# МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ УРАВНЕНИЙ»

**Ю.В. Садовничий, Р.М. Туркменов**

Кафедра общей топологии и геометрии
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
*Ленинские горы, 1, Москва, Россия, 119991*

В данной статье представлен один из вариантов практической реализации методических особенностей применения интерактивно-информационного подхода в обучении на профильном уровне алгебре и началам математического анализа учащихся старшей школы. На конкретных примерах из разработанного авторами статьи элективного курса «Решение нестандартных уравнений» демонстрируется использование интерактивной геометрической среды GeoGebra в качестве средства перевода учащихся с эмпирического уровня поиска решения нестандартного уравнения на абстрактно-теоретический. При этом ИГС GeoGebra в работе с нестандартными уравнениями на эмпирическом уровне выступает лишь в качестве инструмента для проведения компьютерного эксперимента. По его результатам происходит выдвижение гипотезы относительно способа решения заданного уравнения. После этого на абстрактно-теоретическом уровне дается строгое алгебраическое доказательство предложенной гипотезы.

**Ключевые слова:** компьютерный эксперимент, нестандартные уравнения, нестандартная замена, старшая школа, профильное обучение, алгебра и начала математического анализа, интерактивная геометрическая среда GeoGebra.

Обучение решению различных уравнений является одной из фундаментальных целей школьного курса алгебры, которая связывается с формированием вычислительных и формально-оперативных умений, позволяющих оперировать ими при решении как математических задач, так и задач в смежных научных дисциплинах. Традиционно обучение решению уравнений в школьном курсе алгебры опирается на изучение алгоритма построения цепочки тождественных преобразований численно-буквенных выражений и сведения их к простейшим случаям.

К сожалению, в средней школе при изучении данной темы использование компьютера и ИКТ практически не предусмотрено. Это связано в первую очередь с исторически сложившимся стилем преподавания алгебры в школе. Однако отношение профессиональных математиков, методистов и школьных учителей математики к использованию компьютера на уроках алгебры постепенно меняется в связи с бурным развитием информационных технологий и вследствие этого появлением новых образовательных возможностей. Они всерьез задумываются над ролью компьютера при изучении нового материала. Это подтверждают и слова залуженного учителя России В.И. Рыжика: «... Громадное значение для развития важнейшего параметра математического мышления — пространственного мышления — имеет динамическая картина, возникающая на дисплее... Коль скоро математику можно считать наукой экспериментальной или использующей компьютерное экспериментирование как таковое... вполне естественно внедрять его в арсенал дидактических средств. Компьютер многократно увеличивает возможности и роль математического эксперимента» [5].

Естественно, что такую точку зрения разделяют далеко не все участники образовательного процесса. Поэтому мы, не вступая в заочный дискуссионный спор с противниками использования компьютера и ИКТ на уроках математики, обратимся только к оцениванию образовательной значимости их применения при обучении решению нестандартных уравнений.

Но для начала необходимо изучить требования, которые предъявляются стандартом к процессу обучения математике в 10—11 классах.

Согласно ФГОС среднего (полного) общего образования необходимость овладения информационными технологиями в процессе изучения предметной области «Математика и информатика» определены следующими требованиями к предметным результатам освоения базового курса математики: «... использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств... владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач... сформированность представлений о компьютерно-математических моделях и необходимости анализа соответствия модели и моделируемого объекта» [4]. Удовлетворение необходимых требований ФГОС при обучении алгебре и началам математического анализа в 10—11 классах обеспечивается возможностью использования интерактивных геометрических сред (ИГС). Рассмотрим применение ИГС на примере программы GeoGebra [2]. Преимуществом выбранной ИГС является ее интерактивность, а именно построение различных геометрических конфигураций не только по исходным данным, но и возможность их параметризации. Перечисленные возможности позволяют использовать ИГС GeoGebra в качестве программного средства для поиска способа решения уравнения.

Нами было успешно внедрено и апробировано использование ИГС GeoGebra при обучении решению нестандартных уравнений на элективном курсе «Решение нестандартных уравнений» для учащихся 11 классов физико-математического профиля обучения. Это позволило устранить все те трудности в понимании материала, с которыми сталкивались школьники при изучении данной темы без применения ИГС GeoGebra. Главной причиной этих трудностей является демонстрация уже готовых «искусственных» методов, идущих вразрез с субъектным опытом учащихся.

Покажем на конкретном примере использование ИГС GeoGebra для обоснования необходимости применения тригонометрической подстановки при решении уравнения. Такое использование ИГС GeoGebra назовем «компьютерным обоснованием», акцентируя внимание исключительно на его демонстрационной функции.

Пусть требуется решить уравнение: $8x^3 - 6x + 1 = 0$.

После безуспешных попыток решить данное уравнение различными способами (угадывание целого/рационального корня, разложение на множители и т.д.) предлагаем учащимся с помощью GeoGebra построить график левой части этого уравнения. Получим график функции, изображенный на рис. 1.

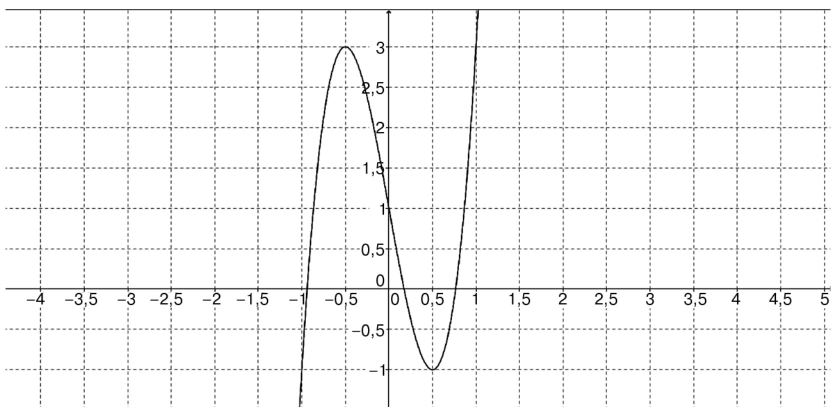


**Рис. 1.** График функции $8x^3 - 6x + 1 = 0$.

«Компьютерное обоснование» здесь выполняет функцию графической демонстрации для выдвижения следующего дедуктивного умозаключения:

– так как все точки пересечения графика функции с абсциссой находятся на интервале $(-1;1)$, то все корни этого уравнения по модулю меньше 1;

– так как все корни уравнения по модулю меньше 1, а все значения косинусов углов из интервала $(0;\pi)$ (синусов углов из интервала $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$) также меньше 1 по модулю, можно сделать замену переменной $x=\cos\alpha$ или $x=\sin\alpha$, где $\alpha\epsilon(0;\pi)$ или $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ соответственно.

После этого умозаключения от решения уравнения переходим к решению системы через косинус:

$$8x^3-6x+1=0\Leftrightarrow\begin{cases}8\cos^3\alpha-6\cos\alpha+1=0\\x=\cos\alpha\\\alpha\in(0;\pi)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4\cos^3\alpha-3\cos\alpha+\dfrac{1}{2}=0\\x=\cos\alpha\\\alpha\in(0;\pi)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\cos3\alpha=-\dfrac{1}{2}\\x=\cos\alpha\\\alpha\in(0;\pi)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\alpha=\pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi n,n\in\mathbb{Z}\\x=\cos\alpha\\\alpha\in(0;\pi)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=\pm\dfrac{2\pi}{9}+\dfrac{2\pi n}{3},n\in\mathbb{Z}\\x=\cos\alpha\\\alpha\in(0;\pi)\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=\dfrac{2\pi}{9}\\\alpha=\dfrac{4\pi}{9}\\\alpha=\dfrac{8\pi}{9}\end{array}\right.\\x=\cos\alpha\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\cos\dfrac{2\pi}{9}\\x=\cos\dfrac{4\pi}{9}\\x=\cos\dfrac{8\pi}{9}\end{array}\right..$$

$$\boxed{\text{Ответ: }\cos\frac{2\pi}{9};\cos\frac{4\pi}{9};\cos\frac{8\pi}{9}.}$$

Решение системы через синус:

$$8x^3-6x+1=0\Leftrightarrow\begin{cases}8\sin^3\alpha-6\sin\alpha+1=0\\x=\sin\alpha\\\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\sin\alpha-4\sin^3\alpha-\dfrac{1}{2}=0\\x=\sin\alpha\\\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sin3\alpha=\dfrac{1}{2}\\x=\sin\alpha\\\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\alpha=(-1)^n\dfrac{\pi}{6}+\pi n,n\in\mathbb{Z}\\x=\sin\alpha\\\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=(-1)^n\dfrac{\pi}{18}+\dfrac{\pi n}{3},n\in\mathbb{Z}\\x=\sin\alpha\\\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=-\dfrac{7\pi}{18}\\\alpha=\dfrac{\pi}{18}\\\alpha=\dfrac{5\pi}{18}\end{array}\right.\\x=\sin\alpha\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sin\dfrac{7\pi}{18}\\x=\sin\dfrac{\pi}{18}\\x=\sin\dfrac{5\pi}{18}\end{array}\right..$$

$$\boxed{\text{Ответ: }-\sin\frac{7\pi}{18};\sin\frac{\pi}{18};\sin\frac{5\pi}{18}.}$$

Приведенный пример продемонстрировал, что «компьютерное обоснование» в отличие от чисто алгебраического не только убеждает учащихся в «естественности» такой подстановки, но и раскрывает перед ними причину ее необходимости. Такой положительный эффект достигается за счет графической интерпретации данного уравнения.

Однако мы не считаем, что «компьютерным обоснованием» можно заменить алгебраическое. Во-первых, потому, что доказать правильность построения графика функции с помощью ИГС GeoGebra на несколько порядков сложнее, чем убедиться в правильности его построения методами математического анализа. Во-вторых, эти обоснования имеют разные образовательные функции:

– «компьютерное обоснование» подводит учащихся к идее замены переменной, посредствам демонстрации графической интерпретации уравнения;

– алгебраическое обоснование доказывает необходимость такой замены за счет установления взаимосвязи между графиком функции и корнями уравнения.

Использование ИГС GeoGebra при обучении решению нестандартных уравнений представляет собой процесс перехода от «компьютерного обоснования» к алгебраическому. При этом можно говорить о существовании двух различных уровней умений решения нестандартных уравнений с использованием ИГС GeoGebra.

I. **Эмпирический уровень** отличается умением убеждаться в «естественности» применения выбранного способа решения уравнения с помощью ИГС GeoGebra, применяемой для построения графика функции.

II. **Абстрактно-теоретический уровень** отличается умением доказывать полученный с помощью ИГС GeoGebra вид графика функции, а также использовать его для обобщения возможных вариаций этого эксперимента.

Рассмотрим особенности обучения решению нестандартных уравнений, которые демонстрируют процесс перехода от первого уровня ко второму.

1. **Методика решений нестандартных уравнений с использованием ИГС GeoGebra на эмпирическом уровне обучения.** Для того чтобы достичь эмпирического уровня, необходимо систематизировать «накопленный» опыт учащихся, связанный с использованием замены переменной для решения уравнений пройденных ранее. Основой данной систематизации выступает интеграция субъектного и «накопленного» опыта учащихся по И.С. Якиманской [6] (табл. 1).

*Таблица 1*

| Этапы интеграции опытов | Описание этапов работы с нестандартным уравнением, решение которого требует тригонометрической замены |
|---|---|
| Актуализация субъектного опыта учащихся, отнесенного к изучаемому вопросу | Постановка перед учащимися проблемного задания: придумать способ замены переменной для решения заданного уравнения |
| Раскрытие содержания субъектного опыта учащихся | Сбор информации о вариантах по замене переменной предлагаемых учащимися (ни один из предложенных вариантов не подвергается критике) |
| Систематизация содержания субъектного опыта учащихся через его сопоставление с «накопленным» | Проводится обоснованный выбор из всех предложенных вариантов замены переменной, который на их взгляд позволит решить заданное уравнение. Результатом выполнения этого задания является установление наиболее распространенных ошибок, совершаемых учащимися при замене переменной |
| Формирование нового субъектного опыта учащихся | Введение тригонометрической замены переменной и формирование умений решать подобные уравнения используя данный метод |

2. **Методика решений нестандартных уравнений с использованием ИГС GeoGebra на абстрактно-теоретическом уровне обучения.** Основной целью данного этапа является формирование умений строго доказывать не только правильность построения параметрического графика функции для обоснования необходимости тригонометрической замены, в исследуемом уравнении, но и динамическое постоянство количества корней расположенных в интервале $(-1;1)$ при заданном параметре $-1 < a < 1$. В этой связи основу методики на данном уровне должен составлять когнитивно-визуальный подход к обучению математике, разработанный В.А. Далингером [1]. Ключевой идеей данного подхода является предоставление учащимся наглядной опоры при формально-аналитических операциях:

1) синтез графической конфигурации, задаваемой уравнением;

2) выделение элементов графической конфигурации, изучение которых становится посылкой к логическому выводу;

3) динамическое изменение одного из параметров графической конфигурации для демонстрации динамической устойчивости количества и границ интервала содержащего точки пересечения с осью абсцисс.

С позиции данного подхода график функции левой части заданного уравнения выступает средством визуальной опоры алгебраических операций, выполняемых в ходе объяснения эмпирически установленного факта количества и расположения точек пересечения с осью абсцисс.

Изменение работы с нестандартным уравнением на каждом из представленных этапов проявляется в появлении новых операций: построение графика функции и его обоснование; алгебраическое доказательство полученных результатов.

Рассмотрим особенности применения этих операций на примере оформления решения предыдущего уравнения, предварительно переписав его в следующем виде:

$$4x^3 - 3x + \frac{1}{2} = 0.$$

Для полной иллюстрации работы с данным уравнением на абстрактно-теоретическом уровне с использованием ИГС GeoGebra необходимо провести параметризацию свободного члена и изменить условия задания с решения на доказательство.

*Докажите*, что для любого значения параметра $a \in (-1;1)$ уравнение

$$4x^3 - 3x + a = 0$$

имеет ровно три различных корня, каждый из которых удовлетворяет неравенству $|x| < 1$.

### I. Построение графика левой части уравнения

1. Построим график функции $y = 4x^3 - 3x + a$.

Записываем данные в линейном виде $y = 4 * x\text{^}3 - 3 * x + a$ в окно нижней панели «ВВОД», после чего в разделе «ПОЛЗУНОК» задаем необходимый интервал значения параметра от $-1$ до $1$ (рис. 2).

### II. Компьютерный эксперимент

*Цель эксперимента* — проверка количества точек пересечения с осью абсцисс (т.е. определение количества корней уравнения и их числовая оценка) при изменении параметра $-1 < a < 1$.

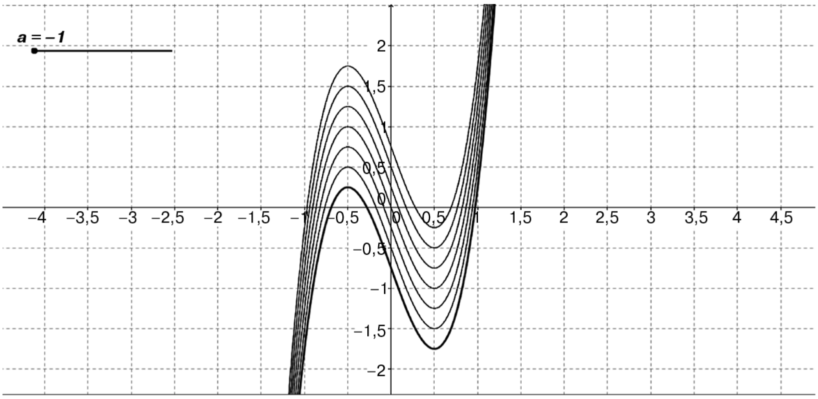


**Рис. 2.** График функции $y = 4x^3 - 3x + a$

*Ход эксперимента*

1. Передвигаем инструмент «ПОЛЗУНОК» с заранее заданным шагом (для удобства визуального восприятия рекомендуемое изменение шага параметра 0,25), так чтобы величина параметра $a$ менялась в пределах от $-1$ до $1$.

2. Наблюдаем за количеством точек пересечения с осью абсцисс и их числовым значением. Их количество остается равным, а значения корней не превышают по модулю 1 в течение всего эксперимента.

*Вывод:* эксперимент подтвердил, что при заданном значении параметра $a$ исходное уравнение имеет ровно три различных корня, каждый из которых по модулю меньше 1.

### III. Аналитическое доказательство и алгебраическое решение

Докажем, что все корни данного уравнения по модулю меньше 1.

Перепишем уравнение: $4x^3 - 3x + a = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 3x = -a$.

Пусть $|x| \geq 1$, тогда $|4x^2 - 3| \geq 1$, значит $|x(4x^2 - 3)| \geq 1$. Получили, что при $|x| \geq 1$ левая часть уравнения по модулю не меньше единицы, а правая по модулю меньше единицы, что невозможно. Значит, все корни уравнения по модулю меньше 1. Таким образом, возможно сделать замену $x = \cos\alpha$, при $\alpha \epsilon (0; \pi)$ и решить полученную систему.

$$\begin{cases} 4x^3 - 3x = -a \\ a \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha = -a \\ x = \cos\alpha \\ \alpha \in (0;\pi) \\ a \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3\alpha = -a \\ x = \cos\alpha \\ \alpha \in (0;\pi) \\ a \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3\alpha = \pm\arccos(-a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \cos\alpha \\ \alpha \in (0;\pi) \\ a \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \pm\dfrac{1}{3}\arccos(-a) + \dfrac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \cos\alpha \\ \alpha \in (0;\pi) \\ a \in (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=\pm\frac{1}{3}\arccos a+\frac{(2n\pm1)\pi}{3}, n\in\mathbb{Z}\\ x=\cos\alpha\\ \alpha\in(0;\pi)\end{array}\right.\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=-\frac{1}{3}\arccos a+\pi\\ \alpha=-\frac{1}{3}\arccos a+\frac{\pi}{3}\\ \alpha=-\frac{1}{3}\arccos a-\frac{\pi}{3}\end{array}\right.\\ x=\cos\alpha\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-\cos\left(\frac{1}{3}\arccos a\right)\\ x=\cos\left(\frac{1}{3}\arccos a+\frac{\pi}{3}\right)\\ x=\cos\left(\frac{1}{3}\arccos a-\frac{\pi}{3}\right)\end{array}\right.\\ a\in(-1;1)\end{cases}$$

**Ответ:** $-\cos\left(\frac{1}{3}\arccos a\right);\cos\left(\frac{1}{3}\arccos a+\frac{\pi}{3}\right);\cos\left(\frac{1}{3}\arccos a-\frac{\pi}{3}\right)$, **при** $a\in(-1;1)$.

Или сделать замену $x=\sin\alpha$, при $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

$$\begin{cases}3x-4x^3=a\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\sin\alpha-4\sin^3\alpha=a\\ x=\sin\alpha\\ \alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin3\alpha=a\\ x=\sin\alpha\\ \alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}3\alpha=(-1)^n\arcsin a+\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ x=\sin\alpha\\ \alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=\frac{(-1)^n}{3}\arcsin a+\frac{\pi n}{3}, n\in\mathbb{Z}\\ x=\sin\alpha\\ \alpha\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=\frac{1}{3}\arcsin a\\ \alpha=-\frac{1}{3}\arcsin a+\frac{\pi}{3}\\ \alpha=\frac{1}{3}\arcsin a\end{array}\right.\\ x=\sin\alpha\\ a\in(-1;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin a\right)\\ x=-\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin a\right)\\ x=-\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin a-\frac{\pi}{3}\right)\end{array}\right.\\ a\in(-1;1)\end{cases}$$

**Ответ:** $-\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin a-\frac{\pi}{3}\right);-\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin a\right);\sin\left(\frac{1}{3}\arcsin a\right)$, **при** $a\in(-1;1)$.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] *Далингер В.А.* Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике. — URL: http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-151.pdf
[2] *Шабанова М.В. и др.* Обучение математике с использование возможностей GeoGebra: Коллективная монография. — М.: Изд-во Перо, 2013. — 127 с.
[3] *Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И.* Нестандартные методы решения уравнений и неравенств: Справочник. — М.: Изд-во Факториал, 1997. — 219 с.
[4] Приказ Министерства образования и науки Российской федерации от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарт среднего (полного) общего образования» // «Российская газета» — Федеральный выпуск № 5812 от 21.07.2012.
[5] *Рыжик В.И.* Компьютер. Смена парадигмы? — URL: http://grouper.ieee.org/groups/ifets/russian/depository/v13_i3/pdf/4r.pdf
[6] *Якиманская И.С.* Технология личностно-ориентированного образования. — М.: Сентябрь, 2000. — 173 с.

## LITERATURA

[1] *Dalinger V.A.* Kognitivno-vizual'nyj podhod i ego osobennosti v obuchenii matematike. — URL: http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-151.pdf
[2] *Shabanova M.V. i dr.* Obuchenie matematike s ispol'zovanie vozmozhnostej GeoGebra: Kollektivnaja monografija. — M.: Izd-vo Pero, 2013. — 127 s.
[3] *Olehnik S.N., Potapov M.K., Pasichenko P.I.* Nestandartnye metody reshenija uravnenij i neravenstv: Spravochnik. — M.: Izd-vo Faktorial, 1997. — 219 s.
[4] Prikaz Ministerstva obrazovanija i nauki Rossijskoj federacii ot 17 maja 2012 g. № 413 «Ob utverzhdenii federal'nogo gosudarstvennogo obrazovatel'nogo standart srednego (polnogo) obshhego obrazovanija» // «Rossijskaja gazeta» — Federal'nyj vypusk № 5812 ot 21.07.2012.
[5] *Ryzhik V.I.* Komp'juter. Smena paradigmy? — URL: http://grouper.ieee.org/groups/ifets/russian/depository/v13_i3/pdf/4r.pdf
[6] *Jakimanskaja I.S.* Tehnologija lichnostno-orientirovannogo obrazovanija. — M.: Sentjabr', 2000. — 173 s.

# METHODICAL FEATURES OF USING AN INTERACTIVE GEOMETRIC ENVIRONMENT GEOGEBRA IN STUDYING TOPICS «SOLUTION OF NON-STANDARD EQUATIONS»

**U.V. Sadovnichy, R.M. Turkmenov**

Department of the general topology and geometry
Lomonosov Moscow State University
*Leninskie gory, 1, Moscow, Russia, 119991*

The in the given article presents one of the options of the practical implementation of methodical features interactive-informational approach in teaching at profile level algebra and the beginnings of mathematical analysis high school students. The on using specific examples from developed by the article authors elective course «The decision of non-standard equations» demonstrates the use of interactive geometry environment GeoGebra, as a means of translation students from an empirical level search solution for non-standard equations on abstract-theoretical. The when doing so GCI GeoGebra in work with non-standard equations at the empirical level acts only as a tool for computer-assisted experiment. The According to his results occurs was put forward hypothesis concerning the method of solution of the given equation. After that on an abstract — theoretical level provide strict algebraic proof the proposed hypothesis.

**Key words:** the computer experiment, the non-standard equation, the non-standard replacement, the high school, the profile training, the algebra and beginning of mathematical analysis, the interactive geometry environment GeoGebra.