



DOI 10.22363/2312-8143-2022-23-3-213-223
УДК 62-233.27

Научная статья / Research article

Исследование влияния степени соприкосновения поверхностей качения на контактные напряжения в шариковых радиальных подшипниках

Ю.В. Белоусов^a  , В.В. Кириловский^a , Ф.В. Рекач^b 

^aМосковский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет),
Москва, Российская Федерация

^bРоссийский университет дружбы народов, Москва, Российская Федерация
 juvbelousov@bmstu.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 26 июня 2022 г.
Доработана: 27 августа 2022 г.
Принята к публикации: 9 сентября 2022 г.

Ключевые слова:

шариковый радиальный подшипник, коэффициент, степени соприкосновения, поверхности качения, контактные напряжения, дорожки качения

Аннотация. Исследование посвящено определению коэффициентов степени соприкосновения поверхностей качения с учетом поля допуска тел качения, а также влияния коэффициентов степени соприкосновения на максимальные контактные напряжения в шариковых радиальных подшипниках. Разработана методика определения максимальной величины коэффициента степени соприкосновения поверхностей качения шариковых радиальных подшипников с учетом поля допуска тел качения. Установлено, что коэффициент степени соприкосновения поверхностей качения для каждого типоразмера подшипника с определенным радиусом дорожек качения располагается в диапазоне, который зависит от предельных размеров тел качения. Показано, что коэффициент степени соприкосновения тел качения с дорожками наружного кольца при одинаковой вспомогательной величине, учитывающей сумму и разность кривизн поверхностей качения, больше, чем внутреннего. Поэтому для снижения контактных напряжений на наружном кольце подшипника радиус его дорожки качения может быть выполнен меньше, чем на внутреннем. Разработана методика расчета максимальных контактных напряжений на дорожках качения шариковых радиальных подшипников с учетом коэффициента степени соприкосновения поверхностей качения и поля допуска тел качения, которая позволяет выполнять расчет контактных напряжений для радиальных шариковых подшипников любого типоразмера при любых коэффициентах степени соприкосновения поверхностей качения.

Для цитирования

Белоусов Ю.В., Кириловский В.В., Рекач Ф.В. Исследование влияния степени соприкосновения поверхностей качения на контактные напряжения в шариковых радиальных подшипниках // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2022. Т. 23. № 3. С. 213–223. <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-213-223>



Investigation of the influence of the degree of contact of rolling surfaces on contact stresses in ball radial bearings

Yuriy V. Belousov^a  , Valeriy V. Kirilovskiy^a , Fedor V. Rekach^b 

^aBauman Moscow State Technical University (National Research University), Moscow, Russian Federation

^bPeoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation

 juvbelousov@bmstu.ru

Article history

Received: June 26, 2022

Revised: August 27, 2022

Accepted: September 9, 2022

Keywords:

deep groove ball bearing, coefficient, degree, contact, rolling surfaces, contact stresses, bearing raceways

Abstract. The study is devoted to the determination of the coefficients of the degree of contact of rolling surfaces, considering the tolerance field of rolling bodies, as well as the influence of the coefficients of the degree of contact on the maximum contact stresses in ball radial bearings. A method has been developed for determining the maximum value of the coefficient of the degree of contact of rolling surfaces of ball radial bearings, taking into account the tolerance field of rolling bodies. It is established that the coefficient of the degree of contact of the rolling surfaces for each bearing size with a certain radius of the raceways is located in a range that depends on the limiting dimensions of the rolling elements. It is shown that the coefficient of the degree of contact of the rolling elements with the tracks of the outer ring, with the same auxiliary value, considering the sum and difference of the curvatures of the rolling surfaces, is greater than the inner one. Therefore, in order to reduce contact stresses on the outer ring of the bearing, the radius of its raceway can be made smaller than the inner one. A method has been developed for calculating the maximum contact stresses on the raceways of radial ball bearings, taking into account the coefficient of the degree of contact of rolling surfaces and the tolerance field of rolling bodies, which allows calculating contact stresses for radial ball bearings of any size at any coefficients of the degree of contact of rolling surfaces.

For citation

Belousov YuV, Kirilovskiy VV, Rekach FV. Investigation of the influence of the degree of contact of rolling surfaces on contact stresses in ball radial bearings. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2022;23(3):213–223. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/2312-8143-2022-23-3-213-223>

Введение

Шариковые радиальные однорядные подшипники по ГОСТ 8338–75¹ являются одними из самых распространенных типов подшипников². Благодаря своей универсальности они имеют множество областей применения и производятся в широком диапазоне размеров. Их отличает простота конструкции, высокая надежность. Они не требуют особого технического обслуживания. По сравнению с другими типами под-

шипников шариковые радиальные подшипники работают с минимальными потерями на трение. Поэтому они способны работать с высокими скоростями вращения.

Шариковые радиальные подшипники имеют глубокие дорожки качения, радиус кривизны которых близок к размеру шариков. Это позволяет им воспринимать не только радиальные, но и осевые нагрузки.

При конструировании опор на подшипниках качения возникает необходимость в определении напряжений и деформаций в контакте шариков с дорожками качения. При этом необходимо учитывать, что приложенная к подшипнику нагрузка воспринимается небольшими участками дорожек качения подшипника. Поэтому напряжения в местах контакта с ними тел качения даже при сравнительно небольших нагрузках оказы-

¹ ГОСТ 8338–75. Межгосударственный стандарт. Подшипники шариковые радиальные однорядные. Основные размеры. Издание 01.09.2003 г. с изменением № 1, утвержденным в октябре 1983 г. (ИУС № 2–84). М.: Издательство стандартов, 2003.

² Носов В.Б., Карлухин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы современных машин и приборов: энциклопедический справочник. М.: Машиностроение, 1997. 640 с.

ваются весьма значительными. Нормальные напряжения в подшипниках качения в местах точечного и линейного контакта равны соответственно $\sigma = 5000$ МПа и $\sigma = 3500$ МПа³ [1–3]. Причем высокие напряжения сжатия сконцентрированы только в зоне контакта. Поэтому прочностные свойства подшипников качения зависят главным образом от напряжений, возникающих на поверхности контакта. Деформации в контакте поверхностей качения ввиду их высокой твердости сравнительно невелики.

Контактные напряжения и деформации в подшипниках качения зависят от нагрузки, упругих характеристик, размеров и формы контактирующих тел. Но стандарт не регламентирует внутреннюю конструкцию подшипников⁴. Проблеме оптимизации размеров дорожек и тел качения шариковых радиальных подшипников посвящен целый ряд технических решений и работ⁵ [4–6]. Однако подробное исследование данного вопроса в литературе отсутствует.

1. Определение максимального коэффициента степени соприкосновения и контактных напряжений на дорожках качения подшипников

Тело качения (шарик) может иметь с дорожкой качения внутреннего или наружного кольца ненагруженного подшипника точечный или линейный контакт. Точечный контакт – соприкосновение в одной точке. Линейный контакт – соприкосновение вдоль изогнутой линии, имеющей нулевую ширину. При линейном контакте

радиусы дорожек качения наружного и внутреннего колец равны радиусу тела качения. В этом случае поверхность дорожки качения совпадает с поверхностью желоба наружного и внутреннего колец, а контакт шарика с дорожкой качения происходит по всей длине ее образующей [7–9]. Это нежелательно ввиду большого момента трения в подшипнике. С увеличением момента трения повышается износ дорожек и тел качения. При этом ширина дорожки качения меньше диаметра шарика. Поэтому в местах сопряжения дорожек качения подшипников с поверхностью бортов, где обычно имеются участки с малыми радиусами закругления, будет иметь место концентрация нагрузки. Кроме того, из-за деформации самих шариков в этих местах возникают высокие контактные напряжения. Высокие контактные напряжения снижают работоспособность подшипников. Поэтому тело качения должно иметь с дорожкой качения внутреннего и наружного кольца ненагруженного подшипника точечный контакт.

В большинстве конструкций шариковых радиальных подшипников дорожки качения обоих колец довольно плотно прилегают к шарикам. Коэффициент, характеризующий степень соприкосновения поверхностей качения в контакте (рис. 1), зависит от геометрии и соотношения размеров этих поверхностей. Для шарикоподшипников коэффициенты степени соприкосновения⁶ [10; 11]

$$\Phi_B = \frac{D_w}{2r_B} = \frac{1}{2f_B}; \quad \Phi_H = \frac{D_w}{2r_H} = \frac{1}{2f_H}; \quad (1)$$

$$f_B = \frac{r_B}{D_w}; \quad f_H = \frac{r_H}{D_w}, \quad (2)$$

где f_B и f_H – вспомогательные величины коэффициента степени соприкосновения для внутреннего и наружного колец соответственно; D_w – диаметр шарика; r_B и r_H – радиусы дорожек качения внутреннего и наружного колец соответственно, расположенные в плоскости, перпендикулярной направлению вращения.

Под диаметром шарика D_w в формулах (1) и (2) понимается его номинальный диаметр. Поле допуска шарика не учитывается. Это может привести к достаточно серьезным ошибкам

³ Перель Л.Я., Филатов А.А. Подшипники качения: расчет, проектирование и обслуживание опор: справочник. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. 608 с.

⁴ Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...; Перель Л.Я., Филатов А.А. Подшипники качения...

⁵ Авторское свидетельство СССР № 285419, МПК F16C 19/02. Шарикоподшипник / С.В. Пинегин, А.В. Орлов, В.М. Матвеев; 29.10.1970, Бюл. № 33; Авторское свидетельство СССР № 385101 МПК F16C 33/30. Шарикоподшипник / А.В. Орлов, С.В. Пинегин, В.М. Матвеев; 29.05.1973, Бюл. № 25; Авторское свидетельство СССР № 368424 МПК F16C 33/58. Шарикоподшипник / В.М. Каневцов, В.Г. Устинов, Н.А. Спицын и др.; 26.01.1973, Бюл. № 9; Авторское свидетельство СССР № 1141237 МПК F16C 19/06. Подшипник качения / А.В. Королев; 23.02.1985, Бюл. № 7; Патент RU № 2157928 МПК F16C 19/00, F16C 19/02, F16C 33/38. Шарикоподшипник и сепараторы для него / В.В. Становской; 20.10.2000, Бюл. № 29; Патент RU № 2571484 МПК F16C 19/18, F16C 33/58. Шариковый подшипник / А.В. Королев, А.А. Королев; 20.12.2015, Бюл. № 35.

⁶ Перель Л.Я., Филатов А.А. Подшипники качения...

при определении размеров дорожек качения, а также величины контактных напряжений.

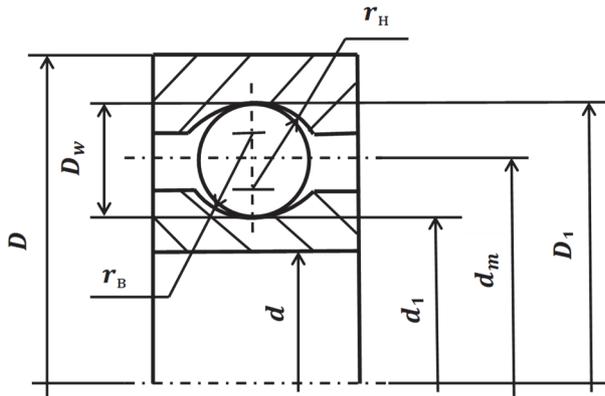


Рис. 1. Основные размеры поверхностей качения шарикового радиального подшипника
Figure 1. The main dimensions of the rolling surfaces of the radial ball bearing

При точечном контакте соприкосновение тел под нагрузкой происходит по эллиптической площадке. Характеристиками формы взаимодействующих тел являются их кривизны в точке контакта до приложения нагрузки, измеренные в двух главных взаимно перпендикулярных плоскостях, в которых кривизны приобретают экстремальные значения.

Если обозначить через R_1 и R_1^I главные радиусы кривизны шарика, через R_2 и R_2^I главные радиусы кривизны кольца подшипника, а через φ угол между нормальными плоскостями, содержащими радиусы кривизны R_1 и R_2 , то постоянные A и B , зависящие от величин главных кривизн соприкасающихся поверхностей, определяются из следующих уравнений [12]:

$$A + B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1^I} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2^I} \right); \quad (3)$$

$$B - A = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1^I} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2^I} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1^I} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2^I} \right) \cos 2\varphi \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Кривизна тела считается положительной, если радиус кривизны в рассматриваемой точке лежит внутри материала. Вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн [13; 14]:

$$\cos \theta = \frac{B-A}{B+A}. \quad (5)$$

Максимальные контактные напряжения на дорожках качения подшипника определяются по формуле⁷

$$\sigma_{z_{\max}} = \frac{n_{\sigma}}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{\Sigma \rho}{\eta} \right)^2} P, \quad (6)$$

где n_{σ} – табличный коэффициент, соответствующий определенному значению $\cos \theta$; $\Sigma \rho$ – сумма главных кривизн контактирующих поверхностей; η – коэффициент, учитывающий упругие характеристики контактирующих тел (для стальных деталей при нормальной температуре $\eta = 8,7 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^2/\text{Н}$)⁸; P – усилие, воспринимаемое наиболее нагруженным телом качения.

Выражение (6) можно представить следующим образом

$$\sigma_{z_{\max}} = 861,39 n_{\sigma} \sqrt{(\Sigma \rho)^2 P}. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что $\cos \theta$ оказывает существенное влияние на величину контактных напряжений, так как определяет значение коэффициента n_{σ} .

В этой связи определенный интерес представляет определение максимального коэффициента степени соприкосновения тел качения с дорожками колец подшипника, при котором максимальные контактные напряжения на дорожках качения подшипника должны быть наименьшими. Наибольшее значение величины $\cos \theta$, до которой еще имеет место начальный точечный контакт шарика с дорожкой качения, составляет 0,9923⁹. Используя это значение, определим максимальный коэффициент степени соприкосновения поверхностей качения при точечном контакте, например, для подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75, имеющего достаточно большие размеры колец и шариков. Внутренний диаметр подшипника $d = 80$ мм, его наружный диаметр $D = 140$ мм. Номинальный диаметр шариков $D_w = 19,05$ мм. Предельные отклоне-

⁷ Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...; Перель Л.Я., Филатов А.А. Подшипники качения...

⁸ Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...

⁹ Там же.

ния диаметра шариков для всех степеней точности составляют $\pm 0,15$ мм¹⁰. Диаметр окружности, проходящей через центры тел качения $d_m = 0,5(d + D) = 0,5(80 + 140) = 110$ мм. Диаметр дорожки качения внутреннего кольца подшипника $d_1 = d_m - D_w = 110 - 19,05 = 90,95$ мм. Диаметр дорожки качения наружного кольца $D_1 = d_m + D_w = 110 + 19,05 = 129,05$ мм.

Рассмотрим сначала наиболее нагруженное внутреннее кольцо подшипника. Для него вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн шариков и дорожки качения

$$\cos \theta = \frac{\frac{2}{d_1} + \frac{1}{f_B D_w}}{\frac{4}{D_w} + \frac{2}{d_1} - \frac{1}{f_B D_w}}. \quad (8)$$

Из выражения (8) найдем вспомогательную величину коэффициента степени соприкосновения тел качения с внутренним кольцом подшипника

$$f_B = \frac{(1 + \cos \theta)d_1}{2[2 \cos \theta d_1 - D_w(1 - \cos \theta)]}. \quad (9)$$

Для подшипника № 216 получим

$$f_B = \frac{(1 + 0,9923)90,95}{2[2 \cdot 0,9923 \cdot 90,95 - 19,05(1 - 0,9923)]} = 0,5024.$$

При расчете по номинальному диаметру шариков, радиус дорожки качения внутреннего кольца данного подшипника $r_B = f_B D_w = 0,5024 \cdot 19,05 = 9,571$ мм. Это значение меньше максимального радиуса шарика, который равен

$$R_{w_{\max}} = \frac{D_{w_{\max}}}{2} = \frac{19,05 + 0,15}{2} = 9,6 \text{ мм}.$$

То есть шарики данного и близкого к нему радиуса на внутренней дорожке подшипника разместиться не смогут. Поэтому для размещения любых шариков на дорожке качения подшипника данного типоразмера ее радиус следует определять по максимальному значению диаметра шарика при условии, что допуск на размеры дорожки качения будет располагаться в тело кольца подшипника. Однако в массовом и крупносерийном производстве при комплектации

подшипников размеры дорожек качения не учитываются. Кольца и шарики каждого типоразмера после измерений диаметров D_1 , d_1 , D_w сортируют по группам. В каждой группе находятся детали, у которых эти размеры занимают определенную часть размерного поля. Отклонения размеров D_1 и d_1 в каждой группе обычно принимают равными 2 мкм, а D_w 1 мкм. Наружное, внутреннее кольцо и шарики из этих групп подбирают таким образом, чтобы обеспечить радиальные зазоры в подшипнике в пределах ± 6 мкм¹¹. Радиальный зазор является одной из основных эксплуатационных характеристик подшипников. С уменьшением радиального зазора в смонтированном подшипнике при установившейся рабочей температуре, шум и вибрации в нем снижаются, а его рабочие скорости повышаются. Рабочий зазор уменьшают, уменьшая начальный зазор в несмонтированном подшипнике и повышая класс точности его изготовления. В каждом подшипнике существует поле допусков радиальных зазоров [15; 16].

При подстановке в формулу (9) вместо среднего диаметра шарика D_w его максимальный диаметр $D_{w_{\max}} = 19,2$ мм, вспомогательная величина коэффициента соприкосновения f_B практически не изменится, поскольку она очень слабо зависит от конкретного значения диаметра шарика в пределах его поля допуска.

Вспомогательная величины коэффициента степени соприкосновения тел качения с внутренним кольцом подшипника попадает в диапазон: $f_B = f_{B_{\min}} \dots f_{B_{\max}}$, где $f_{B_{\min}} = 0,5024$ соответствует максимальному диаметру шарика $D_{w_{\max}}$, с учетом размещения всех шариков на дорожке качения, а $f_{B_{\max}}$ – минимальному диаметру шарика $D_{w_{\min}} = 19,05 - 0,15 = 18,9$ мм, то есть

$$f_{B_{\max}} = \frac{D_{w_{\max}} f_{B_{\min}}}{D_{w_{\min}}} = \frac{19,2 \cdot 0,5024}{18,9} = 0,5104. \quad (10)$$

Тогда $f_B = 0,5024 - 0,5104$, а коэффициент степени соприкосновения тел качения с внутренним кольцом подшипника $\Phi_B = 0,980 - 0,995$.

Для наружного кольца подшипника вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн шариков и дорожки качения

¹⁰ Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...

¹¹ Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{4} \frac{f_H D_W}{D_1} \frac{2}{D_1 f_H D_W}}{\frac{1}{4} \frac{f_H D_W}{D_1} \frac{2}{D_1 f_H D_W}}. \quad (11)$$

Из выражения (11) найдем вспомогательную величину коэффициента степени соприкосновения шариков с дорожками качения наружного кольца подшипника

$$f_H = \frac{(1 + \cos \theta) D_1}{2[2 \cos \theta D_1 + D_W(1 - \cos \theta)]}. \quad (12)$$

Для $\cos \theta = 0,9923$ вспомогательная величина коэффициента степени соприкосновения будет равна

$$f_H = \frac{(1 + 0,9923)129,05}{2[2 \cdot 0,9923 \cdot 129,05 + 19,05(1 - 0,9923)]} = 0,5017.$$

При расчете по номинальному диаметру шариков, радиус дорожки качения наружного кольца $r_H = f_H D_W = 0,5017 \cdot 19,05 = 9,56$ мм. Это значение также меньше максимального радиуса шарика, равного 9,6 мм. То есть шарики данного и близкого к нему радиуса на дорожке качения наружного кольца разместиться также не смогут. Вспомогательная величина коэффициента степени соприкосновения шариков с дорожками качения наружного кольца подшипника попадает в диапазон $f_H = f_{H_{\min}} \dots f_{H_{\max}}$, где $f_{H_{\min}}$ также соответствует максимальному диаметру шарика $D_{W_{\max}}$, а $f_{H_{\max}}$ – минимальному диаметру шарика $D_{W_{\min}}$, то есть

$$f_{H_{\max}} = \frac{D_{W_{\max}} f_{H_{\min}}}{D_{W_{\min}}} = \frac{19,2 \cdot 0,5017}{18,9} = 0,5097. \quad (13)$$

Окончательно получим, что вспомогательная величина коэффициента степени соприкосновения шариков с дорожками качения наружного кольца подшипника $f_H = 0,5017 - 0,5097$, а сам коэффициент степени соприкосновения $\Phi_H = 0,981 - 0,997$.

Коэффициент степени соприкосновения тел качения с дорожками качения наружного кольца подшипника немного больше, чем внутреннего при одной и той же вспомогательной величине, учитывающей сумму и разность главных кривизн контактирующих тел. Если составить соотношение коэффициентов степени соприкосновения наружного и внутреннего колец подшипника

$$\frac{\Phi_H}{\Phi_B} = \frac{f_B}{f_H} = \frac{2 \cos \theta d_1 D_1 + d_1 D_W (1 - \cos \theta)}{2 \cos \theta d_1 D_1 - D_1 D_W (1 - \cos \theta)}, \quad (14)$$

то легко убедиться в том, что оно больше единицы. Поэтому радиус дорожки качения наружного кольца подшипника может быть выполнен немного меньше, чем внутреннего. Хотя на практике, в ряде случаев, по другим соображениям, поступают наоборот¹² [17].

Наиболее часто радиусы дорожек качения внутреннего и наружного колец подшипника выполняются одинаковыми. В этом случае для определения их величины следует ориентироваться на наименьший из двух коэффициентов степени соприкосновения, то есть на коэффициент степени соприкосновения шариков с дорожками качения внутреннего кольца подшипника. При одинаковых радиусах дорожек качения внутреннего и наружного колец подшипника вспомогательная величина $\cos \theta$ для наружного кольца будет меньше, чем для внутреннего. Это приведет к увеличению коэффициента n_σ и, как следствие, к повышению контактных напряжений между телами качения и наружным кольцом подшипника.

Определим теперь контактные напряжения на дорожках качения колец подшипника для шариков предельных размеров. В качестве примера будем использовать все тот же подшипник № 216 по ГОСТ 8338–75. Радиус дорожки качения внутреннего и наружного колец подшипника

$$r_B = r_H = D_{W_{\max}} f_{B_{\min}} = 19,2 \cdot 0,5024 = 9,646 \text{ мм}. \quad (15)$$

Рассмотрим сначала контакт шариков с внутренним кольцом подшипника. Вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн шариков максимального диаметра и дорожки качения внутреннего кольца подшипника:

$$\cos \theta = \frac{\frac{2}{d_1} + \frac{1}{r_B}}{\frac{4}{D_{W_{\max}}} + \frac{2}{d_1} \frac{1}{r_B}} = \frac{\frac{2}{90,95} + \frac{1}{9,646}}{\frac{4}{19,2} + \frac{2}{90,95} \frac{1}{9,646}} = 0,9922. \quad (16)$$

Эта величина практически совпадает с наибольшим табличным значением $\cos \theta = 0,9923$, до которой еще имеет место начальный точечный контакт шарика с дорожкой качения.

Для значения $\cos \theta = 0,9923$, $n_\sigma = 0,4267$. Сумма главных кривизн контактирующих тел

$$\Sigma \rho = \frac{4}{D_{W_{\max}}} + \frac{2}{d_1} - \frac{1}{r_B} = \frac{4}{19,2} + \frac{2}{90,95} - \frac{1}{9,646} = 0,1267 \text{ 1/мм}. \quad (17)$$

¹² Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...

Максимальные контактные напряжения на дорожке качения внутреннего кольца подшипника для шариков максимального диаметра

$$\begin{aligned} \sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^B &= 861,39 n_{\sigma}^3 \sqrt{(\Sigma\rho)^2 P} = \\ &= 861,39 \cdot 0,4267^3 \sqrt{0,1267^2 P} = 92,72 \sqrt[3]{P}. \end{aligned}$$

Вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн шариков минимального диаметра и дорожки качения внутреннего кольца подшипника:

$$\cos \theta = \frac{\frac{2}{d_1} + \frac{1}{r_B}}{\frac{4}{D_{w_{\min}}} + \frac{2}{d_1} + \frac{1}{r_B}} = \frac{\frac{2}{90,95} + \frac{1}{9,646}}{\frac{4}{18,9} + \frac{2}{90,95} + \frac{1}{9,646}} = 0,9669. \quad (18)$$

В этом случае что $n_{\sigma} = 0,5653$. Сумма главных кривизн контактирующих тел

$$\Sigma\rho = \frac{4}{D_{w_{\min}}} + \frac{2}{d_1} - \frac{1}{r_B} = \frac{4}{18,9} + \frac{2}{90,95} - \frac{1}{9,646} = 0,13 \text{ 1/мм.} \quad (19)$$

Максимальные контактные напряжения на дорожке качения внутреннего кольца подшипника для шариков минимального диаметра

$$\begin{aligned} \sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^B &= 861,39 n_{\sigma}^3 \sqrt{(\Sigma\rho)^2 P} = \\ &= 861,39 \cdot 0,5653^3 \sqrt{0,13^2 P} = 124,96 \sqrt[3]{P}. \end{aligned}$$

При контакте шариков с наружным кольцом того же подшипника № 216, радиус дорожки качения которого равен радиусу дорожки качения внутреннего кольца подшипника, вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн шариков максимального диаметра и дорожки качения:

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{r_H} - \frac{2}{D_1}}{\frac{4}{D_{w_{\max}}} - \frac{2}{D_1} - \frac{1}{r_H}} = \frac{\frac{1}{9,646} - \frac{2}{129,05}}{\frac{4}{19,2} - \frac{2}{129,05} - \frac{1}{9,646}} = 0,9889. \quad (20)$$

Для нее $n_{\sigma} = 0,455$. Сумма главных кривизн контактирующих тел

$$\begin{aligned} \Sigma\rho &= \frac{4}{D_{w_{\max}}} - \frac{2}{D_1} - \frac{1}{r_H} = \\ &= \frac{4}{19,2} - \frac{2}{129,05} - \frac{1}{9,646} = 0,0892 \text{ 1/мм.} \quad (21) \end{aligned}$$

Максимальные контактные напряжения на дорожке качения наружного кольца подшипника для шариков максимального диаметра

$$\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^H = 861,39 \cdot 0,455^3 \sqrt{0,0892^2 P} = 78,24 \sqrt[3]{P}.$$

Вспомогательная величина, учитывающая сумму и разность главных кривизн шариков минимального диаметра и дорожки качения наружного кольца подшипника:

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{r_H} - \frac{2}{D_1}}{\frac{4}{D_{w_{\min}}} - \frac{2}{D_1} - \frac{1}{r_H}} = \frac{\frac{1}{9,646} - \frac{2}{129,05}}{\frac{4}{18,9} - \frac{2}{129,05} - \frac{1}{9,646}} = 0,9535, \quad (22)$$

где $n_{\sigma} = 0,6043$.

Сумма главных кривизн контактирующих тел

$$\begin{aligned} \Sigma\rho &= \frac{4}{D_{w_{\min}}} - \frac{2}{D_1} - \frac{1}{r_H} = \\ &= \frac{4}{18,9} - \frac{2}{129,05} - \frac{1}{9,646} = 0,0925 \text{ 1/мм.} \quad (23) \end{aligned}$$

Максимальные контактные напряжения на дорожке качения наружного кольца подшипника для шариков минимального диаметра

$$\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^H = 861,39 \cdot 0,6043^3 \sqrt{0,0925^2 P} = 106,47 \sqrt[3]{P}.$$

2. Сравнительный анализ максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипников

Обычно радиусы желобов наружного и внутреннего колец подшипников для шариков со средним диаметром $D_w > 4,763$ мм выполняются одинаковыми. Причем $r = r_B = r_H = 0,515 D_w$ ¹³. В этом случае для того же подшипника получим, что вспомогательная величина коэффициента степени соприкосновения тел качения с кольцами подшипника $f = 0,515 - 0,523$, а коэффициент степени соприкосновения $\Phi = 0,956 - 0,971$.

В соответствии с рекомендацией ИСО применяются также соотношения $r = 0,52 D_w$ и $r = 0,54 D_w$ ¹⁴. Тогда для того же подшипника № 216 в первом случае вспомогательная вели-

¹³ Носов В.Б., Карпунин И.М., Федотов Н.Н. Подшипниковые узлы...

¹⁴ Там же.

чина коэффициента степени соприкосновения тел качения с кольцами подшипника здесь $f = 0,520 - 0,528$ (коэффициент степени соприкосновения $\Phi = 0,947 - 0,961$), во втором случае $f = 0,540 - 0,549$ (коэффициент степени соприкосновения $\Phi = 0,911 - 0,926$).

Используя разработанную методику, определим контактные напряжения на дорожках качения подшипника № 216 с данными коэффициентами степени соприкосновения для шариков максимального и минимального диаметра. Результаты расчетов представим в виде табл. 1, в которую также занесем результаты предыдущих расчетов.

Сравним контактные напряжения на дорожках качения подшипника между собой. Результаты расчетов также представим в виде таблицы (табл. 2).

На рис. 2 и 3 приведены графические зависимости относительной величины максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75 от максимальной (контакт дорожек качения с шариками максимального диаметра) и минимальной (контакт дорожек качения с шариками минимального диаметра) величины коэффициента степени соприкосновения. На этих рисунках сплошная линия соответствует контактным напряжениям на внутреннем кольце подшипника, а пунктирная – на внешнем.

На рис. 4 и 5 приведены графические зависимости соотношения максимальных контактных напряжений на дорожках качения внутреннего и наружного колец подшипника № 216 от максимальной (контакт дорожек качения с шариками максимального диаметра) и минимальной (контакт дорожек качения с шариками минимального диаметра) величины коэффициента степени соприкосновения

Таблица 1 / Table 1

Максимальные контактные напряжения на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75
Maximum contact stresses on the raceways of the bearing rings No. 216 according to GOST 8338–75

Φ	$\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^B$	$\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^B$	$\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^H$	$\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^H$
0,980–0,995	$92,72 \sqrt[3]{P}$	$124,96 \sqrt[3]{P}$	$78,24 \sqrt[3]{P}$	$106,47 \sqrt[3]{P}$
0,956–0,971	$133,32 \sqrt[3]{P}$	$146,91 \sqrt[3]{P}$	$113,42 \sqrt[3]{P}$	$125,54 \sqrt[3]{P}$
0,947–0,961	$141,33 \sqrt[3]{P}$	$152,98 \sqrt[3]{P}$	$120,36 \sqrt[3]{P}$	$130,81 \sqrt[3]{P}$
0,911–0,926	$162,60 \sqrt[3]{P}$	$170,78 \sqrt[3]{P}$	$139,18 \sqrt[3]{P}$	$146,72 \sqrt[3]{P}$

Таблица 2 / Table 2

Соотношение максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75
The ratio of maximum contact stresses on the raceways of bearing rings No. 216 according to GOST 8338–75

Φ	$\frac{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^B}{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^B}$	$\frac{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^H}{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^H}$	$\frac{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^B}{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^B}$	$\frac{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\max}})}^H}{\sigma_{z_{\max}(D_{w_{\min}})}^H}$
0,980–0,995	1,348	1,361	1,185	1,174
0,956–0,971	1,102	1,107	1,175	1,170
0,947–0,962	1,099	1,087	1,174	1,169
0,911–0,926	1,050	1,059	1,168	1,164

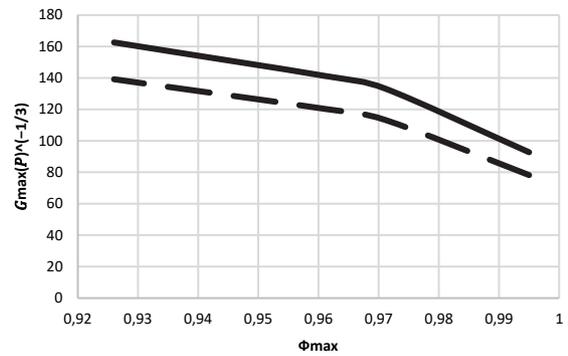


Рис. 2. Зависимость относительной величины максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75 от максимальной величины коэффициента степени соприкосновения

Figure 2. Dependence of the relative magnitude of the maximum contact stresses on the raceways of bearing rings No. 216 according to GOST 8338–75 on the maximum value of the coefficient of degree of contact

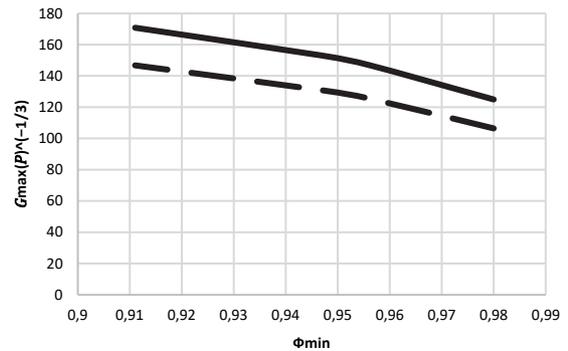


Рис. 3. Зависимость относительной величины максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75 от минимальной величины коэффициента степени соприкосновения

Figure 3. Dependence of the relative magnitude of the maximum contact stresses on the raceways of bearing rings No. 216 according to GOST 8338–75 on the minimum value of the coefficient of degree of contact

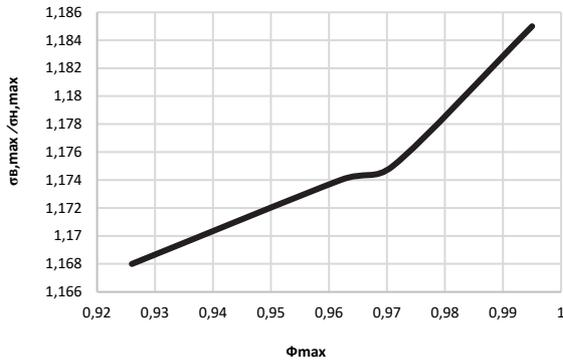


Рис. 4. Зависимость соотношения максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75 от максимальной величины коэффициента степени соприкосновения

Figure 4. Dependence of the ratio of maximum contact stresses on the raceways of bearing rings No. 216 according to GOST 8338–75 on the maximum value of the coefficient of degree of contact

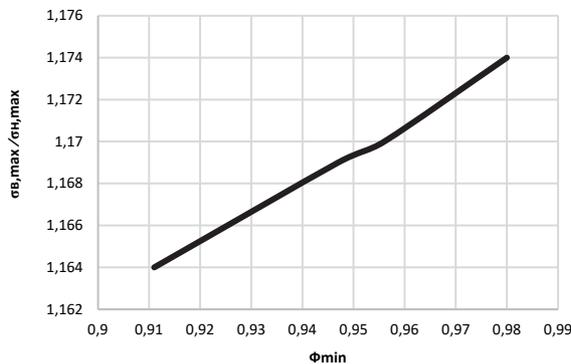


Рис. 5. Зависимость соотношения максимальных контактных напряжений на дорожках качения колец подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75 от минимальной величины коэффициента степени соприкосновения

Figure 5. Dependence of the ratio of maximum contact stresses on the raceways of bearing rings No. 216 according to GOST 8338–75 on the minimum value of the coefficient of degree of contact

Согласно выполненному анализу, можно утверждать, что при уменьшении коэффициента степени соприкосновения поверхностей качения подшипника, разница между максимальными контактными напряжениями на кольцах подшипника для экстремальных по размерам шариков уменьшается. В то же время сама величина максимальных контактных напряжений увеличивается. При этом в любом случае контактные напряжения на внутреннем кольце подшипника больше, чем на наружном. Соотношения между максимальными контактными напряжениями на внутреннем и наружном кольцах подшипника для шариков одного размера слабо зависят от коэффициента степени соприкосновения и составляют в среднем 1,177 для шариков максимально-

го диаметра (рис. 4, табл. 2, столбец 4) и 1,17 для шариков минимального диаметра (рис. 5, табл. 2, столбец 5). То есть максимальные контактные напряжения на внутреннем кольце подшипника примерно на 17 % больше, чем на наружном.

Для шариков разного размера (табл. 2, столбцы 2 и 3) при максимальном коэффициенте степени соприкосновения ($\Phi = 0,980-0,995$) максимальные контактные напряжения на внутреннем кольце подшипника значительно больше (в среднем на 35,5 %), чем на наружном. При остальных коэффициентах степени соприкосновения разница между максимальными контактными напряжениями на внутреннем и наружном кольцах подшипника невелика и с уменьшением коэффициента степени соприкосновения изменяется незначительно.

На рис. 2 для обеих кривых заметна точка перегиба, ниже которой при росте коэффициента степени соприкосновения максимальные контактные напряжения снижаются быстрее. Эта точка примерно соответствует значению $\Phi_{max} = 0,97$. На рис. 3 такой точкой примерно является $\Phi_{min} = 0,95$. Очевидно, что данные точки определяют крайнее нижнее значение коэффициента степени соприкосновения. Поэтому желательно, чтобы он не выходил за эти пределы. То есть минимальное значение коэффициента степени соприкосновения должно быть не ниже значения $\Phi = 0,95-0,97$.

Очевидно, что данная тенденция справедлива для шариковых радиальных подшипников практически любого типоразмера. Разработанная методика позволяет выполнять расчет контактных напряжений для радиальных шариковых подшипников любого типоразмера при любых коэффициентах степени соприкосновения поверхностей качения и проводить на этой основе оптимизацию размеров дорожек качения указанных подшипников.

Заключение

Разработана методика определения максимальной величины коэффициента степени соприкосновения поверхностей качения шариковых радиальных подшипников с учетом поля допуска тел качения. Установлено, что коэффициент степени соприкосновения поверхностей качения для каждого типоразмера подшипника с определенным радиусом дорожек качения располагается в диапазоне, который зависит от предельных размеров тел качения. Показано, что коэффициент степени соприкосновения тел качения с до-

рожками наружного кольца, при одинаковой вспомогательной величине, учитывающей сумму и разность кривизн поверхностей качения, больше, чем внутреннего. Поэтому для снижения контактных напряжений на наружном кольце подшипника радиус его дорожки качения может быть выполнен меньше, чем внутреннего.

Разработана методика расчета максимальных контактных напряжений на дорожках качения шариковых радиальных подшипников с учетом коэффициента степени соприкосновения поверхностей качения и поля допуска тел качения. Данная методика позволяет выполнять расчет контактных напряжений для радиальных шариковых подшипников любого типоразмера при любых коэффициентах степени соприкосновения поверхностей качения и проводить на этой основе оптимизацию размеров дорожек качения указанных подшипников.

В качестве примера определены контактные напряжения на дорожках качения подшипника № 216 по ГОСТ 8338–75, имеющего достаточно большие размеры колец и шариков, для различных коэффициентов степени соприкосновения поверхностей и размеров тел качения. Выполнено сравнение максимальных контактных напряжений для наружного и внутреннего колец данного подшипника.

Список литературы / References

1. Vijay A, Sadeghi F. A continuum damage mechanics framework for modeling the effect of crystalline anisotropy on rolling contact fatigue. *Tribology International*. 2019;140:105845. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2019.105845>
2. Paulson NR, Evans NE, Bomidi JAR, Sadeghi F, Evans RD, Mistry KK. A finite element model for rolling contact fatigue of refurbished bearings. *Tribology International*. 2015;85:1–9. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.12.006>
3. Jiaxian C, Wentao M, Yuejian Ch. Transferable health indicator for rolling bearings: a new solution of cross-working condition monitoring of degradation process. *2020 Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling*. IEEE; 2020. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/APARM49247.2020.9209439>
4. Kirilovsky VV, Belousov YuV. Theoretical substantiation of new features of rolling bearings operation under combined loading conditions. *RUDN Journal of Engineering Research*. 2021;22(2):184–195. (In Russ.) <https://doi.org/10.22363/2312-8143-2021-22-2-184-195>
- Кириловский В.В., Белоусов Ю.В. Теоретическое обоснование новых особенностей работы подшипников качения в условиях комбинированного нагруже-

ния // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2021. Т. 22. № 2. С. 184–195. <https://doi.org/10.22363.2312-8143-2021-22-2-184-195>

5. Kirilovsky VV, Belousov YuV. Experimental verification of new features of bearing operation under combined loading conditions. *Construction Mechanics of Engineering Structures and Structures*. 2021;17(3):278–287. (In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-278-287>

Кириловский В.В., Белоусов Ю.В. Экспериментальная проверка новых особенностей работы подшипников в условиях комбинированного нагружения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 3. С. 278–287. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-278-287>

6. Polubaryev IN, Dvoryaninov IN, Saliev ER. Experimental verification of a new approach to determining the loads acting on ball radia. *Forum Molodyh Uchenykh*. 2017;(9):591–600. (In Russ.)

Полубарьев И.Н., Дворянинов И.Н., Салиев Е.Р. Экспериментальная проверка нового подхода к определению нагрузок, действующих на шариковые радиальные однорядные подшипники // Форум молодых ученых. 2017. № 9 (13). С. 591–600.

7. Golmohammadi Z, Sadeghi F. A 3D finite element model for investigating effects of refurbishing on rolling contact fatigue. *Tribology Transactions*. 2020;63(2):251–264. <https://doi.org/10.1080/10402004.2019.1684606>

8. Weinzapfel N, Sadeghi F, Bakolas V. A 3D finite element model for investigating effects of material microstructure on rolling contact fatigue. *Tribology and Lubrication Technology*. 2011;67(1):17–19.

9. Abdullah MU, Khan ZA, Kruhoeffer W, Blass T. A 3D finite element model of rolling contact fatigue for evolved material response and residual stress estimation. *Tribology Letters*. 2020;68:122. <https://doi.org/10.1007/s11249-020-01359-w>

10. Bogdański S, Trajer MA. Dimensionless multi-size finite element model of a rolling contact fatigue crack. *Wear*. 2005;258(7–8):1265–1272. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2004.03.036>

11. Lin H, Wu F, He G. Rolling bearing fault diagnosis using impulse feature enhancement and nonconvex regularization. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2020;142:106790. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.106790>

12. Timoshenko SP, Goodyear J. *Theory of elasticity*. Moscow: Nauka Publ.; 1975. (In Russ.)

Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.

13. Wang H, Du W. A new K-means singular value decomposition method based on self-adaptive matching pursuit and its application in fault diagnosis of rolling bearing weak fault. *International Journal of Distributed Sensor Networks*. 2020;16. <https://doi.org/10.1177/1550147720920781>

14. Gaikwad JA, Gholap YB, Kulkarni JV. Bearing fault detection using Thomson's multitaper periodogram.

2018 *Second International Conference on Intelligent Computing and Control Systems*. IEEE; 2018. p. 1135–1139. <https://doi.org/10.1109/ICCONS.2018.8663183>

15. Smith WA, Randall RB. Diagnostics using the case western reserve university data: a benchmark study. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015;64–65: 100–131. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.04.021>

16. Gao Z, Lin J, Wang X, Xu X. Bearing fault detection based on empirical wavelet transform and correlated

kurtosis by acoustic emission. *Materials*. 2017;10(6):571. <https://doi.org/10.3390/ma10060571>

17. Orlov AV. Increasing the static load capacity of ball bearing. *Problemy Mashinostroeniya i Nadezhnosti Mashin*. 2009;(5):67–70. (In Russ.)

Орлов А.В. Повышение статической грузоподъемности шарикоподшипников // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 5. С. 67–70.

Сведения об авторах

Белоусов Юрий Вениаминович, кандидат технических наук, доцент кафедры основ конструирования машин, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1; ORCID: 0000-0002-7591-8313, Scopus Author ID: 57192978540, eLIBRARY SPIN-код: 7102-6966; belou.80@mail.ru

Кириловский Валерий Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры основ конструирования машин, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1; ORCID: 0000-0002-2989-500X, eLIBRARY SPIN-код: 4512-5571; proekt.33@yandex.ru

Рекач Федор Владимирович, доцент департамента строительства, Инженерная академия, Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; ORCID: 0000-0002-8584-6755, Scopus Author ID: 57192991693, eLIBRARY SPIN-код: 8591-7547; rekfedor@yandex.ru

About the authors

Yuriy V. Belousov, PhD (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Bases of Machine Designing, Bauman Moscow State Technical University (National Research University), 5 2-ya Baumanskaya St, bldg 1, Moscow, 105005, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-7591-8313, Scopus Author ID: 57192978540, eLIBRARY SPIN-code: 7102-6966; belou.80@mail.ru

Valeriy V. Kirilovskiy, PhD (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Bases of Machine Designing, Bauman Moscow State Technical University (National Research University), 5 2-ya Baumanskaya St, bldg 1, Moscow, 105005, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-2989-500X, eLIBRARY SPIN-code: 4512-5571; proekt.33@yandex.ru

Fedor V. Rekach, PhD (Technical Sciences), Associate Professor of the Department of Construction, Academy of Engineering, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University); 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-8584-6755, Scopus Author ID: 57192991693, eLIBRARY SPIN-code: 8591-7547; rekfedor@yandex.ru