



DOI: 10.22363/2312-8143-2026-27-2-153-169
EDN: KWNDDU

Научная статья / Research article

Оптимальное планирование траектории движения для колесных роботов

А. Саироэль[✉], Х.М. Ал-Аражи^{id}, Ц. Чжан^{id}

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация
✉ sairoel@mtu.edu.et

История статьи

Поступила в редакцию: 21 декабря 2025 г.
Доработана: 11 февраля 2026 г.
Принята к публикации: 20 февраля 2026 г.

Заявление о конфликте интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Заявление об использовании технологий искусственного интеллекта

При создании настоящей статьи технологии генеративного искусственного интеллекта не использовались.

Заявление о доступности данных

Все данные, полученные в ходе этого исследования, включены в опубликованную статью.

Аннотация. Автоматизация сельскохозяйственных задач с использованием мобильных роботов приобретает все большее значение для точного земледелия. Навигация в сложных, динамичных и неструктурированных средах, таких как поля с неровным рельефом, густой растительностью и препятствиями, например камнями или ирригационными системами, представляет собой серьезную проблему. Следовательно, эффективные алгоритмы планирования траектории и предотвращения столкновений имеют большое значение. Основная цель — внедрение и оценка алгоритма RRT (Rapidly-exploring Random Tree) для скоординированного планирования траектории. Новым вкладом является повышение эффективности планирования и оптимальности траектории по сравнению со стандартным алгоритмом RRT, в частности за счет улучшения генерации оптимальных по времени траекторий и обеспечения надежного предотвращения столкновений в сложных ландшафтах. Система предотвращения столкновений на основе RRT* была оценена с помощью моделирования в MATLAB, проверяя производительность в сценариях с высокой плотностью препятствий, характерных для сельскохозяйственных сред. Моделирование продемонстрировало 94 % успешность планирования траектории и предотвращения столкновений, что указывает на высокий потенциал производительности в сложных сельскохозяйственных ландшафтах. Исследование показало, что RRT* является высокоэффективным решением для планирования траектории в многоколесных сельскохозяйственных роботах, превосходящим стандартный RRT. Он успешно обеспечивает оптимизированные траектории без столкновений в неструктурированных средах, предлагая надежную основу для автономной навигации. 94 %-ный показатель успешности, полученный в ходе моделирования, подтверждает его потенциал и указывает на необходимость дальнейших исследований и полевых испытаний.

Ключевые слова: колесный мобильный робот, группа роботов, алгоритм, предупреждение столкновений, процент успешных попыток

Вклад авторов

Саироэль А. — концептуализация, методология, программное обеспечение, валидация, формальный анализ, подготовка данных, написание и редактирование текста, визуализация, администрирование проекта; Ал-Аражи Х.М. — написание и редактирование текста, визуализация; Чжан Ц. — подготовка данных, написание первоначальной версии, визуализация, валидация, формальный анализ. Все авторы ознакомлены с окончательной версией статьи и одобрили ее.

Для цитирования

Саироэль А., Ал-Аражи Х.М., Чжан Ц. Оптимальное планирование траектории движения для колесных роботов // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2026. Т. 27. № 2. С. 153–169. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2026-27-2-153-169> EDN: KWNDDU

© Саироэль А., Ал-Аражи Х.М., Чжан Ц., 2026



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Optimal Path Planning for Wheeled Robots

Amertet Sairoel[✉], Hasan M. Al-Arazhi^{ID}, Jingnian Zhang^{ID}

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

✉ sairoel@mtu.edu.et

Article history

Received: December 21, 2025

Revised: February 11, 2026

Accepted: February 20, 2026

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest.

Statement on the use of artificial intelligence technologies.

No generative artificial intelligence technologies were used in the creation of this article.

Data availability

All data obtained during this study are included in the published article.

Abstract. The automation of agricultural tasks using mobile robots is becoming increasingly important for precision farming. Navigation in complex, dynamic, and unstructured environments, such as fields with uneven terrain, dense vegetation, and obstacles such as rocks or irrigation systems, presents a significant challenge. Therefore, efficient path planning and collision avoidance algorithms are of particular significance. The primary objective of this study is to implement and evaluate the RRT* algorithm for coordinated path planning. A novel contribution lies in improving the planning efficiency and path optimality compared to the standard RRT algorithm, particularly through enhanced generation of time-optimal trajectories and robust collision avoidance in complex terrain. The RRT*-based collision avoidance system was evaluated through MATLAB simulations, testing its performance in scenarios with a high obstacle density typical of agricultural environments. The simulation results demonstrated a 94% success rate for trajectory planning and collision avoidance, indicating high performance potential in complex agricultural landscapes. RRT* was shown to be a highly effective trajectory planning solution for multi-wheeled agricultural robots, outperforming standard RRT. It successfully delivers optimized, collision-free trajectories in unstructured environments, offering a robust foundation for autonomous navigation. The 94% success rate obtained in the simulation validates its potential and indicates the need for further research and field testing.

Keywords: wheeled mobile robot, robot group, algorithm, collision avoidance, success rate

Authors' contribution

Sairoel A. — conceptualization, methodology, software, validation, formal analysis, data preparation, text drafting and editing, visualization, project administration; *Al-Arazhi H.M.* — text drafting and editing, visualization; *Zhang J.* — data preparation, initial version drafting, visualization, validation, formal analysis. All authors read and approved the final version of the article.

For citation

Sairoel A, Al-Arazhi HM, Zhang J. Optimal path planning for wheeled robots. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2026;27(2):153–169. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2026-27-2-153-169> EDN: KWNDU

Введение

Предотвращение столкновений представляет собой первостепенную задачу в автономной робототехнике, особенно для многоколесных мобильных роботов (ММР), работающих в сложных, динамичных и неструктурированных средах, таких как сельскохозяйственные поля. Эти среды характеризуются наличием многочисленных препятствий, включая статические объекты, такие как деревья, камни и неровный рельеф, а также динамические препятствия, такие как другие роботы, люди и животные [1–6]. Одновременная работа нескольких роботов для

выполнения таких важных задач, как сбор урожая, посадка и мониторинг, значительно увеличивает риск столкновений. Подобные инциденты могут привести к существенному ущербу для урожая, повреждению оборудования и серьезной угрозе безопасности персонала, что подчеркивает критическую необходимость в надежных решениях для навигации многоагентных систем [7–12].

Алгоритм Rapidly-exploring Random Tree Star (RRT*) является признанным и мощным инструментом для оптимального планирования пути и предотвращения столкновений в одноагентных системах. Однако его прямое приме-

нение для скоординированных групп сельскохозяйственных роботов сопряжено со специфическими, нерешенными проблемами. Существует явный пробел в исследованиях, связанный с разработкой усовершенствованных реализаций, которые отвечают уникальным требованиям масштабируемой координации множества агентов в сельскохозяйственных условиях. Эти требования включают эффективное управление столкновениями между агентами, оптимизацию групповой эффективности для повышения производительности и обеспечение надежной работы в реальном времени в непредсказуемых и загроможденных средах. Существует явная необходимость адаптировать RRT* специально для повышения безопасности и операционной производительности совместно работающих роботизированных флотов в сельском хозяйстве [13–18].

Основная цель исследования — реализация и оценка усовершенствованного алгоритма на основе RRT*, разработанного для решения проблемы скоординированного предотвращения столкновений для группы колесных мобильных роботов, выполняющих задачи сбора урожая в сложном сельскохозяйственном ландшафте. Новизна задачи заключается в повышении общей эффективности и безопасности многороботной системы, в частности за счет улучшения оптимальности траекторий и минимизации времени перемещения по сравнению со стандартными алгоритмическими подходами.

Для достижения этой цели была разработана и протестирована система предотвращения столкновений, основанная на алгоритме RRT*. Методология включала два ключевых этапа. Во-первых, в качестве основного планировщика был выбран алгоритм RRT* благодаря его доказанной асимптотической оптимальности, эффективности в исследовании высокоразмерных конфигурационных пространств и врожденной адаптивности к динамическим препятствиям. Во-вторых, производительность системы была тщательно оценена путем комплексного моделирования в среде MATLAB. Этот подход на основе моделирования позволил воссоздать сложные сельскохозяйственные

сценарии, насыщенные множественными статическими и динамическими препятствиями, предоставив проверенный полигон для оценки эффективности алгоритма в генерации безопасных и оптимальных траекторий для каждого робота в составе скоординированной группы.

Тестирование в симуляционной среде дало количественно положительный результат. Реализованная система на основе RRT* успешно планировала пути, свободные от столкновений, и координировала движения роботов в 94 % экспериментальных случаев. Этот высокий процент успеха убедительно демонстрирует значительный потенциал алгоритма для обеспечения эффективной навигации и надежного предотвращения столкновений в смоделированном сложном сельскохозяйственном ландшафте.

Данное исследование приводит к выводу, что алгоритм RRT*, особенно в его усовершенствованной форме, адаптированной для многоагентной координации, является высокоэффективным решением проблемы планирования пути и предотвращения столкновений в сельскохозяйственной робототехнике. Исследование подтверждает, что усовершенствованный RRT* может успешно генерировать оптимизированные, безопасные траектории для команд роботов, работающих в неструктурированных средах, превосходя базовый алгоритм RRT с точки зрения оптимальности пути. Достигнутый в симуляции результат в 94 % успеха подтверждает основную функциональность и надежность предложенного подхода для данной предметной области.

Успешная реализация этой системы на основе RRT* имеет значительный потенциальный эффект. В первую очередь, она повышает безопасность, напрямую снижая риск столкновений как между роботами, так и с препятствиями в окружающей среде, тем самым защищая ценные сельскохозяйственные активы и обеспечивая безопасность работников. Кроме того, она повышает производительность за счет оптимизации индивидуальных траекторий роботов и минимизации времени перемещения благодаря эффективной координации, что улуч-

шает общую пропускную способность автоматизированных задач, таких как сбор урожая. Исследование также способствует развитию области сельскохозяйственной автоматизации, внося вклад в реализуемость полностью автономных, совместно работающих роботизированных флотов, тем самым снижая зависимость от постоянного контроля со стороны человека. Наконец, оно закладывает основу для дальнейшего развития, четко определяя сохраняющиеся проблемы, такие как вычислительная сложность и адаптация в реальном времени. Эта работа согласуется с перспективными направлениями будущих исследований и информирует о них, включая интеграцию методов машинного обучения и разработку более быстрых вариантов алгоритмов, прокладывая, таким образом, путь для интеллектуальных сельскохозяйственных систем следующего поколения.

1. Математическая модель и структура управления многоколесного мобильного робота

1.1. Принцип работы системы предотвращения столкновений многоколесного робота

Алгоритм предотвращения столкновений для многоколесного робота включает в себя обработку данных датчиков, алгоритмы обнаружения препятствий, планирование безопасной траектории и непосредственно навигацию между препятствиями [19–24].

На первом этапе происходит анализ информации о текущем состоянии окружающей среды, получаемой с датчиков робота, на ее основе оценивается достижимость цели. Если в текущих условиях цель достижима, анализ данных с датчиков приостанавливается. Если цель недостижима, запускаются алгоритмы детекции препятствий (рис. 1) [25].

Если препятствие обнаружено, система определяет, является ли оно динамическим или статическим. В зависимости от типа препятствия применяется соответствующий алгоритм предотвращения столкновений [26], после чего система вновь переходит к анализу данных с датчиков.

Описанный алгоритм повторяется непрерывно, обеспечивая роботу способность адаптироваться к изменяющимся условиям и успешно достигать цели [16].

Сбор и анализ данных об окружающей среде с помощью датчиков лежат в основе обнаружения препятствий при автономной навигации роботов. Этот процесс в первую очередь опирается на набор взаимодополняющих методов зондирования. Лидары (LIDAR) обеспечивают точные измерения расстояния до окружающих объектов с помощью лазерных лучей. Ультразвуковые дальномеры работают по принципу эхолокации для определения близости препятствий. Двумерные камеры захватывают визуальные данные для последующих задач обнаружения и классификации объектов, в то время как инфракрасные (ИК) датчики оценивают близость объектов с помощью инфракрасного излучения. Базовый принцип работы заключается в непрерывном сканировании окружения робота этими датчиками. Полученный совокупный поток данных обрабатывается для обнаружения препятствий, определения их точного местоположения и вычисления расстояния до каждого из них.

На основе необработанных данных с датчиков робот строит представление об окружающей его среде. Этот процесс картографирования использует объединенную информацию с нескольких датчиков для создания либо локальной карты, описывающей непосредственную область вокруг агента, либо всеобъемлющей глобальной карты всего известного пространства, когда это возможно. Принцип работы включает постоянную интеграцию и обновление данных датчиков для заполнения карты. В этом представлении препятствия могут обозначаться с использованием различных геометрических примитивов, таких как облака точек, линии или полигоны, что обеспечивает навигационную модель среды.

Алгоритмы планирования пути вычисляют выполнимую траекторию от текущего положения робота к заданной цели, избегая всех нанесенных на карту препятствий.

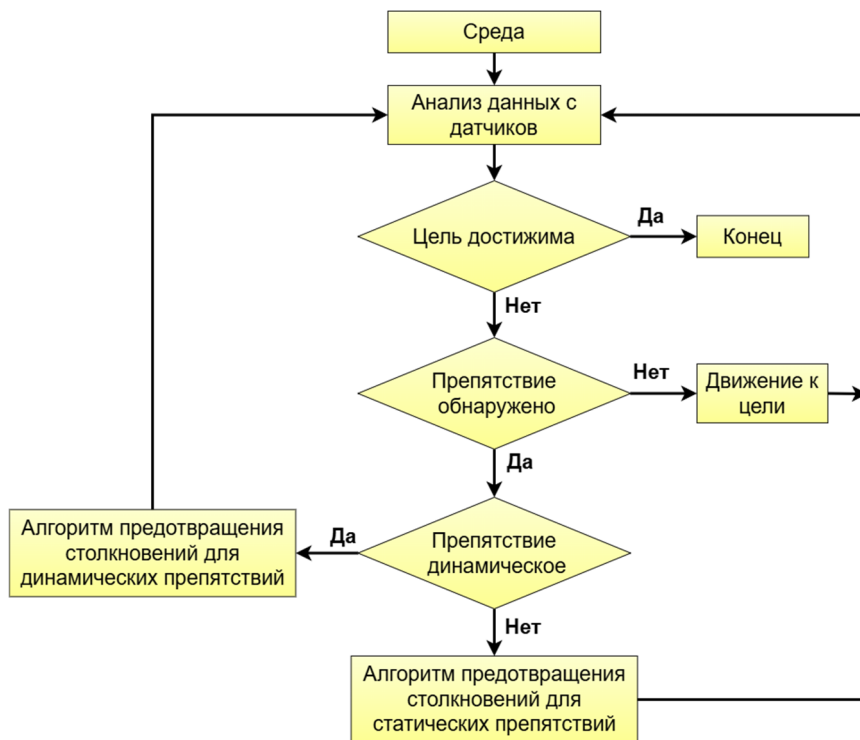


Рис. 1. Алгоритм предотвращения столкновений для колесного мобильного робота

И с т о ч н и к: выполнено А. Саироэль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

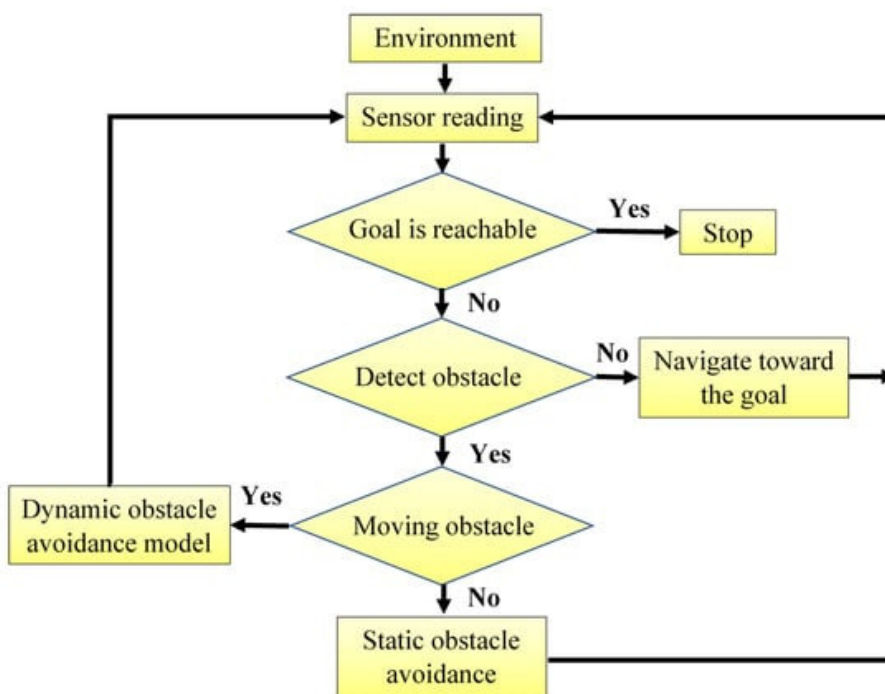


Figure 1. Working mechanism for wheeled mobile robot collision avoidance

S o u r c e: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Для решения этой задачи используется несколько известных алгоритмов. Алгоритм A^* находит кратчайший путь путем поиска по возможным узлам в среде. Алгоритм Rapidly-exploring Random Tree (RRT) исследует конфигурационное пространство с помощью стохастической выборки для обнаружения жизнеспособного пути. Алгоритм Дейкстры вычисляет кратчайший путь на графовом представлении среды. Основная функция этих планировщиков сгенерировать траекторию, которая минимизирует время в пути или расстояние, соблюдая при этом ограничения на столкновения. Кроме того, эта траектория динамически обновляется в ответ на вновь обнаруженные препятствия.

Алгоритмы предотвращения столкновений обеспечивают реактивное поведение в реальном времени для немедленного реагирования на обнаруженные во время навигации угрозы. В этой области распространены несколько установленных методов. Метод искусственных потенциальных полей моделирует препятствия как источники силы отталкивания, а цель как силу притяжения, направляя робота от столкновений. Динамический оконный подход (Dynamic Window Approach, DWA) учитывает динамику робота, оценивая выполнимые команды скорости в пределах короткого временного окна. Функции управляющих барьеров (Control Barrier Functions, CBF) формально определяют безопасные множества, в пределах которых должен оставаться робот, обеспечивая гарантии предотвращения столкновений. Эти системы работают за счет постоянной корректировки запланированной траектории. При обнаружении препятствия они запускают ответные действия, такие как снижение скорости, полная остановка или изменение направления движения.

Подсистема управления движением выполняет запланированные и реактивные траектории, управляя физическим перемещением робота, что предполагает точную регулировку общих линейной и угловой скоростей робота. Одновременно с этим она преобразует эти высокоуровневые команды в управление каждым колесом в отдельности, регулируя скорость и

направление вращения каждого колеса. Принцип работы заключается в вычислении требуемых линейной (v) и угловой (ω) скоростей для центра системы координат робота для следования по заданному пути. Затем скорости вращения колес модулируются для достижения желаемого движения центра масс, обеспечивая точное отслеживание траектории.

Критически важной особенностью надежной автономной навигации является адаптация в реальном времени на основе непрерывной обратной связи от среды. Система работает по принципу замкнутого цикла, где поступающие данные с датчиков обрабатываются мгновенно. Это позволяет быстро реагировать на непредвиденные изменения в окружающей обстановке. На основе этой обновленной информации робот динамически корректирует свою траекторию, чтобы избежать вновь выявленных препятствий, обеспечивая постоянную и безопасную работу в динамических средах.

1.2. Математическое описание многоколесного мобильного робота

Кинематическая модель многоколесного мобильного робота описывает взаимосвязь между движением робота (скоростью и ориентацией) и силами и моментами, приложенными к его колесам. Ниже приведен пошаговый математический вывод уравнений кинематической модели многоколесного робота. Вводимые ограничения [14]: робот перемещается в двумерном пространстве; Робот имеет n колес, каждое из которых управляется приводом; колеса являются абсолютно твердыми и не проскальзывают; центр масс робота совпадает с его геометрическим центром.

Конфигурация робота. Положение робота описывается вектором

$$q = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ \theta \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где (X, Y) — координаты робота в глобальной системе координат; θ — ориентация робота.

Скорость колеса i в системе координат робота описывается вектором

$$v_i = \begin{bmatrix} v_{i,X} \\ v_{i,Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_i \cos(\varnothing_i) \\ v_i \sin(\varnothing_i) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где i — номер колеса; $\varnothing_i$ — угол поворота (если колесо вращается); v_i — скорость вращения колеса. Линейная скорость робота v и его угловая скорость ω связаны со скоростями колес. Для робота с числом колес, равным n , вывод уравнений кинематики выглядит следующим образом. Линейная скорость робота в глобальной системе координат описывается уравнением

$$v = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos(\theta) \\ v \sin(\theta) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где v — линейная скорость робота. Угловая скорость робота ω описывается уравнением

$$\omega = \dot{\theta}. \quad (4)$$

Движение робота подчиняется введенному выше предположению о том, что проскальзывание в колесах отсутствует. Таким образом, скорость каждого колеса в локальной системе координат робота должна удовлетворять следующему условию:

$$v_i = v + \omega * r_i, \quad (5)$$

где $r_i = [r_{i,X}, r_{i,Y}]^T$ — координаты i -го колеса относительно центра масс робота. Подставив это выражение и выражение (2) в уравнение (5), получим

$$\begin{bmatrix} v_{i,X} \\ v_{i,Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_i \cos(\varnothing_i) \\ v_i \sin(\varnothing_i) \end{bmatrix} + \omega * \begin{bmatrix} -r_{i,Y} \\ r_{i,X} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Объединив описанные выше выражения для линейных и угловых скоростей, получим уравнение кинематической модели робота:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для робота с числом колес n его линейная и угловая скорости определяются тем, какой вклад в общую скорость вносит каждое из колес:

$$\begin{cases} v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \cos(\varnothing_i) \\ \omega = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{v_i \cos(\varnothing_i)}{r_i} \right) \end{cases}, \quad (8)$$

где r_i — расстояние от i -го колеса до геометрического центра масс робота. Итоговая кинематическая модель описывается уравнением

$$\dot{q} = S(q)u, \quad (9)$$

где $S(q) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ — матрица управления;

$u = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$ — управляющее воздействие.

1.2. Алгоритм RRT* для многоколесного мобильного робота

Основное различие между алгоритмами RRT и RRT* заключается в функции оптимизации алгоритма RRT*, которая перестраивает связи между узлами дерева Γ таким образом, чтобы сократить общее число узлов и повысить эффективность генерируемых траекторий (рис. 2). Алгоритм RRT* включает в себя следующую последовательность действий: начало, инициализация дерева (Γ); задание цели в пространстве поиска; выбор случайной точки в пространстве (X_{rand}) с помощью функции выборки $\text{sample}(X)$; поиск ближайшего узла (X_{nearest}), принадлежащего дереву (Γ) и расположенного ближе других к выбранной случайной точке X_{rand} , с помощью функции поиска ближайшего узла $\text{nearest}(X_{\text{rand}}, \Gamma)$; добавление нового узла с помощью функции $\text{steer}(X_{\text{nearest}}, X_{\text{rand}})$: новый узел (X_{new}) создается путем построения пути от точки, соответствующей узлу X_{nearest} , к точке X_{rand} ; построенный путь должен удовлетворять заданным

ограничениям, в том числе обеспечивать обход препятствий; проверка прямой видимости: алгоритм проверяет, существует ли прямой путь (line of sight) между X_{new} и X_{nearest} , и нет ли на этом пути препятствий; оптимизация связей дерева: если такой прямой путь был найден, к дереву Γ применяется функция оптимизации связей $\text{rewire}(X_{\text{rand}}, \Gamma)$ это позволяет сохранять в дереве наиболее короткие пути; проверка цели: алгоритм вычисляет расстояние

между узлом X_{new} и положением цели (X_{goal}). Если расстояние меньше или равно предварительно заданному пороговому значению (λ), алгоритм возвращает текущее дерево (Γ) в качестве решения; если цель не достигнута, алгоритм повторяется, выбирается новая случайная точка (X_{rand}), поиск продолжается. Таким образом, описанный итеративный процесс позволяет непрерывно обновлять дерево (Γ) и находить оптимальный путь к цели.

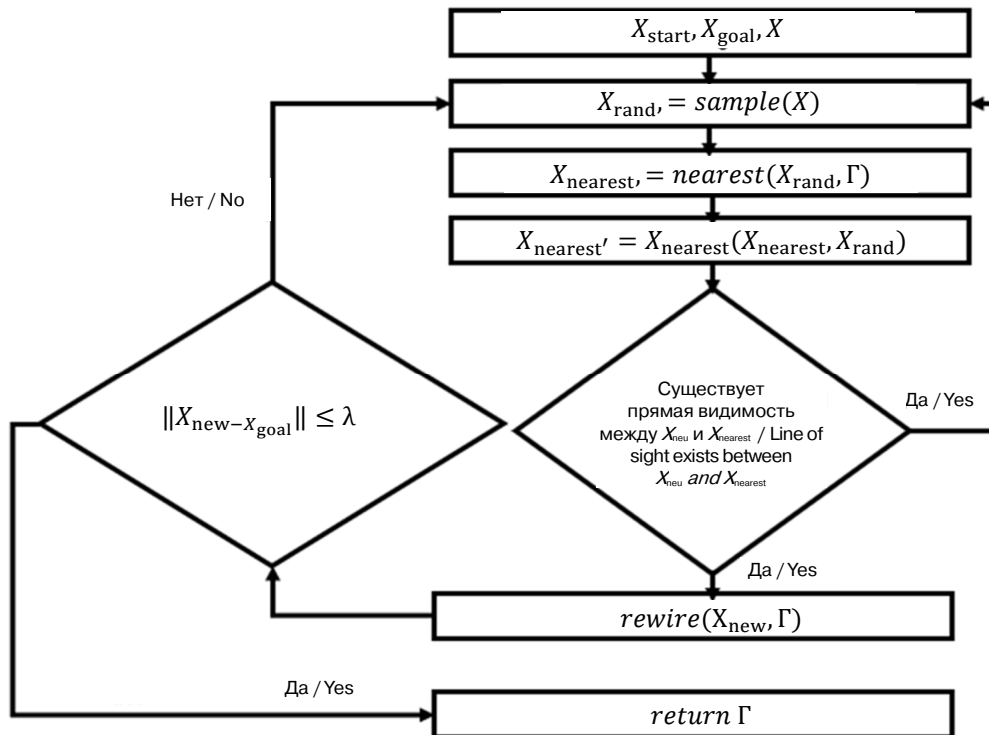


Рис. 2. Схема алгоритма RRT*

Источники: выполнено А. Саироэль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

Figure 2. RRT* algorithm diagram

Source: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Именно наличие функции оптимизации связей дерева делает RRT* асимптотически оптимальным алгоритмом. Она обеспечивает постоянное обновление и совершенствование дерева, что, в свою очередь, позволяет строить все более удачные траектории по мере работы алгоритма (рис. 3). В исходном алгоритме RRT этап оптимизации дерева отсутствует, он сосредоточен только на исследовании среды.

Оптимизация структуры дерева в RRT* выполняется следующим образом: после того как был добавлен узел X_{new} , алгоритм выделяет несколько близлежащих узлов ($X_{\text{near}} = X_{\text{nearest}}(X_{\text{new}}, r, \Gamma)$), расположенных в заданном радиусе от X_{new} , выделенные узлы считаются кандидатами на оптимизацию; для каждого из выбранных узлов X_{near} алгоритм проверяет, приведет ли соединение этого узла

X_{near} с узлом X_{new} (вместо текущего родителя) к уменьшению длины пути от корня дерева к X_{near} ; проверка выполняется путем вычисления стоимости пути до X_{near} через текущий родительский узел и сравнения ее со стоимостью пути до X_{near} через X_{new} : $X_{min} = X_{chooseparent}(X_{new}, X_{near})$; если путь через X_{new} оказался короче, алгоритм заменяет связь между X_{near} и текущим родительским узлом на связь с X_{new} . Это позволяет оптимизировать структуру связей дерева и соединить узлы более эффективным образом. Стоимость пути до X_{near} и его дочерних узлов также обновляется с учетом новых связей. Описанный алгоритм повторяется для всех остальных близлежащих узлов-кандидатов. Таким образом, связи дерева полностью обновляются в окрестности X_{new} .

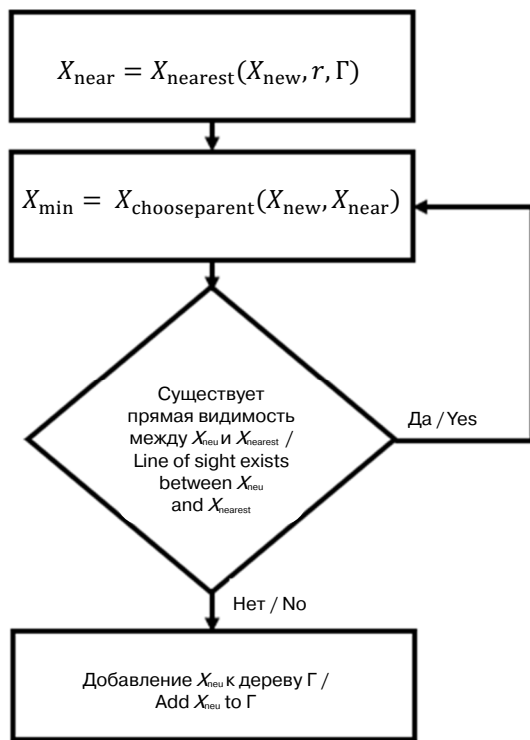


Рис. 3. Алгоритм оптимизации связей дерева в RRT*

Источник: выполнено А. Саирозль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

Figure 3. Tree rewiring algorithm in RRT*

Source: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Вероятностная полнота и асимптотическая оптимальность алгоритма основаны на следующих предположениях: конфигурационное про-

странство является связным, следовательно, всегда существует осуществимый путь от точки старта до цели. Выбор точек для исследования: выбор точек выполняется равномерным и случайным образом, это значит, что вероятность исследования роботом является ненулевой для всех точек среды. Система управления: система управления способна сформировать выполняемую траекторию между двумя точками, если такая траектория существует. Функция стоимости: функция стоимости является непрерывной по Липшицу, что означает небольшие изменения в траектории приводят к небольшим изменениям в стоимости пути. Математическая модель многоколесного агробота с RRT* включает в себя модель кинематики, алгоритмы планирования пути и предотвращения столкновений в соответствии с уравнением (7), переписанным в виде

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Алгоритм RRT* позволяет построить траекторию от начальной точки (q_{start}) к цели (q_{goal}) с учетом препятствий. Построение дерева: инициализация дерева T узлом q_{start} ; выбор случайной точки q_{rand} в конфигурационном пространстве; определение ближайшего узла q_{near} в дереве T к узлу q_{rand} ; перемещение из q_{near} в q_{rand} и генерация нового узла q_{new} . Функция стоимости: стоимость пути $c(q)$ вычисляется как суммарное расстояние от q_{start} до q :

$$c(q) = \sum_{i=1}^k \|q_i - q_{i-1}\|, \quad (11)$$

где q_i — начальное расстояние; $q_{i-1} = q_i$ — мгновенное расстояние. Для каждого нового узла q_{new} определяются близлежащие узлы q_{near} , связи с родительскими узлами которых обновляются, если был найден путь с меньшей стоимостью:

$$c(q_{new}) = c(q_{near}) + \|q_{near} - q_{new}\|. \quad (12)$$

Предотвращение столкновений обеспечивается проверкой достижимости каждого нового узла q_{new} путем вычисления функции $\text{CollisionFree}(q)$:

$$\text{Collision Free}(q) = \begin{cases} \text{true,} & \text{если } q \text{ принадлежит} \\ & \text{свободному пространству} \\ \text{false,} & \text{иначе} \end{cases}$$

В условиях сельскохозяйственного ландшафта робот должен быть способен объезжать препятствия (посадки культурных растений, камни), минимизируя при этом длину траектории и потребление энергии. Алгоритм RRT* оптимизирует траекторию следующим образом:

$$\min_q (c(q) + \lambda \cdot \text{Energy}(q)), \quad (13)$$

где $\text{Energy}(q)$ — энергия, затраченная на прохождение траектории; λ — весовой коэффициент, позволяющий поддерживать баланс между длиной траектории и энергоэффективностью. Робот движется по оптимизированной траектории $q_0, q_1, q_2, \dots, q_k$ в соответствии с законом управления (Control law):

$$u = [v, \omega]^T = \text{Control law}(q_{\text{current}}, q_{\text{next}}), \quad (14)$$

где управляющее воздействие u обеспечивает плавность перехода между узлами. Для оценки системы использовались следующие метрики: $r_{\text{усп}}$ — процент успешных тестов, $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость робота, $t_{\text{ср}}$ — среднее время:

$$r_{\text{усп}} = \frac{N_{\text{усп}}}{N} \cdot 100; \quad (15)$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t}; \quad (16)$$

$$t_{\text{ср}} = \frac{t}{n_{\text{роб}}}; \quad (17)$$

$$\% = \frac{X_{\text{old}} - X_{\text{new}}}{X_{\text{old}}}, \quad (18)$$

где $N_{\text{усп}}$ — число успешных тестов; N — общее число тестов, S — общее пройденное расстояние; t — общее время, затраченное на выполнение задачи; $n_{\text{роб}}$ — число роботов в группе.

2. Результаты

Автономные системы предотвращения столкновений служат критически важным компонентом для колесных мобильных роботов и автономных машин, обеспечивая безопасное передвижение без необходимости человеческого контроля. Данные системы, включая алгоритмы типа RRT*, используют информацию от датчиков для оценки риска столкновения и построения соответствующей избегающей траектории, как проиллюстрировано на рис. 4. На данной схеме черные точки обозначают возможные путевые точки, серые прямоугольники — разнообразные препятствия (например, людей, животных или технику), красный маркер — целевую позицию, а зеленый маркер — текущее местоположение робота. Фактическая траектория движения отображена черной линией в системе координат, где оси отражают пространственное положение объектов. Геометрия среды задана координатами вершин трех препятствий: первого (20,25), (30,25), (20,30), (30,30); второго (50,55), (65,55), (55,70), (65,70); третьего (70,32), (80,32), (70,52), (80,52). Целевая область имеет диаметр 1 метр, соответствующий габаритам робота. В ходе обучения система достигла 94 % успешных исходов по предотвращению столкновений, подтвердив свою эффективность. Метод демонстрирует потенциал для адаптации к другим автономным агентам в динамических средах, что дополнительно подтверждается симуляционными испытаниями с одним колесным роботом, где в разнообразных сценариях было зафиксировано 80 % успешных попыток.

Координация движения группы роботов представляет собой задачу управления несколькими автономными агентами для достижения общей цели, что позволяет повысить общую продуктивность, эффективность и устойчивость системы, особенно в сложных средах.

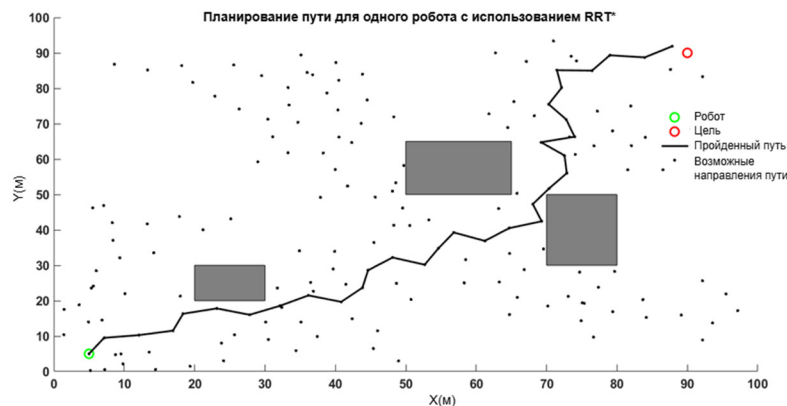


Рис. 4. Планирование пути для одного колесного робота с помощью алгоритма RRT*

И с т о ч н и к: выполнено А. Саирозль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

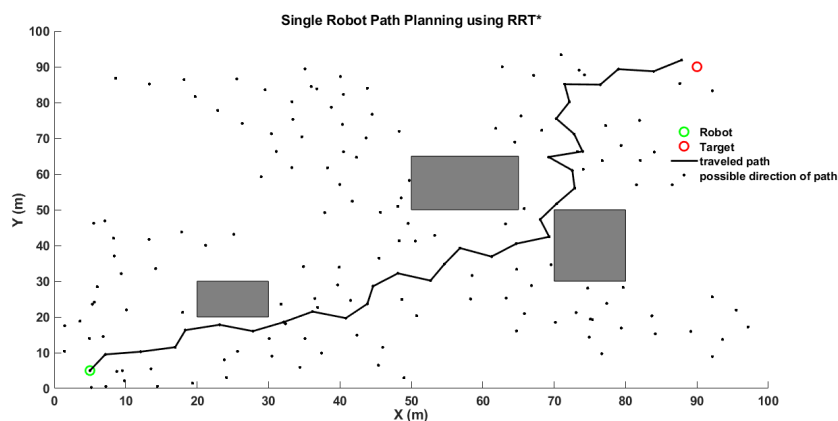


Figure 4. RRT*-Based Path Planning for a Single Wheeled Mobile Robot

S o u r c e: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

На рис. 5 визуализирован соответствующий эксперимент: серые прямоугольники обозначают статические и динамические препятствия (такие как люди, животные или техника), красные круглые маркеры — целевые точки, черные круглые маркеры — начальные позиции роботов, а синие линии — их запланированные траектории в заданной системе координат. Тестовая среда включала три препятствия с координатами вершин: (20,25), (30,25), (20,30), (30,30); (50,55), (65,55), (55,70), (65,70); и (70,32), (80,32), (70,52), (80,52). Диаметры целевых зон соответствовали габаритам роботов и составляли 1 м. По результатам эксперимента, первый робот успешно избежал столкновений, тогда как второй и третий роботы

столкнулись с препятствиями. Данный результат может быть объяснен незавершенным этапом обучения алгоритма, что привело к его неоптимальной работе в ходе данной итерации тестирования.

Алгоритм RRT* представляет собой широко применяемый метод планирования движения в робототехнике, предназначенный для построения траекторий, свободных от столкновений, в сложных средах. При использовании в многоагентных робототехнических системах его целью является обеспечение безопасной навигации для каждого агента за счет избегания как статических препятствий, так и столкновений между роботами, что проиллюстрировано на рис. 6.

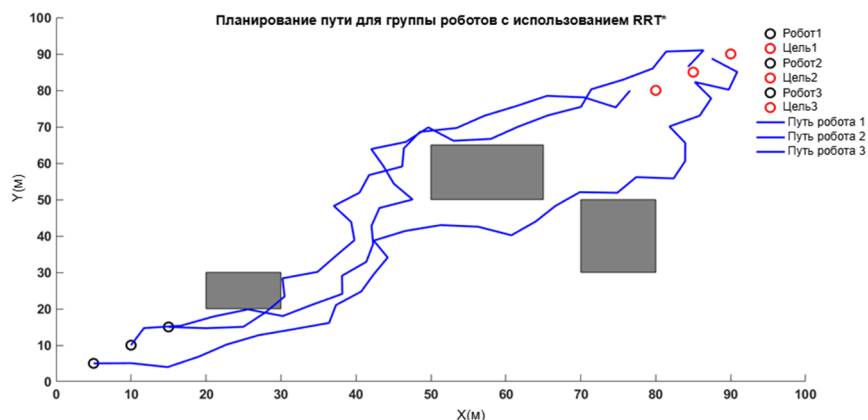


Рис. 5. Планирование пути для группы мобильных роботов с помощью RRT* в процессе обучения алгоритма
И с т о ч н и к: выполнено А. Саироэль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

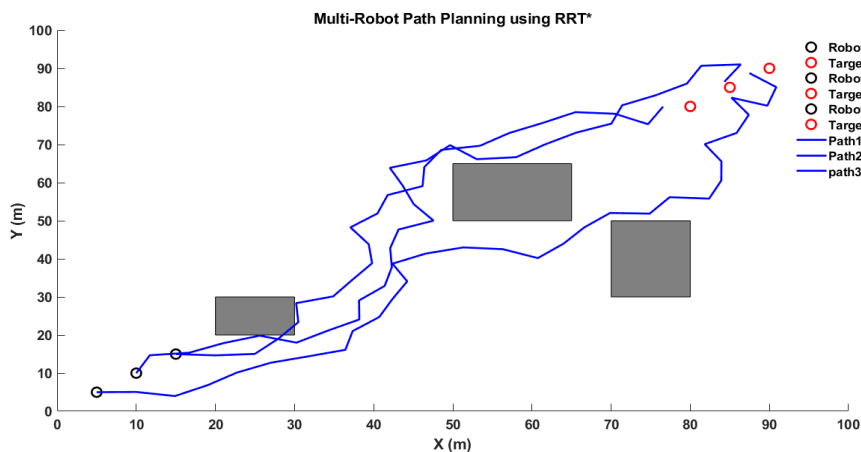


Figure 5. RRT*-Based Multi-Robot Path Planning during Algorithm Training

S o u r c e: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Реализация системы предотвращения столкновений для группы роботов на основе RRT* следует структурированному процессу. Первым шагом инициализируется операционная среда: определяются границы рабочего пространства и местоположения препятствий. Координаты вершин препятствий заданы следующим образом: для первого — (20,25), (30,25), (20,30), (30,30); для второго — (50,55), (65,55), (55,70), (65,70); для третьего — (70,32), (80,32), (70,52), (80,52). Каждому роботу назначается начальная позиция и целевая точка. Роботы, диаметр каждого из которых составляет 1 метр, визуальны представлены в виде черных круглых маркеров. Для каждого робота инициализируется независимое RRT*-дерево, корнем

которого является его начальная позиция. Алгоритм итеративно расширяет каждое дерево, выбирая случайные точки в рабочем пространстве и направляя его рост к соответствующей цели с учетом ограничений на столкновения. В процессе расширения каждый новый узел и ребро тщательно проверяются на конфликты с заранее заданными статическими препятствиями, а также с запланированными или текущими позициями других роботов. Для формирования эффективных путей алгоритм использует этап оптимизации путем перестройки связей, который уточняет дерево, обеспечивая асимптотическое приближение к кратчайшей возможной траектории. Эти траектории непрерывно обновляются в ответ на движение других агентов.

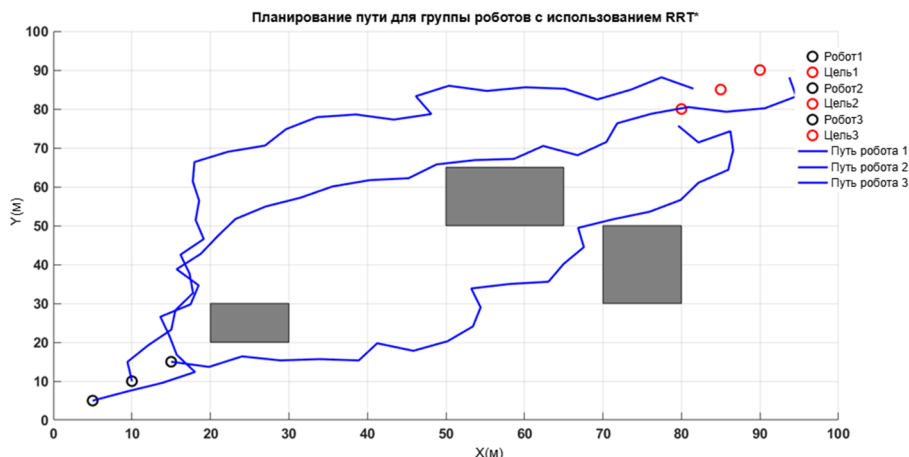


Рис. 6. Успешное планирование пути для группы мобильных роботов после завершения обучения

Источники: выполнено А. Саирозль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

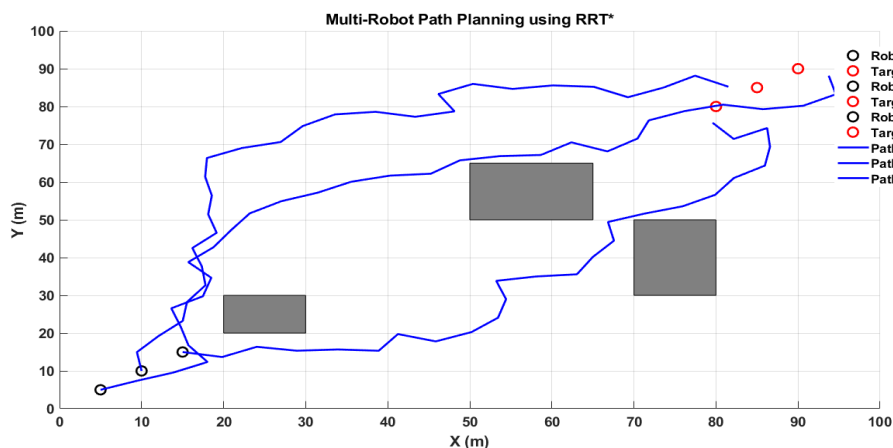


Figure 6. Successful RRT*-Based Path Planning for a Group of Mobile Robots after Training

Source: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Представленный алгоритм предназначен для обеспечения безопасной навигации группы роботов без столкновений, направляя каждого агента по оптимизированной траектории к его цели, что визуализировано на рис. 7. Тестовая среда содержит три многоугольных препятствия, заданных следующими координатами вершин: первое — (20,25), (30,25), (20,30), (30,30); второе — (50,55), (65,55), (55,70); третье — (70,32), (80,32), (70,52), (80,52). На рисунке роботы обозначены черными кружками, целевые точки — красными кружками, препятствия — серым цветом, а возможные пути навигации показаны синими линиями. В данном экспери-

менте используются три робота с заданными начальными и целевыми позициями: робот 1 — от (5,5) до (90,90), робот 2 — от (10,10) до (85,85), робот 3 — от (15,15) до (95,95). Для всех роботов и целей установлен минимальный безопасный интервал или радиус столкновения, равный 1 м. Алгоритм RRT* представляет собой надежную и эффективную основу для предотвращения столкновений в сложных условиях. При интеграции со стратегиями координации нескольких роботов он успешно учитывает динамические препятствия и обеспечивает безопасную и эффективную навигацию всех агентов в загроможденных динамических средах.

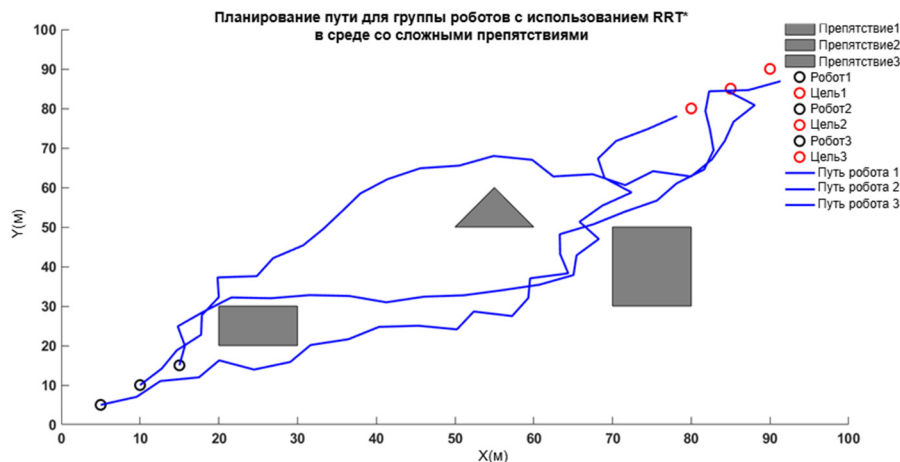


Рис. 7. Планирование пути для группы колесных мобильных роботов со сложными препятствиями
Источник: выполнено А. Саирозль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

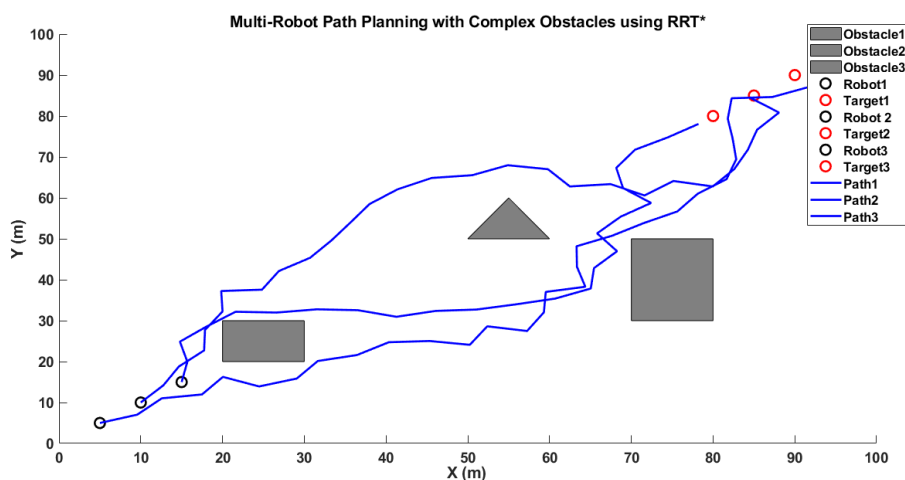


Figure 7. RRT*-Based Path Planning for a Group of Wheeled Mobile Robots in a Complex Obstacle Environment
Source: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Комплексную оценку системы предотвращения столкновений на основе алгоритма RRT* для группы многоколесных роботов можно провести с использованием ряда ключевых метрик. К ним относятся минимальная дистанция, поддерживаемая между роботами в процессе навигации, время достижения минимальной дистанции между роботом и препятствием, процент успешных тестов, средняя скорость роботов и среднее время достижения цели. Коллективно эти метрики позволяют оценить безопасность, эффективность и адаптивность системы в сложных средах. Высокая минимальная дистанция и большее время до ее достижения ука-

зывают на устойчивость системы предотвращения столкновений, тогда как высокий процент успешных испытаний демонстрирует ее надежность. Оптимальные значения средней скорости и времени выполнения задачи отражают эффективность ее выполнения. В представленном исследовании система показала минимальную дистанцию в 1,5 м между роботом 1 и роботом 2, а также временное окно в 4 с до достижения минимальной дистанции между роботом 2 и препятствием, что обеспечивает достаточное время для корректировки траектории (табл.). Было достигнуто 94 % успешных испытаний, при этом роботы двигались со средней скоростью 1,8 м/с

и достигали своих целей в среднем примерно за 40 с. Кроме того, было отмечено значительное снижение среднеквадратичной ошибки на

80 % по сравнению со стандартным алгоритмом RRT, что подчеркивает повышенную оптимальность траектории реализованного подхода RRT*.

Сравнение метрик предотвращения столкновений

Метрика	RRT	RRT*	Улучшение результата по сравнению с RRT, %
Минимальная дистанция, м	1,2	1,5	25
Время достижения минимальной дистанции, с	1,2	4	70
Процент успешных попыток, %	84	94	12
Средняя скорость роботов, м/с	2	1,8	10
Среднее время достижения цели, с	25	40	60
Среднеквадратичное отклонение, м	0,3	0,06	80

Источники: выполнено А. Саироэль, Х.М. Ал-Аражи, Ц. Чжан.

Comparison of collision prevention metrics

Metric	RRT	RRT*	Improved result compared to RRT, %
Minimum distance, m	1.2	1.5	25
Time to reach the minimum distance, s	1.2	4	70
Percentage of successful attempts, %	84	94	12
The average speed of robots, m/s	2	1.8	10
Average time to reach the goal, s	25	40	60
Standard deviation, m	0.3	0.06	80

Source: by A.F. Sairoel, H.M. Al-Arazhi, Z. Jinnian.

Заключение

Настоящее исследование посвящено разработке и оценке метода предотвращения столкновений для сельскохозяйственных роботов на основе алгоритма RRT*. Работа включает обзор современных подходов в данной области, анализ кинематических уравнений для колесного мобильного робота и детальное описание принципов работы алгоритмов RRT и RRT*.

Алгоритм RRT* представляет собой надежный инструмент для планирования пути в сложных высокоразмерных средах, таких как сельскохозяйственные ландшафты. Его ключевыми преимуществами являются вероятностная полнота, гарантирующая нахождение допустимой траектории при достаточном числе итераций, и асимптотическая оптимальность, обеспечивающая сходимость решения к оптимальному по мере выполнения вычислений. Основное отличие RRT* от базового RRT заключается в функции оптимизации связей дерева, которая постоянно перестраивает его структуру,

заменяя родительские узлы на более оптимальные, что позволяет находить более короткие маршруты к цели.

Экспериментальная часть исследования проводилась в смоделированной среде, содержащей три препятствия с координатами вершин: (20,25), (30,25), (20,30), (30,30); (50,55), (65,55), (55,70), (65,70); и (70,32), (80,32), (70,52), (80,52). Диаметр мобильного робота и целевой зоны был установлен равным 1 м, что создавало дополнительные требования к точности навигации.

В результате обучения система продемонстрировала высокую эффективность, обеспечив предотвращение столкновений в 94 % тестов в групповом сценарии. В экспериментах с одним роботом надежность системы составила 80 % в разнообразных условиях, подтверждая ее адаптивность. Ключевые метрики производительности включали среднюю скорость движения роботов 1,8 м/с и среднее время достижения цели 40 с.

Практическая значимость работы заключается в создании надежной системы предотвращения столкновений для группы колесных роботов, способной функционировать в сложных динамических средах. Решение успешно интегрирует планирование траектории, оптимизацию маршрутов и координацию множества агентов, что делает его перспективным для сельскохозяйственной робототехники и автономных транспортных средств. В качестве направлений будущих исследований выделяются снижение вычислительной сложности алгоритма, обеспечение работы в режиме реального времени, а также интеграция методов машинного обучения и систем человеко-роботного взаимодействия для дальнейшего повышения эффективности и автономности системы.

References / Список литературы

1. Gammell JD, Srinivasa SS, Barfoot TD. Informed RRT*: Optimal sampling-based path planning focused via direct sampling of an admissible ellipsoidal heuristic. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*; 2014 14–18 Sep; Chicago, IL, USA. IEEE; 2014. p. 2997–3004. Available from: http://asrl.utias.utoronto.ca/~jdg/sbib/gammell_iros14.pdf (accessed: 25.09.2025) <https://doi.org/10.1109/IROS.2014.6942976>
2. Ichter B, Harrison J, Pavone M. Learning sampling distributions for robot motion planning. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. 2018. p. 7087–7094. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2018.8460730>
3. Karaman S, Frazzoli E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning with deterministic μ -calculus specifications. *American Control Conference (ACC)*. 2012. p. 735–742. <https://doi.org/10.1109/ACC.2012.6315419>
4. Alonso-Mora J, Naegeli T, Siegwart R, Beardsley P. Collision avoidance for aerial vehicles in multi-agent scenarios. *Autonomous Robots*. 2015;39(1):101–121. <https://doi.org/10.1007/s10514-015-9429-0> EDN: PHUHWE
5. Karaman S, Frazzoli E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning. *International Journal of Robotics Research*. 2011;30(7):846–894. <https://doi.org/10.1177/0278364911406761>
6. Islam F, Nasir J, Malik U, Ayaz Y, Hasan O. RRT*-SMART: Rapid Convergence Implementation of RRT* Towards Optimal Solution. *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. Chengdu, China; 2012. p. 1651–1656. <https://doi.org/10.1109/ICMA.2012.6284384>
7. Noreen I, Khan A, Habib Z. A Comparison of RRT, RRT* and RRT*-smart path planning algorithms. *International Journal of Computer Science and Network Security (IJCSNS)*. 2016;16(10):20–27. Available from: http://paper.ijcsns.org/07_book/201610/20161004.pdf (accessed: 25.07.2025)
8. Karaman S, Walter MR, Perez A, Frazzoli E, Teller S. Anytime motion planning using the RRT. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Shanghai, China; 2011. p. 1478–1483. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2011.5980479>
9. Noreen I, Khan A, Habib Z. Optimal path planning using RRT* based approaches: a survey and future directions. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2016;7(11):97–10. <http://doi.org/10.14569/IJACSA.2016.071114>
10. Cao M, Mao H, Tang X, Sun Y, Chen T. A Novel RRT*-connect algorithm for path planning on robotic arm collision avoidance. *Scientific Reports*. 2025;15(1):2836. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-87113-5> EDN: GORS DY
11. Bialkowski J, Karaman S, Frazzoli E. Massively Parallelizing the RRT and the RRT. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. San Francisco, CA, USA; 2011. p. 1561–1566. <https://doi.org/10.1109/IROS.2011.6095053>
12. Kuffner JJ, LaValle SM. RRT-connect: An efficient approach to single-query path planning. *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065)*. San Francisco, CA, USA, 2000;2:995–1001. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2000.844730>
13. Vaara ST, Reinikainen M, Wald R, Bagshaw SM, Pettilä V. Timing of RRT Based on the Presence of Conventional Indications. *Clinical Journal of the American Society of Nephrology*. 2014;9(9):1577–1585. <https://doi.org/10.2215/CJN.12691213>
14. Kuwata Y, Fiore GA, Teo J, Frazzoli E, How JP. Motion planning for urban driving using RRT. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Nice, France; 2008. p. 1681–1686. <https://doi.org/10.1109/IROS.2008.4651075>
15. Moon C, Chung W. Kinodynamic planner dual-tree RRT (DT-RRT) for two-wheeled mobile robots using the rapidly exploring random tree. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2014;62(2):1080–1090. <https://doi.org/10.1109/TIE.2014.2345351>
16. Hassan IA, Abed IA, Al-Hussaibi WA. Path planning and trajectory tracking control for two-wheel mobile robot. *Journal of Robotic Control*. 2024;5(1):1–15. <https://doi.org/10.18196/jrc.v5i1.20489> EDN: DJGXKY
17. Massoud MM, Abdellatif A, Atia MR. Different path planning techniques for an indoor omni-wheeled mobile robot: Experimental Implementation, Comparison and Optimization. *Applied Sciences*. 2022;12(24):12951. <https://doi.org/10.3390/app122412951> EDN: KDGZOL
18. Sudhakara P, Ganapathy V, Sundaran K. Optimal trajectory planning based on bidirectional spline-RRT* for

wheeled mobile robot. *Third International Conference on Sensing, Signal Processing and Security (ICSSS)*. Chennai, India; 2017. p. 65–68. <https://doi.org/10.1109/SSPS.2017.8071566>

19. Rasheed AAA, Al-Araji AS, Abdullah MN. Static and Dynamic Path Planning Algorithms Design for a Wheeled Mobile Robot Based on a Hybrid Technique. *International Journal of Intelligent Engineering Systems*. 2022;15(4):167–181. <https://doi.org/10.22266/ijies2022.0831.16> EDN: AWSUUK

20. Yin X, An G, Zhong Z, Yang S, Yang L, Du J, Jin C. An automatic steering system for agricultural wheeled vehicles using fuzzy control. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2024;217:108544. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4542901> EDN: GEKAHS

21. Hu B, Cao Z, Zhou M. An Efficient RRT-Based Framework for Planning Short and Smooth Wheeled Robot Motion Under Kinodynamic Constraints. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2020;68(4):3292–3302. <https://doi.org/10.1109/TIE.2020.2978701> EDN: DWILJD

22. Borkar KK, Aljrees T, Pandey SK, Kumar A, Singh MK, Sinha A, Singh KU, Sharma V. Stability analysis

and navigational techniques of wheeled mobile robot: A review. *Processes*. 2023;11(12):3302. <https://doi.org/10.3390/pr11123302> EDN: BTXNFI

23. Yin X, Dong W, Wang X, Yu Y, Yao D. Route planning of mobile robot based on improved RRT star and TEB algorithm. *Scientific Reports*. 2024;14(1):8942. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-59413-9> EDN: SRNNEV

24. Naderi K, Rajamäki J, Hämäläinen P. RT-RRT*: a real-time path planning algorithm based on RRT*. *ACM SIGGRAPH Conference on Motion in Games*. 2015. p. 113–118. <https://doi.org/10.1145/2822013.2822036>

25. Jayasree KR, Jayasree PR, Vivek A. Dynamic Target Tracking Using a Four Wheeled Mobile Robot with Optimal Path Planning Technique. *International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT)*. Kollam, India, 2017. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICCPCT.2017.8074365>

26. Chen L, Shan Y, Tian W, Li B, Cao D. A fast and efficient double-tree RRT*-like sampling-based planner applying on mobile robotic systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2018;23(6):2568–2578. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2018.2821767>

Сведения об авторах

Саироэль Амертет Финекомесс, аспирант кафедры высшей школы автоматизации и робототехники, институт машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Российская Федерация, 195220, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29 литера Б; ORCID: 0000-0002-8187-0221; e-mail: sairoel@mtu.edu.et

Ал-Аражи Хасан Мохаммед, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей школы автоматизации и робототехники, институт машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Российская Федерация, 195220, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29 литера Б; ORCID: 0000-0001-6900-7946; e-mail: hassana@mail.ru

Чжан Цзиньянь, аспирант кафедры высшей школы автоматизации и робототехники, институт машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Российская Федерация, 195220, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29 литера Б; ORCID: 0009-0005-0954-7015; e-mail: niange6666@gmail.com

About the authors

Amertet Fincomess Sairoel, PhD student of the Department of Higher School of Automation and Robotics, Institute of Mechanical Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29B Politekhnikeskaya St, St. Petersburg, 195220, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-8187-0221; e-mail: sairoel@mtu.edu.et

Hasan M. Al-Arazhi, PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher School of Automation and Robotics, Institute of Mechanical Engineering, Materials and Transport, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29B Politekhnikeskaya St, St. Petersburg, 195220, Russian Federation; ORCID: 0000-0001-6900-7946; e-mail: hassana@mail.ru

Jingnian Zhang, PhD student of the Department of Higher School of Automation and Robotics, Institute of Mechanical Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29B Politekhnikeskaya St, St. Petersburg, 195220, Russian Federation; ORCID: 0009-0005-0954-7015; e-mail: niange6666@gmail.com