УДК 624.012: 69.059.3

РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ РЕКОНСТРУИРУЕМЫХ ЗДАНИЙ

А.Н. Раевский

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства
ул. Г. Титова, 28, Пенза, Россия, 440028

В.В. Теряник

Тольяттинский государственный университет
ул. Белорусская, 14, Тольятти, Россия, 445667

Проанализированы и обобщены результаты экспериментальных исследований по определению несущей способности внецентренно сжатых колонн средней и большой гибкости. Усовершенствована методика проверки несущей способности внецентренно сжатых колонн из условия прочности и устойчивости с учетом реальных свойств материала.

Ключевые слова: прочность, устойчивость, гибкость, несущая способность, нелинейность.

Известно, что для нормальной эксплуатации конструкции должно соблюдаться общее требование строительных норм [3; 4]

$$\gamma F \leq \Phi \cdot K, \tag{1}$$

где F — фактическая нагрузка на конструкцию в момент обследования, когда выявлены дефекты и повреждения; Φ — несущая способность конструкции без учета повреждений и дефектов, определяемая расчетом из условия прочности и устойчивости по фактическим значениям площадей сечений A_b, A_s и прочности бетона и стали R_b и R_s; K — коэффициент снижения несущей способности конструкции при наличии дефектов и повреждений, значение которого может быть установлено на основе результатов обследований; γ — коэффициент надежности по материалу.

При практических расчетах условие (1) удобно представить в виде

$$F \leq (1/\gamma) \cdot \Phi \cdot K. \tag{2}$$

Чтобы правильно решить вопрос, какие элементы конструкции надо усиливать и по какой причине, условие (2) необходимо проверить для каждого элемента конструкции отдельно. Для внецентренно сжатых элементов:

а) из условия прочности:

$$M_{\text{факт}} \leq (\gamma_b, \gamma_s) \cdot M_{\text{пр}}, \text{ или } N_{\text{факт}} \leq (\gamma_b, \gamma_s) \cdot N_{\text{пр}}; \tag{3}$$

б) из условия устойчивости:

$$N_{\text{факт}} \leq (\gamma_b, \gamma_s) \cdot N_{cr}, \tag{4}$$

где γ_b, γ_s — коэффициенты надежности по бетону и арматуре.

Как будет показано ниже, для внецентренно сжатых элементов средней и большей гибкости (до $\lambda \leq 120$ [6]) несущая способность при потере устойчивости всегда будет меньше, чем из условия прочности $N_{пр}$. Однако методика определения N_{cr} из условия устойчивости для внецентренно сжатых элементов (колонн) при малых и средних эксцентриситетах e_0 с учетом гибкости λ разработана пока недостаточно. По имеющейся методике расчета бетонных и железобетонных колонн в СНиПе [3] проверка устойчивости выполняется в косвенном виде и приближенно. При этом проектировщики не имеют возможности строгой оценки несущей способности таких колонн из условия устойчивости. А для решения вопроса о необходимости усиления сжатых колонн следует более точно проверить несущую способность их из условия возможной потери устойчивости, особенно это относится к колоннам средней и большой гибкости (до $\lambda \leq 120$ [6]).

Для проверки несущей способности гибких сжатых элементов при $\lambda \geq 14$ нормы рекомендуют использовать условие [3]:

$$N_{расч} \cdot e \geq [M_{пр} = R_b A_b \cdot Z_b + R_{sc} A'_s \cdot Z_s], \tag{5}$$

где для прямоугольного сечения с симметричной арматурой A_s и A'_s;

$$e = e_0 \cdot \eta + \left(\frac{h}{2} - a\right), \quad e_0 = M / N + e_a. \tag{6}$$

В этой формуле η — коэффициент, учитывающий влияние поперечного прогиба колонны на увеличение расчетного момента от N, определяемый по приближенной формуле

$$\eta = 1/(1 - N_{расч} / N_{cr}), \tag{7}$$

где N_{cr} — условная критическая сила для сжатой колонны, определяемая по обобщенной формуле, учитывающей неупругие свойства сжатого бетона и характера действия нагрузки, учитываемого коэффициентом φ_e,

$$N_{cr} = \frac{6{,}4 E_b}{l_0^2} \left[\frac{J_b}{\varphi_l} \left(\frac{0{,}11}{0{,}1 + \delta_e / \varphi_p} + 0{,}1 \right) + \alpha I_s \right], \tag{8}$$

где $\alpha = E_s / E_b, \quad \delta_e = e_0 / h \geq (0{,}5 - 0{,}01 l_0 / h - 0{,}01 R_b).$ (9)

Недостатком методики [3] является приближенная формула (7), которая при больших значениях $N_{расч}$ дает неоправданно большое значение η. Теоретически при $N_{расч} \to N_{cr}$ $\eta \to \infty$.

Чтобы не было большого перерасхода арматуры в правой части условия (4), СНиП ограничивают максимальное значение этого коэффициента $\eta_{max} = 2{,}5$, чему соответствует отношение

$$N_{расч} / N_{cr} = 0{,}6. \tag{10}$$

Произведем уточнение формулы (7). Тогда расчетный изгибающий момент от силы N относительно центра тяжести оси колонны будет определяться выражением

$$M_{\text{расч}} = N_{\text{расч}} \cdot (e_0 + f_{\text{расч}}) = N_{\text{расч}} \cdot e_0 (1 + f_{\text{расч}} / e_0) = N \cdot e_0 \cdot \eta, \qquad (11)$$

где $\eta = (1 + f_{\text{расч}} / e_0)$. (12)

Формула для коэффициента η по (12) принципиально отличается от приближенной формулы (7), представленной в СНиП и в СП. В ней в явном виде входит поперечный прогиб, влияющий на величину расчетного момента для внецентренно сжатой стойки.

На рисунке 1 для сравнения приведены графики для η, вычисленные по формулам СНиП и (12). Как видно из графиков, разница в значениях, вычисленных по формулам (7) и (12), возрастает с увеличением отношения $\gamma = N_{\text{расч}} / N_{cr}$, а при $\gamma = 0{,}5$ доходит почти до 2 раз.

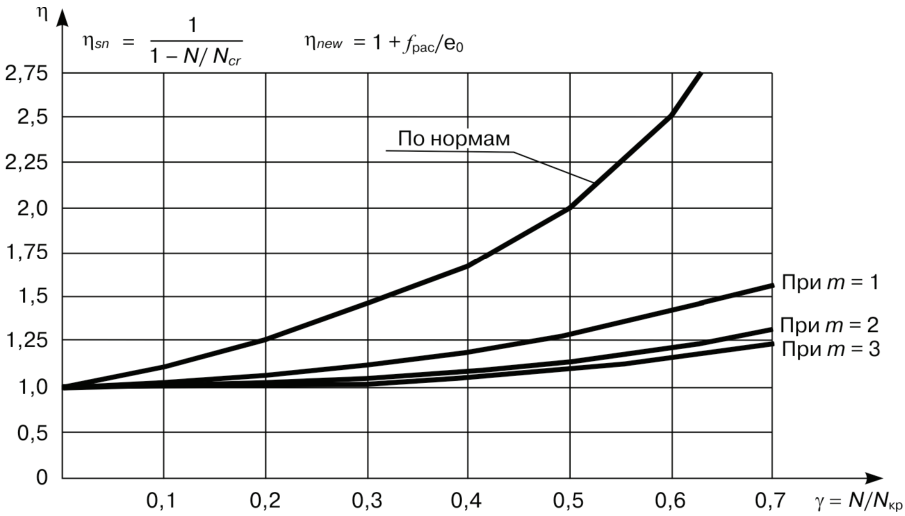

Рис. 1. Сравнение значений коэффициента учета прогиба

В последние годы при строительстве жилых, общественных и промышленных зданий начали широко применять бетоны повышенной и высокой прочности до 800 МПа. Внедрение высокопрочных бетонов в изготовлении несущих каркасов повлекло применение конструкций сжатых колонн меньшего сечения по сравнению с сечениями из обычного бетона. Гибкости их возрастают, поэтому возникает опасность потери устойчивости первоначальной деформации изгиба колонн в плоскости эксцентриситета, или из плоскости. Таким образом, актуальность разработок по совершенствованию методики проверки устойчивости таких колонн возрастает. При этом важными факторами в решении задачи устойчивости является более точный учет неупругих свойств материала (бетона), геометрических характеристик сечения и расчетных эксцентриситетов e_0, а также расчетных длин колонн, входящих в состав каркаса.

За последние годы вопрос совершенствования нормативных рекомендаций поднимался многократно проектировщиками и исследователями [1; 5; 6; 7]. Среди выполненных исследований особо надо отметить натурные эксперименты, выполненные в С.-Петербургском строительном университете Д.О. Астафьевым [1] и в Ровенском техническом университете В.С. Бабичем [2].

Исследования Д.О. Астафьева производились на рамном каркасе с гибкостью колонн $\lambda = 80$.

В.С. Бабич для экспериментов использовал одиночные колонны гибкостью 95, варьируя эксцентриситеты приложения продольной силы $e_2 / e_1 = 0,$ 0,5 и 1 при $e_1 = 10$ см. Общим выводом экспериментальных исследований является доказательство об исчерпании несущей способности колонн вследствие потери устойчивости первоначальной изогнутой оси колонн при достижении критического значения прогиба. При этом найденные значения близко совпадали с уточненными теоретическими значениями N_{cr}, полученными другими авторами. В работе В.С. Бабича [2] уточняется формула (7) для определения η, но по структуре она остается такой же. В работе Д.О. Астафьева [1] уточняется формула для определения N_{cr} с использованием коэффициента продольного изгиба φ_e, зависящего от гибкости λ, относительного эксцентриситета $m = e_0 A / W$ и класса бетона. Для прямоугольного сечения $W = bh^2 / 6$, тогда

$$m = e_0 (bh) \cdot 6 / bh^2 = 6 e_0 / h. \tag{13}$$

Экспериментальные значения N_{cr} полученные В.С. Бабичем, очень близко совпадают с теоретическими значениями N_{cr}, полученными из общего условия потери устойчивости (2 рода) внецентренно сжатых колонн в виде:

$$dN / df = 0 \tag{14}$$

при кубической и квадратичной зависимостях

$$\sigma = \alpha_1 \varepsilon - \alpha_3 \varepsilon^3 \text{ и } \sigma = \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \varepsilon^2, \tag{15}$$

где $\alpha_1 = E_b$, $\alpha_3 = E_b / 3\varepsilon_{пп}^2$, $\alpha_2 = E_b / 2\varepsilon_{пп}$; $\varepsilon_{пп}$ — относительная деформация бетона при напряжении, равном пределу прочности $\sigma_{пп}$ (R_b).

Использованы допущения: деформация стойки в предельном состоянии по устойчивости происходит по полуволне синусоиды; при выводе основных уравнений используется закон плоских сечений

$$N = \int_A \sigma_z dA = \frac{E}{\rho} \int_A z dA - \frac{a_3}{\rho^3} \int_A z^3 dA,$$

$$M = \int \sigma_z z \cdot dA = \frac{E}{\rho} \int z^2 dA - \frac{a_3}{\rho^3} \int_A z^4 dA. \tag{16}$$

В результате решения приведенных уравнений получена новая формула для определения N_{cr}, в которой поперечные прогибы внецентренно сжатой стойки учтены более точно по сравнению с нормами

$$N_{cr} = N_{cr}^{y} \cdot \kappa_{н}, \tag{17}$$

где $N_{cr}^{y} = \pi^2 E_b J_b / \ell^2$ — в упругой стадии работы бетона; $k_{н}$ — коэффициент, учитывающий деформацию внецентренно сжатой стойки с учетом нелинейности материала, значение которого всегда меньше 1 (коэффициент нелинейности).

В работе получена формула для $k_{н}$ и приводится методика решения уравнений по определению поперечных прогибов $f_{cr} = f_{\max}$ при кубической зависимости $\sigma_z - \varepsilon$.

$$k_{н} = \frac{g_1}{\left(1 + \dfrac{e_o}{f}\right)}, \tag{18}$$

где
$$g_1 = 1 - \frac{e_0}{\left(3 \cdot e_0 + 2 \cdot f\right)}, \tag{19}$$

где f — поперечный прогиб, определяемый из решения кубического или квадратичного уравнения, для решения которого предлагается удобный итерационный способ.

Доказано, что с увеличением эксцентриситета продольной силы значение коэффициента нелинейности уменьшается. Получены графики зависимости коэффициента нелинейности от поперечного прогиба элемента при различных значениях относительного эксцентриситета и гибкости. Разработана методика решения уравнений по определению поперечных прогибов. Формула (17) может быть использована для построения кривых равновесных состояний $N - f$. Произведена оценка несущей способности сжатых элементов различной гибкости по условиям прочности и устойчивости, в том числе для железобетонных колонн из серии, испытанных С.В. Бабичем и Д.О. Астафьевым при гибкостях $\lambda = 98$ и 78.

Приведем пример вычисления по полученной формуле для железобетонных колонн из серии, испытанных С.В. Бабичем [2].

Пример. Исходные данные: шарнирно опертая внецентренно сжатая стойка (рис. 2) с равными концевыми эксцентриситетами приложения внешней продольной силы $e_1 = e_2 = 2$см = 20 мм.

Длина колонны: $l = l_0 = 274$ см = 2,74 м.

Сечение колонны: $b \times h = 16 \times 10$ см.

Материал конструкции: тяжелый бетон; арматура класса А-III 4×∅10.

По результатам экспериментальных исследований лабораторных образцов получены следующие расчетные характеристики:

для бетона: $R_b = 21$ МПа = 206 кгс/см^2; E_b = 25 306 МПа = $2{,}43 \cdot 10^5$ кгс/см^2; относительное удлинение при сжатии: $e_{пп} = 0{,}0022$.

для арматуры: $R_s = 544$ МПа = 5330 кгс/см^2; E_s = 210 000 МПа = $2{,}06 \cdot 10^6$ кгс/см^2.

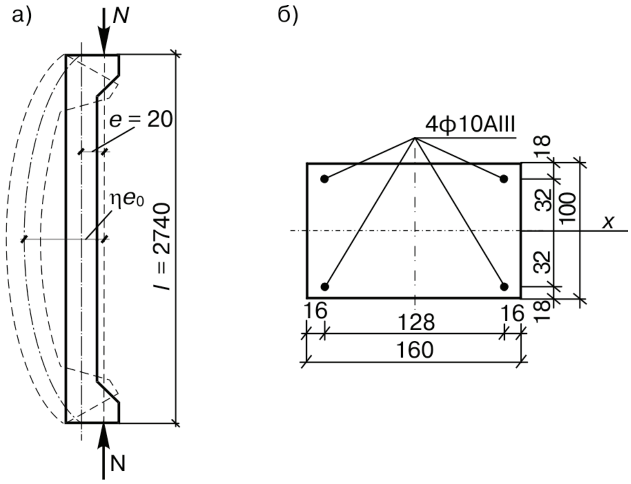

Рис. 2. Схема внецентренно сжатой стойки

Средняя экспериментальная нагрузка по результатам испытаний серии образцов (3 шт.) составила 13,6 т.с. или 133,28 кН.

1. Производим расчет геометрических характеристик сечения.

Момент инерции бетонного сечения составляет

$$J_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{16 \cdot 10^3}{12} = 1333{,}34 \ \ (\text{см}^4).$$

Момент инерции арматуры:

$$J_s = J_s^x + A_s \cdot x^2 = 3{,}12 \cdot 3{,}2^2 = 31{,}95 \ \ (\text{см}^4).$$

Определяем приведенный момент инерции сечения:

$$J_{b,\,red} = J_b + \alpha J_s = 1333{,}34 + 8{,}48 \cdot 31{,}95 = 1604{,}192\,(\text{см}^4),$$

где $\alpha = \dfrac{E_s}{E_b} = \dfrac{210\,000}{25\,306} = 8{,}48.$

2. Первоначально определяем поперечный прогиб элемента по формуле (20) с учетом ее упрощения:

$$f = f_1 = \left(\frac{l}{\text{р}}\right)^2 \cdot \frac{2\text{e}_{\text{пп}}}{h}, \tag{20}$$

$$f_1 = \left(\frac{274}{\text{р}}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot 0{,}0022}{10} = 3{,}35\,(\text{см}).$$

3. Производим расчет истинного прогиба по (21):

$$f = \left(\frac{l}{\text{р}}\right)^2 \cdot \frac{\text{e}_{\text{пп}}}{h} \sqrt{\frac{e_o \cdot 20}{\left(3 \cdot e_o + 2 \cdot f_1\right)}}, \tag{21}$$

$$f = \left(\frac{274}{3{,}14}\right)^2 \cdot \frac{0{,}0022}{10} \sqrt{\frac{20 \cdot 2}{\left(3 \cdot 2 + 2 \cdot 3{,}35\right)}} = 3 \ \ (\text{см}).$$

4. Определяем коэффициент учета нелинейности материала по (18):

$$\kappa_{\text{н}} = \frac{g_1}{1+e_o/f} = \frac{0,833}{1+2/3} = 0,4998,$$

где $g_1 = 1 - \frac{e_o}{3e_o + 2f} = 1 - \frac{2}{3\cdot 2 + 2\cdot 3} = 0,833.$

5. Производим расчет упругой составляющей критической силы

$$N_{cr}^{y} = \frac{\text{p}^2 E_b J_{b,red}}{l_o^2} = \frac{3,14^2\cdot 2,48\cdot 10^6\cdot 1598,7}{274^2} = 520,68\cdot 10^3 \text{ Н} = 520,68 \text{ (кН)}.$$

6. Определяем критическую силу с учетом работы [6]:

$$N_{cr} = \kappa_{н}\cdot N_{cr}^{y}\frac{682\cdot R_b}{E_b} = 0,4998\cdot 520,68\cdot\frac{682\cdot 21}{25306} = 147,31 \text{ кН} = 14,731 \text{ (т.с.)}.$$

Погрешность расчета по разработанной методике и экспериментальным значением критической силы составила

$\Delta = \frac{14,731-13,6}{14,731}\cdot 100\% = 4,96\%$ в сторону завышения несущей способности материала.

Результаты сравнения экспериментальных данных с результатами аналитического расчета, полученными по предлагаемой методике, показали незначительные расхождения до 5%. Инженерная практика допускает применение расчетов с такой погрешностью.

Данное расхождение обосновывается отсутствием коэффициентов учета ползучести материала. Но даже в таком виде возможно ее применение при решении поверочных и проектировочных задач. Новая формула для определения критической продольной силы в сжатом элементе более точно учитывает геометрическую и физическую нелинейность по сравнению с нормами [3; 4].

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Астафьев Д.О.* Расчет реконструируемых железобетонных конструкций / Д.О. Астафьев. — СПб.: СПбГАСУ, 1995.

[2] *Бабич В.С.* Исследование и расчет сжатых элементов с переменными эксцентриситетами по длине // Бетон и железобетон. — 1992.— № 10. — С. 10.

[3] СНиП 2.03.01-84* Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой России. — М.: ГУП ЦПП, 2000.

[4] СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. — М.: Госстрой России, 2004.

[5] *Раевский А.Н.* Основы расчета стержневых систем на устойчивость. — М.: Высшая школа, 1962.

[6] *Теряник В.В.* Прочность, устойчивость и деформативность железобетонных колонн, усиленных обоймами. — Челябинск: Южно-Уральское книжное издательство, 2004.

[7] *Теряник В.В., Поднебесов П.Г.* Новые способы усиления сжатых элементов железобетонных конструкций // Вестник РУДН. Серия «Инженерные исследования». — 2010. — № 2. — С. 36—39.

CALCULATION OF THE STABILITY OF ECCENTRICALLY COMPRESSED REINFORCED CONCRETE STRUCTURES RECONSTRUCTED BUILDINGS

A.N. Rajewski

Penza State University of Architecture and Construction
Titov str., 28, Penza, Russia, 440028

V.V. Teryanik

Togliatti State University
Belarusian str., 14, Togliatti, Russia, 445667

The results of experimental researches on load-carrying ability determination of eccentrically compressed columns of medium and great flexibility were analysed and generalized. Test procedure of the load-carrying ability of the eccentrically compressed columns for condition of strength and stability taking into consideration the real properties of the materials was improved.

Key words: strength, stability, flexibility, carrying capacity, non-linearity.