
СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ ВЕРТОЛЕТОМ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СЕТЕВОГО ОПЕРАТОРА (1)

А.И. Дивеев

Учреждение Российской академии наук
Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН (Москва)
Ул. Вавилова, 40, Москва, Россия, 119333

Е.А. Софронова

Российский университет дружбы народов
Ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

Рассматривается применение метода сетевого оператора для решения терминальной задачи синтеза управления беспилотным вертолетом. Вертолету необходимо облететь препятствие, параметры которого на момент синтеза неизвестны. Препятствие описывается с помощью системы неравенств и представляет собой для задачи синтеза управления фазовые ограничения. Строится управление как функция координат пространства состояний и параметров фазовых ограничений.

Ключевые слова: синтез системы управления при неопределенности, сетевой оператор.

Синтез системы управления, когда управление находится в виде функции координат пространства состояний, имеет преимущество перед управлением в виде функции времени при наличии неопределенности. Параметры неопределенности могут быть включены в функциональную зависимость, описывающую управление. В настоящей работе рассматривается задача управления беспилотным вертолетом. Вертолету необходимо переместиться из одной заданной точки пространства в другую, облетев препятствие, параметры которого на этапе синтеза неизвестны. Синтезируем систему управления, в которую включаем параметры препятствия.

Объект управления описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1].

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{u_3}{m_0} \sin(u_1), \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{u_3}{m_0} \cos(u_1) \sin(u_2), \quad (4)$$

$$\dot{x}_5 = x_6, \quad (5)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{u_3}{m_0} \cos(u_1) \cos(u_2) - g_0, \quad (6)$$

где x_1 — продольная дальность полета; x_3 — боковая дальность полета; x_5 — высота полета; x_2, x_4, x_6 — соответствующие скорости; m_0 — масса вертолета; $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Для объекта заданы начальные условия

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0, \quad (7)$$

где $\mathbf{x}^0 = [x_1^0 \dots x_6^0]^T$,

и терминальные условия

$$\mathbf{x}(t^+) = \mathbf{x}^f, \quad (8)$$

где t^+ — заданное время процесса управления; $\mathbf{x}^f = [x_1^f \dots x_6^f]^T$.

Между начальной и терминальной точками имеется препятствие, которое описывается следующими неравенствами:

$$\left(|x_1 - x_1^b| \geq r^b\right) \cap \left(|x_3 - x_3^b| \geq r^b\right) \cap \left(x_5 \geq x_5^b\right), \quad (9)$$

$$x_5 \geq x_5^-, \quad (10)$$

где $x_1^b, x_3^b, x_5^b, x_5^-$ — постоянные параметры, не все значения которых известны на этапе синтеза, но они должны быть обязательно точно известны в процессе полета.

Необходимо найти управление в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{q}), \quad (11)$$

где $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_3]^T$ — вектор управления; $\mathbf{y} = [y_1 \dots y_l]^T$ — вектор неизвестных параметров препятствия; $\mathbf{q} = [q_1 \dots q_p]^T$ — вектор параметров системы управления.

Управление должно обеспечивать минимум следующих функционалов:

$$J_1 = t_f \rightarrow \min, \quad (12)$$

$$J_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^6 (x_i(t^+) - x_i^f)^2} \rightarrow \min, \quad (13)$$

где

$$t_f = \begin{cases} t, & \text{если } \sqrt{\sum_{i=1}^6 (x_i(t) - x_i^f)^2} < \varepsilon, \\ t^+, & \text{иначе} \end{cases}, \quad (14)$$

ε — малая положительная величина.

Для решения задачи используем метод сетевого оператора [2—6]. Согласно определению сетевым оператором называется ориентированный граф, в котором отсутствуют циклы, каждому узлу-источнику соответствует элемент из множества аргументов, которое состоит из подмножеств переменных и параметров, каждому узлу-неисточнику соответствует бинарная операция из множества бинарных

операций, каждой дуге графа соответствует унарная операция из множества унарных операций.

Любой сетевой оператор описывает математическое выражение и может быть представлен с помощью целочисленной матрицы. Метод сетевого оператора предусматривает следующие этапы:

— определение конструктивных множеств: переменных $V = (\overline{v_i}: i = \overline{1, N})$, параметров $C = (\overline{c_i}: i = \overline{1, P})$, унарных операций $O_1 = (\overline{\rho_i(z)}: i = \overline{1, W})$ и бинарных операций $O_2 = (\overline{\chi_i(z', z'')}: i = \overline{0, V-1})$;

— построение базисного решения $\mathbf{g}^0(\mathbf{x}, \mathbf{q})$, которое должно быть максимально приближенно к возможному решению задачи;

— представление базисного решения с помощью базисного сетевого оператора и соответственно базисной матрицы сетевого оператора Ψ^0 ;

— определение малых вариаций сетевого оператора;

— использование алгоритма поиска для нахождения оптимального решения на множестве малых вариаций базисного решения.

Построим конструктивные множества для рассматриваемой задачи (1)—(14). В множество переменных включим отклонение от терминального состояния и вектор параметров множества препятствий

$$\mathbf{V} = (\overline{x_i^f - x_i}, \overline{y_j}: i = \overline{1, 6}, j = \overline{1, l}). \quad (15)$$

Мощность множества параметров соответствует размерности пространства состояний и включает искомые параметры системы управления

$$\mathbf{C} = (\overline{q_i}: i = \overline{1, 6}). \quad (16)$$

Множество унарных операций обязательно включает тождественную операцию и набор функций одного аргумента из стандартного набора унарных операций из [5]:

$$O_1 = (\overline{\rho_1(z) = z}, \overline{\rho_i(z)}: i = \overline{2, W}). \quad (17)$$

Множество бинарных операций включает операции сложения и умножения

$$O_2 = (\overline{\chi_0(z', z'') = z' + z''}, \overline{\chi_1(z', z'') = z'z''}). \quad (18)$$

Пусть препятствие представляет собой башню, расположенную на прямой, проходящей от начального пространственного положения объекта до терминальной точки. Препятствие описывается тремя параметрами:

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T, \quad (19)$$

где y_1 — продольное расстояние центра препятствия по оси x_1 ; y_2 — радиус башни; y_3 — высота башни.

Для значений параметров препятствия известны диапазоны их изменений

$$y_i^- \leq y_i \leq y_i^+, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (20)$$

где y_i^-, y_i^+ — заданные значения; $i = \overline{1, 3}$.

Запишем базисное решение в виде линейной зависимости управления от отклонений от терминальных условий и параметров препятствия

$$u_1 = q_1(x_1^f - x_1) + q_2(x_2^f - x_2) + y_1, \quad (21)$$

$$u_2 = q_3(x_3^f - x_3) + q_4(x_4^f - x_4) + y_2, \quad (22)$$

$$u_3 = q_5(x_5^f - x_5) + q_6(x_6^f - x_6) + y_3. \quad (23)$$

Сетевой оператор базисного решения представляет собой три независимых ориентированных подграфа с одинаковой структурой. Подграф сетевого оператора для базисного решения (21)—(23) представлен на рис. 1.

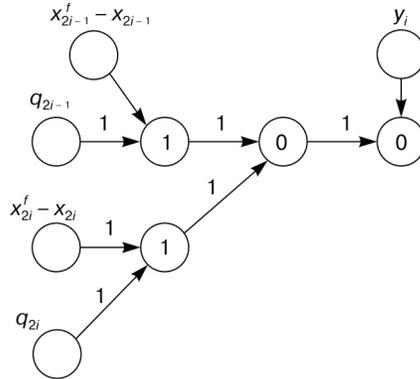


Рис. 1. Подграф i базисного решения, $i = 1, 2, 3$

Для того чтобы обеспечить поиск решения, введем дискретную сетку на диапазоны изменения параметров препятствий. Считаем, что значения параметров препятствий могут выбираться только из заданных дискретных значений

$$y_i \in \mathbf{Y}_i = \{y_i^j = y_i^- + j\Delta_i; \quad j = \overline{0, K_i - 1}\}, \quad (24)$$

где Δ_i — шаг дискретизации; K_i — число точек дискретизации.

Заменим функционалы (12)—(13) следующими:

$$\tilde{J}_1 = \Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \sum_{i=1}^{K_1} \sum_{j=1}^{K_2} \sum_{k=1}^{K_3} (t_f)_{y_1^i, y_2^j, y_3^k} \rightarrow \min, \quad (25)$$

$$\tilde{J}_2 = \Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \sum_{i=1}^{K_1} \sum_{j=1}^{K_2} \sum_{k=1}^{K_3} \left(\sqrt{\sum_{i=1}^6 (x_i(t^+) - x_i^f)^2} \right)_{y_1^i, y_2^j, y_3^k} \rightarrow \min, \quad (26)$$

где нижний тройной индекс y_1^i, y_2^j, y_3^k указывает на то, что значение в скобках вычисляется при значениях неопределенности, указанной в индексах.

При решении задачи синтеза управления беспилотным вертолетом использовались следующие данные: начальные условия $\mathbf{x}^0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 50 \ 0]^T$; терминальные условия $\mathbf{x}^f = [1500 \ 0 \ 0 \ 0 \ 30 \ 0]^T$; ограничения на управление $\mathbf{u}^- = [-0,5 \ -0,5 \ 8]^T$ и $\mathbf{u}^+ = [0,5 \ 0,5 \ 20]^T$; $t^+ = 50$ с; параметры препятствия $y_1 = 500, y_2 = 200, y_3 \in [80, 240]$. В случае нарушения ограничений к функционалам (25)—(26) добавлялась величина штрафа $\tilde{p} = 10$.

Для поиска решения использовался генетический алгоритм многокритериальной оптимизации [4] на основе базисного решения (21)—(23) со следующими параметрами: размер начальной популяции 512, число поколений 128, число скрещиваемых пар 128, длина хромосомы 8, число искомых параметров 6, число бит под целую часть 1, число бит под дробную часть 8, число поколений между смежной базисного решения 22, число элитарных хромосом 8, параметр скрещивания 0,4, вероятность мутации 0,7. Для описания базисного решения использовали матрицу сетевого оператора размерностью 32×32 .

В результате синтеза было получено управление

$$u_i = \begin{cases} u_i^+, & \text{если } \tilde{u}_i > u_i^+ \\ u_i^-, & \text{если } \tilde{u}_i < u_i^-, \\ \tilde{u}_i, & \text{иначе} \end{cases} \quad (27)$$

где $\tilde{u}_1 = z_{16}y_1 - z_{26} - q_1x_1$; $\tilde{u}_2 = -z_{27}\text{sign}(x_6^3x_3)$; $\tilde{u}_3 = z_{28} + \text{sign}(z_{27})\sqrt{|z_{27}|} - x_2$;
 $z_{16} = \sqrt[3]{y_3} + \text{sign}(q_3) + q_2 + x_2$; $z_{26} = z_{20} + q_5x_5 + \sqrt[3]{y_3} + x_5 + \text{sign}(x_1)\sqrt{|x_1|}$;
 $z_{18} = \text{sign}(x_6^3x_3) + q_4 + x_4$; $z_{27} = z_{20}(\text{sign}(x_6^3x_3) + q_4 + x_4)\text{sign}(x_6^3x_3)y_2 + \sqrt[3]{q_5x_5}$;
 $z_{20} = -q_6x_6x_2\sqrt[3]{q_5}$.

На рис. 2 приведен график зависимости высоты полета x_5 от дальности x_1 для синтезированной системы управления при максимальном размере препятствия $y_3 = 240$. На рис. 2 в виде прямоугольника изображено учитываемое при управлении препятствие.

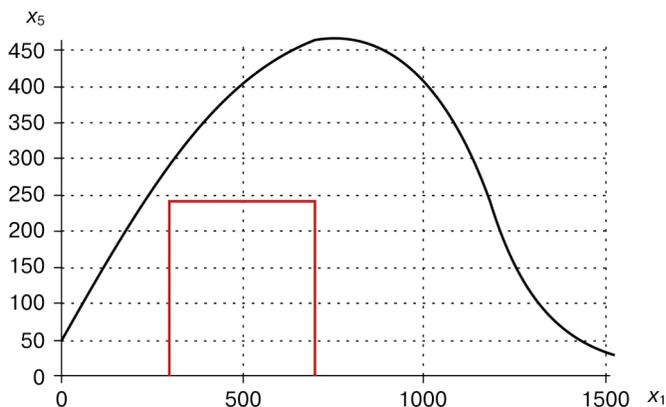


Рис. 2. Результаты моделирования синтезированной системы управления

ПРИМЕЧАНИЕ

- (1) Работа выполнена по теме гранта РФФИ № 08-08-00248-а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Monje C.A., Liceaga-Castro E., Liceaga-Castro J.* Fractional Order Control of an Unmanned Aerial Vehicle (UAV) // 17-th IFAC World Congress, Seoul, 2008, 05.07.2008—12.07.2008. P. 15285—15290.
- [2] *Дивеев А.И., Софронова Е.А.* Метод построения функциональных зависимостей для решения задачи синтеза оптимального управления // Труды института Системного анализа РАН. Динамика неоднородных систем / Под ред. Ю.С. Попкова. — Вып. 31(2). — М.: ИСА РАН, КомКнига, 2007. — С. 14—27.
- [3] *Дивеев А.И., Софронова Е.А.* Задача структурного синтеза системы автоматического управления // Вестник РУДН. Серия «Инженерные исследования». — 2007. — № 1. — С. 48—58.
- [4] *Diveyev A.I., Sofronova E.A.* Application of network operator method for synthesis of optimal structure and parameters of automatic control system // 17-th IFAC World Congress, Seoul, 2008, 05.07.2008—12.07.2008. — P. 6106—6113.
- [5] *Diveev A.I., Sofronova E.A.* Method of network operator for synthesis of optimal control system // *AI Technia (Lebanon)*. — 2008. — No 6. — P. 130—143.
- [6] *Дивеев А.И.* Метод сетевого оператора: Учебное пособие. — М.: Цифровичок, 2009.

**SYNTHESIS OF DRONE HELICOPTER CONTROL SYSTEM
WITH UNCERTAIN CONSTRAINTS ON THE STATE
BY METHOD OF NETWORK OPERATOR**

A.I. Diveev

Dorodnicyn Computer Center of Russian Academy of Sciences
Vavilov str., 40, Moscow, Russia, 119333

E.A. Sofronova

Cybernetic and mechatronics department
Peoples' Friendship University of Russia
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 117198

Application of method of network operator for the synthesis of drone helicopter control system. Helicopter should fly over barrier which parameters are unknown at the moment of synthesis. Barrier is presented in the form of system of inequality and for the problem of control synthesis is constraints on the state. We receive control as a function of problem state vector and parameters of constraints on the state.

Key words: synthesis of control system with uncertainties, network operator.