



DOI 10.22363/2312-8143-2020-21-2-123-130

УДК 550.837

Научная статья

## Некоторые особенности поляризации структуры электромагнитного поля на высоких частотах в геологических разрезах: математические решения и эксперименты

В.Ю. Абрамов

Российский университет дружбы народов, Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

### История статьи:

Поступила в редакцию: 9 апреля 2020 г.

Доработана: 16 июля 2020 г.

Принята к публикации: 20 июля 2020 г.

### Ключевые слова:

электромагнитное поле, вызванная поляризация, высокие частоты, аналитические решения, численные решения

*Аннотация.* Исследованы некоторые эффекты вызванной поляризации (ВП) в рудных телах и вмещающих породах при частотах выше 1 000 000 Гц. Инструментально изучены фазы реакции комплекса сопротивлений аппаратурой системы «Геозонд». Надежность высокочастотных ВП-измерений была подтверждена независимыми заверочными горными работами. Полученные результаты подтверждают наличие ВП-эффектов в рудных телах и вмещающих породах и предполагают необходимость их учета в интерпретации электромагнитных данных, в частности в данных индукционного каротажа. Целью математического компьютерного моделирования в настоящей работе было изучение распространения высокочастотного электромагнитного поля от линейного источника тока в материальной среде путем решения уравнений Максвелла методом конечно-разностных приближений (итераций) во временной области. Обработка результатов измерений велась по известной схеме – методом итеративного подбора в автоматическом режиме, что позволяет использовать указанный метод для сквозного расчета электромагнитных полей в сложнопостроенных трехмерных неоднородных структурах.

### Введение

Математическое компьютерное моделирование структуры электромагнитного поля не потеряло своей актуальности, несмотря на большое количество работ в данной области. Причиной этого является разнообразие физических сочетаний состояния вещества горных пород в реальных геологических обстановках и необходимость поиска твердых полезных ископаемых новых гео-

лого-промышленных типов. Сочетания петрофизических свойств горных пород создают среды самых различных форм и особенностей – нелинейные, анизотропные, неоднородные, слоистые, складчатые и прочие.

Целью математического компьютерного моделирования в настоящей работе было изучение распространения высокочастотного электромагнитного поля от линейного источника тока в материальной среде путем решения уравнений Максвелла методом конечно-разностных приближений (итераций) во временной области. Подобные модельные исследования ранее проводились различными авторами [1–9]. Отличие данной работы от перечисленных выше в попытке решить обозначенную проблему для высокочастотного электро-

*Абрамов Владимир Юрьевич*, доцент департамента недропользования и нефтегазового дела Инженерной академии РУДН; кандидат геолого-минералогических наук; geophy-rudn@mail.ru

© Абрамов В.Ю., 2020



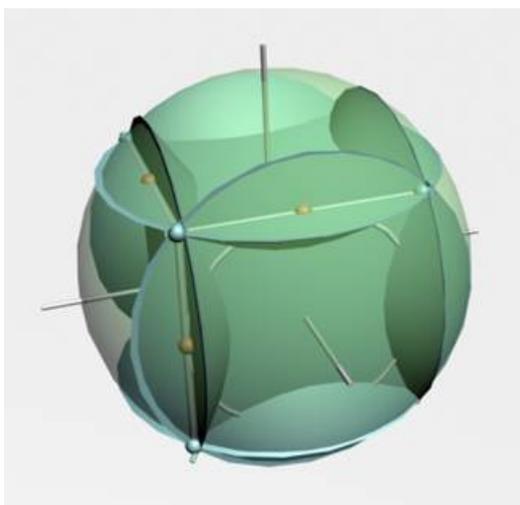
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

магнитного поля с изучением эффектов вызванной поляризации. В таком решении видится возможность практического применения этой работы при поисках рудных месторождений (как коренных, так и россыпных).

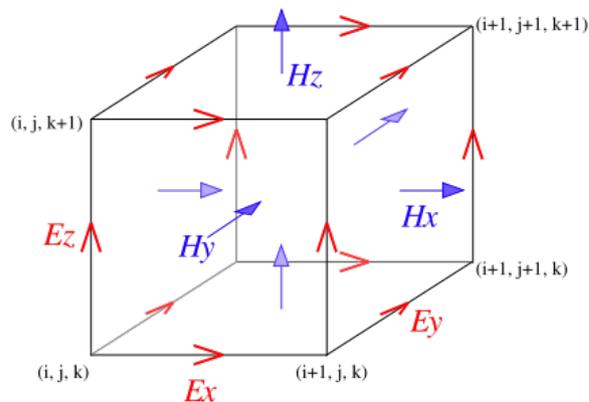
### Результаты исследования

Строгое решение системы уравнений Максвелла в общем виде пока неизвестно. Исключения составляют несколько специальных случаев. Преодолению проблемы препятствует удовлетворение решения граничным условиям. Однако решение задач электродинамики сейчас интенсифицируется [10–16].

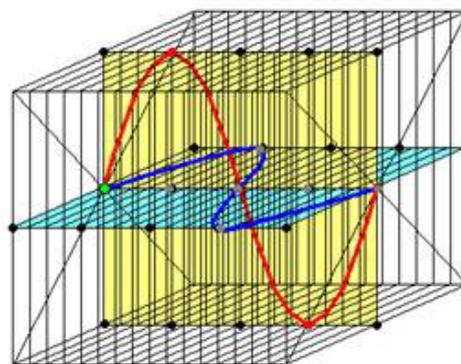
Чаще всего при решениях нестационарных уравнений Максвелла применяется конечно-разностный метод во временной области (К-Р ВО). Этот метод был дан в работе Kane S. Yee в 1966 г. [17]. Решая задачу о рассеянии электромагнитного импульса на проводящей поверхности, он предложил перемежать компоненты поля в трехмерной матрице пространства так, чтобы электрические компоненты поля ( $E$ ) располагались в середине ребер матрицы, а магнитные компоненты поля ( $H$ ) располагались в серединах граней этой матрицы (рис. 1 и 2). Это позволяет иметь систему конечно-разностных уравнений, во многом удовлетворяющую граничным условиям, включающим проводящие и полупроводящие поверхности.



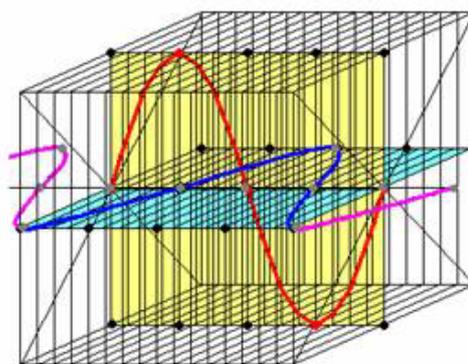
**Рис. 1.** Расположение составляющих электромагнитного поля ( $E$  и  $H$ ) в элементарной ячейке трехмерной матрицы расчетной области  
[Figure 1. Location of the components of the electromagnetic field ( $E$  and  $H$ ) in the unit cell of the three-dimensional matrix of the calculated area]



**Рис. 2.** Направления векторов электромагнитного поля ( $E$  и  $H$ ) относительно элементарной ячейки трехмерной матрицы расчетной области  
[Figure 2. Directions of the electromagnetic field vectors ( $E$  and  $H$ ) relative to the unit cell of the three-dimensional matrix of the calculated area]



Поперечная электромагнитная волна  
[Secondary electromagnetic wave]



Продольная электромагнитная волна  
[Primary electromagnetic wave]

**Рис. 3.** Распределение векторов и величин амплитуд электрических (красная линия графиков) и магнитных (синяя линия графиков) составляющих переменного электромагнитного поля в продольной и поперечной электромагнитных волнах [18]  
[Figure 3. Distribution of vectors and amplitudes of electric (red line of graphs) and magnetic (blue line of graphs) components of the alternating electromagnetic field in the primary and the secondary electromagnetic waves [18]]

В представленной на рис. 3 модели автоматически удовлетворяются граничные условия и для поверхностей раздела сред (благодаря смене положения в пространстве электрической и магнитной составляющих поля). Это позволяет использовать данный метод для сквозного расчета электромагнитных полей в сложнопостроенных трехмерно неоднородных структурах. В этой модели каждая компонента вектора магнитного поля находится между четырьмя компонентами электрического поля, и наоборот. Такое положение компонент полей дает возможность реализовать и центрально-разностный аналог пространственных производных вихревых уравнений Максвелла, и естественную геометрию воспроизведения интегрального вида закона Фарадея в простой пространственной ячейке.

Трехмерные конечно-разностные уравнения во временной области для прямоугольной системы координат записывают так, как показано ниже.

Уравнения Максвелла:

$$\mu \partial_t H_x + \sigma^* H_x = -(\partial_y E_z - \partial_z E_y) - K_x;$$

$$\mu \partial_t H_y + \sigma^* H_y = -(\partial_z E_x - \partial_x E_z) - K_y;$$

$$\mu \partial_t H_z + \sigma^* H_z = -(\partial_x E_y - \partial_y E_x) - K_z;$$

$$\varepsilon \partial_t E_x + \sigma E_x = (\partial_y H_z - \partial_z H_y) - J_x;$$

$$\varepsilon \partial_t E_y + \sigma E_y = (\partial_z H_x - \partial_x H_z) - J_y;$$

$$\varepsilon \partial_t E_z + \sigma E_z = (\partial_x H_y - \partial_y H_x) - J_z.$$

Расположение компонент поля:

$$H_x^n(i, j, k) = H_x(x_{i+1/2}, y_{j+1/2}, z_{k+1/2}, n\Delta t);$$

$$i = 1, \dots, N_x + 1, j = 1, \dots, N_y, k = 1, \dots, N_z,$$

$$H_y^n(i, j, k) = H_y(x_{i+1/2}, y_j, z_{k+1/2}, n\Delta t);$$

$$i = 1, \dots, N_x + 1, j = 1, \dots, N_y, k = 1, \dots, N_z;$$

$$H_z^n(i, j, k) = H_z(x_{i+1/2}, y_{j+1/2}, z_k, n\Delta t);$$

$$i = 1, \dots, N_x + 1, j = 1, \dots, N_y, k = 1, \dots, N_z,$$

$$E_x^n(i, j, k) = E_x(x_{i+1/2}, y_j, z_k, (n+1/2)\Delta t);$$

$$i = 1, \dots, N_x, j = 1, \dots, N_y + 1, k = 1, \dots, N_z + 1;$$

$$E_y^n(i, j, k) = E_y(x_i, y_{j+1/2}, z_k, (n+1/2)\Delta t);$$

$$i = 1, \dots, N_x + 1, j = 1, \dots, N_y, k = 1, \dots, N_z + 1;$$

$$E_z^n(i, j, k) = E_z(x_i, y_{j+1/2}, z_{k+1/2}, (n+1/2)\Delta t);$$

$$i = 1, \dots, N_x + 1, j = 1, \dots, N_y + 1, k = 1, \dots, N_z.$$

Конечно-разностные уравнения:

$$H_x^n(i, j, k) = -\beta_m K_x^{n-1} - \beta_m \left\{ \frac{E_z^{n-1}(i, j+1, k) - E_z^{n-1}(i, j, k)}{y_{j+1} - y_j} \right\} + \beta_m \left\{ \frac{E_y^{n-1}(i, j, k+1) - E_y^{n-1}(i, j, k)}{z_{k+1} - z_k} \right\} + \alpha_m H_x^{n-1}(i, j, k);$$

$$H_y^n(i, j, k) = -\beta_m K_y^{n-1} - \beta_m \left\{ \frac{E_x^{n-1}(i, j, k+1) - E_x^{n-1}(i, j, k)}{z_{k+1} - z_k} \right\} + \beta_m \left\{ \frac{E_z^{n-1}(i+1, j, k) - E_z^{n-1}(i, j, k)}{x_{i+1} - x_i} \right\} + \alpha_m H_y^{n-1}(i, j, k);$$

$$H_z^n(i, j, k) = -\beta_m K_z^{n-1} - \beta_m \left\{ \frac{E_y^{n-1}(i+1, j, k) - E_y^{n-1}(i, j, k)}{x_{i+1} - x_i} \right\} + \beta_m \left\{ \frac{E_x^{n-1}(i, j+1, k) - E_x^{n-1}(i, j, k)}{y_{j+1} - y_j} \right\} + \alpha_m H_z^{n-1}(i, j, k);$$

$$E_x^m(i, j, k) = -\beta_e J_x^{n-1} +$$

$$+\beta_e \left\{ \frac{H_z^{n-1}(i, j, k) - H_z^{n-1}(i, j-1, k)}{y_{j+1/2} - y_{j-1/2}} \right\} +$$

$$+\beta_e \left\{ \frac{H_y^{n-1}(i, j, k) - H_y^{n-1}(i, j, k-1)}{z_{k+1/2} - z_{k-1/2}} \right\} +$$

$$+\alpha_m E_x^{n-1}(i, j, k);$$

$$E_y^n(i, j, k) = -\beta_e J_y^{n-1} +$$

$$+\beta_e \left\{ \frac{H_x^{n-1}(i, j, k) - H_x^{n-1}(i, j, k-1)}{z_{k+1/2} - z_{k-1/2}} \right\} -$$

$$-\beta_e \left\{ \frac{H_z^{n-1}(i, j, k) - H_z^{n-1}(i-1, j, k)}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} \right\} +$$

$$+\alpha_e E_y^{n-1}(i, j, k);$$

$$E_z^n(i, j, k) = -\beta_e J_z^{n-1} +$$

$$+\beta_e \left\{ \frac{H_y^{n-1}(i, j, k) - H_y^{n-1}(i-1, j, k)}{x_{i+1/2} - x_{i-1/2}} \right\} -$$

$$-\beta_e \left\{ \frac{H_x^{n-1}(i, j, k) - H_x^{n-1}(i, j-1, k)}{y_{j+1/2} - y_{j-1/2}} \right\} +$$

$$+\alpha_e E_z^{n-1}(i, j, k),$$

где  $\alpha_m = \left( \frac{\mu}{\Delta t} - \frac{\sigma^*}{2} \right) / \left( \frac{\mu}{\Delta t} + \frac{\sigma^*}{2} \right),$

$$\beta_m = \left( \frac{\mu}{\Delta t} + \frac{\sigma^*}{2} \right)^{-1},$$

а  $(K_x^{n-1}, K_y^{n-1}, K_z^{n-1})$  берутся в местах расположения  $H$ -компонент, и где

$$\alpha_e = \left( \frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{\sigma}{2} \right) / \left( \frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2} \right),$$

$$\beta_m = \left( \frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2} \right)^{-1},$$

а  $(J_x^{n-1}, J_y^{n-1}, J_z^{n-1})$  берутся в местах расположения  $E$ -компонент.

В свободном пространстве

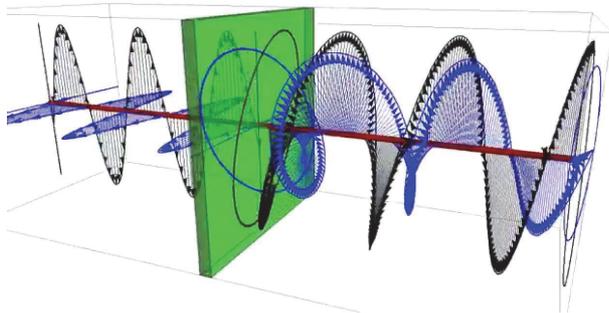
$$\vec{J} = \vec{K} = 0, \quad \sigma = \sigma^* = 0,$$

$$\alpha_e = \alpha_m = 1, \quad \beta_e = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0}, \quad \beta_m = \frac{\Delta t}{\mu_0}.$$

Электрические и магнитные составляющие поля вычисляются попеременно через полушаги во времени – сначала магнитная составляющая, затем электрическая. Следует отметить, что правильность вычислений сильно зависит от соотношения пространственной и временной детальности (дискретизации) трехмерных матриц с результатами моделирования. Для этого размеры ячеек трехмерных матриц необходимо выбирать кратными в 2, 3, 4 и более раз по отношению к размеру объекта, который необходимо выделить по результатам моделирования. Численное моделирование экспериментального электромагнитного рассеяния волн на объектах сложной формы, выполненное в работе [11], показало, что время счета, то есть число полных периодов падающей синусоидальной волны, необходимое для установления синусоидального режима в расчетной области, зависит от размера объекта и его диэлектрической и магнитной однородности. Это условие позволяет рассматривать поведение электромагнитных волн в горных породах по аналогии с сейсмическими волнами (рис. 3). Такой подход дает возможность вычленивать и отфильтровать некоторые явления (ранее трактовавшиеся как помехи, внутренние шумы аппаратуры и пр.), возникающие при измерениях вызванной поляризации на высоких частотах от объектов сложной формы. Фильтрация ведется на основе анализа фазовых величин магнитных компонент электромагнитного поля (рис. 4). Из рис. 3 и 4 видно, что изменение амплитуды магнитной составляющей поля в продольной волне отстает от поперечной на четверть периода колебаний несущей частоты.

Дальнейшая обработка результатов измерений велась по известной схеме, методом итеративного подбора в автоматическом режиме. Обычно число итераций составляло не менее 10 и

не более 20 с поправочным коэффициентом 0,01–0,02. Большое число итераций или более высокая величина поправочного коэффициента не имеют смысла и часто приводят к искажению результата при визуализации (проверялось после заверочных буровых и горных работ).



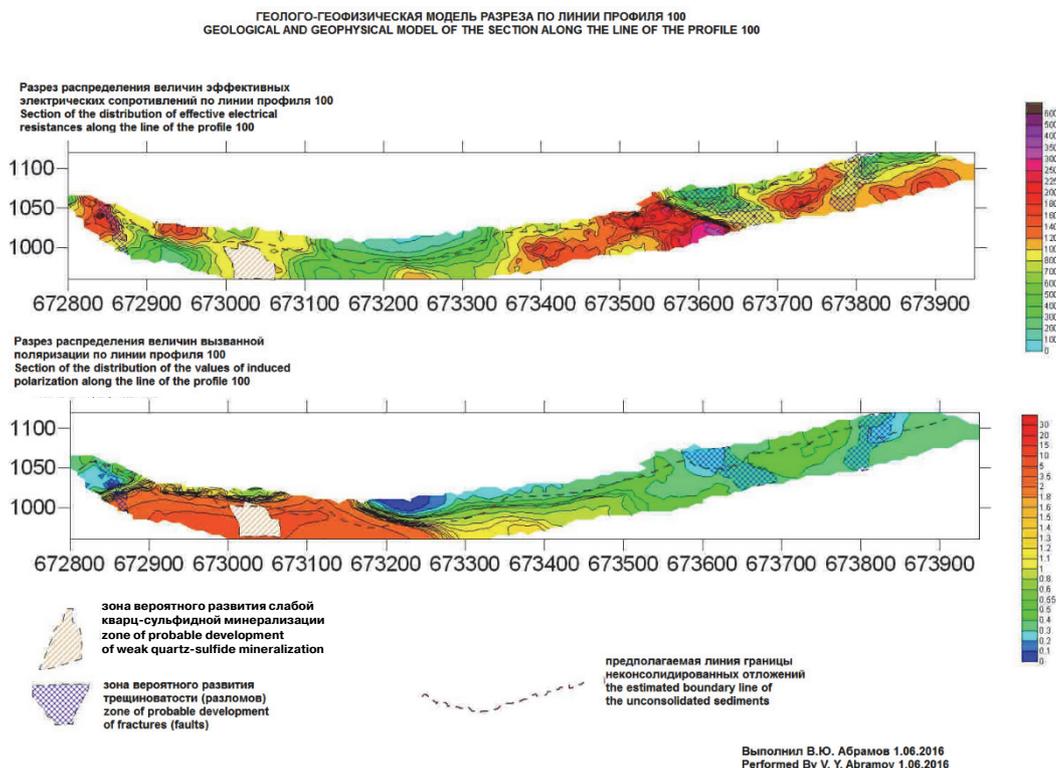
**Рис. 4.** Поляризация плоской электромагнитной волны [19]  
[Figure 4. The polarization of a plane electromagnetic wave [19]]

Первые эксперименты по измерению эффектов вызванной поляризации электромагнитного поля на высоких частотах были начаты нами в 1995 г. на аппаратуре «Геозонд-РЧ». Недостатки аппаратуры (супергетеродинная схема приемни-

ка, узкий частотный спектр и пр.), не позволявшие в должной мере обеспечить чистоту эксперимента, привели к необходимости выбора новой аппаратной схемы, ее реализации и отладки. Для визуализации результатов измерений сначала использовался цифровой осциллограф Visual DMM 740. Позже визуализация и запись результатов измерений производилась на виртуальный осциллограф Zetlab, устанавливаемый в ноутбук или планшет. Эксперименты проводились в полевых условиях на Южном Урале, в Монголии, Казахстане и Центральной России. Заверочные работы по проверке результатов геологической интерпретации полученных измерений выполнялись во всех случаях и показали хорошую сходимость с результатами экспериментов.

### Заключение

Ограниченный размер статьи не позволяет привести результаты всех экспериментов. На рис. 5 представлен геофизический разрез, полученный на участке Дзун-Чулут в Монголии по одному из профилей через межгорную впадину.



**Рис. 5.** Результаты измерения электрических сопротивлений в разрезе по бортам долины ручья Узун-Чулун  
[Figure 5. Results of measuring electrical resistances in the section along the sides of the valley of the Uzun-Chulun stream]

Отчетливо выделяются участки пониженных электрических сопротивлений в долине, соответствующие обводненным породам в самой нижней части разреза. В бортах долины выделяются участки с повышенными сопротивлениями, соответствующие выходам магматических пород, и участки пониженных сопротивлений, соответствующие выходам углефицированных сланцев.

### Список литературы

1. *Дмитриев В.И., Серебренников Н.Н.* Численный расчет электрического поля точечного источника в слоистой среде с осесимметричным включением // *Известия вузов. Геология и разведка*. 1987. № 2. С. 112–117.

2. *Иванов В.Т., Кризский В.Н.* Решение некоторых задач электроразведки методом граничных интегральных уравнений // *Известия вузов. Геология и разведка*. 1993. № 4. С. 112–117.

3. *Манаева Е.Н., Постников Е.Б.* Электромагнитные процессы вблизи фронта ступенчатого импульса при электромагнитном зондировании Земли в случае слабонеоднородной проводящей среды // *Известия вузов. Геология и разведка*. 2002. № 3. С. 104–108.

4. Математическое моделирование электромагнитных полей: материалы международного проекта СОММЕМ. М.: Наука, 1992. 198 с.

5. *Пашкова Т.И., Постников Е.Б., Соболев С.В.* О взаимодействии электромагнитных импульсов ступенчатой и прямоугольной форм с поверхностью Земли // *Известия вузов. Геология и разведка*. 1999. № 5. С. 115–119.

6. *Редозубов А.А.* Об ориентировке полярных диаграмм  $\eta_k$  и  $\rho_k$  в анизотропной среде // *Известия вузов. Геология и разведка*. 1994. № 2. С. 119–122.

7. *Талалов А.Д.* Модель электрических свойств водонасыщенных горных пород для частотного диапазона  $10^3$ – $10^9$  Гц // *Известия вузов. Геология и разведка*. 2003. № 1. С. 75–80.

8. *Талалов А.Д., Даев Д.С.* Лабораторные исследования частотой зависимости электрических свойств глинистых пород в диапазоне 20– $10^9$  Гц // *Известия вузов. Геология и разведка*. 1997. № 6. С. 123–129.

9. *Burtman V., Endo M., Zhdanov M.S., Ingeman-Nielsen T.* High-frequency induced polarization measu-

rements of hydrocarbon-bearing rocks // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2011. Pp. 677–681. <https://doi.org/10.1190/1.3628168>

10. *Жданов М.С., Спичак В.В.* Математическое моделирование электромагнитных полей в трехмерно-неоднородных средах. М.: Наука, 1992. 188 с.

11. *Тафлав А., Умашанкар К.Р.* Численное моделирование рассеяния электромагнитных волн и вычисление эффективной площади отражения целей конечно-разностным методом во временной области // *ТИИЭР*. 1989. Т. 77. № 5. С. 57–76.

12. *Zhou Pei-bai.* Numerical analysis of electromagnetic fields. Berlin: Springer, 1993. 406 p.

13. *Binns K.J., Lawrenson P.J., Trowbridge C.W.* The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields. John Wiley & Sons, 1992. 486 p.

14. *Bootton R.C.* Computation methods for electromagnetic and microwaves. John Wiley & Sons, 1992. 192 p.

15. *Paul C.R.* Introduction to electromagnetic compatibility. John Wiley & Sons, 1992. 784 p.

6. *Сильвестр П., Феррари П.* Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. М.: Мир, 1986. 229 с.

17. *Yee K.S.* Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotopic media // *IEEE Trans. and Antennas and Prop.* 1966. Vol. AP-14. No. 3. Pp. 302–307.

18. *Кроуфорд Ф.* Волны: учебное руководство. 3-е изд., испр. М.: Наука, 1984. (Берклеевский курс физики. Т. 3).

19. *Селунский А.Б., Кузьмин А.В., Комарова Н.Ю.* Тепловое поглощение плоской электромагнитной волны произвольной поляризации на синусоидальной границе водной поверхности. М.: ИКИ РАН, 2013.

### Для цитирования

*Абрамов В.Ю.* Некоторые особенности поляризации структуры электромагнитного поля на высоких частотах в геологических разрезах: математические решения и эксперименты // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. 2020. Т. 21. № 2. С. 123–130. <http://dx.doi.org/10.22363/2312-8143-2020-21-2-123-130>

## Some peculiarities of the polarization structure of the electromagnetic field at high frequencies in geological sections: mathematical solutions and experiments

Vladimir Yu. Abramov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

### Article history:

Received: April 9, 2020

Revised: July 16, 2020

Accepted: July 20, 2020

### Keywords:

electromagnetic pole, induced polarization, high frequency, analytical solution, numerical solution

*Abstract.* The effects of induced polarization (IP) in the ore bodies and host rocks in the frequencies above 1 000 000 Hz were considered. The phase response of the complex resistivity (CR) system equipment "Geozond" have been explored instrumentally. The reliability of high-frequency IP measurements was confirmed by independent verification by mining activities. The results confirm the presence of IP effects in the ore bodies and host rocks. They suggest the necessity to account for IP effects in the interpretation of electromagnetic data, in particular, in induction logging data. The purpose of mathematical computer modeling in this work was to study the propagation of a high frequency electromagnetic field from a linear current source in a material medium by solving Maxwell's equations using finite-difference approximations (iterations) in the time domain. The measurement results were processed according to a well-known scheme, using the method of iterative selection in automatic mode. This allows to use this method for end-to-end calculation of electromagnetic fields in complex three-dimensional inhomogeneous structures.

### References

1. Dmitriev V, Serebrennikov N. Numerical calculation of the electric field of a point source in a layered medium with axisymmetric inclusion. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 1987;(2):112–117. (In Russ.)

2. Ivanov VT, Krizsky VN. Solution of some problems of electrical exploration by the method of boundary integral equations. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 1993;(4):112–117. (In Russ.)

3. Manaeva EN, Postnikov EB. Electromagnetic processes near the front of a step pulse in the case of electromagnetic sounding of the Earth in the case of a weakly homogeneous conducting medium. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 2002;(3):104–108. (In Russ.)

4. *Matematicheskoe modelirovanie elektromagnitnykh polei: materialy mezhdunarodnogo proekta COMMEMI [Mathematical modeling of electromagnetic fields: materials of the international project COMMEMI].* Moscow: Nauka Publ.; 1992. (In Russ.)

5. Pashkova TI, Postnikov EB, Sobolev SV. On the interaction of electromagnetic pulses of stepped and rectangular forms with the Earth's surface. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 1999;(5):115–119. (In Russ.)

6. Redozubov AA. On the orientation of polar diagrams NK and PK in an anisotropic medium. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 1994;(2):119–122. (In Russ.)

7. Talalov AD. Model of electrical properties of water-saturated rocks for the frequency range of  $10^3$ – $10^9$  Hz. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 2003;(1):75–80. (In Russ.)

8. Talalov AD, Dayev DS. Laboratory studies of the frequency dependence of the electrical properties of clay rocks in the range of 20– $10^9$  Hz. *Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration.* 1997;(6):123–129. (In Russ.)

9. Burtman V, Endo M, Zhdanov MS, Ingeman-Nielsen T. High-frequency induced polarization measurements of hydrocarbon-bearing rocks. *SEG Technical*

Vladimir Yu. Abramov, Associate Professor of Department of Geology, Mining and Oil & Gas Engineering of RUDN University; Candidate of Geological Sciences; geophy-rudn@mail.ru

*Program Expanded Abstracts*. 2011:677–681. <https://doi.org/10.1190/1.3628168>

10. Zhdanov MS, Spichak VV. *Matematicheskoe modelirovanie elektromagnitnykh polei v trekhmernoneodnorodnykh sredakh* [Mathematical modeling of electromagnetic fields in three-dimensional inhomogeneous media]. Moscow: Nauka Publ.; 1992. (In Russ.)

11. Taflav A, Umashankar KR. Numerical simulation of electromagnetic wave scattering calculation of the effective area of reflection of targets by the finite-difference method in the time domain. *TIER*. 1989;77(5):57–76. (In Russ.)

12. Zhou Pei-bai. *Numerical analysis of electromagnetic fields*. Berlin: Springer; 1993.

13. Binns KJ, Lawrenson PJ, Trowbridge CW. *The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields*. John Wiley & Sons; 1992.

14. Booton RC. *Computation methods for electromagnetic and microwaves*. John Wiley & Sons; 1992.

15. Paul CR. *Introduction to electromagnetic compatibility*. John Wiley & Sons; 1992.

16. Sylvester P, Ferrari R. *Metod konechnykh elementov dlya radioinzhenеров i inzhenerov-elektrikov* [Finite

*element method for radio engineers and electrical engineers*]. Moscow: Mir Publ.; 1986. (In Russ.)

17. Yee KS. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. and Antennas and Prop.* 1966; AP-14(3):302–307.

18. Crawford F. *Volny* [Waves]. 3<sup>rd</sup> ed. Moscow: Nauka Publ.; 1984.

19. Selunsky AB, Kuzmin AV, Komarova NYu. *Teplovoe pogloshchenie ploskoi elektromagnitnoi volny proizvol'noi polyarizatsii na sinusoidal'noi granitse vodnoi poverkhnosti* [Thermal absorption of a plane electromagnetic wave of arbitrary polarization at the sinusoidal boundary of the water surface]. Moscow: IKI RAS Publ.; 2013. (In Russ.)

#### For citation

Abramov VYu. Some peculiarities of the polarization structure of the electromagnetic field at high frequencies in geological sections: mathematical solutions and experiments. *RUDN Journal of Engineering Researches*. 2020;21(2): 123–130. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/2312-8143-2020-21-2-123-130>