

# ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОГРАММЫ ИНЖЕНЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 519.676:519.24:624.074.5

## ТОЧНОСТЬ СТАТИСТИЧЕСКОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ СТЕРЖНЕВЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**Е.В. Лебедь**

Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный университет  
*Ярославское шоссе, д. 26, Москва, Россия, 129337*

В статье дано вероятностное объяснение отличия действительных размеров стержневых элементов от номинальных, что приводит к погрешностям геометрии конструкций. Отмечена нормальность распределения погрешностей стержневых систем. Приведены основные принципы статистического моделирования действительной формы стержневой пространственной системы и определения погрешностей. Обосновано использование среднеквадратического отклонения как основной статистической характеристики погрешностей. Показана необходимость учета точности вычисления среднеквадратических отклонений погрешностей. На основе числовых значений распределения хи-квадрат получена зависимость между точностью среднеквадратического отклонения случайных погрешностей и объемом выборки для разных уровней надежности.

**Ключевые слова:** погрешности стержневых систем, точность статистического вычисления, статистическое среднее, среднеквадратическое отклонение, уровень надежности, объем выборки

Стержневые пространственные конструкции собираются из большого количества отдельных металлических стержней или предварительно укрупненных стержневых блоков. Действительные размеры таких монтажных элементов всегда отличаются от номинальных значений, что приводит к погрешностям геометрии стержневых пространственных конструкций. Это отличие является следствием неточности резки, сварки, сверловки, установки, крепежа, связанных с подготовкой и сборкой стержневых элементов из отдельных деталей. Существенное влияние на эти факторы оказывают прочность обрабатываемого металла, вид оборудования, точность измерения, режим работы и условия труда, квалификация рабочего, температура воздуха и т.д. Укрупнительная сборка конструкций перед

монтажом вносит дополнительные неточности из-за аналогичных факторов. Все эти неточности в строительстве регламентируются специальной системой допусков [1].

Для каждого  $i$ -го стержня пространственной системы точность определяется разностью между действительным  $L_i^*$  и номинальным  $L_i$  его размером [2; 3], которую называют отклонением

$$\delta L_i = L_i^* - L_i. \quad (1)$$

В целом, каждое отклонение состоит из систематической  $\delta L(m)_i$  и случайной  $\delta L(\sigma)_i$  составляющих или ошибок

$$\delta L_i = \delta L(m)_i + \delta L(\sigma)_i. \quad (2)$$

Поскольку систематические ошибки  $\delta L(m)_i$  отразятся на действительных размерах всех однотипных стержней одинаковым образом, процесс образования погрешностей становится детерминированным. Их влияние на стержневую конструкцию может быть определено до сборки и монтажа. При статистических исследованиях случайных погрешностей систематическими ошибками можно пренебречь, т.е. принять  $\delta L(m)_i = 0$ . Случайные ошибки  $\delta L(\sigma)_i$  приводят к отклонениям действительных размеров всех стержней как в большую, так и в меньшую стороны непредсказуемым образом, поэтому процесс образования погрешностей носит стохастический характер. Так как эти отклонения зависят от множества случайных факторов, их распределение согласно предельной теореме теории вероятностей приближается к нормальному закону [4; 5].

Величины, на которые действительные размеры стержней отличаются от номинальных значений, ограничены предельными (допускаемыми) отклонениями  $\Delta L_i/2$ , т.е. половиной допуска  $\Delta L_i$ . Это соответствует ГОСТ 21778–81 «Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Основные положения». Если принять систематическую составляющую, равной нулю, то

$$|\delta L(\sigma)_i| \leq \Delta L_i/2, \quad (3)$$

где  $\Delta L_i$  — допуск размера  $L_i$ .

Стержневые пространственные конструкции широко применяются в большепролетных покрытиях зданий и сооружений. Возводятся они самыми разнообразными способами [6] из большого количества конструктивных элементов и образуют сложные многосвязные каркасные системы [7]. Погрешности, возникающие при возведении таких покрытий, во-первых, затрудняют соединение конструкций друг с другом при монтаже, делая невозможной их свободную сборку; во-вторых, снижают несущую способность стержневых пространственных конструкций из-за искажения их геометрической и конструктивной форм. Поэтому исследования возможных погрешностей возведения стержневых пространственных конструкций способствуют решению указанных проблем.

Такие исследования можно производить на основе численной имитации на компьютере сборки и монтажа пространственных стержневых конструкций с

использованием метода Монте-Карло с последующим статистическим анализом результатов (метода статистического компьютерного моделирования) [8; 9]. Такую имитацию реализуют авторские компьютерные программы MONTAG для численного моделирования монтажа двухсетчатых пространственных каркасов из объемных стержневых блоков [10; 11; 12] и SBORKA для численного моделирования сборки односетчатых пространственных каркасов из отдельных стержней [13; 14]. Главной задачей обеих программ является вычисление действительных координат узлов стержневых пространственных каркасов на основе моделирования сборки и монтажа его конструкций [15]. Вычисление координат узлов осуществляется в основном путем многократного решения системы из трех уравнений сфер:

$$\left. \begin{aligned} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 &= R_1^2 \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 &= R_2^2 \\ (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2 &= R_3^2 \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где  $x, y, z$  — координаты искомого узла;  $x_i, y_i, z_i$  — координаты узлов с известным положением в пространстве;  $R_i$  — расстояние от известного  $i$ -го узла до искомого, равное действительному размеру соответствующего стержня  $L_i^*$ .

Действительные размеры стержней при отсутствии систематических погрешностей ( $\delta L(m)_i = 0$ ) вычисляются по формуле

$$L_i^* = L_i + \delta L(\sigma)_i. \quad (5)$$

Случайное отклонение такого размера определяется из выражения

$$\delta L(\sigma)_i = \frac{\zeta}{3} \frac{\Delta L_i}{2}, \quad (6)$$

где  $\Delta L_i/2$  — допускаемое отклонение  $i$ -го размера;  $\zeta$  — псевдослучайное нормально распределенное число с  $m = 0$  и  $\sigma = 1$ .

Размеры  $L_i$  вычисляются в программах MONTAG и SBORKA по проектным координатам соответствующих узлов стержневой пространственной конструкции. Проектные координаты узлов вычисляются заранее по авторской программе геометрического расчета GERA [16].

Псевдослучайные числа  $\zeta$  генерируются по специальному алгоритму [17], входящему отдельной функцией в программы MONTAG и SBORKA.

Вычисление действительных координат всех узлов стержневой пространственной конструкции, т.е. численное моделирование его действительной формы, рассматривается как одно случайное событие, поэтому называется испытанием. Результатом такого испытания служат отклонения узлов от проектного положения  $\delta_j$ , которые характеризуют погрешности геометрической и конструктивной формы пространственной конструкции. Для статистического анализа возможных погрешностей реальной конструкции такое численное моделирование выполня-

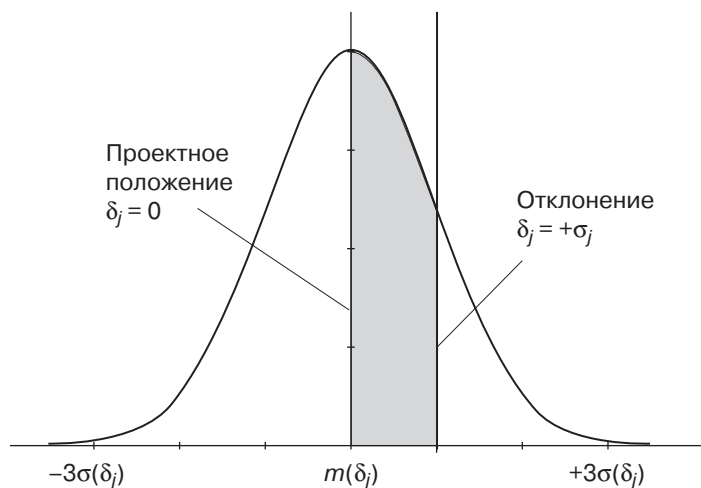
ется многократно. Следовательно, число испытаний  $n$  соответствует объему выборки при статистическом анализе погрешностей  $\delta_j$ .

В результате работы программ MONTAG и SBORKA вычисляются математическое ожидание  $m(\delta_j)$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma(\delta_j)$

$$m(\delta_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \delta_{jk}, \quad \sigma(\delta_j) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [\delta_{jk} - m(\delta_j)]^2}. \quad (7)$$

Распределение отклонений (погрешностей) узлов  $\delta_j$  согласно предельной теореме теории вероятностей также подчиняется нормальному закону, что неоднократно подтверждалось выполненными исследованиями [2; 3; 18].

В литературе по математической статистике [4; 5; 19] достаточно полно освещены вопросы оценки точности вычисления таких статистических параметров, как среднее значение  $m(\delta_j)$  и дисперсия  $[\sigma(\delta_j)]^2$ . Методика оценки математического ожидания описана широко как с теоретической, так и с практической стороны, что объясняется большой распространенностью статистических задач, в которых оно по своему численному значению намного превосходит среднеквадратическое отклонение. Однако в задаче определения погрешностей стержневых пространственных конструкций наиболее важным (часто единственным значимым) параметром является среднеквадратическое отклонение. При отсутствии систематической составляющей в формуле (2) среднеквадратическое отклонение  $\sigma(\delta_j)$  практически является основной статистической характеристикой возможных погрешностей действительной геометрической и конструктивной форм стержневых систем (рис. 1).



**Рис. 1.** Нормальное распределение отклонений  $\delta_j$   
[Normal distribution of deviations  $\delta_j$ ]

Приведенные в литературе описания оценки дисперсии, которые могут быть использованы для среднеквадратического отклонения, вследствие аналитического характера неудобны для практического использования.

Обозначим статистически вычисленное значение среднеквадратического отклонения  $\sigma(\delta)$  буквой  $s$ . Известно, что для любой случайной величины вычисленное по данным выборки объема  $n$  среднеквадратическое отклонение  $s$  является приближенной оценкой его истинного значения, отличие между которыми будет тем меньше, чем больше  $n$ . Для того, чтобы заранее можно было определить оптимальный объем выборки  $n$ , необходимый для вычисления среднеквадратического отклонения  $s$  или чтобы оценить точность вычисленного  $s$  при известном  $n$ , необходимо знать зависимость между объемом выборки  $n$  и точностью вычисления  $s$ .

Установим зависимость между числом  $n$  и точностью вычисления  $s$ , характеризующейся параметром  $q$ , для некоторых уровней надежности. Из математической статистики известно, что уровень надежности  $\gamma$  при оценке среднеквадратического отклонения  $s$  с заданной точностью  $q$  определяется вероятностью того, что искомое значение  $\sigma$  находится в интервале от  $s - qs$  до  $s + qs$  [9; 20], т.е.

$$\gamma = P(s - qs < \sigma < s + qs) = 1 - \alpha, \quad (8)$$

где  $\alpha$  — уровень значимости вычисляемого критерия.

Исходя из нормальности распределения погрешностей, вследствие которого величина  $(n - 1)s^2/\sigma^2$  имеет  $\chi^2$  — распределение, выражение (8) можно переписать в виде [5; 21]:

$$\gamma = P\left(\frac{vs^2}{\chi_{1-0,5\alpha}^2} < \sigma^2 < \frac{vs^2}{\chi_{0,5\alpha}^2}\right) = 1 - \alpha, \quad (9)$$

где  $\chi_{1-0,5\alpha}^2$  и  $\chi_{0,5\alpha}^2$  — критические значения  $\chi^2$ , для которых справедлива формула

$$P_v(\chi_\gamma^2) = \int_0^{\chi_\gamma^2} p(\chi^2) d\chi^2 = \gamma;$$

где  $v = n - 1$  — число степеней свободы.

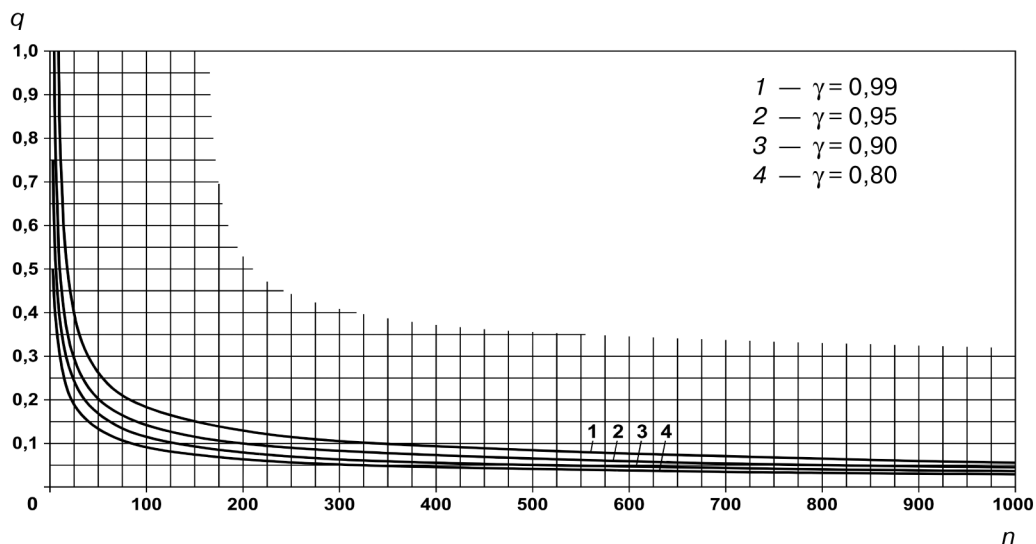
Сопоставляя выражение (9) с выражением (8), можно записать

$$s(1 - q) = \sqrt{\frac{vs^2}{\chi_{1-0,5\alpha}^2}}, \quad s(1 + q) = \sqrt{\frac{vs^2}{\chi_{0,5\alpha}^2}}. \quad (10)$$

Вычитая из второго уравнения первое и умножая обе части на  $1/s$ , получим формулу для вычисления  $q$

$$q = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{v}{\chi_{0,5\alpha}^2}} - \sqrt{\frac{v}{\chi_{1-0,5\alpha}^2}} \right). \quad (11)$$

На основании выражения (11) с использованием данных статистических таблиц по критическим значениям  $\chi^2$  [22] получены значения относительных погрешностей  $q$  среднеквадратических отклонений  $s$  для различных степеней свободы  $\nu$ . По результатам этих вычислений построены графики зависимостей между  $q$  и  $n$  для уровней надежности  $\gamma = 0,80$ ;  $\gamma = 0,90$ ;  $\gamma = 0,95$ ;  $\gamma = 0,99$  [23], которые представлены на рис. 2. Полученные графики согласуются с имеющимися в литературе по статистике отдельными данными [20; 22; 24].



**Рис. 2.** Зависимости между точностью  $q$  и объемом выборки  $n$  для статистических среднеквадратических отклонений  $s$  разных уровней надежности  $\gamma$   
 [Dependence between the accuracy  $q$  and the sample size  $n$  for statistical standard deviations  $s$  of different levels of reliability  $\gamma$ ]

Из графиков рис. 2 видно, что для вычисления среднеквадратических значений  $\sigma(\delta_j)$  отклонений узлов стержневых пространственных конструкций с относительной погрешностью 5% и надежностью  $\gamma = 0,95$  необходимо проведение не менее 900 испытаний, т.е.  $n \geq 900$ .

**Выводы.** Полученные зависимости позволяют оценить точность вычисленных в результате компьютерного статистического моделирования среднеквадратических значений отклонений узлов  $\sigma(\delta_j)$  действительной геометрической и конструктивной формы стержневых пространственных конструкций от проектного положения, т.е. их погрешностей. Кроме того, они позволяют заранее определить количество испытаний или объем выборки  $n$ , необходимый для определения погрешностей сборки и монтажа стержневых пространственных конструкций с заданной точностью.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Котлов А.Ф.* Допуски и технические измерения при монтаже металлических и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1988. 304 с.
- [2] *Савельев В.А., Лебедь Е.В.* Численное моделирование действительной формы консольной составной конструкции. Деп. во ВНИИИС № 8102. Библ. указ. деп. рук., вып. 4. 1988. 24 с.

- [3] *Лебедь Е.В.* Численное исследование возможных начальных несовершенств геометрической формы составных конструкций. Деп. во ВНИИИС № 9659. Библ. указ. деп. рук., вып. 7. 1989. 24 с.
- [4] Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. М.: Наука, 1985. 640 с.
- [5] *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1965. 512 с.
- [6] *Торкатюк В.И.* Монтаж конструкций большепролетных зданий. М.: Стройиздат, 1985. 170 с.
- [7] *Энгель Х.* Несущие системы / пер. с нем. Л.А. Андреевой. М.: АСТ: Астрель, 2007. 344 с.
- [8] *Соболь И.М.* Численные Методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 312 с.
- [9] *Пугачев В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979. 496 с.
- [10] *Савельев В.А., Лебедь Е.В.* Математическое моделирование на ЭВМ процесса возведения пространственных сооружений. Деп. во ВНИИНТПИ № 9811. Библ. указ. деп. рук., вып. 9. 1989. 37 с.
- [11] *Савельев В.А., Лебедь Е.В., Шебалина О.В.* Математическое моделирование монтажа пространственных конструкций // Промышленное строительство. 1991. № 1. С. 18—20.
- [12] *Лебедь Е.В.* Численное исследование погрешностей возведения большепролетных металлических куполов на ЭВМ // Совершенствование конструктивных решений и методов расчета строительных конструкций: Межвуз. науч. сб. / СГТУ. Саратов, 1999. С. 45—52.
- [13] *Лебедь Е.В.* Численное исследование на ЭВМ погрешностей сборки сетчатого купола // Совершенствование строительных конструкций, архитектурных решений, технологии и организации строительства: Матер. науч.-техн. конф. Ч. 1 / СГТУ. Саратов, 1996. С. 109—114.
- [14] *Лебедь Е.В.* Особенности численного моделирования монтажа каркаса односетчатого купола // Вестник ВолгГАСА. Серия: Строительство и архитектура. Вып. 3(9) / Волгоград, ВолгГАСА, 2003. С. 81—86.
- [15] *Лебедь Е.В.* Точность возведения стержневых пространственных металлических покрытий и ее прогнозирование // Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования. 2013. № 4. С. 5—12.
- [16] *Лебедь Е.В.* Геометрический расчет каркасов пространственных сооружений. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2001. 40 с.
- [17] *Лебедь Е.В.* Генерация большого количества псевдослучайных нормально-распределенных чисел для моделирования действительной формы куполов // Совершенствование методов расчета строительных конструкций и технологии строительства: Межвуз. науч. сб. / СГТУ. Саратов, 2002. С. 81—86.
- [18] *Лебедь Е.В.* Характер распределения отклонений узлов опорного контура односетчатого купола при полносборной установке // Вестник ВолгГАСУ. Серия: Строительство и архитектура. Вып. 15(34) / Волгоград, ВолгГАСУ, 2009. С. 55—60.
- [19] *Закс Л.* Статистическое оценивание. М.: Статистика, 1976. 598 с.
- [20] *Солонин И.С.* Математическая статистика в технологии машиностроения. М.: Машиностроение, 1972. 216 с.
- [21] *Янко Я.* Математико-статистические таблицы / пер. с чешск. М.: Госстатиздат, 1961. 243 с.
- [22] *Оуэн Д.Б.* Сборник статистических таблиц / пер. с англ. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1973. 586 с.
- [23] *Лебедь Е.В.* Оценка точности вычисления среднеквадратического отклонения случайной величины / Деп. во ВИНТИ № 437 — В 91. Библ. указ. деп. научн. раб., вып. 5. 1991. 5 с.
- [24] *Большев Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1965. 464 с.

## ACCURACY OF STATISTICAL CALCULATION OF RANDOM ERRORS OF SPACE TRUSSES

**E.V. Lebed**

Chair of Metal and Wooden Structures  
Moscow State University of Civil Engineering  
(National Research University)  
*Yaroslavskoye Shosse, 26, Moscow, Russia, 129337*

Probabilistic treatment of the deviation of real dimensions of bar elements from their nominal values leading to the errors in geometry of structures is presented in the paper. It is noticed that the distribution of errors in framed structures is of normal character.

The main principles of statistical modelling of the real form of a space truss and estimation of errors are discussed, and the arguments presented for using the standard deviation as the primary statistical parameter of errors. It is demonstrated that the accuracy of calculation of standard deviations of errors must be accounted for in engineering problems. Based on the numerical values of the chi-square distribution the dependence is obtained between the accuracy of the standard deviation and the sample size for different levels of reliability.

**Key words:** errors in framed systems, accuracy of statistical calculation, random variable, statistical mean, standard deviation, level of reliability, sample size

### REFERENCES

- [1] Kotlov A.F. *Dopuski i tehnicheckie izmireniya pri montazhe metallicheskih i zhelezobetonnykh konstruktsiy* [Tolerances and technical measurements in the installation of metal and concrete structures]. M.: Stroyizdat, 1988. 304 p.
- [2] Savel'ev V.A., Lebed' E.V. *Chislennoe modelirovanie deistvitel'noy formy konsol'noy sostavnoy konstruktsii* [Numerical modelling of the actual form of cantilever compound structure]. Dep. vo VNIIS № 8102. *Bibl. ukaz. dep. ruk.* [Library index of deposited manuscripts], vyp. 4. 1988. 24 p.
- [3] Lebed' E.V. *Chislennoe issledovanie vozmozhnykh nachal'nykh nesovershenstv geometricheskoy formy sostavnykh konstruktsiy* [Numerical investigation of possible initial imperfections of geometric shape of compound structures]. Dep. vo VNIIS № 9659. *Bibl. ukaz. dep. ruk.* [Library index of deposited manuscripts], vyp. 7. 1989. 24 p.
- [4] *Spravochnik po teorii veroyatnostey i matematicheskoi statistike* [Handbook on the Theory of Probability and Mathematical Statistics] / V.S. Korolyuk, N.I. Portenko, A.V. Skorokhod, A.F. Turbin. M.: Nauka. *Glav. red. fiz.-mat. liter.* 1985. 640 p.
- [5] Smirnov N.V., Dunin-Barkovskiy I.V. *Kurs teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki dlya tekhnicheskikh prilozheniy* [Course of Theory of Probability and Mathematical Statistics for technical applications]. M.: Nauka, 1965. 512 p.
- [6] Torkatyuk V.I. *Montazh konstruktsiy bol'sheproletnykh zdaniy* [Installation of structures of large-span buildings]. M.: Stroyizdat, 1985. 170 p.
- [7] Engel H. *Nesushchie sistemy* [Load Bearing Systems] / Per. s nem. L.A. Andreevoi. M.: AST: Astrel, 2007. 344 p.
- [8] Sobol I.M. *Chislennyye Metody Monte-Karlo* [Numerical Methods of Monte-Carlo]. M.: Nauka, 1973. 312 p.
- [9] Pugachev V.S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. M.: Nauka, 1979. 496 p.
- [10] Savel'ev V.A., Lebed' E.V. *Matematicheskoe modelirovanie na EVM protsessa vozvedeniya prostranstvennykh sooruzheniy* [Mathematical modelling with computers of the assembly process]



- of space structures]. Dep. vo VNIINTPI № 9811. Bibl. ukaz. dep. ruk. [Library index of deposited manuscripts], vyp. 9. 1989. 37 p.
- [11] Savelyev V.A., Lebed E.V., Shebalina O.V. Matematicheskoe modelirovanie montazha prostranstvennykh konstruktsiy [Mathematical modeling of spatial structures installation]. Promyshlennoe stroitelstvo [Industrial construction]. 1991. № 1, pp. 18—20.
- [12] Lebed E.V. Chislennoe issledovanie pogreshnostey vozvedeniya bolsheproletnykh metallicheskih kupolov na EVM [Numerical computer investigation of assembly errors of large-span metal domes]. Sovershenstvovanie konstruktivnykh resheniy i metodov rascheta stroitelnykh konstruktsiy [Advances in structural systems and methods for their analysis]: Mezhhvuz. nauch. sb. [Intercollegiate Scientific collection] / SGTU. Saratov, 1999, pp. 45—52.
- [13] Lebed E.V. Chislennoe issledovanie na EVM pogreshnostey sborki setchatogo kupola [Numerical computer investigation of assembly errors of lattice dome]. Sovershenstvovanie stroitel'nykh konstruktsiy, arkhitekturnykh rezheniy, tekhnologii i organizatsii stroitel'stva [Improvement of building structures, architectural solutions, technology and organization of construction]: Mater. nauch.-tekhn. konf. Ch. 1 / SGTU. Saratov, 1996, pp. 109—114.
- [14] Lebed E.V. Osobennosti chislennogo modelirovaniya montazha karkasa odnosetchatogo kupola [Specifics of numerical modelling of the installation of the frame of single-layer lattice dome]. Vestnik VolgGASA. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura [Journal of Volgograd State University for Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture]. Vyp. 3(9). 2003, pp. 81—86.
- [15] Lebed E.V. Tochnost' vozvedeniya sterzhnevyykh prostranstvennykh metallicheskih pokrytiy i ee prognozirovanie [Accuracy in construction of metal space framed roofs and its predicting]. Nauchnyy zhurnal Vestnik RUDN (Moskva). Seriya: Inzhenernye issledovaniya [Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Scientific journal. Series Engineering researches]. 2013. № 4, pp. 5—12.
- [16] Lebed E.V. Geometricheskiy raschet karkasov prostranstvennykh sooruzheniy [Geometrical analysis of frames of space structures]. Saratov: Sarat. gos. tehn. un-t [Saratov, Saratov State Technical University]. 2001. 40 p.
- [17] Lebed E.V. Generatsiya bol'shogo kolichestva psevdosluchainykh normal, no-raspredeleennykh chisel dlya modelirovaniya deystvitel'noi formy kupolov [Generation of large volume of pseudo-random numbers with normal distribution for modelling of actual shapes of domes]. Sovershenstvovanie metodov rascheta stroitelnykh konstruktsiy i tekhnologii stroitel'stva [Advances in structural systems, methods for their analysis and technology of construction]: Mezhhvuz. nauch. sb. [Intercollegiate Scientific collection] / SGTU. Saratov, 2002, pp. 81—86.
- [18] Lebed E.V. Kharakter raspredeleniya otkloneniy uzlov opornogo kontura odnosetchatogo kupola pri polnosbornoi ustanovke [Distribution mode of deviations of the support contour of a single-layer lattice dome during prefabricated installation]. Vestnik VolgGASU. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura [Journal of Volgograd State University for Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture]. Vyp. 15(34). 2009, pp. 55—60.
- [19] Zaks L. Statisticheskoe otsenivanie [Statistical Evaluation]. M.: Statistika, 1976. 598 p.
- [20] Solonin I.S. Matematicheskaya statistika v tekhnologii mashinostroeniya [Mathematical Statistics for Technology of Machine Building]. M.: Mashinostroenie, 1972. 216 p.
- [21] Yanko Ya. Matematiko-statisticheskie tablitsy [Mathematical-Statistical Tables]. Per. s chesk. M.: Gosstatizdat, 1961. 243 p.
- [22] Ouen D.B. Sbornik statisticheskikh tablits [Collection of Statistical Tables]. Per. s angl. M.: Vychislitel'nyi tsentr AN SSSR, 1973. 586 p.
- [23] Lebed' E.V. Otsenka tochnosti vychisleniya srednekvadrateskogo otkloneniya sluchaynoy velichiny [Evaluation of the accuracy of computing of the mean square deviation of a random value] / Dep. vo VINITI № 437 — V91. Bibl. ukaz. dep. nauchn. rab. [Library index of deposited manuscripts], vyp. 5. 1991. 5 p.
- [24] Bol'shev L.N., Smirnov N.V. Tablitsy matematicheskoy statistiki [Tables of Mathematical Statistics]. M.: Nauka, 1965. 464 p.