ФОРМИРОВАНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ В ОБЛАСТИ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.С. Корнилов

Кафедра информатизации образования
Московский городской педагогический университет
Шереметьевская ул., 29, Москва, Россия, 127521

При обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений у бакалавров и магистрантов формируются фундаментальные знания в области методов математической физики, при помощи которых могут быть исследованы разнообразные математические задачи. Приводятся постановки учебных обратных задач для дифференциальных уравнений, для исследования которых применяются методы математической физики, а также краткая схема их исследования с формулировкой полученных результатов. Демонстрируются такие методы математической физики, как метод характеристик, метод Фурье, метод свертки, формула Кирхгофа, которые бакалавры и магистранты применяют при решении обратных задач на учебных занятиях.

Ключевые слова: обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений, методы математической физики, прикладная математика, бакалавр, магистрант

Основополагающими нормативными документами, содержащими требования к реализации образовательных программ подготовки в высших учебных заведениях бакалавров и магистрантов, являются Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования, утвержденные Министерством образования и науки РФ. Среди таких требований — характеристика направления подготовки и профессиональной деятельности, требования к результатам освоения образовательных программ, к структуре образовательных программ и другие требования. Требования к структуре образовательных программ включают перечень изучаемых учебных циклов, содержание учебных циклов, имеющих базовую и вариативную части. Содержание этих учебных циклов включает учебные дисциплины, наличие которых определяется профессиональной направленностью обучения.

Профессиональная направленность обучения бакалавров и магистрантов по направлениям подготовки 231300 — «Прикладная математика», 010900 — «Прикладная математика и физика», 010400 — «Прикладная математика и информатика», 010200 — «Математика и компьютерные науки», 010800 — «Механика и математическое моделирование», 010100 — «Математика», 011200 — «Физика» и другим направлениям подготовки бакалавров и магистрантов определяет перечень математических учебных дисциплин, входящих в соответствующие образовательные программы, по которым ведется такое обучение [22; 23].

Среди таких базовых математических учебных дисциплин — математический анализ, функциональный анализ, комплексный анализ, аналитическая геометрия, алгебра, методы оптимизации, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математики и математическая логика, численные методы, интегральные уравнения и другие математические учебные дисциплины. Фундаментальные знания по вышеперечисленным базовым математическим учебным дисциплинам позволяют бакалаврам и магистрантам освоить разнообразные методы математической физики, с помощью которых могут быть исследованы как обыкновенные дифференциальные уравнения, так и дифференциальные уравнения в частных производных, которые также относятся к базовым математическим учебным дисциплинам. Среди таких методов математической физики — метод Дюамеля, метод Фурье, метод характеристик, метод функции Грина, метод операторных уравнений Вольтерра, метод С.Л. Соболева, метод шкал в банаховых пространствах аналитических функций, метод свертки, формула Даламбера, формула Пуассона, формула Кирхгофа, принцип максимума, преобразование Лапласа и другие методы математической физики [1; 3; 16; 20; 21].

Вместе с тем с помощью перечисленных методов математической физики успешно исследуются и обратные задачи для дифференциальных уравнений, которые в настоящее время преподаются в виде специальных курсов во многих высших учебных заведениях России для бакалавров и магистрантов, обучающихся по физико-математическим направлениям подготовки, отмеченным выше [2; 4—15; 17—19; 24]. Большой вклад в развитие методов исследования обратных задач для дифференциальных уравнений вносят работы А.С. Алексеева, В.А. Амбарцумяна, А.В. Баева, Г. Борга, П.Н. Вабишевича, А.О. Ватульяна, В.В. Васина, И.М. Гельфанда, А.М. Денисова, С.И. Кабанихина, М.Г. Крейна, М.М. Лаврентьева, Б.М. Левитана, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н. Тихонова, В.А. Юрко, В.Г. Яхно и других ученых [4; 6; 7; 10; 17—19].

В качестве примеров продемонстрируем применение некоторых методов математической физики при исследовании обратных задач для дифференциальных уравнений. Для краткости изложения будут приведены постановки обратных задач, входящих в содержание обучения бакалавров и магистрантов, применяемый метод математической физики, общая схема исследования обратной задачи с формулировкой полученного результата.

Метод характеристик

Студентам предлагается исследовать обратную задачу определения неизвестного коэффициента $a^+(x)$ в области $x > 0$ из дифференциального уравнения в частных производных гиперболического типа при начальных и граничных условиях

$$U_{tt} = U_{xx} - a(x)U_t,\ x \in R,\ x \neq 0,\ t \in R, \tag{1}$$

$$U|_{t<0} \equiv 0, \tag{2}$$

$$[U]_{x=0} = 0,\ [U_x]_{x=0} = \alpha \cdot \delta(t),\ t \geq 0 \tag{3}$$

и дополнительной информации

$$U(+0,\ t) = f(t),\ t > 0. \tag{4}$$

В (1)—(4) $a(x) = a^-$, $x < 0$; $a(x) = a^+(x)$, $x > 0$; $[U]_{x=0} = \lim\limits_{x\to+0} U(x,\ t) - \lim\limits_{x\to-0} U(x,\ t)$; $[U_x]_{x=0} = \lim\limits_{x\to+0} U_x(x,\ t) - \lim\limits_{x\to-0} U_x(x,\ t) = \alpha\delta(t)$, $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака, a^-, α — известные константы.

Студентам прежде всего предстоит выделить у функции $U(x,\ t)$ как решения прямой задачи (1)—(3), сингулярную часть [5; 18; 19]:

$$U(x,\ t) = \lambda(x)\theta(t - |x|) + U^*(x,\ t), \tag{5}$$

где $\theta(t - |x|)$ — тета-функция Хевисайда; $U(x^*,\ t)$ — непрерывная функция при переходе через поверхность $t = |x|$, $\lambda(x)$ может быть найдена стандартным методом выделения особенностей:

$$\lambda(x) = \lambda^-(x),\ x < 0;\ \lambda(x) = \lambda^+(x),\ x > 0;\ \lambda^-(x) = \gamma\varphi^-(x),\ \lambda^+(x) = \gamma\varphi^+(x);$$

$$\varphi^-(x) = \exp\left(\frac{1}{2}a^- x\right),\ \varphi^+(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\int\limits_0^x a^+(\xi)\,d\xi\right). \tag{6}$$

После несложных преобразований студенты получают следующие соотношения (если $t < |x|$, то $U \equiv 0$, а если $t > x > 0$, $t > -x > 0$, то $U = U^*$):

$$U_{tt} = U_{xx} - a(x)U_t,\ (x,\ t) \in D^- \cup D^+, \tag{7}$$

$$U(x,\ |x|) = \lambda(x),\ x \in R, \tag{8}$$

$$[U]_{x=0} = 0,\ [U_x]_{x=0} = 0, \tag{9}$$

$$U(+0,\ t) = f(t),\ t > 0. \tag{10}$$

где $D^- = \{(x,\ t)\ |\ t > -x > 0\}$, $D^+ = \{(x,\ t)\ |\ t > x > 0\}$.

Для исследования свойств решения прямой задачи (7)—(9) и в дальнейшем построения системы уравнений обратной задачи студенты реализуют метод характеристик, с помощью которого дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка (7) может быть сведено к системе дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_i \frac{\partial}{\partial x}\right) P_i = \Phi_i,\ i = 1,\ 2,\ 3, \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned}
&P_1(x,\ t)=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x,\ t),\\
&P_2(x,\ t)=\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x,\ t),\ P_3(x,\ t)=U(x,\ t),\\
&\Phi_i(x,\ t)=-a(x)U_t(x,\ t),\ i=1,\ 2,\\
&\Phi_3(x,\ t)=\frac{1}{2}\big(P_1(x,\ t)+P_2(x,\ t)\big),\ \nu_1=-1,\ \nu_2=1,\ \nu_3=0
\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

а соотношения (8), (9) к виду (13)

$$\left.\begin{aligned}
&P_1\big|_{t=x}=\beta_1(x),\ \beta_1(x)=-\frac{1}{2}a^+(x)\lambda^+(x),\ x>0;\\
&P_2\big|_{t=-x}=\beta_2(x),\ \beta_2(x)=\frac{1}{2}a^-\lambda^-(x),\ x<0;\\
&P_3\big|_{t=|x|}=\lambda(x),\ x\in R.
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Применяя методы исследования подобных обратных задач, разработанные В.Г. Романовым [5—8; 17—19], студенты строят систему нелинейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода относительно функций $\Phi_3(x, t)$, $a^+(x)$. Данная система уравнений имеет малый параметр. Это обстоятельство позволяет студентам применить в малой области принцип сжатых отображений и доказать корректность решения обратной задачи. Приведем эти результаты.

Лемма 1. Если $a^+ \in C[0, T/2]$, то $f(t) \in C^1[0, T]$, $t > 0$, $x = +0$ и $f(+0) = -(1/2)\alpha$.

Теорема 1. Пусть $f(t) \in C^1(0, T)$ и $f(+0) = -(1/2)\alpha$. Тогда при малом $T > 0$ и $x \in (0, T/2)$ решение обратной задачи (1)—(4) существует, единственно и принадлежит классу $C[0, T/2]$.

Пусть $Q^+(M, T) = \{a^+(x) \mid \|a^+\|_{C[0,\ T/2]} \le M\}$.

Теорема 2. Пусть $a^+(x), \bar{a}^+(x) \in Q^+(M, T)$ и $f(t), \bar{f}(t) \in C^1(0, T)$ — дополнительная информация о решении прямой задачи (1)—(3) при $t > 0$, $x = +0$. Тогда

$\|a^+(x) - \bar{a}^+(x)\|_{C[0,\ T/2]} \le C\,\|f'(t), \bar{f}'(t)\|_{C[0,\ T]}$, C — константа.

Метод Фурье

В процессе обучения обратным задачам бакалаврам и магистрантам может быть предложена следующая обратная задача для дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа [19]. Требуется найти начальное состояние ограниченного нагретого стержня, если решение краевой задачи

$$U_t = U_{xx},\ 0 < x < \pi,\ t > 0,\ U = U(x, t), \tag{14}$$

$$U(0, t) = U(\pi, t) = 0,\ t > 0,\ U(x, 0) = \varphi(x),\ 0 \le x \le \pi \tag{15}$$

известно в фиксированный момент времени $t = T$:

$$U(x, t) = \psi(x),\ 0 \le x \le \pi. \tag{16}$$

Студенты решение задачи (14)—(16) при общих предположениях о функции $\varphi(x)$ выписывают с помощью метода Фурье

$$U(x,\ t) = \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-n^2 t)\varphi_n \sin(nx). \tag{17}$$

В (17) φ_n — коэффициенты Фурье функции $\varphi(x)$ по системе функций $\sin(nx)$, $n = 1, 2, \ldots$ Полагая в формуле (17) $t = T$, студенты получают выражение

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-n^2 T)\varphi_n \sin(nx),\ 0 \le x \le \pi. \tag{18}$$

Откуда следует, что $\varphi_n = \exp(n^2 T)\psi_n$, $n = 1, 2, \ldots$, где ψ_n — коэффициенты Фурье функции $\psi(x)$. Так как коэффициенты φ_n, $n = 1, 2, \ldots$, однозначно определяют любую функцию $\varphi(x) \in L^2[0, \pi]$, то решение обратной задачи единственно в классе функций $L^2[0, \pi]$.

При решении обратной задачи студенты делаю два важных замечания, демонстрируя тем самым фундаментальные знания по математическому и функциональному анализу:

1) предельное условие (15) выполняется только в следующем смысле:

$$\lim_{t \to +0} \int_0^{\pi} \left[U(x,\ t) - \varphi(x)\right]^2 dx = 0;$$

2) для существования решения обратной задачи необходимо и достаточно выполнения условия

$$\sum_{n=1}^{\infty} \psi_n^2 \exp(2n^2 T) < \infty.$$

Метод свертки

В процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений бакалаврам и магистрантам предлагается исследовать следующую обратную задачу для телеграфного уравнения [19].

Требуется вычислить неизвестный коэффициент $a(x)$ из следующих соотношений:

$$U_{tt} - U_{xx} = a(x)U_t + \delta(x, t),\ x \ge 0,\ t \in R, \tag{19}$$

$$U|_{t<0} \equiv 0,\ U_x|_{x=0} = 0\ (t > 0), \tag{20}$$

$$U(0, t) = f(t),\ t > 0, \tag{21}$$

где $\delta(x, t)$ — дельта-функция Дирака, а выражение (21) — дополнительная информация о решении прямой задачи (19), (20).

При этом студентам в процессе исследования этой обратной задачи нужно применить метод свертки, при помощи которого решение прямой задачи (19), (20) может быть выписано через фундаментальное решение $G_1(x, t) = \theta(t - |x|)/2$ задачи Коши

$$(G_1)_{tt} - (G_1)_{xx} = \delta(x, t),\ (x, t) \in R^2,\ G_1|_{t<0} \equiv 0.$$

Это решение имеет вид

$$U(x,t) = G_1(x,\ t) * (a(x)U_t(x,\ t) + 2\ \delta(x,\ t)) =$$
$$= (1/2)\int_{R^2} \theta(t - \tau - |x - \xi|)\big(2\delta(\xi,\ \tau) + a(\xi)U_\tau(\xi, \tau)\big)d\xi d\tau.$$

Откуда

$$U(x, t) = \theta(t - |x|) + (1/2)\int_{x-t}^{x+t} a(\xi)d\xi \int_0^{t-|x-\xi|} U_\tau(\xi,\ \tau)d\tau. \tag{22}$$

Полученное соотношение (22) при $t \geq |x|$ имеет вид

$$U(x, t) = 1 + (1/2)\int_{(x-t)/2}^{(x+t)/2} a(\xi)U(\xi,\ t - |x - \xi|)d\xi. \tag{23}$$

Из (23), после несложных преобразований, студенты получают интегральное уравнение Вольтера второго рода относительно искомого коэффициента $a(x)$

$$a(t/2) = 2f'(t) + (1/4)a(t/2)\int_0^t a(\xi/2)\varphi(\xi/2)d\xi + 2\int_0^{t/2} a(\xi)V(\xi, t - \xi)d\xi, \tag{24}$$

где $V(x, t) = U_t(x, t)$.

В дальнейшем, применяя принцип сжатых отображений, метод последовательных приближений, студенты доказывают существование и единственность решения обратной задачи в области $D(T) = \{(x, t) \mid |x| \leq t \leq T - |x|\}$.

Сформулируем лишь теорему, результаты которой демонстрируют оценку условной устойчивости решения рассматриваемой обратной задачи.

Лемма 2. Если $a \in C[0, T/2]$, то $f(t) \in C^1[0, T]$, $t > 0$, $x = 0$ и $f(0) = -1$.

Пусть $Q(M, T) = \{a(x) \mid \|a\|_{C[0,\ T/2]} \leq M\}$.

Теорема 3. Пусть $a(x), \bar{a}(x) \in Q(M, T), f(t), \bar{f}(t) \in C^1(0, T)$ — дополнительная информация о решении прямой задачи (19), (20) на полуоси $t > 0$, $x = 0$. Тогда неравенство

$$\|a(x) - \bar{a}(x)\|_{C[0,\ T/2]} \leq C\|f'(t) - \bar{f}'(t)\|_{C[0,\ T]}.$$

Формула Кирхгофа

Для примера рассмотрим одну из обратных задач для трехмерного дифференциального уравнения в частных производных гиперболического типа, которая входит в содержание обучения бакалавров и магистрантов обратным задачам [18; 19], для нахождения решения которой применяется формула Кирхгофа.

Студентам предлагается вычислить коэффициент $a(z)$ из следующих соотношений

$$\Pi U \equiv U_{tt} - \Delta U = a(z)U + \delta(M, t),\ U = U(M, t),\ M = (x, y, z),$$

$$(x, y) \in R^2,\ z > 0,\ t \in R, \tag{25}$$

$$U|_{t<0} \equiv 0,\ U_z|_{z=0} = 0\ (t > 0), \tag{26}$$

$$U(M_1, t) = f(t),\ (t > 0). \tag{27}$$

В (25) — $\delta(M, t)$ — дельта-функция Дирака; $M_1 = (x_1, y_1, 0)$ — фиксированная точка пространства R^3, (27) — дополнительная информация о решении прямой задачи (25), (26).

При этом студентам нужно использовать метод свертки, который позволяет построить интегральное уравнение относительно решения прямой задачи (25), (26)

$$U(M, t) = G_3(M, t) * (a(z)U(M, t) + 2\delta(M, t)) =$$
$$= \frac{1}{4\pi}\int_{R^4} \frac{\theta(t-\tau)\delta(t-\tau-r(P, M)}{r(P, M)}\left[a(\varsigma)U(P, \tau) + 2\delta(P, \tau)\right]dPd\tau,$$

$$P = P(\xi, \eta, \varsigma),\ r(M, 0) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \tag{28}$$

В (28) функция $G_3(M, t) = \theta(t)\delta(t - r(M, 0)(1/4\pi r(M, 0))$— решение задачи: $\Pi G_3 = \delta(M, t),\ G_3|_{t<0} \equiv 0$.

В дальнейшем студенты применяют стандартный метод выделения сингулярной части

$$U(M, t) = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\delta(t - r(M, 0))}{r(M, 0)} + \frac{1}{4\pi}\iiint\limits_{r(P, M)\le t}\frac{a(\varsigma)U(P, t - r(P, M)}{r(P, M)}dP. \tag{29}$$

Откуда

$$V(M, t) = \iiint\limits_{r(P, M)\le t}\frac{a(\varsigma)\delta(t - r(P, M) - r(P, 0))}{r(P, M)r(P, 0)}dP +$$
$$+ \frac{1}{4\pi}\iiint\limits_{r(P, M)\le t}\frac{a(\varsigma)V(P, t - r(P, M)}{r(P, M)}dP, \tag{30}$$

где $V(M, t) = U(M, t) - \dfrac{\delta(t - r(M, 0))}{2\pi r(M, 0)}$.

После перехода к сферическим координатам студенты получают интегральное уравнение Вольтерра

$$V(M,\,t)=\frac{1}{\sqrt{t^2-r^2(M,\,0)}}\int\limits_{(y-\sqrt{t^2-r^2(M,\,0)})/2}^{(y+\sqrt{t^2-r^2(M,\,0)})/2} a(\varsigma)d\varsigma+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int\limits_{r(M,\,0)}^{t}\frac{d\tau}{\tau^2-r^2(M,\,0)}\iint\limits_{S(M,\,t)} r^3(P,\,0)a(\varsigma)V(P,\,t-r(P,\,M)d\omega. \qquad (31)$$

Интегральное уравнение для коэффициента $a(z)$ несложно построить, если продифференцировать (31) по t и учесть (27).

Дальнейшее исследование обратной задачи студенты проводят по стандартной схеме, разработанной В.Г. Романовым, используя принцип сжатых отображений и метод последовательных приближений.

В процессе исследования обратных задач для дифференциальных уравнений, бакалавры и магистранты приобретают умения и навыки применения разнообразных методов математической физики, которые им преподавались в учебных курсах математического, функционального, векторного анализа, аналитической геометрии, алгебры, интегральных уравнений и других учебных курсах, осознают широту их использования в исследованиях прикладных математических задач. Доказывая сложные теоремы существования, единственности и условной устойчивости решения разнообразных обратных задач, они демонстрируют фундаментальные знания как в области теории и методологии обратных задач, так и в области методов математической физики.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984. 384 с.

[2] *Бидайбеков Е.Ы., Корнилов В.С., Камалова Г.Б.* Обучение будущих учителей математики и информатики обратным задачам для дифференциальных уравнений // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2014. № 3 (29). С. 57–69.

[3] *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Обобщенные функции и действия над ними. М.: Физматгиз, 1958. 440 с.

[4] *Денисов А.М.* Введение в теорию обратных задач: учебное пособие. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 1994. 207 с.

[5] *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи: учебник для студентов вузов. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. 458 с.

[6] *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи для волновых уравнений: монография. Новосибирск: СибУПК, 2000. 252 с.

[7] *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие. М.: МГПУ, 2005. 359 с.

[8] *Корнилов В.С.* Обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор гуманитаризации математического образования: монография. М.: МГПУ, 2006. 320 с.

[9] *Корнилов В.С.* Реализация дидактических принципов обучения при использовании образовательных электронных ресурсов в курсе «Обратные задачи для дифференциальных

уравнений» // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2006. № 1 (3). С. 40—44.

[10] *Корнилов В.С.* История развития теории обратных задач для дифференциальных уравнений — составляющая гуманитарного потенциала обучения прикладной математике // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия «Информатика и информатизация образования». 2009. № 1 (17). С. 108—113.

[11] *Корнилов В.С.* Теоретические основы информатизации прикладного математического образования: монография. Воронеж: Научная книга, 2011. 140 с.

[12] *Корнилов В.С.* Психологические аспекты обучения студентов вузов фрактальным множествам // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2011. № 4. С. 79—82.

[13] *Корнилов В.С.* Обратные задачи в содержании обучения прикладной математике // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2014. № 2. С. 109—118.

[14] *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор формирования компетентности в области прикладной математики // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Информатизация образования». 2015. № 1. С. 63—72.

[15] *Корнилов В.С.* Обучение студентов обратным задачам математической физики как фактор формирования фундаментальных знаний по интегральным уравнениям // Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации. Рецензируемый сборник научных трудов. Самара: Самарский филиал МГПУ, 2015. Том. VI. С. 251—257.

[16] *Котляр Я.М.* Методы математической физики и задачи гидроаэродинамики. М.: Высшая школа, 1991. 208 с.

[17] *Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980. 286 с.

[18] *Романов В.Г.* Обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: НГУ, 1973. 252 с.

[19] *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984. 264 с.

[20] *Танана В.П.* Методы решения операторных уравнений. М.: Наука, 1981. 157 с.

[21] *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 2004. 798 с.

[22] Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по направлениям подготовки бакалавриата. URL: http://минобрнауки.рф/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/924

[23] Федеральные государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по направлению магистратуры. URL: http://fgosvo.ru/fgosvpo/8/6/2/30

[24] *Яхно В.Г.* Обобщенные функции в обратных задачах для дифференциальных уравнений: методические указания. Новосибирск: НГУ, 1987. 24 с.

FORMATION OF FUNDAMENTAL KNOWLEDGE OF STUDENTS IN THE FIELD OF METHODS OF MATHEMATICAL PHYSICS IN TRAINING INVERSE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

V.S. Kornilov

Department of informatization of education
Moscow city pedagogical university
Sheremetyevskaya str., 29, Moscow, Russia, 127521

In article the attention that when training in the inverse problems for the differential equations at bachelors and undergraduates fundamental knowledge in the field of methods of mathematical physics whom allows to investigate various educational mathematical tasks successfully is formed is paid. Statements of educational inverse problems for the differential equations to which research methods of mathematical physics, and also the short scheme of their research with the formulation of the received results are applied are given. Such methods of mathematical physics as a method of characteristics, Fourier's method, a convolution method, Kirchhoff's formula which bachelors and undergraduates apply at the solution of the inverse problems on studies are shown.

Key words: training in the inverse problems for the differential equations, methods of mathematical physics, applied mathematics, the bachelor, the undergraduate

REFERENCES

[1] Arsenin V.Ja. Metody matematicheskoj fiziki i special'nye funkcii [Methods of mathematical physics and special functions]. M.: Nauka, 1984. 384 p.

[2] Bidajbekov E.Y., Kornilov V.S., Kamalova G.B. Obuchenie budushhih uchitelej matematiki i informatiki obratnym zadacham dlja differencial'nyh uravnenij [Training of future mathematics teachers and informatics to the return tasks for the differential equations]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Moscow city pedagogical university. «Informatics and Informatization of Education» series*]. 2014. No 3 (29). pp. 57–69.

[3] Gel'fand I.M., Shilov G.E. Obobshhennye funkcii i dejstvija nad nimi [The generalized functions and actions over them]. M.: Fizmatgiz, 1958. 440 p.

[4] Denisov A.M. Vvedenie v teoriju obratnyh zadach: uchebnoe posobie [Introduction to the theory of the return tasks: manual]. M.: Izd-vo MGU im. M.V. Lomonosova, 1994. 207 p.

[5] Kabanihin S.I. Obratnye i nekorrektnye zadachi [Inverse and incorrect problems]: uchebnik dlja studentov vuzov. Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe izdatel'stvo, 2009. 458 p.

[6] Kornilov V.S. Nekotorye obratnye zadachi dlja volnovyh uravnenij [Some inverse problems for the wave equations]: monografija. Novosibirsk: SibUPK, 2000. 252 p.

[7] Kornilov V.S. Nekotorye obratnye zadachi identifikacii parametrov matematicheskih modelej [Some inverse problems of identification of parameters of mathematical models]: uchebnoe posobie. M.: MSPU, 2005. 359 p.

[8] Kornilov V.S. Obuchenie obratnym zadacham dlja differencial'nyh uravnenij kak factor gumanitarizacii matematicheskogo obrazovanija [Training in the inverse problems for the differential equations as a factor of humanitarization of mathematical education]: monografija. M.: MSPU, 2006. 320 p.

[9] Kornilov V.S. Realizacija didakticheskih principov obuchenija pri ispol'zovanii obrazovatel'nyh jelektronnyh resursov v kurse «Obratnye zadachi dlja differencial'nyh uravnenij» [Realization of the didactic principles of training when using educational electronic resources is aware «The inverse problems for the differential equations»]. *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov.*

Serija «Informatizacija obrazovanija» [*Bulletin of the Russian university of friendship of the people. Education Informatization series*]. 2006. No 1 (3). pp. 40–44.

[10] Kornilov V.S. Istorija razvitija teorii obratnyh zadach dlja differencial'nyh uravnenij — sostavljajushhaja gumanitarnogo potenciala obuchenija prikladnoj matematike [History of development of the theory of the inverse problems for the differential equations — a component of humanitarian potential of training in applied mathematics]. *Vestnik Moskovskogo gorodskogo pedagogicheskogo universiteta. Serija «Informatika i informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Moscow city pedagogical university. «Informatics and Informatization of Education» series*]. 2009. No 1 (17). pp. 108–113.

[11] Kornilov V.S. Teoreticheskie osnovy informatizacii prikladnogo matematicheskogo obrazovanija: monografija [Theoretical bases of informatization of applied mathematical education]. Voronezh: Nauchnaja kniga, 2011. 140 p.

[12] Kornilov V.S. Psihologicheskie aspekty obuchenija studentov vuzov fraktal'nym mnozhestvam [Psychological aspects of training of students of higher education institutions in fractal sets]. *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Russian university of friendship of the people. Education Informatization series*]. 2011. No 4. pp. 79–82.

[13] Kornilov V.S. Obratnye zadachi v soderzhanii obuchenija prikladnoj matematike [The inverse problems in the content of training in applied mathematics]. *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Russian university of friendship of the people. Education Informatization series*]. 2014. No 2. pp. 109–118.

[14] Kornilov V.S. Obuchenie studentov obratnym zadacham dlja differencial'nyh uravnenij kak faktor formirovanija kompetentnosti v oblasti prikladnoj matematiki [Training of students in the return tasks for the differential equations as a factor of formation of competence of the field of applied mathematics]. *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Serija «Informatizacija obrazovanija»* [*Bulletin of the Russian university of friendship of the people. Education Informatization series*]. 2015. No 1. pp. 63–72.

[15] Kornilov V.S. Obuchenie studentov obratnym zadacham matematicheskoj fiziki kak factor formirovanija fundamental'nyh znanij po integral'nym uravnenijam [Training of students in the inverse problems of mathematical physics as factor of formation of fundamental knowledge of the integrated equations]. *Bjulleten' laboratorii matematicheskogo, estestvennonauchnogo obrazovanija i informatizacii. Recenziruemyj sbornik nauchnyh trudov* [*Bulletin of laboratory of mathematical, natural-science education and informatization. The reviewed collection of scientific work*]. Samara: Samarskij filial MGPU, 2015. T. VI. pp. 251–256.

[16] Kotljar Ja.M. Metody matematicheskoj fiziki i zadachi gidroajerodinamiki [Methods of mathematical physics and problem of hydroaerodynamics]. M.: Vysshaja shkola, 1991. 208 p.

[17] Lavrent'ev M.M., Romanov V.G., Shishatskij S.P. Nekorrektnye zadachi matematicheskoj fiziki i analiza [Incorrect problems of mathematical physics and analysis]. M.: Nauka, 1980. 286 p.

[18] Romanov V.G. Obratnye zadachi dlja differencial'nyh uravnenij [Inverse problems for the differential equations: a special course for students of NSU]: speckurs dlja studentov NGU. Novosibirsk: NGU, 1973. 252 p.

[19] Romanov V.G. Obratnye zadachi matematicheskoj fiziki [Inverse problems of mathematical physics]: monografija. M.: Nauka, 1984. 264 p.

[20] Tanana V.P. Metody reshenija operatornyh uravnenij [Methods of the solution of the operator equations]. M.: Nauka, 1981. 157 p.

[21] Tihonov A.N., Samarskij A.A. Uravnenija matematicheskoj fiziki [Equations of mathematical physics]. M.: Nauka, 2004. 798 p.

[22] Federal'nye gosudarstvennye obrazovatel'nye standarty vysshego professional'nogo obrazovanija po napravlenijam podgotovki bakalavriata [Federal state educational standards of higher education in the directions of preparation of a bachelor degree]. URL: http://minobrnauki.rf/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/924

[23] Federal'nye gosudarstvennye obrazovatel'nye standarty vysshego professional'nogo obrazovanija po napravleniju magistratury [Federal state educational standards of higher education in the direction of a magistracy]. URL: http://fgosvo.ru/fgosvpo/8/6/2/30

[24] Jahno V.G. Obobshhennye funkcii v obratnyh zadachah dlja differencial'nyh uravnenij: metodicheskie ukazanija [The generalized functions in the return tasks for the differential equations]. Novosibirsk: NGU, 1987. 24 p.