



DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-1-38-45

УДК 678.606.55

## РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ПРИ УСТАНОВКЕ ЗАГОТОВОК НА ОПОРЫ ПРИСПОСОБЛЕНИЯ

Ю.В. Белоусов

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)  
*Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5/1*

В статье рассмотрены условия надежного закрепления заготовок в приспособлениях, которые являются одним из основных элементов технологической системы. Для расчета погрешности закрепления заготовок в приспособлениях в настоящее время используются эмпирические зависимости, имеющие нелинейный характер. Значения входящих в них коэффициентов приводятся только для заготовок из стали и чугуна. В статье разработана методика расчета погрешности закрепления заготовок при установке на опоры приспособления со сферической головкой, позволяющие достигнуть наибольшей точности базирования. Данная методика предоставляет возможность выполнять расчет указанной погрешности практически для различных условий закрепления заготовок. Получены математические зависимости для расчета погрешности закрепления при обработке заготовок из любых современных машиностроительных материалов. Сравнительный анализ полученных зависимостей для типовых условий силового контакта опорных элементов с заготовкой показал, что погрешность закрепления, рассчитанная по полученным зависимостям с учетом сил трения в области контакта опор приспособления с поверхностью заготовки для заготовок из стали практически совпадает с погрешностью, определенной по приводимым в справочной литературе формулам. Показано, что с уменьшением сил закрепления упругие перемещения в стыке незначительны, и расчет погрешности закрепления можно проводить по упрощенной зависимости.

**Ключевые слова:** погрешность закрепления, контактные деформации, упругая и жестко-пластическая задача

Станочные приспособления являются одним из основных элементов технологической системы. Они предназначены для установки и закрепления заготовок. При базировании заготовке придают определенное положение относительно системы координат станка, что в ряде случаев, делает возможным автоматическое получение размеров. Закрепление заготовок обеспечивает плотный контакт с установочными элементами приспособлений, в результате чего достигается их однозначное базирование и предотвращается смещение под действием сил резания.

Погрешность установки — одна из составляющих общей погрешности обработки. Она состоит из погрешности базирования, погрешности закрепления и погрешности вызванной неточностью самих приспособлений.

При закреплении заготовок в приспособлении возникает погрешность закрепления. Погрешность закрепления — это предельное поле рассеяния положений

установочной поверхности относительно поверхности отсчета в направлении выдерживаемого размера. Рассмотрим эту погрешность более подробно.

Сила закрепления должна надежно прижимать заготовку к установочным элементам приспособления. Смещение измерительной базы под действием силы закрепления складывается из перемещений, вызванных деформациями в зоне контакта опор приспособления с поверхностью заготовки; собственными деформациями заготовки; контактными деформациями в предварительно затянутых стыках. В инженерных расчетах основное внимание уделяют контактным явлениям в стыке опор приспособления — база заготовки. Остальными составляющими обычно пренебрегают, полагая заготовку и приспособление достаточно жесткими. Контактные деформации в предварительно затянутых стыках учитывают при использовании обратимых и переналаживаемых приспособлений с большим количеством стыков. Данная задача особенно актуальна при установке заготовок на сферические опоры.

Зависимость контактных деформаций от сил закрепления носит нелинейный характер. Преобладающие контактные перемещения в стыке опор приспособления с базой заготовки выражаются законом

$$\varepsilon_3 = CP^n \cos \alpha,$$

где  $C$  — коэффициент, характеризующий тип поры, условия ее контакта с заготовкой, материал, твердость, шероховатость, поверхности базы заготовки;  $P$  — сила действующая на опору;  $n$  — показатель степени,  $n < 1$ ;  $\alpha$  — угол между направлением выдерживаемого размера и направлением наибольшего смещения.

Значения  $C$  находят экспериментально. Аналитическое решение получено для ограниченного количества случаев. Аналитические методы расчета контактных деформаций заготовок требуют учета большого количества факторов. Одним из основных препятствий служит необходимость учета параметров качества базовой поверхности заготовки. В справочнике [1] приведены зависимости для определения контактных деформаций при установке заготовок на различные типы опор. Однако значения коэффициента  $C$  приведены только для заготовок из стали и чугуна. Для других материалов данные в литературе отсутствуют. Ввиду большого количества современных машиностроительных материалов возникает необходимость разработки универсальных зависимостей для оценки контактных деформаций на стыке заготовок с установочными элементами приспособлений.

Наибольшая точность базирования наблюдается при установке заготовок на сферические опоры, так как первоначальный контакт каждого установочного элемента и заготовки происходит в точке. Однако и контактные деформации при этом также велики. В зависимости для определения контактных деформаций для данного типа опор в работе [1] не входит шероховатость базовой поверхности заготовки. Поэтому будем считать поверхности опор и заготовок гладкими.

В результате приходим к осесимметричной задаче о сжатии двух идеальных упругопластических тел силой  $P$ , произвольно меняющейся во времени  $t$ . Рассмотрим простую модель, с помощью которой можно аналитически определить зависимость контактных деформаций от  $P(t)$  и получить результаты, хорошо со-

гласующимися с экспериментальными и известными численными данными. Такие зависимости широко используют при решении задач трения и изнашивания, определения механических характеристик методами вдавливания [2–7]. Однако упругопластическая задача об определении  $\delta(P)$  полностью не решена. Для сравнительно небольших значений  $P$  известно численное решение, широкое распространение получили эмпирические и феноменологические зависимости  $\delta(P)$ , однако они не применимы для всех значений  $P(t)$ , или дают значительную погрешность.

Приближенное решение данной задачи можно свести к комбинации известных решений упругой и жесткопластической задачи. Перемещение любой точки контактирующих тел можно представить в виде суммы упругой и пластической составляющих. В работе [8] показано, что исходная задача эквивалентна задаче о вдавливании в первоначально плоскую поверхность упругопластического полупространства с коэффициентом Пуассона  $\nu = 0$ , пластической константой  $k = k_2$  и модулем упругости

$$E = \frac{E_1 E_2}{[(1 - \nu_1^2)E_2 + (1 - \nu_2^2)E_1]} \quad (1)$$

«приведенного» штампа, форму которого определяет зазор между телами

$$z = \frac{0,5r^2}{R}; \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}; \quad R_2 > R_1. \quad (2)$$

В нашем случае  $R_2 = \infty$ , а  $R^{-1} = R_1^{-1}$ .

В формуле (1)  $E_{1,2}$ ,  $\nu_{1,2}$  — величины упругих постоянных тел.

Используем условие текучести Треска—Сен-Венана. Пластические константы тел:  $k_i = 0,5\sigma_{Ti}$  ( $i = 1, 2$ ). Предполагаем, что в области контакта тел трение отсутствует. Сила трения может быть в дальнейшем учтена введением необходимого поправочного коэффициента.

При малых  $P$  деформирование упругое и из решения Герца [3] имеем:

$$\delta = b\sqrt[3]{P^2}; \quad b = \sqrt[3]{\frac{1}{R} \left( \frac{3}{4E} \right)^2};$$
$$q_0 = h\sqrt[3]{P^2}; \quad h = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\left( \frac{4E}{3R} \right)^2}. \quad (3)$$

Среднее давление в контакте не должно превышать бринеллевского, т.е.

$$q_0 \leq \eta k; \quad \eta \approx 5,7.$$

Приращение пластических деформаций происходит при выполнении условий

$$q_0 = \eta k; \quad dP/dt > 0.$$

В этом случае предельные значения  $P_1$ , до которых справедливы формулы (3):

$$P_1 = \chi^3 \left( \frac{3R}{4E} \right)^2; \quad \chi = \pi k \eta. \quad (4)$$

Расчеты показывают, что действительные нагрузки гораздо больше тех, которые получаются по формулам (4). При  $P > P_1$  значения  $q$  и  $a$ , где  $a$  — радиус области контакта, однозначно зависят от силы  $P$  [8]

$$a = \left( \frac{P}{\chi} \right)^{1/2}; \quad q = 1,5k\eta\sqrt{1-\xi^2}; \quad \xi = r/a; \quad r \leq a. \quad (5)$$

Упругое перемещение точек нормальное к поверхности контакта, соответствующее давлению (5), имеет вид [9]:

$$W_e = \delta_e(1-0,5\xi^2); \quad \delta_e = \frac{0,75\chi a}{E}. \quad (6)$$

Полное перемещение точек контакта определяется формой штампа (2) и деформацией  $\delta$ :

$$W = \delta - \frac{0,5a^2\xi^2}{R}; \quad \xi \leq 1. \quad (7)$$

Пластическое смещение в пределах зоны контакта

$$W_p = W - W_e = \delta_p - 0,5\xi^2 \left( \frac{a^2}{R} - \delta_e \right); \quad \delta_p = \delta - \delta_e. \quad (8)$$

Из краевого условия на границе контакта

$$W_p(a, a) = \delta_p - 0,5 \left( \frac{a^2}{R} - \delta_e \right) \quad (9)$$

согласно работе [8] получаем:

$$\delta_p = 0,5(1-\beta) \left( \frac{a^2}{R} - \delta_e \right); \quad \beta = \frac{1}{1-I}; \quad I = 2 \int_1^\infty v_z(\xi) \xi^{-3} d\xi, \quad (10)$$

где  $v_z$  — поверхностная скорость при погружении пологого штампа в упругое полупространство.

Если трение между телами отсутствует, то  $1 - \beta = 0,67$  [8]. Используя выражения (6), (8) и (10) определим  $\delta(P)$  при  $P > P_1$ . Тогда смещение стыка заготовка — опоры приспособления  $\varepsilon_3$ , мкм:

$$\varepsilon_3 = 0,34 \frac{a^2}{R} + 0,67\delta_e. \quad (11)$$

Используя выражения (4) и (5), получим:

$$\varepsilon_3 = 0,04 \frac{P}{\sigma_T R} + 1,5 \frac{\sigma_T}{E} \sqrt{\frac{P}{\sigma_T}}, \quad (12)$$

где  $R$  — радиус сферической опоры приспособления;  $\sigma_T$  — предел текучести материала заготовки.

Выражение (12) можно представить следующим образом:

$$\varepsilon_3 = 0,04 \frac{P}{\sigma_T R} + 1,5 \varepsilon_{\text{ост}} \sqrt{\frac{P}{\sigma_T}}, \quad (13)$$

где  $\varepsilon_{\text{ост}}$  — остаточная деформация, соответствующая пределу текучести. Обычно  $\varepsilon_{\text{ост}} \approx 0,002$ . Тогда окончательно получим  $\varepsilon_3$ , мкм:

$$\varepsilon_3 = 0,04 \frac{P}{\sigma_T R} + 0,003 \sqrt{\frac{P}{\sigma_T}}. \quad (14)$$

Предел текучести материала  $\sigma_T$ , входящий в формулу (14) легко поддается определению и является одной из основных механических характеристик материала. В отличие от твердости, предел текучести различных марок стали можно легко найти в справочной литературе.

Для сравнения, вычислим погрешность закрепления  $\varepsilon_3$ , используя полученную формулу, и зависимость, предложенную в справочнике [1], которая для стали выглядит следующим образом, мкм:

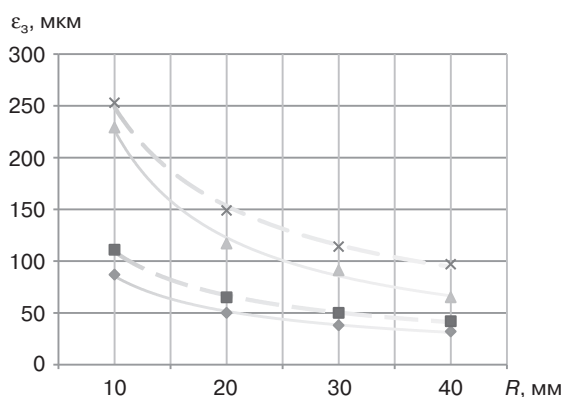
$$\varepsilon_3 = (-0,003 HB + C_1) \left( \frac{P}{9,8} \right)^{0,8}; \quad C_1 = 0,67 + \frac{6,23}{R}. \quad (15)$$

Расчеты выполним для заготовок из стали 35 подвергнутых нормализации. Твердость поверхности заготовок  $HB = 163–192$ , предел текучести  $\sigma_T = 270$  МПа. Размеры сферических опор выбирались по ГОСТу 13441–68. Диаметр опор  $D = 5–40$  мм, радиус опор  $R = D$ . Предельная нагрузка на одну опору составляет  $F_{\text{пред}} = 2–30$  кН.

При определении силы, действующей на одну опору приспособления, будем исходить из того, что заготовка установлена на три опоры, силы закрепления приложены вертикально. Заготовка закреплена в четырех точках. Закрепление производится с помощью резьбовых элементов и прихватов. Сила, приложенная к ключу  $F_{\text{кл}} = 100–300$  Н. Выигрыш в силе для крепежной резьбы (отношение силы затяжки к силе, приложенной к ключу) может достигать 70 и более раз. Тогда  $F_{\text{зат}} = 5000–14000$  кН. Расчеты выполнялись для максимальной и минимальной силы затяжки из данного диапазона. Результаты расчетов приведены на рисунке. Здесь сплошные линии соответствуют расчету по полученной формуле (14), а пунктирные — по зависимости (15). Причем, две верхних линии соответствуют расчетам по максимальной силе затяжки, а две нижних — по минимальной.

Из рисунка видно, что погрешность закрепления, вычисленная по полученной зависимости несколько ниже, чем по формуле (15). Расхождение не превышает 30%. Минимальное расхождение для опор радиуса  $R = 10$  мм (в среднем 15%), а максимальное — для опор радиуса  $R = 40$  мм (в среднем 27%). Данное обстоятельство можно объяснить тем, что при выводе формулы (14) не учитывалось трение в зоне контакта установочных элементов с поверхностью заготовки. Поэтому в формулу (14) следует внести поправочный коэффициент  $k \approx 1,25$ . Тогда в качестве расчетной можно принять следующую зависимость:

$$\varepsilon_3 = 0,05 \frac{P}{\sigma_T R} + 0,004 \sqrt{\frac{P}{\sigma_T}}. \quad (16)$$



**Рис.** Зависимость погрешности закрепления от радиуса сферических опор приспособления  
[**Fig.** Relationship between clamping error and the radius of spherical pin supports of the fixture]

Таким образом, получена компактная универсальная зависимость для определения погрешности закрепления при установке заготовок на сферические опоры приспособления. Следует заметить, что второе слагаемое в формуле (16) выражает в основном упругие перемещения стыка заготовки с опорами приспособления под действием сил закрепления.

Его доля в общем балансе погрешности закрепления сравнительно невелика и уменьшается с уменьшением сил закрепления. Поэтому в этих случаях данным слагаемым можно пренебречь и определять погрешность закрепления по формуле (17).

$$\varepsilon_3 = 0,04 \frac{P}{\sigma_T R}. \quad (17)$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дальский А.М., Косилова А.Г., Мещеряков Р.К. Справочник технолога машиностроителя. В 2-х т. Т. 1. М.: Машиностроение, 2001. 912 с.
- [2] Белоусов Ю.В. Анализ условий надежного закрепления заготовок при токарной обработке на станках с ЧПУ // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 91–96.

- [3] Белоусов Ю.В. Моделирование сил взаимодействия инструмента при механической обработке резанием // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 4. С. 62—66.
- [4] Белоусов Ю.В. Расчет допускаемых напряжений для оценки контактной прочности цилиндрических передач при пиковой нагрузке // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 6. С. 29–32.
- [5] Белоусов Ю.В. Расчет напряжений на рабочей поверхности зубьев косозубых цилиндрических передач // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 4. С. 35—38.
- [6] Белоусов Ю.В. Расчет контактных давлений на рабочей поверхности зубьев цилиндрических передач // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 2. С. 63—67.
- [7] Hoffman N.P., Stolz V. (2010). On transient growth of wear pattern properties. *Wear*. 268 (7-8). 886—892.
- [8] Александров В.М., Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении. М.: Машиностроение, 1986. 176 с.
- [9] Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Машиностроение, 1980. 304 с.

© Белоусов Ю.В., 2017

#### **История статьи:**

Дата поступления в редакцию: 13 октября 2017

Дата принятия к печати: 12 января 2018

#### **Для цитирования:**

Белоусов Ю.В. Расчет погрешности закрепления при установке заготовок на опоры приспособления // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 1. С. 38—45. DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-1-38-45

#### **Сведения об авторе:**

Белоусов Юрий Вениаминович — кандидат технических наук, доцент кафедры основы конструирования машин Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. *Область научных интересов:* детали машин, технология машиностроения. *Контактная информация:* e-mail: belou.80@mail.ru

## **CALCULATION OF CLAMPING ERROR WHEN MOUNTING A WORKPIECE ON FIXTURE SUPPORTS**

**Yu.B. Belousov**

Bauman Moscow State Technical University (National research university of technology)  
5/1, 2-nd Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russian Federation

This article examines the conditions for reliable clamping of workpieces in fixtures, which are one of the main elements in a technological system. In order to calculate clamping error of workpieces in fixtures empirical relationships of nonlinear character are currently used. Values of the coefficients included in these relationships are only specified for steel or cast iron workpieces. The paper presents

the technique for calculating the clamping error of workpieces mounted on fixture supports with spherical heads, which allow to achieve the greatest locating precision. Practically, this technique allows to perform the calculation of the specified error for different fixturing conditions of workpieces. Mathematical relationships for calculation of the error for machining workpieces of any modern engineering materials are obtained. Comparative analysis of the obtained relationships for the standard conditions of force contact of the support elements with the workpiece showed that the clamping error calculated in accordance with the obtained relationships and taking into account friction forces in the contact area of the supports with the surface of steel workpiece almost coincides with the error determined by formulas given in the reference literature. It is demonstrated that with the decrease in clamping force the elastic displacements at the interface are negligible and the clamping error can be calculated through a simplified relationship.

**Key words:** clamping error, contact deformation, elastic and rigid plastic problem

## REFERENCES

- [1] Dalsky A.M., Kosilova A.G., Meshcheryakov, R.K. (2001). Spravochnik tehnologa mashinostroitelja [Mechanical technologist handbook]. In 2 t. Vol 1. Moscow: Mashinostroenie publ. 912. (in Russ.).
- [2] Belousov Yu.V. (2017). Analysis conditions for reliable attach of workpieces during lathe machining on the mashines with numerical soft-ware control. *RUDN Journal of engineering researches*. Vol. 18. No. 1. 91–96. (in Russ.).
- [3] Belousov Yu.V. (2016). Modeling of force interaction of the tool during mechanical machining. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. No. 4. 62–66. (in Russ.)
- [4] Belousov Yu.V. (2015). Calculation of the admissible tensile stresses to appreciate contact strength of spur gears at the unfavorable loading. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. No. 6. 29–32. (in Russ.).
- [5] Belousov Yu.V. (2015). Calculation of the stresses on the working surface of the teetehs of oblique angle spur gears. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. No. 4. 35–38. (in Russ.).
- [6] Belousov Yu.V. (2014). Calculation of contact pressure on the working surface of the teeth of spur gearing. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*. No. 2. 63–67. (in Russ.).
- [7] Hoffman N.P., Stolz V. (2010). On transient growth of wear pattern properties. *Wear*. 268 (7-8). 886–892.
- [8] Aleksandrov V.M., Romalis B.L. (1986). Kontaktnye zadachi v mashinostroenii [Contact problems in mechanical engineering]. M.: Mashinostroenie publ. 176 p. (in Russ.).
- [9] Galin L.A. (1980). Kontaktnye zadachi teorii uprugosti i vjzskouprugosti [Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity]. Moscow: Mashinostroenie publ. 304. (in Russ.).

### Article history:

Received: October 13, 2017

Accepted: January 12, 2018

### For citation:

Belousov Yu.V. (2018). Calculation of clamping error when mounting a workpiece on fixture supports. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 19(1). 38–45. DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-1-38-45

### Bio Note:

*Yury V. Belousov* — Doctor of Technical Sciences, associate professor, Department of Bases of Machine Design, Bauman Moscow State Technical University (National research university of technology). *Research interests:* machine parts, mechanical engineering technology. *Contact information:* e-mail: belou.80@mail.ru