. 63–66.

[11] *Корнилов В.С.* Гуманитарные аспекты вузовской системы прикладной математической подготовки // Наука и школа. 2007. № 5. С. 23–28.

[12] *Корнилов В.С.* История развития теории обратных задач для дифференциальных уравнений — составляющая гуманитарного потенциала обучения прикладной математике // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2009. № 1 (17). С. 108–113.

[13] *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор формирования компетентности в области прикладной математики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 1. С. 63–72.

[14] *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Наука, 1964. 830 с.

[15] *Курант Р., Гильберт Д.* Методы математической физики. В 2-х томах. М.: Гостехиздат, 1951. 544 с.
[16] *Люстерник Л.А., Соболев С.Л.* Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965. 520 с.
[17] *Романов В.Г.* О локальной разрешимости некоторых многомерных обратных задач для уравнений гиперболического типа // Дифференциальные уравнения. 1989. № 25 (2). С. 275–284.
[18] *Трибель Х.* Теория функциональных пространств. М.: Мир, 1986. 447 с.
[19] *Юрко В.А.* Введение в теорию обратных спектральных задач. М.: Физматлит, 2007. 384 с.

LITERATURA

[1] *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B.* Obuchenie budushhih uchitelej matematiki i informatiki obratnym zadacham dlja differencial’nyh uravnenij // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija». 2014. № 3 (29). S. 57–69.
[2] *Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B., Akimzhan N.Sh.* Primenenie komp’juternyh tehnologij pri obuchenii studentov vuzov obratnym zadacham dlja obyknovennyh differencial’nyh uravnenij // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija». 2015. № 2. S. 57–72.
[3] *Vulih B.Z.* Vvedenie v funkcional’nyj analiz. M.: Nauka, 1967. 416 s.
[4] *Vatul’jan A.O., Beljak O.A., Suhov D.Ju., Javrujan O.V.* Obratnye i nekorrektnye zadachi: uchebnik. Rostov na Donu: Izd-vo Juzhnogo federal’nogo universiteta, 2011. 232 s.
[5] *Gel’fand I.N., Shilov G.E.* Prostranstva osnovnyh i obobshhennyh funkcij. M.: GIFML, 1958. 308 s.
[6] *Kabanihin S.I.* Obratnye i nekorrektnye zadachi: uchebnik dlja studentov vuzov. Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe iz-vo, 2009. 458 c.
[7] *Kantorovich L.V., Akilov G.P.* Funkcional’nyj analiz v normirovannyh prostranstvah. M.: Fizmatgiz, 1959. 684 s.
[8] *Kornilov V.S.* Nekotorye obratnye zadachi dlja volnovyh uravnenij: special’nyj kurs. Novosibirsk: SibUPK, 2000. 252 s.
[9] *Kornilov V.S.* Nekotorye obratnye zadachi identifikacii parametrov matematicheskih modelej: ucheb. posobie. M.: MGPU, 2005. 359 s.
[10] *Kornilov V.S.* Metody racional’nyh rassuzhdenij v obuchenii obratnym zadacham dlja differencial’nyh uravnenij // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija». 2005. № 2 (5). S. 63–66.
[11] *Kornilov V.S.* Gumanitarnye aspekty vuzovskoj sistemy prikladnoj matematicheskoj podgotovki // Nauka i shkola. 2007. № 5. S. 23–28.
[12] *Kornilov V.S.* Istorija razvitija teorii obratnyh zadach dlja differencial’nyh uravnenij — sostavljajushhaja gumanitarnogo potenciala obuchenija prikladnoj matematike // Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija». 2009. № 1 (17). S. 108–113.
[13] *Kornilov V.S.* Obuchenie studentov obratnym zadacham dlja differencial’nyh uravnenij kak faktor formirovanija kompetentnosti v oblasti prikladnoj matematiki // Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija». 2015. № 1. S. 63–72.
[14] *Kurant R.* Uravnenija s chastnymi proizvodnymi. M.: Nauka, 1964. 830 s.
[15] *Kurant R., Gil’bert D.* Metody matematicheskoj fiziki. V 2-h tomah. M.: Gostehizdat, 1951. 544 s.
[16] *Ljusternik L.A., Sobolev S.L.* Jelementy funkcional’nogo analiza. M.: Nauka, 1965. 520 s.
[17] *Romanov V.G.* O lokal’noj razreshimosti nekotoryh mnogomernyh obratnyh zadach dlja uravnenij giperbolicheskogo tipa // Differencial’nye uravnenija. 1989. № 25 (2). S. 275–284.
[18] *Tribel’ H.* Teorija funkcional’nyh prostranstv. M.: Mir, 1986. 447 s.
[19] *Jurko V.A.* Vvedenie v teoriju obratnyh spektral’nyh zadach. M.: Fizmatlit, 2007. 384 c.

TEACHING INVERSE PROBLEMS FOR THE DIFFERENTIAL EQUATIONS AS FUNDAMENTALIZATION FACTOR OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF STUDENTS

V.S. Kornilov

Department of informatics and applied mathematics
Moscow city pedagogical university
Sheremetyevskaya str., 29, Moscow, Russia, 127521

n article the attention to formation at students of higher educational institutions of the physical and mathematical directions of preparation of fundamental mathematical knowledge in the course of teaching the elective courses devoted to training in the inverse problems for the differential equations is paid. The example of statement of the educational inverse problem for the differential equations which entered the content of such training is given.

Key words: training of the inverse problems for the differential equations, mathematical knowledge, a fundamentalization of mathematical education, the student.