ИДЕНТИФИКАЦИЯ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.714

ПРОБЛЕМЫ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ*

А.И. Дивеев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН
ул. Вавилова, 40, Москва, Россия, 119333

Рассмотрена задача синтеза системы управления, когда управление ищется как функциональная зависимость от координат пространства состояний. Указаны аналитические и вычислительные проблемы, которые возникают в результате решения задачи синтеза, а также возможные пути их решения.

Рассмотрим задачу синтеза систем автоматического управления. Пусть сформулирована задача оптимального управления. Задана математическая модель объекта управления

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathrm{u}), \tag{1}$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathrm{U} \subseteq \mathbb{R}^m$, U — ограниченное множество, $\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$, $m \le n$.

Для системы (1) заданы начальные значения

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 = \left[x_1^0 \ldots x_n^0\right]^T. \tag{2}$$

Заданы терминальные условия

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f = \left[x_1^f \ldots x_n^f\right]^T, \tag{3}$$

где t_f — заданное время управления.

Задан функционал качества

$$J = F\left(\mathbf{x}(t_f)\right) + \int_0^{t_f} f_0\left(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)\right) dt. \tag{4}$$

Необходимо найти допустимое управление, удовлетворяющее ограничениям

$$\mathbf{u} \in \mathrm{U}, \tag{5}$$

которое за заданное время t_f переведет систему (1) из начального состояния (2) в терминальное состояние (3), и функционал (4) при этом будет иметь минимально возможное значение.

* Работа выполнена по теме гранта РФФИ 08-08-00248-а «Исследование методов структурно-параметрического многокритериального синтеза системы автоматического управления».

Если решается задача оптимального управления, то управление ищется как функция времени

$$\mathbf{u}(\cdot) \in KC\left[0, t_f\right], \tag{6}$$

где $KC\left[0, t_f\right]$ — класс кусочно-непрерывных функций, заданных на интервале $\left[0, t_f\right]$.

Если решается задача синтеза, то управление ищется как функция координат пространства состояний

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}\left(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}\right), \tag{7}$$

где $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$.

Утверждение 1. Пусть решена задача оптимального управления (1)—(6) и J^0 — значение функционала (4), полученное при оптимальном управлении $\tilde{\mathbf{u}}(\cdot) \in KC\left[0, t_f\right]$. Пусть решена также задача синтеза (1)—(5), (7) на классе однозначных отображений $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, причем оптимальное управление удовлетворяет ограничениям (5), и J^1 — значение функционала (4), полученное при оптимальном управлении $\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$.

Тогда значение функционала, полученного при решении задачи оптимального управления, будет не больше значения функционала, полученного при решении задачи синтеза, $J^0 \le J^1$.

Доказательство. Подставим результат синтеза $\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ в систему уравнений (1), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\mathbf{\Omega}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}\left(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\right) = 0. \tag{8}$$

Многообразие $\mathbf{\Omega}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = 0$ может иметь разрывы первого рода в пространстве $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$. Решение $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}(t)$ системы $\mathbf{\Omega}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = 0$ при начальных условиях (2) принадлежит классу непрерывных функций $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}(\cdot) = C^0\left[0, t_f\right]$.

Продифференцируем решение $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}(t)$ на всех интервалах *t*, где существует производная, получим функцию $\dot{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}}(t)$, принадлежащую классу кусочно-непрерывных функций, $\dot{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}}(\cdot) = KC\left[0, t_f\right]$.

Подставим функции $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}(\cdot)$ и $\dot{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}}(\cdot)$ в решение $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ задачи синтеза, получим функцию управления $\tilde{\tilde{\mathbf{u}}}(\cdot) = \tilde{\mathbf{g}}\left(\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}(\cdot), \dot{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}}(\cdot)\right) \in KC\left[0, t_f\right]$, причем по условию утверждения $\tilde{\tilde{\mathbf{u}}}(t) \in U$, $\forall t \in \left[0, t_f\right]$.

Так как полученная функция управления является допустимой и принадлежит классу $KC\left[0, t_f\right]$, оно рассматривалось при решении задачи оптимального управления. Если управление $\tilde{\tilde{\mathbf{u}}}(\cdot)$ давало бы наименьшее значение функционала

(4), то оно было бы выбрано в качестве решения задачи оптимального управления, поэтому $J^0 \le J^1$. ■

Покажем, что существует решение задачи синтеза, если существует решение задачи оптимального управления.

Теорема 1. Пусть для задачи (1)—(6) выполняются следующие условия:

а) существует функция $\tilde{\mathbf{u}}(t)\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^1$, $\tilde{\mathbf{u}}(\cdot) \in KC\left[0, t_f\right]$, такая, что $\tilde{\mathbf{u}}(t) \in U$, $0 \le t \le t_f$, и

$$J\left(\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)\right) = \min_{\mathbf{u} \in U}\left\{F\left(\tilde{\mathbf{x}}(t_f)\right) + \int_0^{t_f} f_0\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t)\right)dt\right\},$$

где $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ — значение решения системы (1) в момент t при функции $\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)$ и начальных условиях (2).

б) $\forall t \in \left[0, t_f\right]$, $\exists \delta(t) \in \mathbb{R}^m$, $\left\|\delta(t)\right\| \ge M > 0$, $\Rightarrow \mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{u}}(t) + \delta(t)$,

$\operatorname{rank}\dfrac{\partial \mathbf{f}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)\right)}{\partial \mathbf{u}} = m$, $0 \le t \le t_f$.

Тогда существует функция $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\colon \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, такая, что $\mathbf{u} = \mathbf{g}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t)\right) \in U$, $0 \le t \le t_f$, $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f$ и $J\left(\mathbf{g}\left(\tilde{\mathbf{x}}(\cdot), \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(\cdot)\right)\right) = J\left(\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)\right)$, где $\tilde{\mathbf{x}}(\cdot) = \left(\tilde{\mathbf{x}}(t),\ 0 \le t \le t_f\right)$.

Доказательство. Подставим функцию $\tilde{\mathbf{u}}(t)$ в систему дифференциальных уравнений (1) и решим ее при начальных значениях (2), получим $\tilde{\mathbf{x}}(\cdot)$. Из условия б) следует, что система уравнений $\mathbf{f}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}\right) - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = 0$ разрешима относительно $\mathbf{u}$. Это будет соответствовать заданию функции $\mathbf{g}\left(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)\right)$ с параметром t. Так как $\tilde{\mathbf{u}}(t) \in U$, $0 \le t \le t_f$, выполняется условие $\mathbf{g}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t)\right) \in U$, и из условия теоремы $J\left(\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)\right) = \min\limits_{\mathbf{u} \in U} J$ получаем, что $J\left(\mathbf{g}(\tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})\right) = \min\limits_{\mathbf{u} \in \boldsymbol{U}} J$. ■

Покажем, что в некоторых случаях нахождение управления, зависящего только от координат пространства состояний $\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$, недостаточно для решения задачи синтеза.

Теорема 2. Пусть для задачи (1)—(6) существует функция $\mathbf{u}(t)\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^1$, $\tilde{\mathbf{u}}(\cdot) \in KC\left[0, t_f\right]$, такая, что $\tilde{\mathbf{u}}(t) \in \boldsymbol{U}$, $0 \le t \le t_f$, и

$$J\left(\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)\right) = \min_{\mathbf{u} \in \boldsymbol{U}}\left\{F\left(\tilde{\mathbf{x}}()t_f\right) + \int_0^{t_f} f_0\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t)\right)dt\right\},$$

где $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ — значение решения системы (1) в момент t при функции $\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)$ и начальных условиях (2).

Пусть для функции $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ выполняются условия: $\exists t', t'' \in \left[0, t_f\right]$, $t' \neq t''$, $\tilde{\mathbf{x}}(t') = \tilde{\mathbf{x}}(t'')$, $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t') \neq \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t'')$. Тогда для любой функции $\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}): \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, справедливо хотя бы одно неравенство

$$\int_0^{t_f} f_0\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \tilde{\mathbf{u}}(t)\right)dt < \int_0^{t_f} f_0\left(\tilde{\mathbf{x}}(t), \mathbf{h}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t)\right)\right)dt, \ \mathbf{x}(t_f) \neq \mathbf{x}^f.$$

Доказательство. Для любой функции $\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$ получаем, что $\mathbf{u}(t') = \mathbf{h}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t')\right)$, $\mathbf{h}(t'') = \mathbf{h}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t')\right)$, поэтому $\mathbf{u}(t'') = \mathbf{u}(t')$. В то же время для исходной системы (1) получаем неравенства $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t'') \neq \mathbf{f}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t'), \mathbf{u}(t')\right)$, $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t') \neq \mathbf{f}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t''), \mathbf{u}(t'')\right)$, поэтому одно из значений $\mathbf{u}$ в точках t' или t'' не является оптимальным, т.е. выполняются условия либо $\mathbf{h}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t')\right) \neq \tilde{\mathbf{u}}(t')$, либо $\mathbf{h}\left(\tilde{\mathbf{x}}(t'')\right) \neq \tilde{\mathbf{u}}(t'')$. Так как $\mathbf{u} = \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}})$ не является оптимальным, то либо не выполняются терминальные условия $\mathbf{x}(t_f) \neq \mathbf{x}^f$, либо значение функционала не является минимальным $J\left(\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)\right) < J\left(\mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}})\right)$. ■

Поиск функциональной зависимости (7) является достаточно сложной проблемой, которая практически никогда не может быть решена аналитическими методами. В последнее время для решения данной проблемы оказалось возможным для решения данной проблемы использовать вычислительные алгоритмы, использующие генетическое программирование и метод сетевого оператора [1; 2].

После решения задачи синтеза и получения функциональной зависимости (7) мы не можем формально утверждать, что данное управление лучше, чем управление в виде функции времени (6). Когда решаем задачу синтеза, то предполагаем, что полученная функциональная зависимость (7) позволит сохранить качество управления и при различных вариациях модели, например при разных начальных условиях (2). Однако для такого утверждения нет объективных предпосылок. Из практического опыта можно сказать, что в большинстве случаев, по крайней мере выполнение терминальных условий полученное управление в виде функциональной зависимости (7) обеспечивает.

Уточним постановку задачи синтеза. Задана модель объекта управления (1). Вместо начальных условий (2) задана область начальных значений

$$\mathbf{x}(0) \in \mathrm{X}_0 \subseteq \mathbb{R}^n, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{X}_0$ — ограниченное множество, $\forall \mathbf{x}^0 = \left[x_1^0 \ldots x_n^0\right]^T \in \mathrm{X}_0$, $\infty < x^- \leq x_i^0 \leq \leq x^+ < \infty$, $i = \overline{1, n}$.

Заданы терминальные условия (3). В отличие от (3) в данном случае t_f — время окончания процесса управления первоначально не задано, но ограничено,

$$t_f \leq t^+, \tag{10}$$

где t^+ заданное время ограничения процесса управления.

Задан функционал качества (4).

Необходимо с учетом ограничений (5) найти управление в виде (7), чтобы для любых начальных значений $\mathbf{x}^0 \in \mathrm{X}_0$ управление обеспечивало выполнение терминальных условий и минимум функционала (4).

Теорема 3. Пусть область начальных значений является конечным множеством $\boldsymbol{X}_0 = \left\{\mathbf{x}^{01}, \ldots, \mathbf{x}^{0k}\right\}$. Для каждого начального условия выполняются условия а) и б) теоремы 1. Тогда решение задачи (1), (9), (3), (10), (4), (5), (7) существует.

Доказательство. Из теоремы 1 следует, что для каждого начального значения $\mathbf{x}^{0i} \in \mathrm{X}_0$, $1 \le i \le k$, решение задачи синтеза существует, если существует решение соответствующей задачи оптимального управления.

Решим все задачи синтеза для каждого начального значения, получим

$$\mathbf{u}^i = \mathbf{g}^i(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}), \ \ i = \overline{1, k}.$$

Общее решение задачи синтеза (1), (9), (3), (10), (4), (5), (7) можно записать в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^{k} \eta\left(\mathbf{x}^{0i}, \mathbf{x}\right) \mathbf{g}^i\left(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}\right), \tag{11}$$

где $\eta(\mathbf{x}^{0i}, \mathbf{x})$ — индикаторная функция

$$\eta\left(\mathbf{x}^{0i}, \mathbf{x}\right) = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathbf{x} = \mathbf{x}^{0i} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}.$$

Допустим, что решается задача при начальных значениях $\mathbf{x}^{0i}$. Тогда согласно соотношению (11) управление имеет следующий вид: $\mathbf{u} = \mathbf{g}^i(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$. Но такое управление согласно условиям теоремы обеспечивает оптимальное решение задачи. Оптимальное решение из (11) получаем и при других начальных условиях. ■

Индикаторную функцию $\eta(\mathbf{x}^{0i}, \mathbf{x})$ можно построить с помощью функции Хэвисайда

$$\eta\left(\mathbf{x}^{0i}, \mathbf{x}\right) = \theta\left(\varepsilon - \sum_{j=1}^{n} \left| x_j - x_j^{0i} \right| \right), \tag{12}$$

где $\theta(A)$ — функция Хэвисайда

$$\theta(A) = \begin{cases} 1, & \text{если } A \ge 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}, \tag{13}$$

ε — малая положительная величина, определяющая близость векторов $\mathbf{x}^{0i}$ и $\mathbf{x}$.

С вычислительной точки зрения решать различные задачи синтеза для каждого начального значения не целесообразно. Лучше решать задачу синтеза при многих критериях, т.е. вместо функционала (4) использовать несколько функционалов для каждого начального значения

$$J_i = F\left(\mathbf{x}(t_f), \mathbf{x}^f\right) + \int_0^{t_f} f_0\left(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)\right) dt, \tag{14}$$

где

$$\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}^{0i},\ i=\overline{1,k}. \tag{15}$$

Тогда решением задачи (1), (15), (3), (14), (5), (7) является множество Парето

$$\boldsymbol{G}_p=\left\{\tilde{\mathbf{g}}^j(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}}):\ j=\overline{1,K}\right\},$$

где $\tilde{\mathbf{g}}^j(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})$ — элемент множества Парето, $j=\overline{1,K}$, $\forall\mathbf{g}(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})\ \exists\tilde{\mathbf{g}}^j(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})\in\boldsymbol{G}_p\Rightarrow$ $\Rightarrow J_i\left(\tilde{\mathbf{g}}^j(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})\right)\le J_i\left(\mathbf{g}(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})\right),\ i=\overline{1,k},\ \exists J_l\left(\tilde{\mathbf{g}}^j(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})\right)<J_l\left(\mathbf{g}(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})\right),\ 1\le l\le k.$

В идеале при широком выборе функциональных зависимостей множество Парето должно состоять из одного элемента, $K = 1$, который будет оптимальным для всех функционалов, хотя может и не совпадать с решением (11) из теоремы 3.

Другой проблемой синтеза является сложность анализа системы дифференциальных уравнений (8), так как функции этой системы относятся к классу кусочно-непрерывных функций. Такие функции не только трудно проанализировать на устойчивость решений, но и сложно просто промоделировать из-за вычислительной неустойчивости, возникающей в окрестности поверхности переключения.

Одним из решений проблемы исследования системы дифференциальных уравнений (8) является представление этой системы в виде гладкой системы

$$\boldsymbol{\Omega}_d(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}},d)\in\boldsymbol{C}^1, \tag{16}$$

где d — параметр гладкости, C^1 — классно непрерывно дифференцируемых функций.

Система (16) должна обладать следующим свойством

$$\lim_{d\to 0}\boldsymbol{\Omega}_d(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}},d)=\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}}). \tag{17}$$

Для представления системы (8) в виде (16) необходимо выразить все переключения в системе (8) с помощью функции Хэвисайда (13), а затем заменить ее гладкой функцией Хэвисайда $\theta\left(A,d\right)$. Гладкую функцию Хэвисайда можно получить различными способами. Один из возможных способов представления гладкой функции Хэвисайда — это описание ее с помощью тригонометрической функции

$$\theta_d(A,d)=\begin{cases}1, & \text{если } A\ge d/2\\ 0{,}5-0{,}5\cos\left(\dfrac{\pi(A+d/2)}{d}\right), & \text{если } d/2>A\ge -d/2.\\ 0, & \text{иначе}\end{cases} \tag{18}$$

График гладкой функции Хэвисайда (18) для различных значений параметра гладкости d приведен на рис. 1.

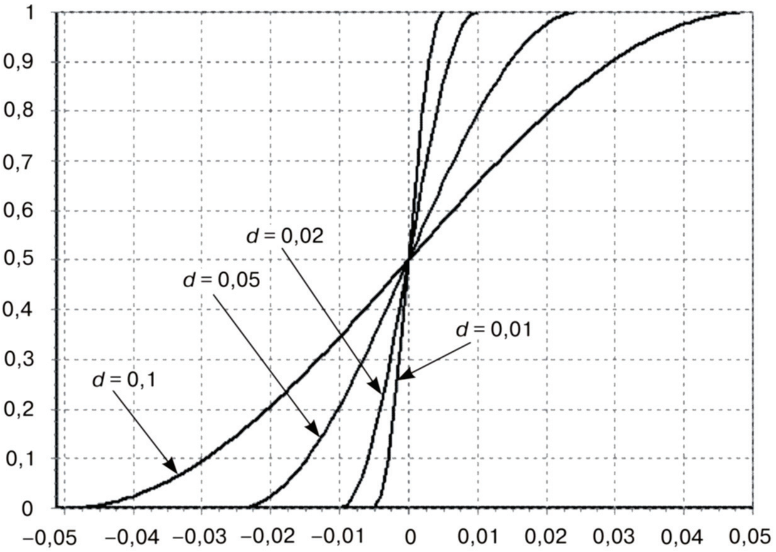

Рис. 1. Гладкая функция Хэвисайда в зависимости от параметра гладкости *d*

Рассмотрим в качестве примера известную задачу оптимального управления [3], которая за счет получения аналитического решения решена как задача синтеза.

Задан объект управления

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = u.$$

Заданы начальные условия

$$\mathbf{x}(0) = \left[x_1^0 \; x_2^0 \right]^T.$$

Заданы терминальные условия

$$\mathbf{x}(t_f) = \left[0 \, 0 \right]^T,$$

где время управления t_f не задано.

Управление должно удовлетворять ограничениям

$$-1 \le u \le 1.$$

Необходимо минимизировать функционал

$$J = t_f,$$

где $t_f = t$, если $\mathbf{x}(t) = \left[0 \, 0 \right]^T$.

Известно, что данная задача решается с помощью управления, которое принимает максимальное или минимальное значение и переключается на линии переключения

$$x_2 = \begin{cases} -\sqrt{x_1}, & \text{если } x_1 > 0 \\ \sqrt{|x_1|}, & \text{если } x_1 < 0 \end{cases}.$$

Запишем данное решение с помощью функции Хэвисайда

$$u = 1 - 2\theta\left(y(x_1, x_2) \right), \qquad (19)$$

где

$$y(x_1, x_2) = \begin{cases} M, & \text{если } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ x_1 - \dfrac{x_2^2}{2}, & \text{если } x_1 \geq 0, x_2 < 0 \\ -M, & \text{если } x_1 < 0, x_2 \leq 0 \\ x_1 + \dfrac{x_2^2}{2}, & \text{если } x_1 < 0, x_2 > 0 \end{cases}, \tag{20}$$

$M > 0$.

Функциональные зависимости (19), (20) решают рассматриваемую задачу синтеза для любых начальных условий $\boldsymbol{X}_0 = \mathbb{R}^2$.

Математическая модель синтезированной системы $\boldsymbol{\Omega}(x_1, x_2)$ имеет следующий вид:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = 1 - 2\theta\big(y(x_1, x_2)\big).$$

Данная система имеет разрывы правых частей в пространстве $\mathbb{R}^2$.

Заменим в решении (19) рассматриваемой задачи функцию Хэвисайда гладкой функцией (18), а в функции (19) значение параметра *M* выберем из условия $M > d$. Получим следующее решение:

$$u = 1 - 2\theta_d\big(y(x_1, x_2), d\big). \tag{21}$$

Решение рассматриваемой задачи синтеза при различных параметрах гладкости *d* приведены на рис. 2—5. Во всех задачах случайно выбирались 50 начальных значений при условии $x_1(0) \in (-1, 1)$, $x_2(0) = 0$. Из результатов моделирования видно, что значение параметра гладкости $d = 0{,}01$ дает результат близкий к результату, получаемому при оптимальном управлении (19).

Интегрирование системы проводилось с помощью улучшенного метода Эйлера второго порядка. Шаг интегрирования составлял величину $h = 0{,}001$.

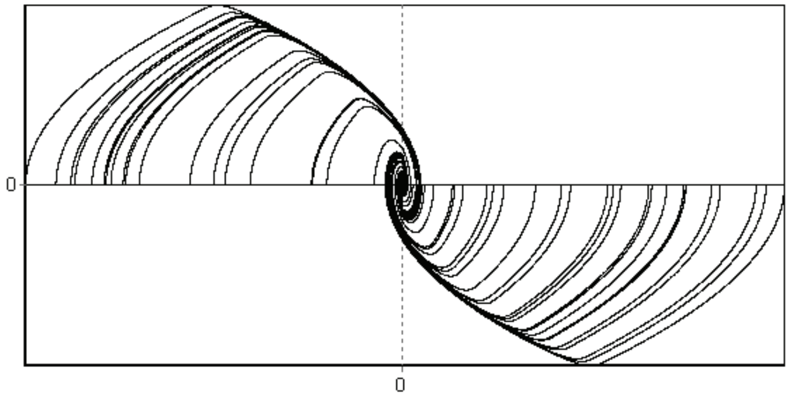

Рис. 2. Решение задачи синтеза с гладкой функцией Хэвисайда с параметром гладкости *d* = 0,1

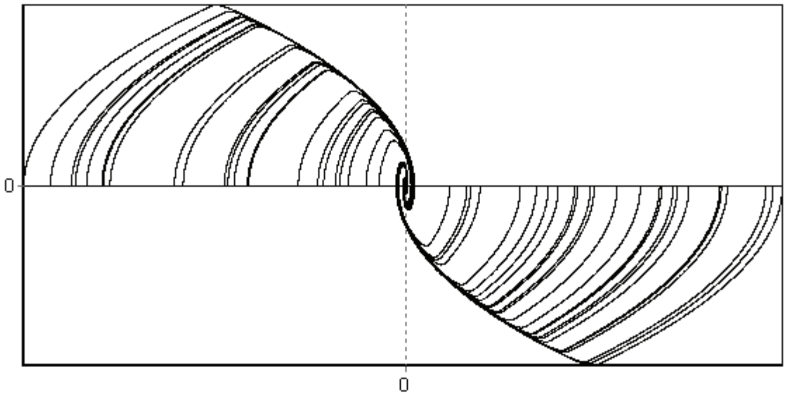

Рис. 3. Решение задачи синтеза с гладкой функцией Хэвисайда с параметром гладкости d = 0,05

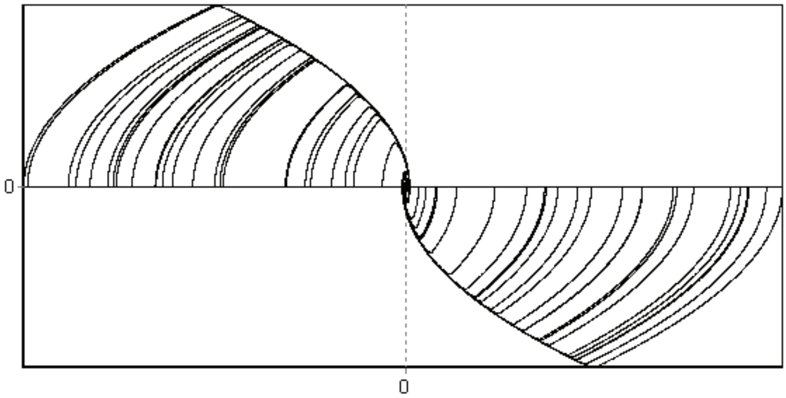

Рис. 4. Решение задачи синтеза с гладкой функцией Хэвисайда с параметром гладкости d = 0,02

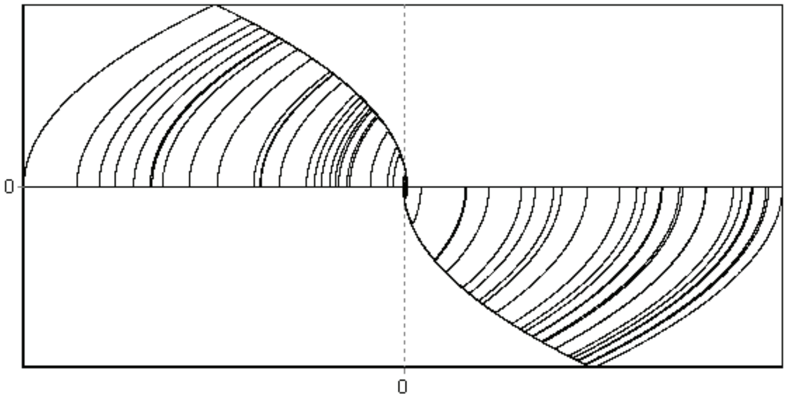

Рис. 5. Решение задачи синтеза с гладкой функцией Хэвисайда с параметром гладкости d = 0,01

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Дивеев А.И., Софронова Е.А.* Метод генетического программирования для автоматического подбора формул в задаче структурного синтеза системы управления // Труды института Системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем / Под ред. Ю.С. Попкова. — М.: ИСА РАН, КомКнига, 2006. — Вып. 10(1). — С. 14—26.
[2] *Дивеев А.И., Софронова Е.А.* Метод сетевого оператора в задачах управления // Вестник РУДН. Серия «Инженерные исследования». — 2007. — № 1. — С. 48—58.
[3] *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1969.

PROBLEM OF OPTIMAL CONTROL SYSTEM SYNTHESIS

A.I. Diveev

Dorodnicyn Computer Center of Russian Academy of Sciences
Vavilov str., 40, Moscow, Russia, 119333

Problem of control system synthesis is considered, when control depends from state space vector. Analytic and calculation problems of synthesis and paths for decision of them are focused.