

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СООРУЖЕНИЯ С ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ, ОСЛАБЛЕННОМ ВЫРАБОТКОЙ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Д.Н. Низомов¹, А.А. Ходжибоев²,
О.А. Ходжибоев¹

¹Институт геологии, сейсмостойкого
строительства и сейсмологии
Академии наук Республики Таджикистан
ул. Айни 267, Душанбе, Республика Таджикистан, 734029

²Таджикский технический университет им. академика М.С. Осими
Пр. академиков Раджабовых, 10, Душанбе,
Республика Таджикистан 10734042

В статье излагается алгоритм численного решения задачи по расчету сооружения, взаимодействующего с упругим полупространством в условиях плоской деформации.

Ключевые слова: метод граничных интегральных уравнений, плоская задача, упругое полупространство, полуплоскость с отверстием, решение Мелана, решение Кельвина, уравнение Коши, сооружение-полуплоскость, грунт-сооружение.

Исследуется статическая задача взаимодействия сооружения $\Omega_1 + S_1$ с упругим полупространством $\Omega^* + S_\infty$, ослабленным полостью $\Omega_2 + S_2$ (рис. 1). Для решения задачи используется метод граничных интегральных уравнений [2]. Граничные условия задачи такие, что на поверхности сооружения заданы напряжения, на контактной границе выполняется условие непрерывности, на контуре S_2 отверстия могут быть заданы нагрузки, а полупространство может находиться в начальном напряженном состоянии.

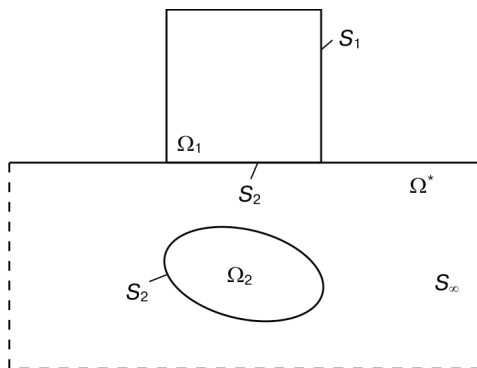


Рис. 1. Контактная задача

Решение этой задачи сводится к совместному рассмотрению трех интегральных уравнений, одно из которых относится к сооружению, а два других к полу-

плоскости с отверстием. Первое интегральное уравнение, соответствующее внутренней задаче, представляется в виде

$$\begin{aligned} C_{ij}W_j(\xi) + \int_S P_{ij}^*(\xi, x)W_j(x)ds(x) - \int_S W_{ij}^*(\xi, x)P_j(x)ds(x) = \\ = \int_{\Omega} W_{ij}^*(\xi, y)F_j(y)d\Omega(y), \end{aligned} \quad (1)$$

где $W_{ij}^*(\xi, x)$, $P_{ij}^*(\xi, x)$ — перемещения и напряжения, возникающие в точке x по направлению оси x_j от действия единичной силы, приложенной в точке ξ и направленной по оси x_j .

В уравнении (1) используются фундаментальные решения Кельвина [3], неизвестными являются перемещения $W_j(x)$ на контуре $S_0 + S_1$ и напряжения $P_j(x)$ на контактной границе.

Второе граничное интегральное уравнение мы получим из рассмотрения полуплоскости, когда точка $\xi \in \Omega^*$:

$$\begin{aligned} C_{ij}W_j(\xi) + \int_{S_2} P_{ij}^*(\xi, x)W_j(x)ds(x) - \int_{S_0} W_{ij}^*(\xi, x)P_j(x)ds_2(x) = \\ = \int_{S_2} W_{ij}^*(\xi, x)\bar{P}_j(x)ds_1(x), \\ i, j = 1, 2, \quad \xi, x \in S, \end{aligned} \quad (2)$$

где неизвестными являются перемещения на контуре S_1 и напряжения на контактной границе S_0 .

Третье уравнение можно получить из (2) при условии, что точка ξ находится на контактной границе S_0 . В этом случае граничное уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned} W_i(\xi) + \int_{S_2} P_{ij}^*(\xi, x)W_j(x)ds(x) - \int_{S_0} W_{ij}^*(\xi, x)P_j(x)d\Omega(x) = \\ = \int_{S_2} W_{ij}^*(\xi, x)P_j(x)d\Omega(x), \\ i, j = 1, 2, \quad \xi \in S_0, \quad x \in S, \end{aligned} \quad (3)$$

где неизвестными являются перемещения на контуре S_0, S_2 и напряжения на S_0 .

В граничных уравнениях (2) и (3) используются фундаментальные решения Мелана [1]. Представленные граничные интегральные уравнения позволяют сформировать замкнутую систему разрешающих уравнений.

Из совместного решения (1) — (3) мы получим перемещения на контурах $S = S_0 + S_1, S_2$ и напряжения на контактной границе S_0 .

С целью численной реализации метода разбиваем контуры системы на постоянные граничные элементы: S_1 на n_1 элементов, контур отверстия S_2 на n_2 элементов, S_0 на n_0 элементов и область Ω_1 на m_1 ячеек (рис. 2). При такой раз-

бивке интегральное уравнение (1) преобразуется в следующую систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_1} a_{ij}^* u_j + \sum_{j=1}^{n_1} b_{ij} v_j + \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} a_{ij} u_j + \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} b_{ij} v_j - \sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_0} e_{ij} P_{xj} - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} g_{ij} P_{yj} = \\ = \sum_{j=1}^{j=n_1} e_{ij} P_{xj}^0 + \sum_{j=1}^{j=n_1} g_{ij} P_{yj}^0 + \sum_{j=n_1+1}^{m_1} e_{ij} F_{xj} + \sum_{j=1}^{m_1} g_{ij} F_{yj}; \\ \sum_{j=1}^{j=n_1} c_{ij} u_j + \sum_{j=1}^{j=n_1} d_{ij}^* v_j + \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} c_{ij} u_j - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} d_{ij} v_j - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} f_{ij} P_{xj} - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} h_{ij} P_{yj} = \\ = \sum_{j=1}^{j=n_1} f_{ij} P_{xj}^0 + \sum_{j=1}^{j=n_1} h_{ij} P_{yj}^0 + \sum_{j=1}^{m_1} f_{ij} F_{xj} + \sum_{j=1}^{m_1} h_{ij} F_{yj}; \\ i = 1, \dots, n_1 + n_0, \quad a_{ij}^* = a_{ij} + \delta_{ij} / 2, \quad d_{ij}^* = d_{ij} + \delta_{ij} / 2, \end{aligned} \tag{4}$$

где i — номер фиксированного элемента, j — номер элемента, в котором производится интегрирование.

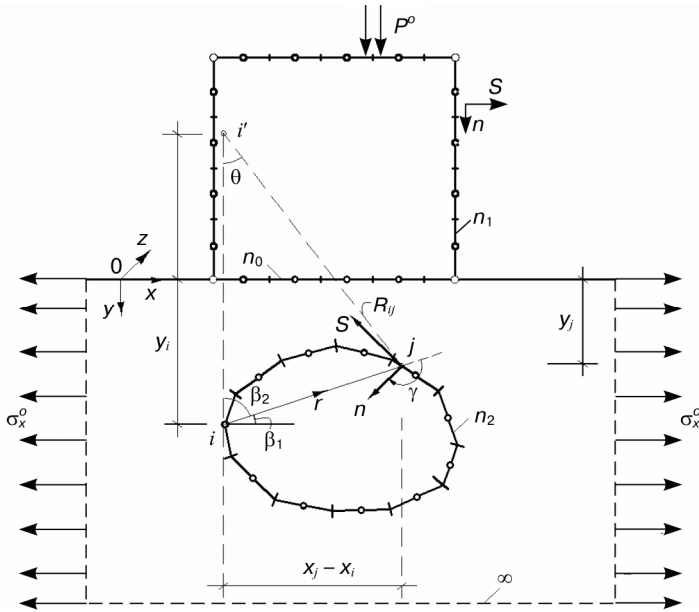


Рис. 2. Дискретизация границ областей

Коэффициенты системы уравнений (4), соответствующие решению Кельвина, определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \int_{\Delta S_j} P_{ij}^*(i, j) ds_j = -b \int_{\Delta S_j} (c + 2m_1^2) (\cos \gamma_{ij} / r_{ij}) \cdot ds_j, \\ b_{ij} &= \int_{\Delta S_j} P_{12}^*(i, j) ds_j = -b \int_{\Delta S_j} \left\{ [c(m_1 n_2 - m_2 n_1) - 2m_1 n_2 \cos \gamma_{ij}] / r_{ij} \right\} ds_j, \\ c_{ij} &= \int_{\Delta S_j} P_{21}^*(i, j) ds_j = -b \int_{\Delta S_j} \left\{ [c(m_1 n_2 - m_2 n_1) - 2m_1 n_2 \cos \gamma_{ij}] / r_{ij} \right\} ds_j, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{ij} &= \int_{\Delta S_j} P_{22}^*(i, j) ds_j = -b \int_{\Delta S_j} [(c + 2m_2^2) \cdot \cos \gamma_{ij} / r_{ij}] ds_j, \\
 e_{ij} &= \int_{\Delta S_j} W_{11}^*(i, j) ds_j = -a \int_{\Delta S_j} [(3 - 4\nu) \ln r_{ij} - \cos^2 \beta_1] \cdot ds_j, \\
 g_{ij} &= \int_{\Delta S_j} W_{21}^*(i, j) ds_j = -a \int_{\Delta S_j} \cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 \cdot ds_j, \\
 f_{ij} &= \int_{\Delta S_j} W_{12}^*(i, j) ds_j = a \int_{\Delta S_j} \cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 \cdot ds_j, \\
 h_{ij} &= \int_{\Delta S_j} W_{22}^*(i, j) ds_j = -a \int_{\Delta S_j} [(3 - 4\nu) \ln r_{ij} - \cos^2 \beta_2] \cdot ds_j,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где $n_1 = \cos \alpha_1$; $n_2 = \cos \alpha_2$; $m_1 = \cos \beta_1$; $m_2 = \cos \beta_2$; $a = 1/8\pi G(1 - \nu)$; $b = 1/4\pi(1 - \nu)$; $r_{ij} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2}$; $c = 1 - 2\nu$; $\cos \gamma_{ij} = n_1 m_1 + n_2 m_2$; $\sin \gamma_{ij} = m_1 n_2 - m_2 n_1$; α_1 — угол между осью x и нормалью к границе конечной области; α_2 — угол между осью y и нормалью к границе конечной области.

Вторую систему алгебраических уравнений получаем из интегрального уравнения (2). Так как полуплоскость находится в начальном напряженном состоянии σ_x^0 , то из условий равенства нулю суммы начальных и дополнительных напряжений, получим $\bar{P}_j = -\sigma_x^0 \cos \alpha_{1j}$. Тогда дискретное представление (2) записывается в виде

$$\left. \begin{aligned}
 &\sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} a_{ij}^* u_j + \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} b_{ij} v_j - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} e_{ij} P_{xj} - \\
 &- \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} g_{ij} P_{yj} = -\sigma_x^0 \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} e_{ij} \cos \alpha_{1j}, \\
 &\sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} c_{ij} u_j + \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} d_{ij}^* v_j - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} f_{ij} P_{xj} - \\
 &- \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} h_{ij} P_{yj} = -\sigma_x^0 \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} f_{ij} \cos \alpha_{1j},
 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

$$i = n_1 + n_0 + 1, \dots, n_1 + n_0 + n_2.$$

Коэффициенты системы уравнений (6) определяются на основе фундаментальных решений Мелана [4].

Пусть в точке $p(\xi, \eta) = i(x_i, y_i)$ полуплоскости действуют единичные силы e_x, e_y (рис. 3). От действия единичных сил в точке $k(x, y) = j(x_j, y_j)$ возникают перемещения, которых можно представить в виде

$$u_{kp}^* = u_{kx}^* + u_{ky}^*, \quad v_{kp}^* = v_{kx}^* + v_{ky}^*. \tag{7}$$

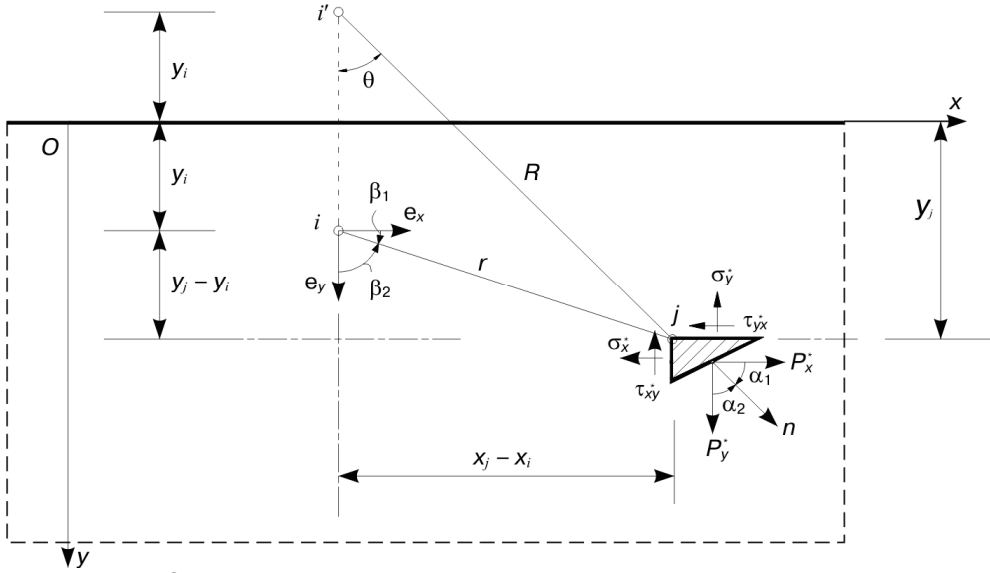


Рис. 3. Напряженное состояние полуплоскости от действия единичных сил

Компоненты перемещений в (7) являются фундаментальными решениями Мелана, которые состоят из суммы решения Кельвина и дополнительных решений:

$$\begin{aligned}
 u_{kx}^* &= a[-(3-4\mu)\ln r_{ij} + \cos^2 \beta_1 + (3-4\mu)\ln R_{ij} - 8(1-\mu)^2 \ln R_{ij} + \\
 &\quad + (3-4\mu)\sin^2 \theta + \frac{2y_i y_j}{R_{ij}^2} - \frac{4y_i y_j}{R_{ij}^2} \sin^2 \theta], \\
 v_{kx}^* &= a[\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 + (3-4\mu) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta - \frac{4y_i y_j}{R_{ij}^2} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta - \\
 &\quad - 4(1-\mu)(1-2\mu)\theta]; \\
 u_{ky}^* &= a[\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 + (3-4\mu) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta - \frac{4y_i y_j}{R_{ij}^2} \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta - \\
 &\quad - 4(1-\mu)(1-2\mu)\theta], \\
 v_{ky}^* &= a[-(3-4\mu)\ln r_{ij} + \cos^2 \beta_2 + (3-4\mu)\ln R_{ij} - 8(1-\mu)^2 \ln R_{ij} + \\
 &\quad + (3-4\mu)\cos^2 \theta - \frac{2y_i y_j}{R_{ij}^2} + \frac{4y_i y_j}{R_{ij}^2} \cos^2 \theta],
 \end{aligned} \tag{8}$$

где μ — коэффициент Пуассона; G — модуль сдвига;

$$a = \frac{1}{8\pi G(1-\mu)}; \quad \theta = \arctg \frac{x_j - x_i}{|y_i + y_j|}; \quad \cos \beta_1 = \frac{(x_j - x_i)}{r_{ij}}; \quad \cos \beta_2 = \frac{y_j - y_i}{r_{ij}}.$$

Решения (8) содержат сингулярности того же порядка, что и соответствующее решение Кельвина. Напряжения, соответствующие действующим внутри полуплоскости единичным силам, могут быть получены с учетом зависимостей

$$\begin{aligned}
 P_{xx}^* &= \sigma_{xx}^* \cos \alpha_1 + \tau_{yx,x}^* \cos \alpha_2, & P_{xy}^* &= \sigma_{xy}^* \cos \alpha_1 + \tau_{yx,y}^* \cos \alpha_2, \\
 P_{yx}^* &= \sigma_{yx}^* \cos \alpha_2 + \tau_{xy,x}^* \cos \alpha_1, & P_{yy}^* &= \sigma_{yy}^* \cos \alpha_2 + \tau_{xy,y}^* \cos \alpha_1.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Исходя из закона Гука и уравнения Коши с учетом (9) можно получить напряжения на наклонной плоскости, соответствующие фундаментальным решениям (8).

Следующую систему алгебраических уравнений получим из (3):

$$\left. \begin{aligned} u_i + \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} a_{ij} u_j + \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} b_{ij} v_j - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} e_{ij} P_{xj} - \\ - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} g_{ij} P_{yj} = -\sigma_x \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} e_{ij} \cos \alpha_{1j}, \\ v_i + \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} c_{ij} u_j + \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} d_{ij} v_j - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} f_{ij} P_{xj} - \\ - \sum_{j=n_1+1}^{j=n_1+n_0} h_{ij} P_{yj} = -\sigma_x \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} f_{ij} \cos \alpha_{1j}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $i = n_1 + 1, \dots, n_1 + n_0$ отсчитывает номера узлов только на линии контакта; j — номер элементов, в которых производится интегрирование.

Коэффициенты системы уравнений (10) определяются на основе фундаментальных решений Мелана по следующим формулам:

$$\begin{aligned} a_{ij} = 1 - b \left\{ \int_{\Delta s_j} (c + 2m_1^2) \cdot \frac{\cos \gamma_{ij}}{r_{ij}} ds + 3c \int_{\Delta s_j} \frac{m_4}{R_{ij}} n_1 ds + 2 \left[\int_{\Delta s_j} \frac{m_4^3}{R_{ij}} n_1 ds - 4 \int_{\Delta s_j} \frac{c_2 m_4 n_1}{R_{ij}^3} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \int_{\Delta s_j} \frac{y_i^2 m_4}{R_{ij}^3} n_1 ds - 2c \int_{\Delta s_j} \frac{y_i m_4 m_5 n_1}{R_{ij}^2} ds \right] + 16 \int_{\Delta s_j} y_i y_j \frac{m_4 m_5}{R_{ij}^3} n_1 ds + c \int_{\Delta s_j} \frac{3y_j + y_i}{R_{ij}^2} n_2 ds + \right. \\ \left. + 4 \int_{\Delta s_j} y_i y_j \frac{m_5}{R_{ij}^3} n_2 ds + 2 \int_{\Delta s_j} \frac{m_4^2 m_5}{R_{ij}^2} n_2 ds - 4c \int_{\Delta s_j} \frac{y_j m_5^2}{R_{ij}^2} n_2 ds - 16 \int_{\Delta s_j} \frac{y_i y_j m_5 m_4^2}{R_{ij}^3} n_2 ds, \right. \\ b_{ij} = -b \left\{ 2 \int_{\Delta s_j} m_1 m_2 \frac{\cos \gamma_{ij}}{r_{ij}} ds - c \int_{\Delta s_j} \frac{\sin \gamma_{ij}}{r_{ij}} ds + c \int_{\Delta s_j} \frac{m_4}{R_{ij}} n_2 ds - 2 \left(\int_{\Delta s_j} \frac{y_i^2 m_4}{R_{ij}^3} n_2 ds - \right. \right. \\ \left. \left. - \int_{\Delta s_j} \frac{y_i^2 m_4 n_2}{R_{ij}^3} ds + 6 \int_{\Delta s_j} \frac{c_2 m_4}{R_{ij}} n_2 ds - 2c \int_{\Delta s_j} \frac{y_j m_5 m_4}{R_{ij}^2} n_2 ds \right) + 16 \int_{\Delta s_j} \frac{y_i y_j m_4^3}{R_{ij}^3} n_2 ds + \right. \\ \left. + c \int_{\Delta s_j} \frac{(3y_i + y_j)}{R_{ij}^2} n_1 ds + 4 \int_{\Delta s_j} y_i y_j \frac{m_5}{R_{ij}^3} n_1 ds + 2 \int_{\Delta s_j} \frac{m_4^2 m_5}{R_{ij}^2} n_1 ds - 4c \int_{\Delta s_j} \frac{y_j m_5^2}{R_{ij}^2} n_1 ds - \right. \\ \left. - 16 \int_{\Delta s_j} y_i y_j \frac{m_5 m_4^2}{R_{ij}^3} n_1 ds \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 e_{ij} &= a \left\{ - \int_{\Delta S_j} c_3 \ln r_{ij} ds + \int_{\Delta S_j} m_1^2 ds + \int_{\Delta S_j} c_3 \ln R_{ij} ds - 8 \int_{\Delta S_j} c_1^2 \ln R_{ij} ds + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \int_{\Delta S_j} c_2 ds - 4 \int_{\Delta S_j} c_2 m_4^2 ds \right\}, \\
 g_{ij} &= a \left\{ \int_{\Delta S_j} m_1 m_2 ds + \int_{\Delta S_j} m_2 m_4 m_5 ds - 4 \int_{\Delta S_j} c_2 m_4 m_5 ds + 4 \int_{\Delta S_j} c c_1 \theta ds \right\}, \\
 c_{ij} &= b \left\{ 2 \int_{\Delta S_j} m_1 m_2 \frac{\cos \gamma}{r_{ij}} ds + c \int_{\Delta S_j} \frac{\sin \gamma}{r_{ij}} ds + c \int_{\Delta S_j} \frac{3y_i + y_j}{R_{ij}^2} n_1 ds + 2 \left(\int_{\Delta S_j} \frac{m_5 m_4^2}{R_{ij}} n_1 ds + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \int_{\Delta S_j} \frac{y_i^2 m_5}{R_{ij}^3} n_1 ds - 2 \int_{\Delta S_j} \frac{y_i m_4^2}{R_{ij}} n_1 ds + c \int_{\Delta S_j} \frac{2y_j m_4^2}{R_{ij}^2} n_1 ds \right) + 16 \int_{\Delta S_j} \frac{y_i y_j m_5 m_4^3 n_1}{R_{ij}^3} ds - \right. \\
 &\quad \left. - c \int_{\Delta S_j} \frac{m_4 n_2}{R_{ij}} ds + 16 \int_{\Delta S_j} y_i y_j \frac{m_4 m_5^2 n_2}{R_{ij}^3} ds + 2 \left(\int_{\Delta S_j} y_j^2 \frac{m_4^2 n_2}{R_{ij}^3} ds - 2 \int_{\Delta S_j} y_i y_j \frac{m_4 n_2}{R_{ij}^3} ds - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \int_{\Delta S_j} y_j^2 \frac{m_4 n_2}{R_{ij}^3} ds + 2c \int_{\Delta S_j} y_j (y_i + y_j) \frac{m_4 n_2}{R_{ij}^2} ds \right) \right\}, \\
 d_{ij}^* &= \left(1 - b \right) \left\{ \int_{\Delta S_j} (c + 2m_2^2) \frac{\cos \gamma}{r_{ij}} ds + c \int_{\Delta S_j} \frac{3y_j + y_i}{R_{ij}^2} n_2 ds + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\Delta S_j} \frac{2m_5^3}{R_{ij}} n_2 ds + 4 \int_{\Delta S_j} \frac{y_j y_i m_5}{R_{ij}^3} n_2 ds - 4c \int_{\Delta S_j} \frac{y_i m_4^2}{R_{ij}^2} n_2 ds - \right. \\
 &\quad \left. - 16 \int_{\Delta S_j} y_j y_i \frac{m_5 m_4^2}{R_{ij}^3} n_2 ds - c \int_{\Delta S_j} \frac{m_4}{R_{ij}} n_1 ds + 2 \int_{\Delta S_j} y_j^2 \frac{m_4 n_1}{R_{ij}} ds - 2 \int_{\Delta S_j} y_j y_i \frac{m_4 n_1}{R_{ij}^3} ds - \right. \\
 &\quad \left. - \int_{\Delta S_j} y_j^2 \frac{m_4 n_1}{R_{ij}} ds + 2c \int_{\Delta S_j} y_j (y_i + y_j) \frac{m_4 n_1}{R_{ij}^2} ds + 16 \int_{\Delta S_j} y_j y_i \frac{m_4 m_5^2}{R_{ij}^3} n_1 ds \right\}, \\
 f_{ij} &= a \left\{ \int_{\Delta S_j} m_1 m_2 ds + \int_{\Delta S_j} c_3 m_4 m_5 ds - 4 \int_{\Delta S_j} c_2 m_4 m_5 ds + 4c \int_{\Delta S_j} c_1 \theta ds \right\}, \\
 h_{ij} &= a \left\{ - \int_{\Delta S_j} c_3 \ln r_{ij} ds + \int_{\Delta S_j} m_2^2 ds + \int_{\Delta S_j} c_3 \ln R_{ij} ds - 8 \int_{\Delta S_j} c_1^2 \ln R_{ij} ds + \int_{\Delta S_j} c_3 m_5^2 ds - \right. \\
 &\quad \left. - 2 \int_{\Delta S_j} c_2 ds + 4 \int_{\Delta S_j} c_2 m_5^2 ds \right\}.
 \end{aligned}$$

где $a = 1/8\pi G(1-\nu)$; $\theta = \arctg \frac{x_j - x_i}{y_i + y_j}$; $m_1 = \cos \beta_1 = \frac{x_j - x_i}{r_{ij}}$; $m_2 = \cos \beta_2 = \frac{y_j - y_i}{r_{ij}}$;
 $c_3 = (3-4\nu)$; $c_1 = (1-\nu)$; $c = (1-2\nu)$; $m_4 = \sin \theta$; $m_5 = \cos \theta$; $c_2 = \frac{y_i y_j}{R_{ij}^2}$; $b = 1/4\pi(1-\nu)$;
 $R_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_i + y_j)^2}$; $r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$; $n_1 = \cos \alpha_1$; $n_2 = \cos \alpha_2$;
 $\cos \gamma_{ij} = n_1 m_1 + n_2 m_2$; $\sin \gamma_{ij} = m_1 n_2 - m_2 n_1$; α_1 — угол между нормалью n к контуру линии сооружения и осью x ; α_2 — угол между нормалью n к контуру линии сооружения и осью y .

Представим систему разрешающих уравнений в стандартной матричной форме:

$$[A] \cdot \{X\} = \{B\}, \quad (12)$$

где $[A]$ — матрица коэффициентов; $\{X\}$ — вектор неизвестных; $\{B\} = B^\circ \times \bar{P}^\circ$ — матрица свободных членов, которые имеют следующие структуры:

$$A = \begin{bmatrix} A_{n_1} & B_{n_1} & A_{n_0} & B_{n_0} & -E_{n_0} & -G_{n_0} & 0 & 0 \\ C_{n_1} & D_{n_1} & C_{n_0} & D_{n_0} & -F_{n_0} & -H_{n_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -E_{n_0} & -G_{n_0} & A_{n_2} & B_{n_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -F_{n_0} & -H_{n_0} & C_{n_2} & D_{n_2} \\ 0 & 0 & E_0 & 0 & -E_{n_0} & -G_{n_0} & A_{n_2} & B_{n_2} \\ 0 & 0 & 0 & E_0 & -F_{n_0} & -H_{n_0} & C_{n_2} & D_{n_2} \end{bmatrix},$$

$$\{x\} = \{u_{n_1}, v_{n_1}, u_0, v_0, P_{x_0}, P_{y_0}, P_{y_{n_0}}, u_{n_2}, v_{n_2}\}^T,$$

$$\{B\} = [B^\circ] \times \{P^\circ\} \text{ — вектор заданных нагрузок,}$$

$$\{P^\circ\} = \{P_x^0, P_y^0, F_x^0, F_y^0, \sigma_x^0\}^T,$$

$$[B^0] = \begin{bmatrix} E & G & E & G & 0 \\ F_{n_1} & H & F & H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -E_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -F_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -E_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -F_c \end{bmatrix},$$

где F_c, E_c — матрицы правой части, имеющие вид:

$$F_c = - \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} f_{ij} \cos \alpha_{1j}, \quad E_c = \sum_{j=n_1+n_0+1}^{j=n_1+n_0+n_2} e_{ij} \cos \alpha_{1j},$$

$$F_t = - \sum_{j=1}^t f_{ij} \cos \alpha_{1j}, \quad E_t = - \sum_{j=1}^t e_{ij} \cos \alpha_{1j},$$

где E_0 — единичная матрица; F_t, E_t — матрицы свободных членов от заданных объемных сил; $P^\circ = \{P^\circ_{x_1} P^\circ_{y_1} F_x F_y -\sigma_x\}^T$ — транспонированный вектор заданных сил.

В результате совместного решения системы уравнений (12) определяются искомые перемещения и напряжения на линии контакта сооружения с полуплоскостью. После определения перемещений на контуре сооружения S_1 , линии контакта S_0 и на контуре отверстия S_2 вычисляем деформации и по ним соответствующие напряжения. Таким образом, определяется напряженно-деформированное состояние взаимодействия сооружения — полуплоскость по линиям наибольших напряжений и деформаций, что достаточно для проведения инженерных расчетов и оценки безопасности объекта.

Разработан алгоритм решения статической задачи взаимодействия сооружения с упругим полупространством на основе метода граничных уравнений, который позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние системы «грунт—сооружение» при различных воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных уравнений. — М.: Мир, 1987.
- [2] Низомов Д.Н. Метод граничных уравнений в решении статических и динамических задач строительной механики. — М.: Изд-во АСВ, 2000.
- [3] Новацкий В. Теория упругости. — М.: Мир, 1975.
- [4] Теллес Д.К.Ф. Применение метода граничных элементов для решения неупругих задач. — М.: Стройиздат, 1987.

THE ALGORITHM OF INTERACTION'S STRUCTURE WITH WEAKENED BY HOLE THE HALF-SPACE, IN CONDITIONS OF FLAT DEFORMATION

J.N. Nizomov¹, A.A. Hojiboev²,
O.A. Hojiboev¹

¹Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan
Ayni, 267, Dushanbe, Republic of Tajikistan, 734029

²Tajik Technical University after academician M. Osimi
Radzhabovykh 10, Dushanbe, Republic of Tajikistan, 10734042

The algorithm of problem numerical solution for design and calculation of structures, which are interacting with an elastic half-space in terms of flat deformation are presented in the article.

Key words: boundary integral approach, plane problem, elastic half-space, half plane with openings, Melan solution, Kelvin solution, Cauchy equation, structure-halfplane, ground-structure.