
УДК 556.5(1/9)
ВАК 25.00.27

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДНЕГОДОВЫХ ОСАДКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАСТРОВ И ДРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИС

Кампос Седеньо Антонио Фермин¹, Е.К. Синиченко¹, И.И. Грицук^{1,2}

¹ Российский университет дружбы народов
ул. Орджоникидзе, 3, Москва, Россия, 115419

² Институт водных проблем РАН
ул. Губкина, 3, Москва, Россия, 119333

В статье рассматривается математическая модель, основанная на использовании географических информационных систем (ГИС) для расчета среднегодовых осадков по географическим координатам для гидрографической демаркации Манаби (Эквадор).

Ключевые слова: множественная корреляция, географические информационные системы, растр, вектор, гидрология, микробассейн.

В исследовании «Гидрологическое обоснование использования водных ресурсов Эквадора для гидрографической демаркации Манаби» были определены среднемесячные осадки на основе ежемесячных наблюдений за период 1963—2013 гг. и построены изолинии осадков [3; 4], с помощью которых графическим путем прогнозируются среднегодовые осадки в любой географической точке демаркации Манаби.

Использование карт изолиний стока дает вероятность ошибок, и для уточнения полученных результатов может быть использована математическая модель, основанная на множественной корреляции [5].

Для этого применяем трехмерное моделирование, с тремя переменными:

- 1) осадки, зависимая переменная — z ;
- 2) восточная долгота в системе UTM WGS84, независимая переменная — x ;
- 3) северная широта в системе UTM WGS84, независимая переменная — y .

Переменные x и y взяты непосредственно из топографических карт, а переменная z определяется с помощью элементов географических информационных систем (ГИС).

Математическая основа:

$$z = a + b_1x + b_2y, \quad (1)$$

где для нашего случая a , b_1 , b_2 — определяемые коэффициенты.

Из уравнений множественной корреляции по методу наименьших квадратов определяют a , b_1 , b_2 :

$$\sum z = na + b_1 \sum x + b_2 \sum y \quad (2)$$

$$\sum xz = a\sum x + b_1\sum x^2 + b_2\sum xy \quad (3)$$

$$\sum yz = a\sum y + b_1\sum xy + b_2\sum y^2. \quad (4)$$

В настоящее время систему уравнений можно решить с помощью компьютерных приложений AD+, SPSS, R, Minitab и Excel.

Коэффициент множественной корреляции R [5; 6] — это безразмерный параметр, значение которого может находиться в пределах от нуля до единицы. Чем ближе к единице, тем больше взаимосвязь между переменными, при приближении R к нулю связь между явлениями отсутствует.

$$R = \sqrt{\frac{r_{zx}^2 + r_{zy}^2 - 2r_{zx}r_{zy}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2}}, \quad (5)$$

где r_{zx} — коэффициент корреляции, определяемый по данным z и x ; r_{zy} — коэффициент корреляции, определяемый по данным z и y ; r_{xy} — коэффициент корреляции, определяемый по данным x и y .

Стандартная ошибка s — мера дисперсии; чем она меньше, тем меньше погрешность вычислений:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (Z - \check{Z})^2}{n - m - 1}}, \quad (6)$$

где s — стандартная ошибка; Z — наблюдаемые данные; \check{Z} — определяемые данные по полученному уравнению; n — число данных; m — число независимых переменных.

При решении системы уравнений (2), (3) и (4) определяются детерминанты

$$D = \begin{vmatrix} n & \sum x & \sum y \\ \sum x & \sum x^2 & \sum xy \\ \sum y & \sum xy & \sum y^2 \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$D_a = \begin{vmatrix} \sum z & \sum x & \sum y \\ \sum zx & \sum x^2 & \sum xy \\ \sum zy & \sum xy & \sum y^2 \end{vmatrix} \quad (8)$$

$$D_{b_1} = \begin{vmatrix} n & \sum z & \sum y \\ \sum x & \sum zx & \sum xy \\ \sum y & \sum zy & \sum y^2 \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$D_{b_2} = \begin{vmatrix} n & \sum x & \sum z \\ \sum x & \sum x^2 & \sum zx \\ \sum y & \sum xy & \sum zy \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Коэффициенты определяются по формулам

$$a = \frac{D_a}{D}, b_1 = \frac{D_{b_1}}{D}, b_2 = \frac{D_{b_2}}{D}. \quad (11)$$

Географические информационные системы (ГИС)

Большинство элементов, существующих в природе, могут быть представлены в виде геометрических фигур: точки, линии, многоугольника, т.е. в виде векторов или в виде сетки (рис. 1) с информацией (растр — RASTER).

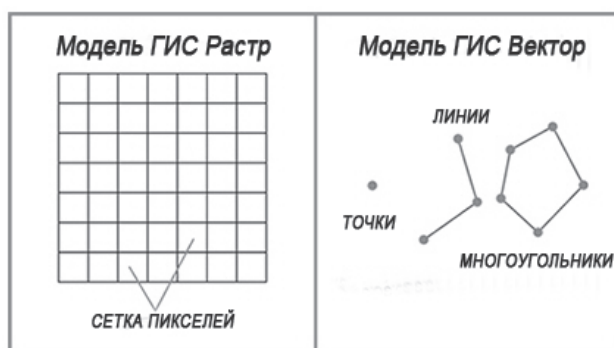


Рис. 1. Растр и вектор

Основные элементы геоинформационных систем (ГИС — GIS) — вектор и растр являются классом информационных систем, имеющих свои особенности. Они построены с учетом закономерностей геоинформатики и методов, применяемых в науке [1].

ГИС как встроенные информационные системы предусмотрены для заключения всевозможных задач науки и изготовления на базе применения пространства — локализованных данных об объектах и явлениях природы и общества. Неразрывно с ГИС связаны геоинформационные технологии, по которым можно определить совокупность программно-технологических средств получения новых видов информации об окружающем мире. Данные технологии предназначены для повышения эффективности процессов управления, хранения и предоставления информации, обработки и поддержки принятия решений [2]. Среди приложений с открытым исходным кодом основными являются QGIS и GvSIG и бесплатно скачиваются с сайтов <http://www.qgis.org/en/site/> и <http://www.gvsig.com/en>, соответственно. С другой стороны, на рынке существует коммерческое приложение ArcGis, имеющее широкое распространение во всем мире.

Исходная информация

Для разработки модели в качестве исходной информации используют:

- цифровые карты гидрографической демаркации Манаби с соответствующим подразделением на микробассейны (бассейны малых рек) по методике Пфафстеттера;
- многолетние среднегодовые осадки с 34 метеостанций провинции Манаби.

Таблица 1

Метеостанции, географические положения, годовые осадки

Nro.	СТАНЦИЯ	X-UTM	Y-UTM	ОСАДКИ, мм
1	M005	559523	9884982	528.0
2	M006	671167	9878373	2156.7
3	M026	684860	9947353	2768.8
4	M047	529608	9896745	397.2
5	M074	535232	9894995	270.2
6	M160	671939	9968948	2650.3
7	M162	599186	9922067	1233.4
8	M163	588400	9937145	1190.7
9	M165	561350	9905400	454.1
10	M166	587791	9845734	1657.2
11	M167	580800	9977125	778.8
12	M168	605098	9993552	1036.9
13	M169	540911	9836412	990.6
14	M171	566617	9823940	1308.6
15	M296	587159	9909725	847.6
16	M297	579744	9926307	705.8
17	M298	568607	9871041	859.8
18	M446	593441	9959038	767.5
19	M447	564710	9858637	1024.3
20	M448	541813	9872580	378.4
21	M449	545983	9860943	530.1
22	M450	524785	9875161	443.1
23	M451	551325	9836471	994.6
24	M452	605084	9896272	1472.6
25	M453	534613	9883481	609.9
26	M454	578716	9883443	891.3
27	M455	540758	9847496	459.0
28	M456	582963	9969540	480.3
29	M457	529325	9850844	416.0
30	M458	554628	9823913	1131.9
31	M459	545421	9825480	1671.5
32	M462	588084	9896706	1058.6
33	M464	585361	9885407	1234.5
34	MA29	589006	9876563	1287.8

Обработка данных

Последовательность расчета для получения уравнения по каждому микробассейну:

- 1) на основе осадков создается растр для всей гидрографической демаркации Манаби;
- 2) на созданный растр наносятся произвольные точки с данными по всем микробассейнам;
- 3) по интерполяции растра, для всех точек находятся соответствующие значения осадков;
- 4) для каждого бассейна экспортируются в таблицу Excel данные осадков и координаты точек;

5) с помощью приложения Excel определяются коэффициенты уравнения (1) для каждого микробассейна.

На рисунке 3 — растр среднегодовых осадков, а в табл. 2 — значения коэффициентов уравнения (1) 56 микробассейнов для вычисления среднегодовых осадков в любой географической точки демаркации Манаби.

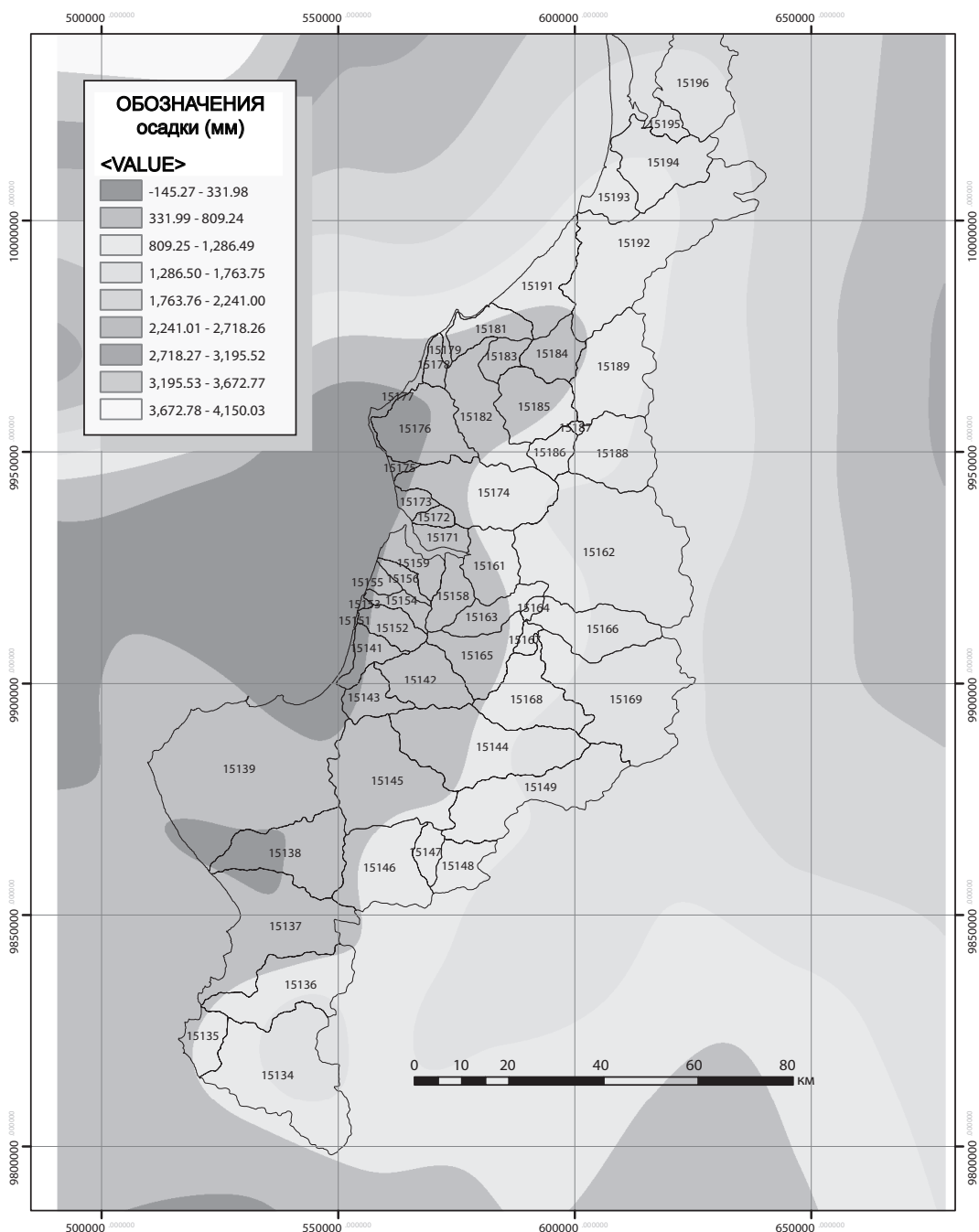


Рис. 3. Растр от осадков гидрографической демаркации Манаби

Таблица 2

Значения коэффициентов уравнений для определения среднегодовых осадков гидрографической демаркации Манаби

№	Код микробассейна	a	b_1	b_2	R
1	15134	-256793.986	0.0203306	0.0251724	0.8170
2	15135	34391.544	0.0197844	-0.0044662	0.9616
3	15136	481201.282	0.0204806	-0.0499519	0.9283
4	15137	210107.751	0.0082711	-0.0217311	0.9346
5	15138	53644.134	0.0139747	-0.0061611	0.8996
6	15139	-21570.600	-0.0065752	0.0025785	0.8954
7	15141	3990.938	0.0238280	-0.0017070	0.9963
8	15142	31060.123	0.0092940	-0.0036180	0.9337
9	15143	30130.907	0.0187706	-0.0040614	0.9696
10	15144	63627.566	0.0328969	-0.0082691	0.9809
11	15145	137089.486	0.0128674	-0.0145437	0.9850
12	15146	63761.546	0.0207826	-0.0075545	0.9725
13	15147	146077.048	0.0043324	-0.0149595	0.9972
14	15148	171370.711	0.0183836	-0.0183397	0.9929
15	15149	-18891.261	0.0206584	0.0008061	0.9761
16	15151	-29460.497	0.0193814	0.0019166	0.9996
17	15152	49671.906	0.0128614	-0.0056987	0.9861
18	15153	-13352.338	0.0149957	0.0005373	0.9989
19	15154	47419.939	0.0092942	-0.0052694	0.9963
20	15155	20142.527	0.0093510	-0.0025225	0.9985
21	15156	26278.352	0.0083470	-0.0030842	0.9997
22	15158	-18859.251	0.0138610	0.0011510	0.9081
23	15159	-12273.002	0.0121983	0.0005811	0.9930
24	15161	-186150.621	0.0355379	0.0167499	0.9973
25	15162	4857.578	0.0131061	-0.0011534	0.9240
26	15163	-71330.300	0.0277553	0.0056361	0.9906
27	15164	-75154.789	0.0309522	0.0058319	0.9995
28	15165	27703.663	0.0234095	-0.0040983	0.9824
29	15166	28108.328	0.0223380	-0.0040658	0.9969
30	15167	26903.273	0.0307680	-0.0044520	0.9989
31	15168	162597.754	0.0286193	-0.0180233	0.9857
32	15169	65321.570	0.0181489	-0.0075657	0.9754
33	15171	-129670.508	0.0276969	0.0115167	0.9959
34	15172	-58368.996	0.0303003	0.0041889	0.9974
35	15173	52136.810	0.0305276	-0.0069442	0.9980
36	15174	38688.983	0.0341316	-0.0057961	0.9931
37	15175	103563.826	0.0326202	-0.0122365	0.9992
38	15176	10462.801	0.0280098	-0.0026156	0.9537
39	15177	-217037.377	0.0226340	0.0205380	0.9870
40	15178	-372721.075	0.0005364	0.0374145	0.9963
41	15179	-446460.642	-0.0145794	0.0456760	0.9986
42	15181	-411614.928	-0.0133558	0.0421119	0.9921
43	15182	82896.642	0.0285551	-0.0099268	0.8638
44	15183	-202158.781	0.0010691	0.0202644	0.9895
45	15184	-34165.330	0.0218182	0.0021896	0.9720
46	15185	246825.875	0.0237205	-0.0261187	0.9888

№	Код микробассейна	a	b_1	b_2	R
47	15186	265622.645	0.0149924	-0.0274826	0.9958
48	15187	222396.955	0.0212071	-0.0235138	0.9997
49	15188	75603.581	0.0125779	-0.0082411	0.9538
50	15189	93988.423	0.0297804	-0.0111411	0.9891
51	15191	-247398.926	-0.0099688	0.0254609	0.9816
52	15192	-84988.509	0.0175362	0.0075436	0.9785
53	15193	-194177.771	-0.0077024	0.0199923	0.9949
54	15194	-162562.752	0.0125647	0.0155931	0.9502
55	15195	-169326.792	0.0089806	0.0164861	0.9881
56	15196	-153805.635	0.0110622	0.0148121	0.9739

Пример применения уравнений. Определить среднегодовые осадки для микробассейна 15174 по координатам 588567 E, 9938603 N.

По таблице 2 находим коэффициенты для бассейна 15174 и подставляем в уравнение (1) для определения осадков:

$$z = 38688.983 + 0.0341316x - 0.0057961y. \quad (12)$$

Получаем величину осадков равную 1173 мм, что соответствует показаниям изолиний (см. рис. 2).

Выводы

Впервые получены 56 уравнений для определения среднегодовых осадков в зависимости от географических координат для гидрографической демаркации Манаби.

Достоверность уравнений подтверждаются высоким значением коэффициентов множественной корреляции, в пределах 0,8170—0,9997.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Журкин И.Г., Шайтура С.В. Геоинформационные системы. М.: КУДИЦ-ПРЕСС, 2009.
- [2] Кампос А.Ф., Синиченко Е.К., Грицук И.И. Структурный подход к оценке морфометрических характеристик бассейнов рек провинции Манаби (Эквадор) // Вестник РУДН. Серия «Инженерные исследования». М., 2015. № 1. С. 52—61.
- [3] Кампос А.Ф., Синиченко Е.К., Грицук И.И. Объемы стока дождевых осадков районов гидрографической демаркации Манаби (Эквадор) // Труды VIII Международной научно-практической конференции «Инженерные системы — 2015». М., 2015. С. 291—295.
- [4] Румянцев В.К. Гидрологические расчеты в гидротехническом строительстве. М.: РУДН, 1992. 99 с.
- [5] Синиченко Е.К. Прогноз изменения гидрологических характеристик малых рек при антропогенном воздействии // Гидротехническое строительство. М., 1997. № 4.
- [6] Синиченко Е.К. Зональные изменения основных и обобщенных характеристик водного режима малых рек ЕТР // Вестник РУДН. М., 2004.
- [7] Universidad de Córdoba, 'Correlación múltiple y correlación canónica' 2015) <http://www.uco.es/zootecniaygestion/img/pictorex/06_19_26_8_correlacion_multiple.pdf>2015].
- [8] Wikimedia Foundation, 'Геоинформационная система', Академик, 2000—2014, (2015) <<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/22609>> [Accessed 26.04.2015 2015].

MATHEMATICAL MODEL TO DETERMINE THE AVERAGE ANNUAL PRECIPITATION USING RASTER AND OTHER GIS ELEMENTS

Campos Cedeno Antonio Fermin¹, E.K. Sinichenko¹, I.I. Gritsuk^{1,2}

¹ Peoples' Friendship University of Russia
Ordzhonikidze str., 3, Moscow, Russia, 115419

² Water Problems Institute
Russian Academy of Science
Gubkina str., 3, Moscow, Russia, 119333

In this paper it is developed a mathematical model, based on the use of geographic information systems (GIS) to calculate the average annual precipitation by geographical coordinates. The case of the hydrographic demarcation of Manabi (Ecuador) is analyzed.

Key words: multiple correlation, geographic information systems, raster, vector, hydrology, subbasin.

REFERENCES

- [1] Zhurkin I.G., Shaytura S.V. Geographic Information System. M.: Kudits PRESS, 2009.
- [2] Campos A.F., Sinichenko E.K., Gritsuk I.I. A structured approach to the assessment of the river basin Nature of morphometric province Manabi (Ecuador) // *Bulletin of Peoples' Friendship University, a series of engineering studies*. M., 2015. № 1. S. 52—61.
- [3] Campos A.F., Sinichenko E.K., Gritsuk I.I. The volume of rainfall runoff areas Hydrographic Demarcation Manabi (Ecuador) // *Proceedings of the VIII International scientific-practical conference "Engineering Systems — 2015"*. M., 2015. S. 291—295.
- [4] Rumyantsev V.K. Hydrological calculations in hydraulic engineering. M.: People's Friendship University, 1992. 99 p.
- [5] Sinichenko E.K. The forecast of changes in hydrological characteristics of small rivers under anthropogenic impact // *The magazine "Hydraulic engineering"*. M., 1997. № 4.
- [6] Sinichenko E.K. Zone changes and generalized characteristics of the water regime of small rivers ETP // *Herald. Publishing House of People's Friendship University*. M., 2004.
- [7] Universidad de Córdoba, 'Correlación múltiple y correlación canónica' 2015) <http://www.uco.es/zootecniaygestion/img/pictorex/06_19_26_8_correlacion_multiple.pdf> 2015].
- [8] Wikimedia Foundation, 'Geographic Information System', academician, 2000—2014, (2015) <<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/22609>> [Accessed 26.04.2015 2015].