УДК 624.074.4

# РАСЧЕТ И ПРИМЕНЕНИЕ ГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

**М.И. Рынковская**

Кафедра прочности материалов и конструкций
Российский университет дружбы народов
*ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117197*

В процессе сооружения шпура, буровой скважины, шурфа круглого сечения в земной коре для изучения геологического строения, поисков, разведки, добычи полезных ископаемых, инженерно-геологических изысканий часто используются буровые машины с рабочим органом в виде винта (геликоида). Даны основные положения расчета прямого геликоида по методу В.Г. Рекача.

**Ключевые слова:** геликоидальные оболочки, инженерное проектирование, буровые скважины и машины, транспортные устройства, земная кора.

Геликоидальные оболочки известны со времен Архимеда, который предложил для подъема воды на небольшую высоту до 0,5 м использовать винт Архимеда. В дальнейшем эти оболочки нашли применение в качестве шнековых лопастных долот при проходке скважин различного назначения: геологоразведочных, гидрогеологических, сейсмических, дренажных и других скважин технического назначения. Геликоидальные поверхности бывают прямые (рис. 1), косые, развертывающиеся и псевдоразвертывающиеся.

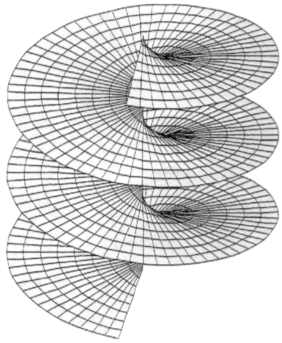

**Рис. 1.** Прямые гелкоидальные поверхности

В процессе бурения лопастное долото осуществляет поступательное и вращательное движение. Режущее лезвие лопасти долота, являющееся образующей винтовой поверхности, может составлять с осью долота прямой либо любой другой угол. При этом образуют соответственно прямой или косой геликоиды.

Процесс сооружения шпура, буровой скважины, шурфа круглого сечения в земной коре для изучения геологического строения, поисков, разведки, добычи полезных ископаемых, инженерно-геологических изысканий и других целей также осуществляется при помощи буровых машин с рабочим органом в виде винта (рис. 2).

**Рис. 2.** Буровая машина с прямым геликоидом

Известен способ конструирования шнековой поверхности угольной центрифугальной машины, предназначенной для обезвоживания абразивных суспензий в углеобогатительной промышленности, а также в смежных отраслях. Ее стык с барабаном производится на основе математической модели торса с ребром возврата на круговом конусе (конический развертывающийся геликоид).

Форма прямого геликоида используется в винтовых конвейерах, служащих для перемещения пылевидных и мелкокусковых грузов в горизонтальной или наклонной (до 20 град.) плоскостях, реже — в вертикальной плоскости (конвейеры с быстро вращающимися винтами). Винтовой загрузочный желоб применяется для транспортировки и уменьшения скорости падения угля при заполнении контейнера для хранения угля [1].

Также известны транспортные устройства — винтовой спуск, предназначенный для спуска насыпных и штучных грузов под действием силы тяжести, который выполняют в виде винтового желоба, и пандус для вертикального перемещения транспорта.

В области инженерного проектирования на сегодняшний день известны различные методы расчета геликоидальных оболочек, такие как метод Л.И. Соломона [2], метод конечных элементов, метод В.Г. Рекача с использованием тригонометрических рядов и др. На практике инженерные расчеты в основном проводятся с использованием программных комплексов, в основе которых лежит метод конечных элементов.

Непрозрачность хода решения приводит к необходимости проведения проверочных или сравнительных расчетов по смежным программам, результаты решений которых, в свою очередь, зависят от заложенного в них оператора. Обширная библиография по расчету, проектированию и применению винтообразных конструкций приведена в обзоре С.Н. Кривошапко [3].

На кафедре сопротивления материалов и расчета на прочность РУДН под руководством В.Г. Рекача с 1963 г. рассматривались расчеты тонких упругих оболочек сложной геометрии, в том числе и геликоидальные оболочки. Так, например, В.Г. Рекачом был предложен аналитический метод расчета геликоидальных оболочек с использованием рядов Фурье [4; 5]. Отметим, что численных результатов расчета по данной методике нет до сих пор.

Метод В.Г. Рекача заключается в следующем. Приняв за ось геликоида ось $z$ и за уравнение профиля $\bar{z} = f(\bar{x})$, имеем уравнения геликоида в параметрической форме:

$$x = u\cos v,\ \ y = u\sin v,\ \ z = cv + f(u), \tag{1}$$

где $c$ — смещение образующей $AB$ при повороте ее на 1 рад или отношение скорости поступательного движения к круговой скорости; $u$, $v$ — криволинейные координаты точки $C$ геликоида; $|u|$ — расстояние от оси $z$ геликоида; $v$ — угол поворота образующей $AB$, отсчитываемый от плоскости $z0x$ соответственно; $f(u)$ — уравнение профиля $AB$.

Для прямого геликоида $f(u) = 0$ уравнения (1) принимают вид:

$$x = u\cos v,\ \ y = u\sin v,\ \ z = cv.$$

Коэффициенты первой квадратичной формы поверхности геликоида записываются в виде [4]

$$A^2 = 1 + f_u^2(u),\ \ F = AB\cos\chi = cf_u(u),\ \ B^2 = u^2 + c^2.$$

Коэффициенты второй квадратичной формы для геликоида имеют вид

$$L = uf_{uu}(u)\big/\Delta,\ \ M = -c\big/\Delta,\ \ N = u^2 f_u(u)\big/\Delta,$$

где $\Delta = \sqrt{A^2B^2 - F^2} = \sqrt{\left[1 + f_u^2(u)\right]u^2 + c^2}$.

В.Г. Рекач предложил использовать приближенные значения основных квадратичных форм поверхности прямых геликоидов, пренебрегая квадратом величины $c$ по сравнению с квадратом $u$:

$$A = 1, F = 0, B \approx u, L = 0, M \approx -c/u, N = 0.$$

Затем, полагая $\varphi = \left(Eh\dfrac{H}{\pi}\right)\nabla_k^2(t, v)\Phi(t, v)$ и $u_z = \nabla^4(t, v)\Phi(t, v)$, он приводит два дифференциальных уравнения Е. Рейснера

$$\nabla^2\nabla^2\varphi = -Eh\frac{H}{\pi}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial v}\right),$$

$$D\nabla^2\nabla^2 u_z = Z + \frac{H}{\pi}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right),$$

к одному дифференциальному уравнению в частных производных восьмого порядка

$$\nabla^4\nabla^4(t, v)\Phi(t, v) + p^2\nabla_k^2\nabla_k^2(t, v)\Phi(t, v) = -e^{4t}Z(t, v)\big/D, \qquad (2)$$

где $t = \ln r$, $p^2 = \dfrac{EhH^2}{\pi^2 D} = \dfrac{12(1-\upsilon^2)H^2}{\pi^2 h^2}$, $H$ — шаг винта, $\nabla^4 \ldots$ — гармонический оператор, $\nabla_k^2 \ldots$ — дифференциальный оператор второго порядка.

Решение дифференциального уравнения (2) берется в тригонометрических рядах Фурье

$$\Phi(t, v) = \sum_{m=1}^{\infty}\Phi_m(t)\sin mv,$$

что позволяет получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений восьмого порядка для определения коэффициентов тригонометрических рядов Фурье $\Phi_m(t)$.

При изучении работ [4; 5] и поэтапном проверочном решении уравнений для составления программы по расчету прямых геликоидов на основе аналитического метода В.Г. Рекача были выявлены опечатки и неточности в решении характеристического уравнения и в выражениях для определения констант, которые могут повлиять на окончательные результаты расчета [6].

В ходе решения было получено четыре комплексных и четыре действительных корня уравнения. Таким образом, в выражении для прогибов $u_z = -\nabla(t, v)\Phi(t, v)$ члены ряда Фурье $\Phi_m(t, m)$ принимают вид

$$\Phi_m(t, m) = A_1e^{\alpha_1 t} + A_2e^{\alpha_2 t} + A_3e^{k_3 t}\cos z_3 t + A_4e^{k_4 t}\sin z_4 t +$$
$$+ A_5e^{k_5 t}\cos z_5 t + A_6e^{k_6 t}\sin z_6 t + A_7e^{\alpha_7 t} + A_8e^{\alpha_8 t} + Ae^{4t},$$

где $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_7$, $\alpha_8$ — действительные корни характеристического уравнения; $k_3$, $k_4$, $k_5$, $k_6$ — действительные части комплексных корней $\alpha_3$, $\alpha_4$, $\alpha_5$, $\alpha_6$; $z_3$, $z_4$, $z_5$, $z_6$ — мнимые части комплексных корней $\alpha_3$, $\alpha_4$, $\alpha_5$, $\alpha_6$.

Первые восемь слагаемых — общие решения однородного уравнения (2), а последнее слагаемое $Ae^{4t}$ — частное решение неоднородного уравнения (2).

В настоящее время теоретическая часть метода В.Г. Рекача откорректирована и доработана. Ведется работа по составлению программы на языке MathCAD-13 по расчету прямого геликоида методом Рекача. Первые численные результаты дают обнадеживающие значения прогибов и внутренних силовых факторов.

## ЛИТЕРАТУРА


[1] *Dabrowski Otton, Sapian Czeslaw.* Loading of a central screw chute in a coal storage container // Pr. nauk. Inst. beed. pwrocl. —1987. — № 51. — P. 125—130.

[2] *Соломон Л.И.* К расчету геликоидальных оболочек: Дисс. канд. технич. наук. — М.: МИСИ, 1953.

[3] *Кривошапко С.Н.* Расчет и проектирование винтообразных конструкций, применяемых в строительстве и строительных машинах // Строительные конструкции и материалы / РОССТРОЙ России ВНИИНТПИ Строительство и Архитектура. Вып. 1—2. — М., 2006.

[4] *Рекач В.Г.* Расчет пологих винтовых (геликоидальных) оболочек // Сб. тр. МИСИ. — 1957. — № 27. — С. 113—132.

[5] *Рекач В.Г., Кривошапко С.Н.* Расчет оболочек сложной геометрии. — М.: Изд-во УДН, 1988.

[6] *Рынковская М.И.* К вопросу расчета прямых геликоидальных оболочек по методу В.Г. Рекача // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. — 2006. — № 2. — С. 63—66.


## ON APPLICATION AND ANALYSIS OF RIGHT HELICOIDAL SHELLS


**M.J. Rynkovskaya**

Department of Strength of Materials and Structures
Peoples' Friendship University of Russia
*Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117197*



Drilling machines with drilling elements as helicoid are widely used while making of drilling auger, round section testpit and so on in crust for exploration of geological structure, searching, prospecting, minerals extraction, engineering geological research. Helicoidal shells can be designed as right, inclined, open and wrong-unfolding. There are main thesises of calculation method given by V.G. Rekach for right helicoid.



**Key words:** helicoidal shells, engineering design, drilling auger, drilling machines, right helicoid.



**Рынковская М.И.,** ассистент кафедры прочности материалов и конструкций РУДН. Область научных интересов — оболочки сложной формы. Опубликовано пять статей по теме диссертации. Участница Международной конференции ASEE2009 Conference (University of Bridgeport, USA)
e-mail: marine_step@mail.ru