

# ФИНАНСОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ

## МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЛАТЕЖЕЙ ПО ИПОТЕЧНОМУ КРЕДИТУ

О.В. Хе

Российский университет дружбы народов РУДН  
Ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198

Статья посвящена анализу существующих методов моделирования платежей по ипотечному кредиту. Рассматриваются основополагающие элементы ипотечного кредита, их взаимосвязь и влияние на размер ежемесячных платежей и общую сумму выплаченных процентов по кредиту. Представлены два наиболее распространенных в России метода погашения ипотечного кредита: аннуитетными и дифференцированными платежами. Дан вывод математических формул для расчета платежей по основному долгу и процентам для каждого из существующих методов. Отдельное внимание уделено актуальному вопросу частичного досрочного погашения основного долга, его влиянию на структуру и размер платежа в аннуитетной схеме погашения.

**Ключевые слова:** ипотечный кредит, аннуитетный платеж, дифференцированный платеж, досрочное погашение ипотечного кредита.

**Основополагающие элементы ипотечного кредита.** Рассмотрим общие основополагающие элементы, присущие схемам погашения кредитов во всех моделях ипотечного жилищного кредитования (ИЖК). Первым элементом является *размер ипотечного кредита*. При покупке недвижимости заемщик получает от кредитора определенную сумму денег под залог приобретаемой недвижимости [3]. Как правило, кредит составляет примерно 80% стоимости приобретаемого жилья, которое передается в залог. Отношение суммы ипотечного кредита к стоимости залога называется коэффициентом ипотечной задолженности ( $K/Z$ ) и служит нескольким функциональным задачам.

**Оценка кредитоспособности заемщика.** Для получения ипотечного кредита заемщик должен внести определенный первоначальный взнос, в нашем примере 20% от стоимости приобретаемого жилья. Для заемщика накопление первоначального взноса служит своего рода подготовительным этапом к последующему долгосрочному возврату ипотечного кредита. Для кредитора наличие первоначального взноса характеризует материальную обеспеченность заемщика и, как следствие, потенциальную кредитоспособность. В идеале первоначальный взнос должен отражать желание и возможности заемщика. Однако источниками перво-

начального взноса на ипотечный кредит могут быть как средства и активы, полученные по наследству, от родственников, друзей, сослуживцев, так и заемные средства, полученные в другой кредитной организации. Для пресечения возможностей получения ипотечного кредита с использованием заемного первоначального взноса аналитическая служба кредитора при проверке кредитоспособности потенциального заемщика обращается в бюро кредитных историй. Данный институт помогает кредитным организациям отслеживать недобросовестных заемщиков, тем самым «стерилизует» и укрепляет стойкость его кредитного портфеля, а в конечном итоге и всей национальной кредитной системы.

**Защита от падения стоимости приобретаемого и передаваемого в залог жилья.** В классическом понимании ипотечный кредит выдается под залог приобретаемого жилья. Для кредитора размер К/З, не превышающий 100% на момент выдачи кредита, служит защитой от потерь в случае системного падения стоимости недвижимости в стране или неадекватной оценки рыночной стоимости отдельно взятого объекта [4]. При добросовестном исполнении заемщиком своих обязанностей по обслуживанию ипотечного кредита перед кредитором стоимость жилья и отношение кредита к данной стоимости не имеют критического значения. Однако при наступлении банкротства заемщика и отказа от дальнейших выплат по кредиту кредитор вынужден осуществить процедуру отчуждения залога с целью погашения оставшейся суммы ссудной задолженности. Таким образом, стоимость заложенной недвижимости должна быть достаточной для покрытия судебных и транзакционных издержек и полного возврата непогашенной доли ипотечного кредита. Частичное покрытие кредитными средствами стоимости недвижимости на момент их выдачи ( $K/Z < 100\%$ ) служит обеспечению гарантированного возврата кредитных средств в случае отчуждения залога. Данной проблемы может не существовать при динамично растущих ценах на недвижимость, однако, эта проблема особенно актуальна на развитых и «зарегулированных» рынках недвижимости.

Следующим элементом является *срок кредитования*. Большинство людей приобретают жилье один раз в течение жизни. В связи со значительной суммой ипотечного кредита его получение и обслуживание является долгосрочной процедурой. На данный момент максимальный срок ипотечного кредита в России составляет 50 лет [10]. Увеличение срока кредитования позволяет снизить размер ежемесячного платежа или увеличить максимально доступную сумму ипотечного кредита при заданном размере ежемесячного дохода [8; 9]. В первом случае долговая нагрузка заемщика снижается, во втором повышается. При прочих равных условиях увеличение срока кредитования отражается в снижении ежемесячного платежа по кредиту, за исключением случая «кредитных каникул», при котором в течение определенного времени уплачиваются только проценты. Для относительной оценки долговой нагрузки заемщика используется отношение ежемесячного платежа по ипотечному кредиту (обязательства по кредиту) к ежемесячному доходу заемщика, коэффициент О/Д. В практике анализа кредитоспособности заемщика верхняя граница значения данного коэффициента принята на уровне 50—60%. Предполагается, что заемщик не может использовать весь доход на вы-

плату ипотечного кредита, поскольку имеет неизбежные расходы на питание, транспорт, коммунальные и прочие платежи. Подобно К/З коэффициент О/Д служит защите кредитора от неспособности заемщика обслуживать ипотечный кредит, ежемесячные платежи по которому значительно превосходят доходы, с учетом осуществления обязательных платежей.

Последний характеризующий элемент ипотечного кредита во всех системах ИЖК — *процентная ставка*. В зависимости от возможности и обязательности периодического пересмотра процентные ставки делятся на фиксированные и переменные (варьируемые, плавающие). Фиксированная процентная ставка устанавливается на весь срок кредитования и не подлежит пересмотру. Варьируемая ставка процента пересматривается через определенный интервал времени в соответствии с индексом, выбранным в качестве базового для данной процентной ставки и может как снижаться, так и повышаться. Чаще всего переменная ставка процента устанавливается на основе индексов ставок межбанковского кредитования (Лондонская ставка МБК — LIBOR, Токийская ставка МБК — TIBOR, Московская ставка МБК — MIBOR и др.). Данный индекс рассчитывается на различные сроки и в соответствии с пересмотром индекса изменяется процентная ставка по кредиту. К переменной составляющей добавляется фиксированная (спред), которая содержит расходы кредитной организации на выдачу и обслуживание кредита, содержание головного офиса, резерв на возможные потери, а также маржу в соответствии с требуемым акционером уровнем доходности. Вместе базовый индекс и спред составляют переменную процентную ставку по ипотечному кредиту с определенным периодом пересмотра [6]. Так, переменная процентная ставка LIBOR 3M + 5% означает, что процентная ставка по кредиту рассчитывается как сумма Лондонской ставки межбанковского кредитования на три месяца плюс 5% спреда.

По своей сути переменная ставка процента призвана отражать состояние финансово-кредитной системы страны, индекс которой используется в качестве базового. Для заемщика мотивирующим фактором получения ипотечного кредита по плавающей ставке является ожидание улучшения ситуации в финансовом секторе страны и, соответственно, снижения базового индекса [5].

При выдаче уровень переменной процентной ставки может быть ниже фиксированного, однако подобная «скидка» является платой за неопределенность и риск повышения ставки в будущем.

Производным кредитным продуктом от кредита с переменной процентной ставкой является кредит с периодическим изменением процентной ставки (ролловерный ипотечный кредит). Схема данного кредита предполагает пересмотр процентной ставки каждые 3—5 лет с целью адаптации к изменяющимся рыночным условиям. Уровень пересмотра может быть связан со ставкой рефинансирования центрального банка, индексом потребительских цен или другим индикатором. В России данный кредитный продукт еще не получил широкого распространения.

**Моделирование аннуитетных и дифференцированных платежей.** Рассмотрим две наиболее распространенные в России модели погашения ипотечного кредита [1]: аннуитетными платежами и дифференцированными платежами.

Введем обозначения, используемые в моделях:

- $C$  — стоимость 1 кв. м общей площади объекта, долл. США/кв. м;  
 $S$  — общая площадь объекта, кв. м;  
 $D$  — стоимость приобретаемого объекта недвижимости (квартиры, дома), долл. США;  
 $\beta$  — коэффициент ипотечной задолженности  $K/3$ ,  $0 < \beta < 1$ ;  
 $D(0)$  — размер кредита, долл. США;  
 $r$  — фиксированная процентная ставка по ипотечному кредиту, % год;  
 $r_m$  — фиксированная месячная процентная ставка по ипотечному кредиту,  $r/12$ , % мес.;  
 $T$  — срок кредитования, мес.;  
 $P$  — сумма выплаченного основного долга за весь период кредитования, долл. США;  
 $P(t)$  — платеж по основному долгу в месяце  $t$ , долл. США;  
 $I$  — сумма выплаченных процентов за весь период кредитования, долл. США;  
 $I(t)$  — платеж по процентам в месяце  $t$ , долл. США;  
 $R$  — общая сумма выплаченного основного долга и процентов за весь период кредитования, долл. США;  
 $R(t)$  — сумма платежей по основному долгу и процентам в месяце  $t$ , долл. США;  
 $D(t)$  — сумма долга в году  $t$ , долл. США.

**Модель 1 (M1). Погашение ипотечного кредита дифференцированными платежами по фиксированной ставке.** В данной модели погашение основной суммы долга происходит равными долями в течение всего срока кредитования. Начисление процентов производится ежемесячно на непогашенную часть долга.

Основные расчетные соотношения имеют вид:

$$\begin{aligned} D &= S \cdot C; \\ D(0) &= \beta \cdot S \cdot C; \\ P(t) &= D(0)/T; \\ I(t) &= D(t) \cdot r_m; \\ I &= D(0) \cdot r_m \frac{T+1}{2}; \\ R(t) &= D(t) \cdot (1 + r_m); \\ R &= D(0) \cdot \left(1 + r_m \frac{T+1}{2}\right). \end{aligned}$$

В условиях равномерного погашения основного долга  $D(0)$  общая сумма выплаченных процентов  $I$  за весь период  $[1, T]$  определяется как сумма процентных платежей с учетом ежемесячного погашения основного долга  $D(0)/T$ :

$$I = D(0)r_m + \left(D(0) - \frac{D(0)}{T}\right)r_m + \left(D(0) - \frac{2D(0)}{T}\right)r_m + \dots + \left(D(0) - \frac{(T-1)D(0)}{T}\right)r_m =$$

$$\begin{aligned}
 &= D(0)r_m T - \frac{D(0)}{T} r_m (1 + 2 + \dots + (T-1)) = D(0)r_m \left( T - \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^{T-1} t \right) = \\
 &= D(0)r_m \left( T - \frac{1}{T} \cdot \frac{1+(T-1)}{2} (T-1) \right) = D(0)r_m \left( T - \frac{T-1}{2} \right) = D(0)r_m \left( \frac{T+1}{2} \right).
 \end{aligned}$$

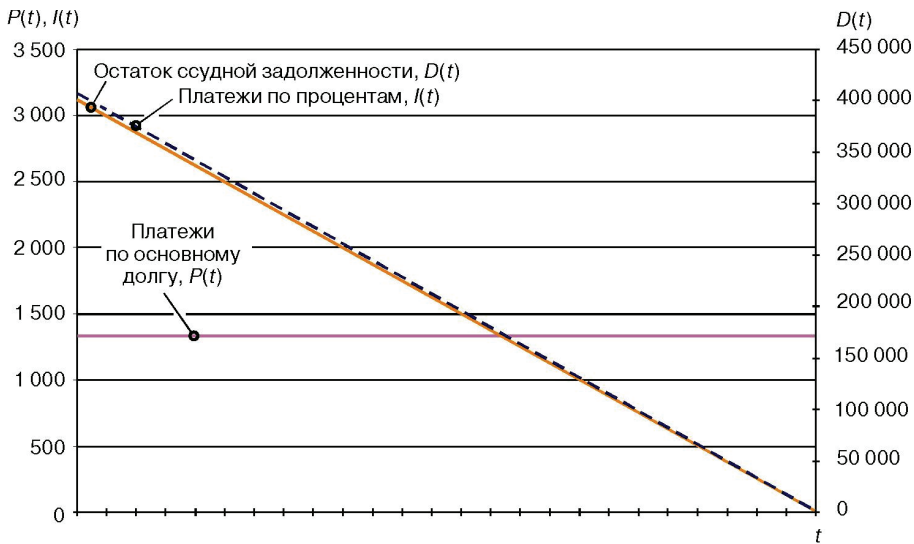
В данной модели ежемесячный платеж  $R(t)$  имеет максимальный размер в первый период и минимальный в последний. В структуре ежемесячных платежей  $R(t)$  размер погашения основной суммы долга  $P(t)$  фиксирован, процентные платежи  $I(t)$  ежемесячно уменьшаются в связи со снижением основной суммы долга  $D(t)$ . На рис. 1 показана динамика платежей по основной сумме долга  $P(t)$  и процентам  $I(t)$ , и изменение остатка ссудной задолженности  $D(t)$  в модели погашения ипотечного кредита дифференцированными платежами по фиксированной ставке.

Для примера использованы следующие значения:

$$D(0) = 400\,000 \text{ долл. США;}$$

$$r = 9,50\% \text{ в год;}$$

$$T = 25 \text{ лет, } 300 \text{ мес.}$$



**Рис. 1.** Динамика платежей по основному долгу  $P(t)$  и процентам  $I(t)$  и изменение остатка ссудной задолженности  $D(t)$  в дифференцированной схеме платежей

Источник: Составлено автором

**Модель 2 (M2). Погашение ипотечного кредита аннуитетными платежами по фиксированной ставке.** В данной модели процентные платежи  $I(t)$  начисляются по сложной ставке процентов. Аннуитетный платеж  $R(t)$  имеет равный размер в любом периоде  $t$ . Основные расчетные соотношения имеют вид

$$R(t) = D(0) \cdot \frac{r_m}{1 - (1 + r_m)^{-T}};$$

$$I(t) = D(t) \cdot r_m;$$

$$P(t) = R(t) - I(t).$$

В основе формулы аннуитетного платежа  $R(t)$  лежит формула геометрической прогрессии — произведения уменьшающегося основного долга  $P(t)$  на процентную ставку  $r_m$ :

$$P(1) = R(1) - I(1) = R(1) - D(0) \cdot r_m;$$

$$\begin{aligned} P(2) &= R(2) - (D(0) - P(1)) \cdot r_m = R(2) - D(0) \cdot r_m + P(1) \cdot r_m = \\ &= R(2) - D(0) \cdot r_m + (R(1) - D(0) \cdot r_m) \cdot r_m = R(2) - D(0) \cdot r_m \cdot (1 + r_m); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(3) &= R(3) - (D(0) - P(1) - P(2)) \cdot r_m = \\ &= R(3) - D(0) \cdot r_m + (R(1) - D(0) \cdot r_m) \cdot r_m + (R(2) - D(0) \cdot r_m \cdot (1 + r_m)) \cdot r_m = \\ &= (R(3) - D(0) \cdot r_m) \cdot (1 + r_m + (1 + r_m) \cdot r_m) = \\ &= (R(3) - D(0) \cdot r_m) \cdot ((1 + r_m) \cdot (1 + r_m)) = (R(3) - D(0) \cdot r_m) \cdot (1 + r_m)^2. \end{aligned}$$

Таким образом, каждый последующий платеж в счет погашения основного долга  $P(t)$  будет являться последующим членом геометрической прогрессии с параметрами:

$$\text{первый член прогрессии } a_1 = R(1) - D(0) \cdot r_m = P(1);$$

$$\text{знаменатель прогрессии } q = (1 + r_m);$$

$$\text{формула последнего члена прогрессии } a_T = a_1 \cdot q^{T-1}.$$

Очевидно, что сумма членов геометрической прогрессии, т.е. платежей в счет погашения основного долга  $P(t)$ , будет составлять общую сумму кредита  $D(0)$ :

$$S_T = a_1 \cdot \frac{q^T - 1}{q - 1} = D(0);$$

$$D(0) = (R(t) - D(0) \cdot r_m) \cdot \frac{(1 + r_m)^T - 1}{(1 + r_m) - 1};$$

$$R(t) - D(0) \cdot r_m = \frac{D(0) \cdot r_m}{(1 + r_m)^T - 1};$$

$$\begin{aligned} R(t) &= \frac{D(0) \cdot r_m}{(1 + r_m)^T - 1} + D(0) \cdot r_m = \frac{D(0) \cdot r_m + D(0) \cdot r_m \cdot (1 + r_m)^T - D(0) \cdot r_m}{(1 + r_m)^T - 1} = \\ &= \frac{D(0) \cdot r_m \cdot (1 + r_m)^T}{(1 + r_m)^T - 1} = D(0) \cdot r_m \cdot \frac{(1 + r_m)^T}{(1 + r_m)^T - 1} = D(0) \cdot r_m \cdot \frac{1}{1 - (1 + r_m)^{-T}} = \\ &= D(0) \cdot \frac{r_m}{1 - (1 + r_m)^{-T}}. \end{aligned}$$

В структуре ежемесячных аннуитетных платежей доля процентов  $I(t)$  составляет бóльшую часть на ранней стадии выплаты кредита, а доля выплат по основному долгу  $P(t)$  — меньшую. В дальнейшем данное соотношение изменяется в пользу платежей по основному долгу  $P(t)$ . Для кредитора аннуитетная схема пла-

тежей гарантирует получение процентного дохода на ранней стадии выплат по кредиту в период, когда досрочные погашения наименее вероятны или полностью запрещены кредитным договором (мораторий на досрочные погашения). Для заемщика аннуитетные платежи в отличие от дифференцированных более удобны, так как позволяют планировать фиксированные расходы на длительный срок. Также при использовании аннуитетных платежей максимальный размер доступного кредита примерно на 20% выше, чем при дифференцированных платежах при прочих равных условиях. Это возможно благодаря тому, что размер аннуитетных платежей ниже размера дифференцированных на момент выдачи кредита [7]. Данная схема погашения ипотечного кредита получила распространение в большинстве кредитных организаций России, поскольку, как было сказано выше, выгодна для кредитора и удобна для заемщика.

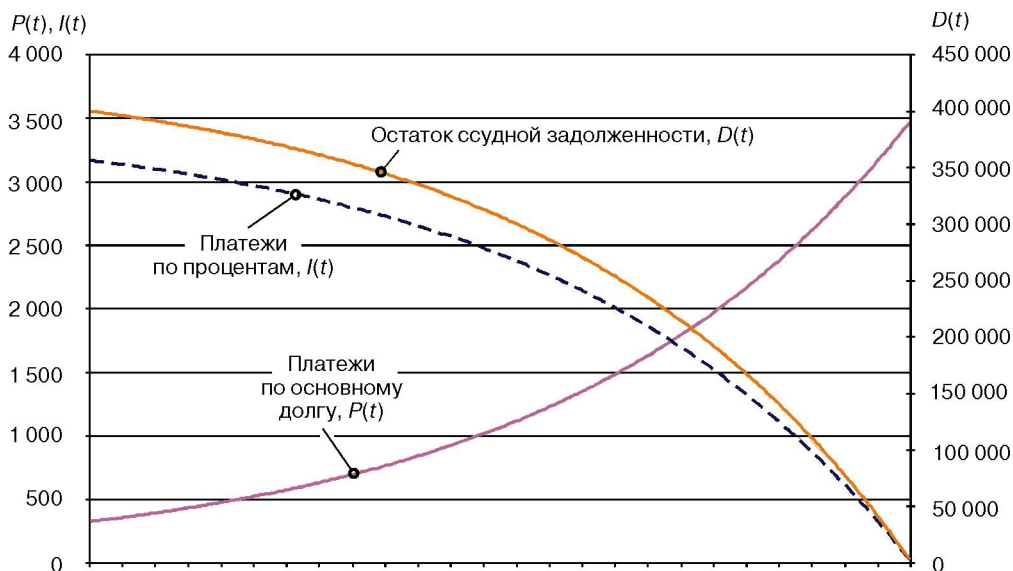
На рис. 2 показана динамика платежей по основной сумме долга  $P(t)$  и процентам  $I(t)$  и изменение остатка ссудной задолженности  $D(t)$  в модели погашения ипотечного кредита аннуитетными платежами по фиксированной ставке.

Для примера использованы те же значения, что и в М1:

$$D(0) = 400\,000 \text{ долл. США.}$$

$$r = 9,50\% \text{ в год;}$$

$$T = 25 \text{ лет, } 300 \text{ мес.}$$



**Рис. 2.** Динамика платежей по основному долгу  $P(t)$  и процентам  $I(t)$  и изменение остатка ссудной задолженности  $D(t)$  в аннуитетной схеме платежей

Источник: Составлено автором

**Влияние фактора досрочных погашений.** Во всех моделях ипотечного кредитования предусматривается осуществление досрочных погашений основной суммы долга по кредиту. Досрочное погашение может быть полным или частичным; в первом случае погашается весь остаток ссудной задолженности, а также проценты, начисленные с предыдущего платежного периода, и кредит закрывается.

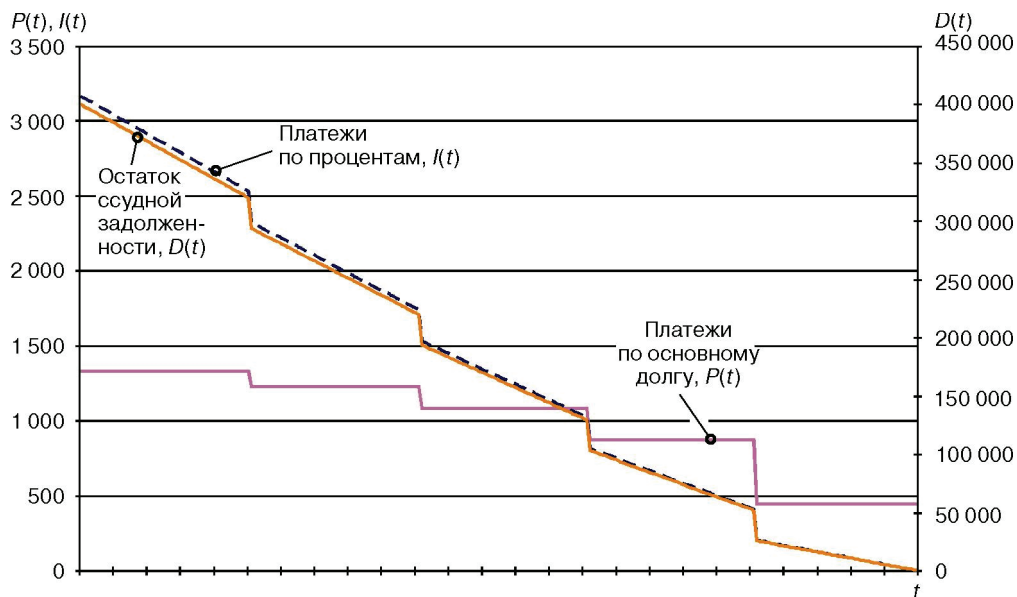
В случае частичного досрочного погашения возможны два варианта развития событий:

- 1) сокращение срока кредита при сохранении исходного размера ежемесячного платежа.
- 2) перерасчет ежемесячного платежа при сохранении исходного срока кредита.

Известно, что размер начисленных и подлежащих уплате процентов имеет прямую зависимость от срока пользования кредитом. Это правило действительно для всех схем платежей. В связи с этим абсолютное большинство кредитных организаций при осуществлении заемщиком частичного досрочного погашения перерасчитывает размер ежемесячного платежа, а не сокращает срок кредита. Далее мы будем говорить только о пересчете ежемесячного платежа как о единственном условии осуществления досрочных погашений.

При сравнении дифференцированной и аннуитетной схем платежей очень важно рассмотреть влияние фактора досрочных погашений. В дифференцированной схеме после осуществления досрочного погашения уменьшенный остаток ссудной задолженности равномерно распределяется до конца срока кредита, соответственно, проценты начисляются в меньшем объеме.

Рассмотрим на примере М1 изменение графика платежей по основному долгу  $P(t)$ , процентам  $I(t)$  и остатка ссудной задолженности  $D(t)$  при осуществлении частичных досрочных погашений через каждые 60 мес. в размере 25 000 долл. США (рис. 3).



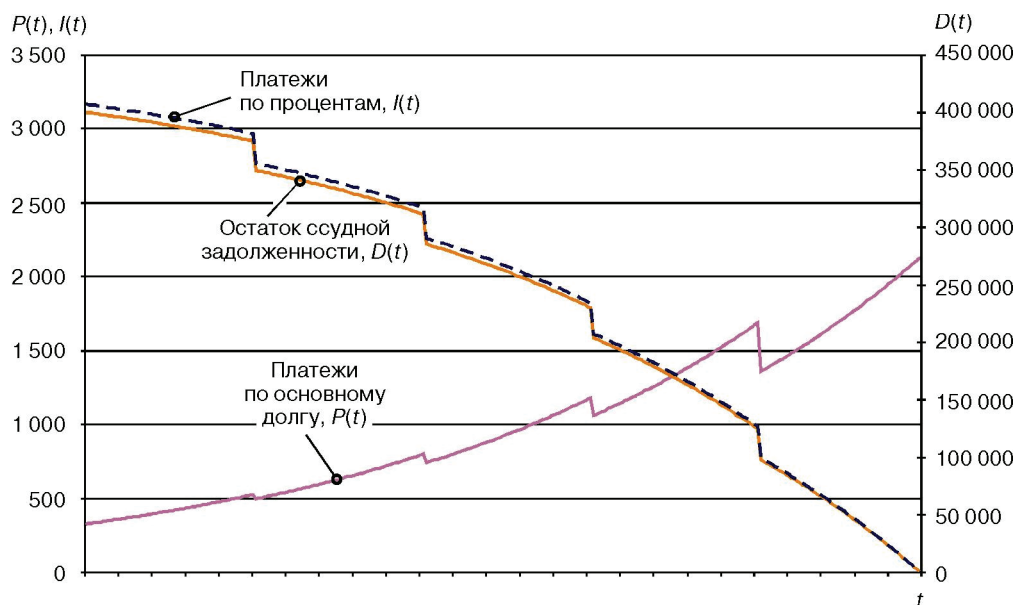
**Рис. 3.** Динамика платежей по основному долгу  $P(t)$  и процентам  $I(t)$  и изменение остатка ссудной задолженности  $D(t)$  в дифференцированной схеме платежей при осуществлении частичных досрочных погашений

Источник: Составлено автором



В аннуитетной схеме пересчет платежа после частичного досрочного погашения возвращает структуру аннуитета к начальному состоянию, а именно к тому, что в ежемесячном платеже вновь большую часть составляют проценты и меньшую — выплаты по основному долгу.

Рассмотрим на примере М2 изменение графика платежей по основному долгу  $P(t)$ , процентам  $I(t)$  и остатка ссудной задолженности  $D(t)$  при осуществлении частичных досрочных погашений через каждые 60 мес. в размере 25 000 долл. США (рис. 4).



**Рис. 4.** Динамика платежей по основному долгу  $P(t)$  и процентам  $I(t)$  и изменение остатка ссудной задолженности  $D(t)$  в аннуитетной схеме платежей при осуществлении частичных досрочных погашений

Источник: Составлено автором

На графике видно, что после осуществления частичного досрочного погашения платеж по основному долгу  $P(t)$  снижается и требуется определенный период времени, чтобы его размер вернулся к предыдущему уровню. Снижение тем больше, чем больше сумма частичного досрочного погашения относительно остатка ссудной задолженности. При общем снижении аннуитетного платежа  $R(t)$  после частичного досрочного погашения, как говорилось выше, его структура меняется таким образом, что доля платежа по процентам возрастает  $I(t)$  и образует большую его часть, а доля платежа по основному долгу  $P(t)$  уменьшается и составляет меньшую часть. С течением времени структура аннуитетного платежа  $R(t)$  меняется в пользу платежей по основному долгу  $P(t)$ .

Оценка влияния фактора досрочных погашений особенно важна при выпуске и структурировании ипотечных ценных бумаг, однако, подобное исследование лежит вне рамок данной статьи.

Таким образом, принципиальное различие существующих моделей платежей по ипотечному кредиту состоит в структуре ежемесячного платежа. Аннуитетная

модель платежей позволяет заемщику увеличить сумму кредита при прочих равных условиях, а кредитной организации получить больший процентный доход, чем при дифференцированной схеме. Однако при осуществлении частичных досрочных погашений чаще будет произведен перерасчет размера аннуитетного платежа, а не сокращение срока кредита, что, в свою очередь, приводит его структуру к первоначальному состоянию и выплате дополнительных процентов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Егорова Н.Е., Кириллова А.Н., Фаерман Е.Ю., Фонтана К.А., Хачатрян С.Р.* Типология и анализ экономико-математических моделей рынка воспроизводства жилья. Препринт #WP/97/037. — М.: ЦЭМИ РАН, 1997.
- [2] *Егорова Н.Е., Хачатрян С.Р.* Моделирование инвестиционной деятельности в жилищном секторе. Препринт #WP/98/059. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998.
- [3] *Кричевский Н.А.* Ипотечное жилищное кредитование. — М.: Дашков и К, 2006.
- [4] Обзор банковского (классического) ипотечного рынка России / А. Шараев, В. Мельников, М. Фельд. НРБ Финансы. — М., 2004.
- [5] *Полтерович В.М.* Формирование ипотеки в догоняющих экономиках: проблема трансплантации институтов. — М.: Наука, 2007.
- [6] *Паикус Ю.В.* Экономика и финансы недвижимости. — СПб., 1999.
- [7] *Торлин Г.* Страхование жизни заемщиков ипотечных кредитов // Страхование дело. — 2001. — № 4. — С. 34—35.
- [8] *Фаерман Е.Ю., Хачатрян С.Р., Федорова Н.Л.* Моделирование жилищного рынка. — М.: ЦЭМИ РАН, 2003.
- [9] *Хачатрян С.Р.* Анализ и моделирование механизмов регулирования рыночных процессов в жилищной сфере. Препринт #WP/98/064. — М.: ЦЭМИ РАН, 1998.
- [10] <http://www.rusipoteka.ru/> — аналитический портал, посвященный ипотечному кредитованию и секьюритизации в России.

## THE METHODS OF MORTGAGE LOAN REPAYMENT MODELING

O.V. Khe

Peoples' Friendship University of Russia  
Miklukho-Maklaya str., 6, Moscow, Russia, 177198

The article is dedicated to the analysis of the methods of mortgage loan repayment modeling. The issues examined: base elements of a mortgage loan, interrelation of these elements and their influence on the value of payment and the total amount of the interest paid for a loan. The two most widely spread in Russia methods of mortgage loan repayment modeling are represented: annuity payments and variable (reducing) payments. The mathematical formulas deducted for calculating principal and interest payments in both methods. Special attention is paid to the issue of partial principal prepayment, its' influence on the structure and the amount of payment in the annuity payments method. The issues analyzed could be applied in the development of mortgage lending programs within credit organizations, and also could benefit to individual borrowers while choosing the optimal terms of a mortgage loan.

**Key words:** mortgage loan, annuity payment, variable (reducing) payment, partial principal prepayment.