
РИСК-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ КРЕДИТОВ КОРПОРАТИВНЫМ ЗАЕМЩИКАМ С УЧЕТОМ АЛЛОКАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО КАПИТАЛА И МАТРИЦ МИГРАЦИИ РЕЙТИНГОВ

Д.А. Суржко

Отдел кредитных рейтингов ОАО Банк ВТБ
ул. Большая Морская, 29, Санкт-Петербург, Россия

А.Н. Трофимов

PRM, CQF, независимый аналитик

Н.К. Хованский

Управление кредитных рисков ОАО Банк ВТБ
ул. Большая Морская, 29, Санкт-Петербург, Россия

Статья посвящена проблеме риск-ориентированного ценообразования в коммерческих банках. Предложен подход к ценообразованию, базирующийся на методе симуляций Монте-Карло. Подход позволяет учесть при ценообразовании ряд важных факторов, таких как процесс миграции рейтингов и изменение аллокации экономического капитала на протяжении кредитной сделки. Разработанный подход позволяет производить более точную оценку риск-компонент ставок кредитования с точки зрения достижения требуемой отдачи на капитал (например, установленной акционерами банка). В статье предложен алгоритм бэк-тестирования подхода, позволяющий проверить корректность оценок, полученных на основании симуляций. Кроме того, обоснована необходимость применения ковенант для заемщиков в «нестабильных» рейтинговых классах. Полученные результаты проиллюстрированы примерами на основании общедоступной статистики, предоставляемой рейтинговым агентством S&P.

Ключевые слова: риск-ориентированное ценообразование, экономический капитал, кредитный риск, доходность на капитал, численная оценка риска.

Постановка задачи

В ходе деятельности любого банка происходят потери, связанные с реализацией событий кредитного риска. Данные потери происходят из года в год, их величина зависит как от количества и значимости возникших дефолтных событий, так и от динамики изменения финансового состояния недефолтных клиентов. На рис. 1 условно показана динамика потерь банка в сопоставлении с вероятностным распределением потерь, основанным на исторических данных. Убытки, которым неизбежно подвержено банковское сообщество условно можно разделить на две группы — ожидаемые потери (*expected losses* — *EL*) и непредвиденные потери (*unexpected losses* — *UL*).

Уровень ожидаемых потерь (*EL*), обозначенный на рис. 1 пунктирной линией, является отражением «стоимости ведения бизнеса», которая традиционно в явном виде включается банками в системы ценообразования. Оценка ожидаемых потерь, в соответствии с рекомендациями Базельского комитета по банковскому надзору, представляет собой произведение вероятности дефолта заемщика (*PD*), уровня потерь в случае дефолта (*LGD*) и величины риска по данной сделке (*EAD*). Соответственно, компонента ставки кредитования, направленная на покрытие ожидаемых потерь, рассчитывается как $PD \cdot LGD$.



Рис. 1. Динамика потерь банка

Методики учета непредвиденных потерь (*UL*) в системах ценообразования кредитных продуктов в настоящий момент распространены не столь широко. В связи с этим целью данной статьи является описание подхода, позволяющего учесть в ставке кредитования оценку величины непредвиденных потерь (с определенным доверительным уровнем, на заданном временном горизонте), связанных с данной кредитной сделкой, и требуемый акционерами банка уровень доходности на капитал.

Оценка непредвиденных потерь, как правило, производится банками посредством концепции экономического капитала, в связи с чем задача учета в ставке кредитования оценки величины *UL* фактически эквивалентна задаче учета в системе ценообразования величины экономического капитала, аллоцированного на сделку.

Биномиальная модель ценообразования

Предположим, что акционерами банка установлена целевая доходность на капитал по кредитным сделкам в размере *ROE* (выраженный в процентах годовых). При условии очевидного ограничения, заключающегося в приостановлении заключения сделок при превышении величиной совокупного экономического капитала величины доступного банку капитала (т.е. неспособности покрытия капиталом банка непредвиденных убытков), банку необходимо построить систему ценообразования таким образом, что аллоцированный на сделку экономический капитал (*K*) обеспечивал доходность не менее *ROE*. Математически это можно выразить следующим образом (здесь и далее применяется следующее упрощение: рассматривается ситуация ежегодного начисления и уплаты процентов):

$$\begin{aligned}
 & N \cdot (1 + R) \cdot (1 - PD \cdot LGD) = \\
 & = N \cdot (1 + FR \cdot (1 - K) + K \cdot ROE + OtherExp),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где *R* — итоговая ставка кредитования; *N* — сумма кредитной сделки; *FR* — ставка фондирования, которая отражает справедливую стоимость заимствований на рынке для банка; *EL = PD · LGD* — ожидаемые убытки; *OtherExp* — компонента ставки, отражающая прямые и косвенные расходы банка по обслуживанию сделки (выраженная как процент от *N*).

Компонента $N \cdot (1 - K)$ отражает величину заемных средств, которые банк перекредитовывает в рассматриваемую сделку. Соответственно $FR \cdot N \cdot (1 - K)$ — годовая стоимость займа данных средств. Компонента $N \cdot K$ — это объем капитала, который банк аллоцирует под сделку, $N \cdot K \cdot ROE$ — доходность на аллоцированный капитал, соответствующая ROE .

Левая часть уравнения (1) следует из биномиальной модели (рис. 2), в рамках которой с вероятностью $(1 - PD)$ банк получит сумму основного долга и начисленные проценты от заемщика, с вероятностью PD — восстановление $RR = (1 - LGD) \cdot N \cdot (1 + R)$. Таким образом, ожидаемые денежные потоки от выдачи кредита будут равны $(1 - PD) \cdot N \cdot (1 + R) \cdot D + (1 - LGD) \cdot N(1 + R) = N \cdot (1 + R) \cdot (1 - PD \cdot LGD)$.

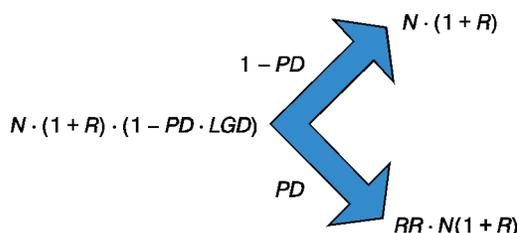


Рис. 2. Биномиальная модель

Правая часть уравнения (1) следует из требования по обеспечению ожидаемыми денежными потоками от кредитной сделки уровня доходности ROE , с учетом необходимости возврата заемных средств, перекредитованных в сделке, и покрытия прочих расходов.

Из (1) следует, что $R = (1 + FR \cdot (1 - K) + K \cdot ROE + OtherExp)/(1 - EL) - 1$, что может быть выражено как:

$$R = (1 + K \cdot (ROE - FR) + FR + OtherExp)/(1 - EL) - 1. \quad (2)$$

В результате к риск-компонентам ставки, рассматриваемым в рамках данной статьи, могут быть отнесены две величины: $K \cdot (ROE - FR)$ и EL , первая из которых учитывает оценку непредвиденных убытков (с определенным доверительным интервалом, на заданном временном горизонте), вторая — ожидаемые потери.

Наиболее простым способом практической реализации формулы (2) является допущение, что капитал и ожидаемые убытки со временем остаются неизменными. Однако очевидно, что данное допущение может приводить к значимой погрешности, в особенности — в случае длительности сделки более года и нестабильности финансового положения заемщиков, характерного для развивающихся стран включая РФ.

Усовершенствование биномиальной модели ценообразования

Одним из возможных подходов к устранению данного недостатка является включение в модель ценообразования информации о предполагаемой миграции

кредитного качества заемщика и графика погашения задолженности по сделке. Оценка влияния возможных миграций и сокращения срока сделки, в рамках предложенного подхода, может производиться посредством метода симуляций Монте-Карло.

Для реализации симуляций необходима фиксация подхода оценки величины K . В рамках данной статьи для получения численных результатов оценка величины аллоцированного капитала (K) производилась согласно $ASRF$ модели, применяемой при IRB подходах соглашения Базель-2 (параграфы 272—273) (1). В случае применения банком иной модели для оценки величины K общность предложенной схемы симуляций не теряется.

В рамках $ASRF$ модели величина K (выраженная в процентах от EAD) зависит от PD , LGD и M (эффективного срока погашения сделки). С учетом того, что вероятность дефолта (PD) зависит от рейтинга заемщика ($Rating$), в каждый временной период (i) величина аллоцированного на сделку капитала и ожидаемые убытки могут быть найдены как

$$K(PD_i, LGD_i, M_i) = K(PD(Rating_i), LGD_i, M_i), \quad (3.1)$$

$$EL_i = PD(Rating_i) \cdot LGD_i. \quad (3.2)$$

При допущении о неизменности обеспечения, предоставленного по сделке, вида деятельности заемщика и других ключевых факторов, определяющих потенциальное восстановление после дефолта, LGD может рассматриваться как фиксированная величина, неизменная в ходе сделки.

В результате для оценки ставки по кредиту может быть использована схема симуляций по временным периодам, экономическая сущность которых заключается в следующем. Исходя из известного текущего рейтинга и матрицы миграций, мы можем построить последовательности перехода заемщика по рейтингам в течение сделки. Последовательность переходов, по сути, является цепью Маркова, в которой вероятности перехода в следующее состояние заданы матрицей миграции рейтингов. Таким образом, каждый сценарий является траекторией движения оценки кредитоспособности клиента во времени.

Исходя из известной траектории изменения рейтингов, для каждого шага определяется вероятность дефолта заемщика в соответствии с полученным рейтингом (как вероятность перехода в рейтинг, соответствующий дефолту). Зная вероятность дефолта, мы можем оценить ставку кредитования в данном сценарии исходя из формулы (2) и оценок риск компонент для заданного периода (3.1) и (3.2). Таким образом, каждый сценарий будет содержать информацию о движении ставок кредитования во времени. Учитывая, что ставка кредитования — величина фиксированная (определяется на этапе заключения сделки), для каждого периода i определяется усредненная ставка \overline{RR}_i как среднее (по симуляциям) значение ставки по кредитам в периоде i (не перешедшим в дефолт по состоянию на начало периода i). Далее набору ставок \overline{RR}_i ставится в соответствие эквивалентная фиксированная ставка \overline{RR}_{fix} .

Можно предложить следующую формализованную схему симуляций по периодам i (в рамках данной статьи под временным периодом понимается один год):

1) на основании текущего рейтинга заемщика ($Rating_i$) определяется вероятность дефолта на заданный период — PD_i ;

2) исходя из графика погашения рассчитывается остаточный эффективный срок погашения по данной сделке — M_i ;

3) по данным о PD_i и M_i рассчитывается ставка RR_i (по формуле (2)), отражающая оценку риск компонент ставки кредитования на период i ;

4) на основании текущего рейтинга, в соответствии с вероятностями матрицы миграций (горизонт матриц миграции должен совпадать с горизонтом оценки действия ставок RR_i), случайным образом определяется рейтинг в $i + 1$ период ($Rating_{i+1}$);

5) симуляции переходят на шаг 1 для периода $i + 1$.

В результате, для каждого сценария мы получаем набор ставок RR_i , актуальных в периоде i по которым для всех периодов рассчитывается усредненная ставка \overline{RR}_i . Поскольку ставка кредитования фиксируется в момент заключения кредитного договора, возникает задача поиска сопоставимой ставки \overline{RR}_{fix} , эквивалентной ставкам \overline{RR}_i .

Данная задача может быть решена путем применения теории справедливого ценообразования по сделкам типа «процентный своп», которые осуществляют конверсию плавающих ставок в фиксированные. Поскольку для построения наиболее точной оценки мы должны учесть изменения задолженности по периодам, проблема сводится к задаче поиска справедливой фиксированной ставки по амортизируемому процентному свопу:

$$\overline{RR}_{fix} = \frac{\sum_{i=1}^I Balance_i \cdot \overline{RR}_i \cdot D_{i+1} \cdot (T_{i+1} - T_i)}{\sum_{i=1}^I Balance_i \cdot D_{i+1} \cdot (T_{i+1} - T_i)},$$

где D_i — дисконт, рассчитанный исходя из текущей рыночной кривой доходности; $T_{i+1} - T_i$ — период, за который идет начисление процентов (в рамках данной статьи упрощенно принимался за 1 год); $Balance_i$ — планируемая задолженность по сделке на начало периода i .

Сравнение подходов

Среди альтернативных методик к определению ставки кредитования для обеспечения доходности ROE можно выделить два упрощенных подхода.

Первый упрощенный подход основан на применении формулы (2) исходя из неизменности рейтинга (фиксированный PD) и отсутствия графика погашения (фиксированный M). Очевидно, что данный подход (в зависимости от матрицы миграций) может как завышать, так и недооценивать ставку кредитования в сравнении с подходом симуляций. Кроме того, неизбежные изменения рейтингов клиентов в следующих периодах приведут к несоответствию требуемого ROE и ставки кредитования при упрощенном подходе.

Вторым упрощенным подходом к оценке ставки кредитования является применение формулы, которая исходит из того, что ставка кредитования должна включать ожидаемые потери, расходы на фондирование и компоненту, отражающую доходность на экономический капитал:

$$N \cdot (1 + R) = N \cdot (1 + FR \cdot (1 - K) + K \cdot ROE + OtherExp) \Rightarrow \\ \Rightarrow R = FR \cdot (1 - K) + K \cdot ROE + OtherExp. \quad (4)$$

Если вычесть из ставки, рассчитанной по формуле (2), ставку по формуле (4), то мы получим величину

$$\frac{Z + EL}{1 - EL} - (Z + EL), \quad (5)$$

где $Z = FR \cdot (1 - K) + OtherExp$.

Так как $1 \geq 1 - EL$, то (5) всегда больше либо равно 0 (равно 0, если вероятность дефолта 0), из этого следует, что в рамках одного периода формула (4) ведет к недооценке ставки кредитования. В случае сравнения формулы (4) при фиксированных значениях PD и M с описанным ранее подходом симуляций для сделок длящихся более одного периода формула (4) может как завышать, так и недооценивать ставку (в зависимости от применяемой в симуляциях матрицы переходов).

Практическая реализация данного подхода исходя из матрицы переходов S&P (2) и кредита с графиком погашения в соответствии с табл. 1 продемонстрировала значимые различия с упрощенными подходами, в рамках которых величина аллоцированного капитала и ожидаемые убытки считаются постоянной величиной (табл. 2).

Таблица 1

Модельная кредитная сделка

Date	T	Balance	Погашение
1/1/11	0.00	1 000 000	0
1/1/12	1.00	750 000	250 000
1/1/13	2.00	500 000	250 000
1/1/14	3.00	250 000	250 000
1/1/15	4.00	0	250 000

Таблица 2

Результаты моделирования (3) (%)

Рейтинг	Упрощенный подход (1)	Упрощенный подход (2)	Симуляции
AAA	10,331	10,331	10,280
AA	10,331	10,331	10,280
A	10,331	10,331	10,282
BBB	10,331	10,331	10,312
BB	12,289	12,221	12,124
B	12,857	12,754	13,248
CCC/C	48,729	37,877	36,779

Таблица 2 иллюстрирует, что в соответствии с теоретическим обоснованием, приведенным выше, второй упрощенный подход недооценивает ставки кредитования по сравнению с первым упрощенным подходом. Подход симуляций за счет учета графика погашения кредита в большинстве случаев дает наиболее низкие ставки кредитования. При этом ставкам с нулевыми PD в рамках однолетнего горизонта рассмотренная методика позволила присвоить различные ставки кредитования (рейтинги AAA — BBB включительно).

Бэк-тестирование подхода

Важно отметить, что методика симуляций позволяет произвести бэк-тестирование полученных результатов путем расчета усредненного \overline{ROE} (на основании траекторий движения рейтингов заемщиков) как отношения полученного чистого процентного дохода при применении ставки \overline{RR}_{fix} к величине аллоцированного на сделки капитала.

Результирующая усредненная выручка может быть вычислена исходя из данных симуляций путем применения к балансовым остаткам по кредиту (EAD_i) на каждую дату ставки \overline{RR}_{fix} для расчета процентного дохода полученного в периоде i :

$$Revenue_i = EAD_i \sum_{j=1}^N I(D_j) \cdot \overline{RR}_{fix},$$

где $I(D_j)$ — индикатор того, что j -й заемщик попал в дефолт в периоде i либо ранее.

Для получения чистого процентного дохода ($Profit_i$), выручка $Revenue_i$ должна быть скорректирована на убытки в результате дефолтов и расходы банка (включающие процентные расходы по фондированию и прочие затраты).

Таким образом, усредненный \overline{ROE} должен быть равен

$$\overline{ROE} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^I Profit_i}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^I K_i},$$

где $K_i = EAD_i \sum_{j=1}^N I(D_j) \cdot K(PD_i, M_i)$ — совокупный капитал, аллоцированный на сделки в периоде i .

В случае равенства целевого ROE и \overline{ROE} (с точностью до симуляционной погрешности) — симуляции построены корректно — требование по выполнению доходности ROE (в среднестатистическом смысле) выполнено.

Важно отметить, что для рейтингов, характеризующихся низкой стабильностью в матрице переходов (высокая вероятность перехода в состояние дефолта и одновременно высокая вероятность миграции в лучший рейтинг) переход от плавающих ставок \overline{RR}_i к \overline{RR}_{fix} ведет к нестабильности полученных ROE по периодам. Данный эффект образуется в результате того, что заемщик в следующем

периоде либо выходит в дефолт (что негативно сказывается на ROE первого периода) либо повышает свой рейтинг и дает высокую доходность в последующих периодах в следствие изначально присвоенной высокой ставки.

Так, для рейтинга «ССС/С» ($PD = 22,87\%$, вероятность миграции в «В» 29,55%) при одинаковых ROE и \overline{ROE} (20%), стабильность ROE_i в периодах будет существенно отличаться при начислении в ходе бэкестирования процентного дохода по ставкам \overline{RR}_i и \overline{RR}_{fix} (табл. 3).

Таблица 3

Сравнение динамики показателя ROE по периодам (%)

ROE_i при \overline{RR}_{fix}	-1	32	73	124
ROE_i при \overline{RR}_i	17	25	23	19

Данный факт подчеркивает необходимость применения в кредитных договорах ковенант, влияющих на величину процентной ставки, для заемщиков, отнесенных к «нестабильным» рейтинговым категориям. В противном случае доходность банка будет подвержена чрезмерной волатильности.

Рассмотренный подход имеет ряд преимуществ по сравнению с допущением о неизменности параметров риска на протяжении сделки:

Подход позволяет оценить ставку кредитования с учетом тенденций по ухудшению (улучшению) кредитного качества заемщика со временем.

Подход позволяет присвоить различные ставки кредитования заемщикам, вероятность дефолта по которым за один период стремиться к 0 (например, исходя из матрицы миграции S&P за 2010 год — вероятность перехода заемщика с рейтингами AAA, AA, A, BBB в дефолта за один год равна 0).

При использовании модели $ASRF$ — рассмотренный подход не позволяет необоснованно завязать ставки в результате использования параметра M по состоянию на начало сделки.

Модель легко расширяема, поскольку позволяет применять как среднециклические матрицы миграции (TTC), так и матрицы, ориентированные на конкретные периоды цикла (PIT), при условии наличия макроэкономического прогноза.

В случае, если величина аллоцированного на сделку капитала (K) на каждом шаге является функцией только двух переменных — вероятности дефолта (PD) и остаточного срока до погашения (M), рассматриваемый подход допускает аналитическое решение.

ПРИМЕЧАНИЯ

- (1) Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, June 2006.
- (2) Default, Transition, and Recovery: 2010 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions (2010 One-Year Corporate Transition Rates By Region (%)). Миграция в состояние отсутствия рейтинга (“NR”) была приравнена к отсутствию изменений в рейтинге.
- (3) По результатам генерации 5000 сценариев для каждого рейтинга $ROE = 20\%$, $LGD = 1$, $OtherExp = 3\%$.

RISK BASED PRICING OF LOANS TO CORPORATE BORROWERS BASED ON ECONOMIC CAPITAL ALLOCATION AND MIGRATION MATRIXES

D. Surzhko

OJSC VTB Bank
Bolshaya Morskaya, 29, S. Petersburg, Russia

A. Trofimov

PRM, CQF, independent analyst

N. Khovanskiy

OJSC VTB Bank
Bolshaya Morskaya, 29, S. Petersburg, Russia

The article is dedicated to the problem of loan risk-based pricing within commercial banks. Proposed Approach is based on Monte-Carlo simulations. The Approach allows to take into account several important factors: rating migration process and changes in economic capital allocation (within the time horizon equal to loan maturity). As the result, the Approach leads to more accurate risk-based pricing system in terms of achieving target ROE (established by shareholders), than under the common simplified approaches. Proposed backtesting algorithm for the Approach could be used for verification of correctness of the Monte-Carlo simulations. The necessity of credit covenants for borrowers within “unstable” rating classes has been justified. The results are illustrated by examples based on public S&P default statistics.

Key words: risk-based pricing, economic capital, credit risk, return on equity, quantitative risk assessment.