УДК 681.51

ИЕРАРХИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ В МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ*

Е.М. Воронов, А.А. Карпунин

Кафедра систем автоматического управления МГТУ им. Н.Э. Баумана
ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, Россия, 107005

В.А. Серов

Московский государственный университет Приборостроения и Информатики
ул. Стромынка, 20, Москва, Россия, 107996

В работе сформулировано новое понятие иерархического равновесия в многоуровневых системах управления для оптимизации взаимодействия уровней — ММС на основе обобщения стратегии Штакельберга иерархических дифференциальных игр. Получены достаточные условия оптимальности законов управления (стратегий) подсистем ММС-уровней в двухуровневой системе. Предложен приближенный итерационный метод получения иерархического равновесия на основе программно-корректируемых законов управления (ПКЗУ) (стратегий) подсистем ММС обоих уровней. Сформирована структурная схема двухуровневой системы управления и стабилизации ЛА, применение в которой полученных результатов имеет практическую ценность.

Структура и модель многоуровневой системы. Многоуровневые системы управления являются одним из классов структурно и функционально сложных систем (СФСС), исследование и проектирование которых составляет одну из актуальных задач системного анализа в теории управления. Как известно [1], типичной структурно-функциональной формой многоуровневой системы управления (СУ) является четырехуровневая система с набором уровней «принятие решений — координация — управление — регулирование» (рис. 1), сформированная над структурно сложным объектом, содержащем несколько связанных подсистем, или над несколькими связанными объектами. При этом каждый из уровней связанных подсистем-задач совместно со сложным объектом представляет собой многокритериальную многообъектную систему (ММС) [2], которая по сути является структурированной задачей уровня и представляет собой набор равнозначных требований на данном уровне с подсистемами их реализации, которые формируют воздействия на подсистему подчиненного уровня с известным «правом первого хода».

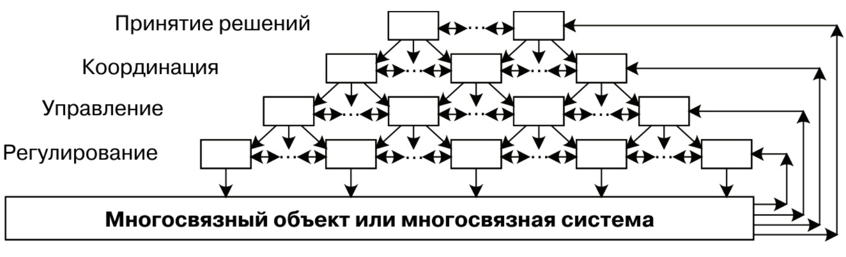

Рис. 1. Вариант функциональной структуры многоуровневой системы управления

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 07-08-00509-а «Многокритериальная оптимизация структурно-сложных систем управления».

Примером представления части такой многоуровневой СУ и практически полезной моделью для исследования является двухуровневая математическая модель управления-регулирования двухканальной СУ беспилотного летательного аппарата (СУЛА) (рис. 2).

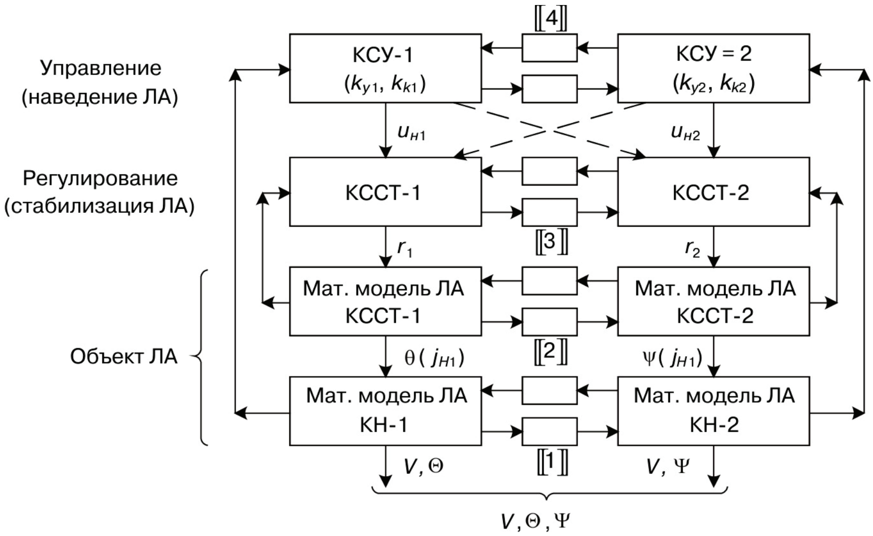

Рис. 2. Двухуровневая модель управления регулирования двухканальной СУЛА

На рис. 2 в соответствии с терминологией [3]: КСУ, КССТ — каналы системы управления и системы стабилизации ЛА; $u_н$ — сигналы наведения ЛА; $k_у$, $k_к$ — управляющие параметры, коэффициенты передачи дифференцирующего гироскопа и датчика линейных ускорений соответственно; r — регулирующее воздействие на рули высоты и направления ЛА. Математическая модель движения ЛА дана моделью углового (вращательного) движения вокруг центра масс по углам тангажа θ и рысканья ψ с соответствующими воздействиями аэродинамического управления по нормальному ускорению (j_H) в каналах управления направлением скорости центра масс в вертикальной плоскости по углу наклона траектории (Θ) и в горизонтальной плоскости по углу поворота траектории (Ψ) (рис. 3).

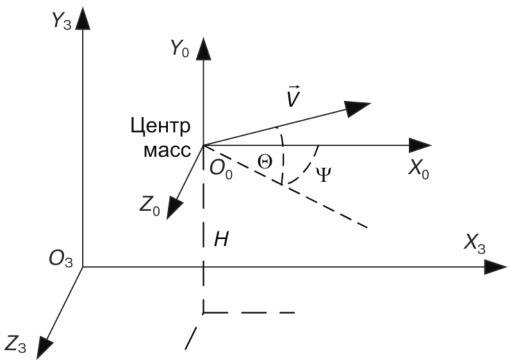

Рис. 3. Вектор состояния СУЛА (V, Θ, Ψ)

Следует иметь в виду, что в линеаризованном варианте представленной модели вектор состояния центра масс (V, Θ, Ψ) заменяется на вектор (ΔV, ΔΘ, ΔΨ), где данные динамические величины есть отклонения ЛА от опорного движения (V_O, Θ_O, Ψ_O). Блоки с обозначением $[\![i]\!], i=\overline{1,4}$ являются перекрестными связями в динамике поступательного движения центра масс ЛА, углового (вращательного) движения вокруг центра масс ЛА, между регуляторами ССТ и в методе пространственного наведения ЛА соответственно. В типичной ситуации существенна связь между каналами вращательного и поступательного движения ЛА, что определяет связь каналов стабилизации и наведения соответственно [3].

Для иллюстрации динамического описания задачи на рис. 4 дана структурная схема двухканального описания линеаризованной системы стабилизации в блоке КССТ — математическая модель углового движения ЛА — перекрестные связи $[\![2]\!]$.

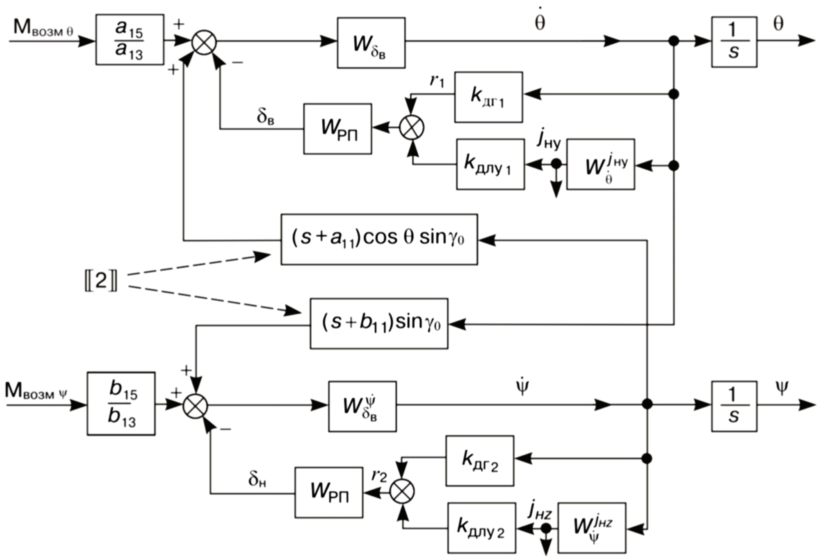

Рис. 4. Структурная схема двухканальной ССт:
a_{ij}, b_{ij} — аэродинамические коэффициенты;
θ_0, γ_0— элементы опорной траектории

Передаточная функция (ПФ) летательного аппарата:

$$W_{\delta_в}^{\dot\theta}=\frac{k(T_1s+1)}{T^2s^2+sT\xi s+1};\ W_{\delta_н}^{\dot\psi}=\frac{k(T_2s+1)}{T^2s^2+sT\xi s+1};\ W_{\dot\theta}^{j_{HY}}=\frac{v}{T_1s+1};\ W_{\dot\psi}^{j_{HZ}}=\frac{v}{T_2s+1}.$$

ПФ рулевого привода: $W_{РП}=\dfrac{k_{РП}}{T_{РП}s+1}$.

ПФ датчика угловой скорости (дифференцирующего гироскопа): $W_{дг\,1,2}=k_{дг1,2}$.

ПФ датчиков линейного ускорения: $W_{длу\,1,2}=k_{длу\,1,2}$.

Определение и структурные свойства иерархического равновесия в многоуровневой СУ с обобщением стратегии Штакельберга. Решение данной задачи развивает методы оптимизации управления ММС на основе стабильно-эффективных компромиссов [2]. Как известно, данные методы формируются на стыке теории игр и теории управления. Основное направление методов оптимизации управления ММС в работе [2] связано с достижением сбалансированной эффективности в структуре ММС (уровень иерархической системы) на основе балансировки (уравновешивания) подсистем по эффективности в различных условиях исходной структурной несогласованности и на множестве степеней конфликта: антагонизм, бескоалиционный и коалиционный конфликт, кооперативное взаимодействие.

В данной задаче развиваются и применяются подходы класса иерархических дифференциальных игр (ИДИ) [4].

Без ограничения общности рассуждений рассмотрим двухуровневую ИДИ с «правом первого хода» верхнего уровня. В отличие от известных результатов [4. Гл. 7] и в соответствии со структурным требованием многоуровневой СУ верхний уровень представляет собой структурированную ММС с исходной структурной несогласованностью (рис. 5). На данном рисунке также без ограничения общности рассуждений рассматриваются трехподсистемные ММС.

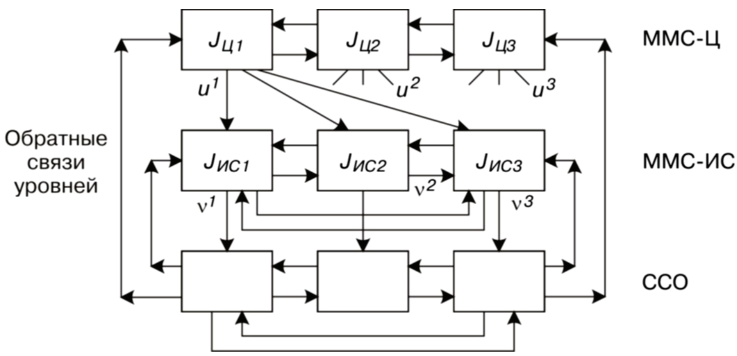

Рис. 5. Структурная схема двухуровневой трехподсистемной ИДИ: верхний уровень: ММС-Центр; нижний уровень: ММС — исполнительная система (ММС—ИС); структурно-сложный объект (ССО)

На рис. 5 сохранены традиционные обозначения двухступенчатой дифференциальной игры центра и исполнительной системы (ИС) [4. Гл. 7]. Но в соответствии, например, с двухуровневой структурой управления-регулирования на рис. 2 верхний уровень может иметь смысл ММС. Таким образом, в данной работе имеет место обобщение двухступенчатой ИДИ, в котором верхний уровень — это либо структурно-функционально распределенный Центр с элементами исходной структурной несогласованности, что может иметь место в задаче принятия решения — управления, составляющей частный двухуровневый вариант вместо структуры МСУ на рис. 1, либо функциональный уровень, например, в СУ, представленной на рис. 2 в виде ММС, которая предопределяет работу ММС соседнего нижнего уровня. Очевидно, что данное обобщение позволяет выйти на более общий класс задач (с большим числом уровней), где можно рассматривать общую задачу получения многоуровневого равновесия на основе комбинации развиваемых в данной работе технологий двухуровневого равновесия.

Структурно сложный объект (ССО) имеет математическую модель

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}),\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0,\ \mathbf{x} \in \mathbf{E}^n, \tag{1}$$

где ν — исполнительное управление с распределенным исполнением

$$\begin{gathered} \nu = (\nu^1, \nu^2, \nu^3),\ \dim \nu^i = m_i,\ i = 1, 2, 3,\ \nu^i \in \mathbf{V}_i \subset \mathbf{E}^{m_i}, \\ \dim \nu = m = \sum_{i=1}^{3} m_i,\ \nu \in \mathbf{V} = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2 \times \mathbf{V}_3 \subset \mathbf{E}^m. \end{gathered} \tag{2}$$

Управление-координация ММС-Ц

$$\begin{gathered} \mathbf{u} = \left(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3\right),\ \dim \mathbf{u}^l = k_l \geq 3,\ \mathbf{u}^l \in \mathbf{U}_l \subset \mathbf{E}^{k_l}, \\ \dim \mathbf{u} = k = \sum_{l} k_l,\ \mathbf{u} \in \mathbf{U} = \mathbf{U}_1 \times \mathbf{U}_2 \times \mathbf{U}_3 \subset \mathbf{E}^k. \end{gathered} \tag{3}$$

При распределенной координации $\mathbf{u}^l$ связано с одной из подсистем ММС-ИС (рис. 2), тогда последнее неравенство может не выполняться.

Структурно и функционально связанные задачи ММС-Ц и ММС-ИС характеризуются соответственно функциями «выигрыша»

$$\mathbf{J}_{\text{Ц}\,l} = J_{\text{Ц}\,l}(\nu, \mathbf{u}),\ \ l = 1, 2, 3; \tag{4}$$

$$\mathbf{J}_{\text{ИС}\,i} = J_{\text{ИС}\,i}(\nu, \mathbf{u}),\ i = 1, 2, 3. \tag{5}$$

Общая структура показателей (4), (5) имеет вид

$$J_{ji} = \Phi_{ji}(\mathbf{x}, t_k) + \int_{t_0}^{t_k} f_{ji}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \nu)dt,\ i = 1, 2, 3;\ j = (\text{Ц, ИС}). \tag{6}$$

Свойства правой чисти системы (1) множеств $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ и показателей (6) будут рассмотрены ниже при формировании условий оптимальности $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$.

***Определение 1* (*ИРИДИ*).** Иерархическим равновесием ИДИ (ИРИДИ) с правом первого хода верхнего уровня в попарном взаимодействии уровней называется набор взаимосвязанных равновесных ситуаций множества уровней ИДИ при фиксированных степенях конфликтности в ММС уровней.

***Частный случай 1* (*РИДИ*).** Имеет место двухуровневая ИДИ с одной задачей-подсистемой в составе ММС-Ц.

Замечание 1. Постановка задачи получения РИДИ по Штакельбергу (РИДИШ), а также общие достаточные и необходимые условия синтеза равновесного управления-стратегии РИДИШ на множестве степеней конфликтности в ММС-ИС даны, например, в работе [4. Гл. 7]. Методика численного поиска РИДИШ на основе генетических подходов дана в работе В.А. Серова [5].

***Частный случай 2* (*ВЕРИДИ*).** Имеет место двухуровневая ИДИ с векторным показателем Центра.

Замечание 2. Постановка задачи поиска ВЕРИДИ по Штакельбергу и Серову (ВЕРИДИШ-С), а также метод решения на основе разработанного генетического алгоритма многокритериальной оптимизации (ГАМО) даны в работах В.А. Серова [6; 7].

***Определение 2* (*ИРИДИШ*).** Структурные свойства иерархического равновесного решения двухуровневой ИДИ с обобщением стратегии Штакельберга составляют следующую трехэтапную процедуру.

На первом этапе ММС-Центр на «правах первого хода» сообщает ММС-ИС свою координацию в форме закона-стратегии $\mathbf{u}(t, \mathbf{x}) \in \mathbf{U}$ для каждой позиции из множества $\{t, \mathbf{x}\}$ [4] или программно-корректируемого закона-стратегии управления (ПКЗУ) для конечного множества $\{t_i, \mathbf{x}(t_i), t_0 < t_1 < ... < t_i < ... < t_K = T\}$ или программного управления $\mathbf{u}(t)$ для всех $t \in [t_0, t_K]$ или векторного параметрического множества $\mathbf{q} \in \mathbf{Q}$.

На втором этапе на уровне ММС-ИС формируется отображение $\mathbf{R} : \mathbf{U} \to \mathbf{V}$ такое, что при каждом фиксированном $\mathbf{u} \in \mathbf{U}$

$$\max_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \varphi_{ИС}\left(J_{\text{ИС}1}(\mathbf{u}, \mathbf{v}), ..., J_{\text{ИС}3}(\mathbf{u}, \mathbf{v})\right) = \varphi_{\text{ИС}}\left(J_{\text{ИС}1}(\mathbf{u}, \mathbf{Ru}), ..., J_{\text{ИС}3}(\mathbf{u}, \mathbf{Ru})\right). \quad (7)$$

Конкретный вид функции $\varphi_{\text{ИС}}$ [4] определяется на множестве степеней конфликтности подсистем ММС-ИС (антагонизм, бескоалиционный или коалиционный конфликт, кооперация). Степень конфликтности также может быть предложена Центром или выбирается самостоятельно в ММС-ИС в соответствии со смыслом предметной задачи, при этом первый вариант представляет собой самостоятельную исследовательскую задачу в рамках ИДИ.

На третьем этапе, который развивает стратегию Штакельберга и обобщает РИДИШ, ММС-Ц выбирает решение

$$\max_{\mathbf{u} \in \mathbf{U}} \varphi_{\text{Ц}}\left(J_{\text{Ц}1}(\mathbf{u}, \mathbf{Ru}), ..., J_{\text{Ц}3}(\mathbf{u}, \mathbf{Ru})\right) = \varphi_{\text{Ц}}\left(J_{\text{Ц}1}(\mathbf{u}^o, \mathbf{Ru}), ..., J_{\text{Ц}3}(\mathbf{u}^o, \mathbf{Ru})\right). \quad (8)$$

Конкретный вид функции $\varphi_{\text{Ц}}$ определяется на множестве степеней конфликтности подсистем ММС-Ц.

При этом степень конфликтности (исходной несогласованности) определяется предметной областью задачи или из более общих целевых свойств ММС-Ц. Окончательно по аналогии с [4. П. 7.1. С. 214] набор $\{\mathbf{u}^r, \mathbf{Ru}\}$ определяется как *иерархическое равновесие по Штакельбергу* (ИРИДИШ).

Если $\mathbf{u}^r$ и отображение $\mathbf{v} = \mathbf{Ru}$ не обладают свойством единственности, то данное обстоятельство позволяет ввести и исследовать иерархический стабильно-эффективный компромисс ИСТЭК на множестве $\{\mathbf{u}^r, \mathbf{Ru}\}$, что является темой отдельного исследования.

С практической точки зрения данное иерархическое уравновешивание характеризует оптимальную взаимосвязь сбалансированных по эффективности режимов работы уровней многоуровневой системы в условиях естественного координирующего влияния более высокого уровня (права первого хода). Понятие ИРИДИШ потенциально расширяемо для многоуровневой системы и для большего числа подсистем уровня.

Методика формирования ИРИДИШ в бескоалиционном варианте балансировки ММС уровней. Далее без ограничения возможности изменения степени конфликтности в ММС уровней рассматривается типичный вариант оптимальной взаимосвязи уровней при бескоалиционной балансировке по эффективности ММС уровней.

По аналогии с [4. Гл. 7. С. 226] вводится отображение

$$\mathbf{Ru}\|\nu^i = \begin{cases} \nu^1, \mathbf{R}_2\mathbf{u}, \mathbf{R}_3\mathbf{u} & \text{при } i = 1, \\ \mathbf{R}_1\mathbf{u}, \nu^2, \mathbf{R}_3\mathbf{u} & \text{при } i = 2, \\ \mathbf{R}_1\mathbf{u}, \mathbf{R}_2\mathbf{u}, \nu^3 & \text{при } i = 3; \end{cases} \tag{9}$$

$$\mathbf{Ru} = \left(\mathbf{R}_1\mathbf{u}, \mathbf{R}_2\mathbf{u}, \mathbf{R}_3\mathbf{u}\right), \mathbf{u} = \left(\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3\right). \tag{10}$$

В соответствии со вторым этапом получения ИРИДИШ (7) при условии, что $\varphi_{\text{ИС}}$ реализует операцию бескоалиционной конфликтной ситуации, на уровне ММС-ИС формируются три отображения $\mathbf{R}_i : \mathbf{U} \to \nu^i$, $i = 1,\ 2,\ 3$, такие что

$$J_{\text{ИС}\,i}\left(\mathbf{u}, \mathbf{Ru}\right) = \max_{\nu^i \in \mathbf{V}_i} J_{\text{ИС}\,i}\left(\mathbf{u}, \mathbf{Ru}\|\nu^i\right), i = 1, 2, 3. \tag{11}$$

В этом случае (10) реализует равновесное решение с индексом r при фиксированной допустимой координации $\mathbf{u}$

$$\mathbf{R}\left(\mathbf{u}\right) = \nu^r = \left(\nu^{1r} = \mathbf{R}_1\mathbf{u}, \nu^{2r} = \mathbf{R}_2\mathbf{u}, \nu^{3r} = \mathbf{R}_3\mathbf{u}\right). \tag{12}$$

Далее в соответствии с третьим этапом (8) формируется $\varphi_{\text{Ц}}$

$$\begin{gathered} J_{\text{Ц}\,l}\left(\mathbf{u}^r, \mathbf{Ru}^r\right) = \max_{\mathbf{u}^l} J\left(\mathbf{u}\|\mathbf{u}^l, \mathbf{R}\left(\mathbf{u}\|\mathbf{u}^l\right)\right) = \\ = \max_{\mathbf{u}^l} J\left(\mathbf{u}\|\mathbf{u}^l, \mathbf{н}^r\left(\mathbf{u}\|\mathbf{u}^l\right)\right), l = \overline{1, 3}, \end{gathered} \tag{13}$$

где

$$\mathbf{u}^r = \left(\mathbf{u}^{1r}, \mathbf{u}^{2r}, \mathbf{u}^{3r}\right), \tag{14}$$

$$\mathbf{u}\|\mathbf{u}^l = \begin{cases} \mathbf{u}^1, \mathbf{u}^{2r}, \mathbf{u}^{3r}, & \text{при } l = 1 \\ \mathbf{u}^{1r}, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^{3r}, & \text{при } l = 2 \\ \mathbf{u}^{1r}, \mathbf{u}^{2r}, \mathbf{u}^3, & \text{при } l = 3. \end{cases} \tag{15}$$

Очевидно, что получение $\nu^r(\mathbf{u})$ в (13) требует решения (9)—(15) в форме задачи синтеза, либо приводит к итерационной задаче приближенной оптимизации с использованием параметризованного ПКЗУ [2]. Далее формулируются общие достаточные условия оптимальности в задаче синтеза стратегий и обсуждается структура итерационного алгоритма получения параметризованного ПКЗУ на программном такте ПКЗУ.

Достаточные условия иерархического равновесия (ИРИДИШ) в двухуровневой системе. Для формирования достаточных условий используются результаты Сталфорда [8. Гл. 2].

Функция $f(...)$ в (1) определена на $\mathbf{E}^n \times \mathbf{E}^m \times \mathbf{E}^k$ со значениями в $\mathbf{E}^n$. В общем случае определено множество возможных состояний системы $\mathbf{X} \subset \mathbf{E}^n$, то есть задано ограничение типа $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$. Допустимые стратегии $\nu(t, \mathbf{x})$ и $\mathbf{u}(t, \mathbf{x})$ удовлетворяют следующим условиям [7. Гл. 2]:

1) для любого набора $\mathbf{u}(t, \mathbf{x}), \nu(t, \mathbf{x})$ существует единственное абсолютно непрерывное решение $\mathbf{x}(t)$ системы (1);

2) $\mathbf{v}^i = \mathbf{v}^i(t, \mathbf{x})$ и $\mathbf{u}^l = \mathbf{u}^l(t, \mathbf{x})$, $i, l = \overline{1, 3}$ принадлежат множеству измеримых по Борелю функций (кусочно-непрерывные функции с конечным числом точек разрыва первого рода) со значениями в $\mathbf{E}^{m_i}$ и $\mathbf{E}^{k_l}$ соответственно;

3) $\mathbf{v}^i \in \mathbf{V}_i, \mathbf{u}^l \in \mathbf{U}_l$ для всех $t \in [t_0, t_K]$, $i, l = 1, 2, 3$ и $\mathbf{V}_i(t, \mathbf{x}), \mathbf{U}_l(t, \mathbf{x})$ — многозначные функции, которые каждому моменту времени $t \in [t_0, t_K]$ и любому $\mathbf{x} \in \overline{\mathbf{X}}$ (черточка — замыкание $\mathbf{X}$) ставит в соответствие некоторое подмножество пространств $\mathbf{E}^{m_i}$ и $\mathbf{E}^{k_l}$ соответственно.

Замечание 3. Если функция $f(...)$ в (1) непрерывно дифференцируема, а множества $\mathbf{V}_i, \mathbf{U}_l$, $i, l = 1, 2, 3$ компактны в $\mathbf{E}^{m_i}$ и $\mathbf{E}^{k_l}$ соответственно, то всегда существует $\overline{\mathbf{X}}$ [2], поэтому вводить **X** не обязательно (если этого не требуют условия практической задачи).

Для данного класса допустимых стратегий предполагается, что функции Φ_{ji} и f_{ji} в показателях (6) кусочно-непрерывные по аргументам.

Для формирования достаточных условий ИРИДИШ необходимо ввести несколько топологических определений [4].

Определение 3. Счетное разбиение D множества $X \subset E^n$ определяется счетным набором попарно непересекающихся множеств X_j, объединение которых есть X. Такое разбиение можно записать в виде

$$D = \left\{ X_j \left(j \in \Im \right) : X_j \bigcap_{i \neq k} X_k = \varnothing, \bigcup_{j \in \Im} X_j = X \right\},$$

где $\Im$ — счетное множество индексов.

Пусть X_j — подмножество в E^n. Отображение $W(t, x) : [t_0, T] \times X_j \to E^1$ назовем *локально липшицевым* (и *дифференцируемым*), если существует открытое множество Y_j, содержащее X_j и такое, что $W(t, x)$ может быть расширено до функции, которая локально липшицева (и дифференцируема) на $[t_0, T] \times Y_j$.

Определение 4. Пусть X — подмножество E^n и D — счетное разбиение X. Действительная непрерывная на $[t_0, T] \times X$ функция $V(t, x)$ называется локально липшицевой (и дифференцируемой) по D, если существуют наборы $\left\{ \left(W_j(t, x), Y_j \right) : j \in \Im \right\}$, где открытое множество $Y_j \subset X_j$, а $W_j(t, x) : [t_0, T] \times$ $\times Y_j \to E^1$ локально липшицева (и дифференцируема) и $W_j(t, x) = V(t, x)$ для $t \in [t_0, T]$ и $x \in X_j$.

Определение 5. Пусть X — подмножество E^n и D — счетное разбиение X. Действительная непрерывная на $[t_0, T] \times X$ функция $V(t, x)$ называется функцией класса C^1 по D, если для каждого $j \in \Im$ существует такая пара $\{W_j(t, x), Y_j\}$, что Y_j — открытое множество, содержащее X_j, а $W_j(t, x) : [t_0, T] \times Y_j \to E^1$, есть функция класса C^1 (непрерывно дифференцируемая по аргументам) и такая, что $W_j(t, x) = V(t, x)$ для $t \in [t_0, T], x \in X_j$.

В некоторых случаях для сокращения записи будем говорить «набор $\left\{\left(W_j\left(t, x\right), Y_j\right): j \in \Im\right\}$ связан с V и D». Заметим, что этот набор не обязательно единственный.

Введем функцию Гамильтона—Келли

$$H_i\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \nu^1, \nu^2, \nu^3\right) = \frac{\partial W_{jiu}(t, \mathbf{x})}{\partial t} + \left(\frac{\partial W_{jiu}(t, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\right)^T f\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \nu^1, \nu^2, \nu^3\right) + f_{\text{ИС}\,i}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \nu^1, \nu^2, \nu^3),\ i = \overline{1, 3} \tag{16}$$

при $x \in X_{ju}$, $j \in \Im_u$, $t \in \left[t_0, t_K\right]$.

Индекс u в функциях $W_{jiu} = V_i\left(t, x\right)$ на подмножестве X_{ju} разбиения D означает фиксированную стратегию ММС верхнего уровня.

$$H_l\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3, \nu\right) = \frac{\partial W_{jl\nu}(t, \mathbf{x})}{\partial t} + \left(\frac{\partial W_{jl\nu}(t, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\right)^T f\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3, \nu\right) + f_{\text{Ц}\,l}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3, \nu),\ l = \overline{1, 3} \tag{17}$$

при $x \in X_{j\nu}$, $j \in \Im_\nu$, $t \in \left[t_0, t_K\right]$.

Здесь $\Im_u$ и $\Im_\nu$ — счетные множества индексов, соответствующих разбиениям D_u и D_ν множества X со свойствами, соответствующими определению 3.

Утверждение 1. Если существуют

1) для каждого фиксированного $\mathbf{u} \in U$ разбиение множества X, функции $V_{iu}\left(t, \mathbf{x}\right), i = \overline{1, 3}$ класса C^1 по D_u и однозначные функции $\nu^i\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}\right), i = \overline{1, 3}$ такие, что

$$\nu^i\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}(t, \mathbf{x})\right) = \mathbf{R}_i(\mathbf{u}) \in V_i,$$

$$H_{iu}\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \nu(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})\right) = \max_{\nu^i \in V_i \subset E^{m_i}} H_{iu}\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \nu(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \middle\| \nu^i\right),$$

$$H_{iu}\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}(t, \mathbf{x}), \mathbf{R}(\mathbf{u})\right) = 0,\ i = \overline{1, 3}$$

для всех $\mathbf{x} \in X_{ju}$, $j \in \Im_u$, $t \in \left[t_0, t_K\right]$.

2) разбиение D_ν множества X, функции $V_{l\nu}\left(t, \mathbf{x}\right), l = \overline{1, 3}$ класса C^1 по D_ν и статегия Центра $\mathbf{u} \in U$ такие, что

$$H_{l\nu}\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}^r, \mathbf{R}\mathbf{u}^r\right) = \max_{u^i \in U_i} H_{l\nu}\left(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}^r \middle\| \mathbf{u}_l, \mathbf{R}\left(\mathbf{u}^r \middle\| \mathbf{u}_l\right)\right) = 0,\ l = \overline{1, 3}$$

при $\mathbf{x} \in X_{j\nu}$, $j \in \Im_\nu$, $t \in \left[t_0, t_K\right]$.

3) для $\mathbf{x} \in \mathbf{x}\left(t_K\right)$

$\overline{V}_{iu}\left(t_K, \mathbf{x}\right) = \Phi_{ИС\,i}\left(t_K, \mathbf{x}\right)$ при каждом $\mathbf{u} \in U$, $i = \overline{1, 3}$,

$V_{l\nu}\left(t_K, \mathbf{x}\right) = \Phi_{Ц\,l}\left(t_K, \mathbf{x}\right)$ при $\mathbf{u} = \mathbf{R}\boldsymbol{\nu}$, $l = \overline{1, 3}$,

то набор $\left\{\mathbf{u}^r, \mathbf{R}_1\mathbf{u}, \mathbf{R}_2\mathbf{u}, \mathbf{R}_3\mathbf{u}\right\} = \left\{\mathbf{u}^r, \mathbf{Ru}\right\}$ является иерархическим равновесным решением (ИРИДИШ) в двухуровневой системе управления (в двухступенчатой ИДИ), при этом выигрыш ММС верхнего и нижнего уровней соответственно равны

$$\mathbf{J}_{Ц}\left(\mathbf{u}^r, \mathbf{Ru}^r\right) = \mathbf{V}_{\nu}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right) = \left(\mathbf{V}_{1\nu}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right), \mathbf{V}_{2\nu}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right), \mathbf{V}_{3\nu}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right)\right),$$

$$\mathbf{J}_{ИС}\left(\mathbf{u}^r, \mathbf{Ru}^r\right) = \mathbf{V}_{u}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right) = \left(\mathbf{V}_{1u}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right), \mathbf{V}_{2u}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right), \mathbf{V}_{3u}\left(t_0, \mathbf{x}_0\right)\right).$$

Анализ утверждения 1 показывает, что полученные достаточные условия трудноприменимы. Определенные результаты синтеза стратегий-законов управления могут быть получены в линейно-квадратических задачах с обобщением подобных результатов [4].

Определенное приближение в методах получения ИРИДИШ, которое позволяет решить задачу, основывается на стратегиях в виде приближенного ПКЗУ и его параметризации на программном такте ПКЗУ. При этом j-ый программный такт ПКЗУ соответствует множеству $t \in \left[t_{j-1}, t_K\right]$. Так, на первом программном такте при $j = 1$ $t \in \left[t_0, t_K\right]$.

Общие структурные свойства итерационного алгоритма получения ИРИДИШ на основе ПКЗУ. Опуская обоснование математических условий существования и единственности решения и алгоритмических особенностей метода, рассмотрим общую структуру итераций данного алгоритма на программном такте ПКЗУ на основе структурных свойств ИРИДИШ (см. определение 2).

Каждая k-я итерация алгоритма на j-ом программном такте ПКЗУ состоит из следующих пяти шагов.

Шаг 1. Решение задачи (12)—(15) получения равновесного решения $\mathbf{u}_k^r(\boldsymbol{\nu}_{k-1}^r)$ на уровне Центра.

На первой итерации задается допустимое $\mathbf{u} \in U$ или начальное приближение равновесного ПКЗУ Центра $\mathbf{u}_0^r$.

Шаг 2. Формирование начального приближения $\tilde{\boldsymbol{\nu}}_k^r$ на основе задачи (9)—(11).

Шаг 3. Решение задачи (9)—(12) с определением $\boldsymbol{\nu}_k^r$ на уровне ИС на основе полученного на шаге 1 $\mathbf{u}_k^r$.

Шаг 4. Сравнение результатов данной и предыдущей итерации ($\mathbf{u}_{k-1}^r \to \mathbf{u}_k^r$, $\boldsymbol{\nu}_{k-1}^r \to \boldsymbol{\nu}_k^r$).

Шаг 5. «Останов» вычислений при близости показателей или тактовых ПКЗУ текущей и предыдущей итераций. «Иначе» получение начальных приближений $\tilde{\mathbf{u}}_{k+1}^r$ и переход на шаг 1 итерации ($k + 1$).

Основными элементами существования приближенного равновесия и сходимости алгоритма к единственному решению может служить однородность подсистем в ММС уровней, компактность множеств управлений U, V и свойство выпуклости показателей $\mathbf{J}_{ИС}$, $\mathbf{J}_{Ц}$.

В заключение следует отметить существенную важность данного исследования в классе структурно и функционально сложных систем, к которым относится высшая парадигма управления — интеллектуальные системы [8]. В докладе [9] исследованы свойства структурно-функциональной сложности интеллектуальных систем, в частности, анализируются общие свойства сложности у проектируемых искусственных и существующих природных интеллектуальных систем с их чрезвычайно сложными иерархическими структурами эффективного самосохранения (гомеостаза) — высшей цели природных и искусственных систем. Поэтому данная работа имеет прямое отношение к цитируемой в [10] фразе знаменитого физиолога И.П. Павлова: «Вся жизнь — от простейших до сложнейших организмов, включая, конечно, и человека, есть длинный ряд все усложняющихся до высочайшей степени уравновешиваний внешней среды. Придет время, пусть отдаленное, когда математический анализ, опираясь на естественнонаучный, осветит величественными формулами уравнений все эти уравновешивания, включая в них и самого себя».

В статье сформулировано новое понятие иерархического равновесия в многоуровневых системах управления для оптимизации взаимодействия уровней ММС на основе обобщения стратегии Штакельберга иерархических дифференциальных игр.

Получены достаточные условия оптимальности законов управления (стратегий) подсистем ММС-уровней в двухуровневой системе.

Предложен приближенный итерационный метод получения ИРИДИШ на основе ПКЗУ (стратегии) подсистем ММС обоих уровней.

Сформирована структурная схема двухуровневой системы управления — стабилизации ЛА, применение в которой полученных результатов имеет практическую ценность.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Плотников В.Н., Зверев В.Ю.* Принятие решений в системах управления. Ч. 2. Теория и проектирование алгоритмов принятия проектных решений в многобъектных распределенных системах управления. — М.: Изд-во МГТУ, 1994.

[2] *Воронов Е.М.* Методы оптимизации управления многобъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных игровых решений / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. — М.: Изд-во МГТУ, 2001.

[3] *Лебедев А.А., Карабанов В.А.* Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1965.

[4] *Вайсборд Э.М., Жуковский В.И.* Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения. — М.: Советское радио, 1980.

[5] *Серов В.А.* Эпс-равновесие в иерархической игровой модели структурно-сложной системы при неопределенности и условия его существования // Труды Института системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем. — Выпуск 10 (1). — М.: КомКнига, 2006. — С. 56—63.

[6] *Серов В.А.* Генетическая вычислительная процедура поиска векторного равновесия по Штакельбергу в иерархической игровой модели функционирования структурно-сложной системы // Интеллектуальные системы (ИНТЕЛС-2006): Труды 7-го международного Симпозиума (Россия, Краснодар). — М.: Русаки, 2006. — С. 73—74.

[7] *Серов В.А.* Генетические алгоритмы оптимизации управления многокритериальными системами в условиях неопределенности на основе конфликтных равновесий // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». — 2007. — № 4 (69). — С. 70—80.

[8] *Пупков К.А., Коньков В.Г.* Интеллектуальные системы. — М.: Изд-во МГТУ, 2003.

[9] *Пупков К.А., Воронов Е.М., Коньков В.Г., Карпунин А.А.* Структурная сложность интеллектуальных систем управления. // Интеллектуальные системы: Труды Восьмого международного симпозиума / Под ред. К.А. Пупкова. — М.: РУСАКИ, 2008. — С. 29—34.

[10] *Пупков К.А.* О некоторых этапах развития теории и техники интеллектуальных систем // Интеллектуальные системы: Труды Восьмого международного симпозиума / Под ред. К.А. Пупкова. — М.: РУСАКИ, 2008. — С. 4—16.

HIERARCHICAL EQUILIBRIUM IN MULTILEVEL CONTROL SYSTEMS

E.M. Voronov, A.A. Karpunin

Automatic Control Systems Department
Bauman Moscow State Technical University
2-nd Baumanskaya str., 5, Moscow, Russia, 107005

V.A. Serov

Moscow State University of Instrument manufacture and Information theory
Stromynka str., 20, Moscow, Russia, 107996

In the article the new concept of hierarchical equilibrium in multilevel control systems for inter-level interaction optimization on the basis of the generalization of Stackelberg's strategy for hierarchical differential games is formulated. The sufficient conditions of control law (strategy) optimality of the level-subsystems of the multi-object multicriteria systems (MMS) are obtained for two-level control system. The approximate iteration procedure of obtaining the hierarchical equilibrium on the basis of the program-corrected control law (strategy) of both MMS-subsystem levels is proposed. The block diagram of the two-level aircraft control and stabilization system is formed, application of obtained procedure in which has the practical value.