

DOI: 10.22363/2413-3639-2021-67-2-193-207

## ПАМЯТИ НИКОЛАЯ ДМИТРИЕВИЧА КОПАЧЕВСКОГО, МАТЕМАТИКА И ЧЕЛОВЕКА

© 2021 г. **В. И. ВОЙТИЦКИЙ, М. А. МУРАТОВ, Ю. С. ПАШКОВА, П. А. СТАРКОВ,  
Т. А. СУСЛИНА, Д. О. ЦВЕТКОВ**

Аннотация. Статья посвящена научной и педагогической деятельности Николая Дмитриевича Копачевского (1940–2020) — известного математика, заведующего кафедрой математического анализа Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского, организатора и руководителя Крымской осенней математической школы-симпозиума (КРОМШ).

### ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Краткая научная биография Н. Д. Копачевского . . . . .	193
2. Научно-педагогическая деятельность. Работа с учениками . . . . .	196
Список литературы . . . . .	199

#### 1. КРАТКАЯ НАУЧНАЯ БИОГРАФИЯ Н. Д. КОПАЧЕВСКОГО

18 мая 2020 года ушел из жизни Николай Дмитриевич Копачевский — известный отечественный математик, доктор физико-математических наук, профессор, почетный работник сферы образования Российской Федерации, заведующий кафедрой математического анализа Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского, организатор и бессменный руководитель Крымской осенней математической школы-симпозиума (КРОМШ).

Николай Дмитриевич Копачевский родился 25 марта 1940 года в городе Симферополе. Когда началась война, его отец, Дмитрий Николаевич, ушел на фронт, а Коля с мамой и бабушкой попали в оккупацию. Его мать расстреляли фашисты, и маленький Коля остался на руках его тети, Дины Лазаревны, которая воспитала его, несмотря на трудное военное и послевоенное время.

Еще в школьные годы Николай Дмитриевич увлекся математикой, которой в дальнейшем посвятил всю свою жизнь.

По окончании школы Николай Дмитриевич поступил в Харьковский авиационный институт (ХАИ), который окончил с отличием в 1963 году, получив одним из первых в СССР новую специальность инженера-конструктора ядерных авиадвигателей. Математическое дарование Николая Дмитриевича проявилось уже в студенческие годы. Куратором потока, на котором он учился, был знаменитый математик Анатолий Дмитриевич Мышкис. Под его руководством Николай Дмитриевич начал работать уже со второго курса (см. [32, 62]). Наряду с учебой в ХАИ Николай Дмитриевич с начальных курсов регулярно посещает лекции известных математиков В. А. Марченко, Н. И. Ахиезера, И. М. Глазмана, Б. Я. Левина в Харьковском государственном университете.

Помимо учебы Николай Дмитриевич играл в ведущих волейбольных командах Харькова, тренировался в команде мастеров высшей лиги СССР «Буревестник».



По окончании ХАИ Николай Дмитриевич был принят инженером в Физико-технический институт низких температур (ФТИНТ), в отдел прикладной математики, возглавляемый Анатолием Дмитриевичем Мышкисом.

В начале 60-х годов в связи с первым полетом человека в космос и началом космической эры возник ряд прикладных задач, требовавших построения новых математических моделей. Одной из таких задач была проблема поведения жидкого топлива в баке космической ракеты в условиях невесомости.

По инициативе первого директора ФТИНТ академика Б. И. Веркина, с согласия академика С. П. Королева, к изучению данной проблематики была привлечена группа молодых исследователей под руководством А. Д. Мышкиса. Перед ними стояла задача определения форм равновесия, условий устойчивости, описания тепловой конвекции, малых движений жидкости в условиях, близких к состоянию невесомости.

Подобными задачами чуть позже стали заниматься в Вычислительном центре АН СССР (Москва) в отделе Н. Н. Моисеева и в Институте математики АН УССР (Киев) в отделе И. А. Луковского. Эти группы активно и плодотворно сотрудничали, и в 1976 году по материалам работы сотрудников ФТИНТ вышла первая в мире монография по гидромеханике невесомости [9]. Вскоре эта книга была переиздана во многих странах мира, см. [77]. В 1992 году вышла вторая монография [8], отражающая современное развитие этой тематики.

Изучением проблемы малых движений и собственных колебаний в группе А. Д. Мышкиса стал заниматься Николай Дмитриевич. Вдохновленный современными идеями функционального анализа, он решил привлечь к решению поставленной задачи широко применяющиеся в квантовой механике методы теории линейных самосопряженных операторов, действующих в гильбертовом пространстве. Этот подход полностью себя оправдал и составил материал кандидатской диссертации Николая Дмитриевича «О малых колебаниях жидкости в сосуде в условиях, близких к невесомости», защищенной им в Харькове в 1966 году. В диссертации было проведено исследование идеальной жидкости, установлена теорема о разрешимости эволюционной задачи, спектральная задача сведена к исследованию линейного операторного пучка в гильбертовом пространстве, на основании свойств операторов потенциальной и кинетической энергии установлены спектральные свойства задачи, а также условия устойчивости равновесных форм жидкости, методом Ритца были вычислены вещественные собственные значения и собственные функции задачи. Частично эти результаты отражены в одной из первых статей Николая Дмитриевича [41] (совместной с А. Д. Мышкисом).

Большое влияние на выбор операторной методики исследований оказал Селим Григорьевич Крейн, глава Воронежской школы функционального анализа, который стал старшим товарищем и вторым учителем Николая Дмитриевича. Их знакомство произошло в 1965 году на заседании Харьковского математического общества, где Селим Григорьевич рассказывал о серии работ, посвященных гидродинамике тяжелой вязкой жидкости. В частности, в докладе был упомянут нелинейный операторный пучок, позже названный пучком С. Г. Крейна. Результаты исследования данной (несамосопряженной) задачи, отраженные в работах Н. К. Аскерова и Г. И. Лаптева, а также работы М. Г. Крейна и Х. Лангера по спектральной теории операторных пучков, убедили Николая Дмитриевича в плодотворности и перспективности методов теории линейных операторов, сформировали почву для дальнейших исследований.

Под влиянием работ С. Г. Крейна Николай Дмитриевич начал изучение поведения вязкой жидкости, а также систем несмешивающихся жидкостей с учетом сил поверхностного натяжения и вращения. Уже первая статья [42] по этой тематике показала, что учёт сил поверхностного натяжения существенно меняет структуру спектра задачи, а именно, вместо двух ветвей положительных собственных значений с предельными точками в нуле и на бесконечности остается одна ветвь с предельной точкой на бесконечности. Как известно, пучок С. Г. Крейна имеет не более конечного числа невещественных собственных значений. Тот же результат был получен для вязкого самогравитирующего шара. Отметим, что для вязкой капиллярной жидкости в произвольной области вопрос о числе невещественных собственных значений не решен до сих пор.

Материалы работ Николая Дмитриевича [19–26, 43, 46, 65], написанных в 70-е годы, стали основой докторской диссертации «Теория малых колебаний жидкостей с учетом сил поверхностного натяжения и вращения», защищенной в Москве в 1980 году в Вычислительном центре АН СССР.

Официальные оппоненты — выдающиеся математики О. А. Ладыженская и Ф. Л. Черноушко — высоко оценили результаты Николая Дмитриевича.

После защиты докторской диссертации по предложению С. Г. Крейна началась их совместная работа над монографией «Операторные методы в линейной гидродинамике: эволюционные и спектральные задачи» [40]. Третьим автором книги стал вьетнамский математик Нго Зуи Кан. В 1981 году Нго Зуи Кан защитил докторскую диссертацию под руководством С. Г. Крейна, вторым научным консультантом выступал Николай Дмитриевич. Монография вышла в 1989 году и по сегодняшний день является одной из немногих книг, в которых в полной мере отражена методика применения теории линейных операторов к задачам гидродинамики, разработанная Селимом Григорьевичем и Николаем Дмитриевичем. В 2001 и 2003 годах в многотомной серии И. Ц. Гохберга «Operator Theory: Advances and Applications» вышла двухтомная монография Н. Д. Копачевского и С. Г. Крейна «Operator approach to linear problems of hydrodynamics» [68, 69], представляющая собой расширенный вариант монографии [40].

В 1981 году Николай Дмитриевич с супругой Валентиной Георгиевной возвращается в родной Крым. С этого момента он является заведующим кафедрой математического анализа Симферопольского государственного университета — Таврического национального университета — Крымского федерального университета имени В. И. Вернадского.

Во время работы в Симферополе Николай Дмитриевич продолжает сотрудничество с С. Г. Крейном и другими ведущими специалистами в области функционального анализа, среди которых А. С. Маркус, В. И. Мацаев, М. С. Агранович, Т. Я. Азизов.

А. С. Маркуса и В. И. Мацаева Николай Дмитриевич считал своими учителями в области спектральной теории операторов и операторных пучков. На основе известной монографии А. С. Маркуса [61] было написано учебное пособие [31], которое посвящено приложению общих результатов теории оператор-функций к исследованию операторного пучка С. Г. Крейна. В частности, Николаем Дмитриевичем был получен интересный результат о  $p$ -базисности системы собственных элементов, отвечающей одной из двух ветвей положительных собственных значений пучка С. Г. Крейна (см. [27]). Обобщение этого результата на случай произвольной голоморфной оператор-функции с операторными коэффициентами из классов Шаттена—фон Неймана получено совместно с его учеником В. А. Гринштейном (см. [16]). Позднее Николай Дмитриевич с учениками исследовали свойства полиномиальных пучков, возникающих в теории вращающихся жидкостей, конвективных движений в жидкостях, колебаний гидросистем, систем с диссипацией энергии и пр. Частично эти результаты отражены в статьях [2, 3, 5, 17, 28, 30, 44, 64].

Результаты Михаила Семеновича Аграновича по теории эллиптических уравнений, краевых задач и задач сопряжения в липшицевых областях и приложениям оказали существенное влияние на тематику исследований Николая Дмитриевича, проводимых с начала двухтысячных годов (см. [12, 29, 33, 39, 45, 60]) и послуживших основой монографии «Абстрактная формула Грина и некоторые её приложения» [34], вышедшей в 2016 году.

Николай Дмитриевич одним из первых стал использовать методы теории операторов в пространствах с индефинитной метрикой для решения проблем гидродинамики и активно применял новые результаты в этой области. Этому способствовала многолетняя дружба и научное сотрудничество с Т. Я. Азизовым. В 2014 году в результате их совместных исследований вышли монография «Приложения индефинитной метрики» [7] и серия статей и пособий [1, 6, 63].

С 1990 года Николай Дмитриевич Копачевский — идейный вдохновитель и руководитель международной конференции «Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам» (КРОМШ). Школа сохранила традиции Воронежской зимней математической школы, организованной С. Г. Крейном. В течение более чем тридцати лет КРОМШ проходит с большим успехом, собирая замечательных математиков и отличаясь неизменно высоким научным уровнем. Несомненной заслугой Николая Дмитриевича являлась и удивительная душевная атмосфера на этой Школе. Постоянными участниками КРОМШ стали многие известные математики, специалисты в области функционального анализа, дифференциальных уравнений, прикладной математики из России, Украины, Белоруссии, Узбекистана, Казахстана, Израиля, Германии, Польши, Англии, Франции, Швеции, Японии, США и других стран.

Кроме прикладных задач, Николай Дмитриевич активно исследовал многие фундаментальные проблемы теории нелинейных оператор-функций, теории интегродифференциальных уравнений

Вольтерра, общей теории граничных задач и задач сопряжения. В последние годы Николай Дмитриевич с учениками активно занимался исследованием малых движений сочлененных маятников с жидким наполнением, вязкоупругих жидкостей и систем несмешивающихся жидкостей, многокомпонентными задачами сопряжения в липшицевых областях, обобщениями абстрактной формулы Грина для задач сопряжения и полуторалинейных форм.

Достижения Николая Дмитриевича были отмечены наградами и премиями: он являлся заслуженным деятелем науки и техники Украины (1992), лауреатом государственной премии Украины 2013 года (в составе авторского коллектива) за цикл научных работ по гидромеханике «Закономерности волно-вихревых процессов в сплошной среде», лауреатом премии имени В. И. Вернадского (2001), кавалером Ордена «За заслуги» 3-й степени (2008), почетным работником сферы образования Российской Федерации (2020), членом экспертного совета ВАК России. Николай Дмитриевич был членом редколлегий научных журналов «Современная математика. Фундаментальные направления», «Таврический вестник информатики и математики», «Динамические системы».

## 2. Научно-педагогическая деятельность. РАБОТА С УЧЕНИКАМИ

В Симферополе помимо научной работы Николай Дмитриевич активно занялся педагогической деятельностью. Он читал лекции по ряду классических математических дисциплин, разработал более десяти новых спецкурсов для студентов и аспирантов математических специальностей, среди которых выделим следующие:

- «Операторные методы математической физики»,
- «Операторные методы линейной гидродинамики»,
- «Спектральная теория операторных пучков»,
- «Колебания жидкости в условиях невесомости»,
- «Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве»,
- «Абстрактная формула Грина»,
- «Интегро-дифференциальные уравнения Вольтерра в гильбертовом пространстве».

Материалы этих спецкурсов были изданы в виде учебно-научных пособий.

Все годы Николай Дмитриевич был бессменным руководителем еженедельного научного семинара по теории операторов и приложениям кафедры математического анализа. Семинар воспитал многих кандидатов наук, ставших преподавателями университета и других Крымских вузов.

Под руководством Николая Дмитриевича сформировалась научная школа «Операторные методы в механике сплошных сред», защищены 22 кандидатские и две докторские диссертации. Основные направления научных исследований школы Николая Дмитриевича Копачевского связаны с проблемами малых движений идеальной, вязкой, вязкоупругой жидкостей, баротропного газа, систем жидкостей с условиями капиллярности, релаксации, стратификации в неподвижном, вращающемся или колеблющемся сосуде. В работах Николая Дмитриевича и его учеников отражена главная методика научной школы — сведение задачи в частных производных к задаче Коши для дифференциально-операторного уравнения в гильбертовом пространстве. Использование современных достижений функционального анализа и математической физики позволило получить важные для приложений результаты о полноте и базисности собственных функций, о локализации и асимптотике собственных значений, о существовании сильных или слабых решений краевых задач.

Николай Дмитриевич всегда уделял большое внимание ученикам, к каждому из которых он относился с большим вниманием и отеческой заботой. Работа с Николаем Дмитриевичем подразумевала регулярные консультации, живое общение, активное участие в семинарах и конференциях, совместное написание тезисов и статей.

В конце 70-х годов первым его учеником стал сотрудник ФТИНТ Н. К. Радякин, в диссертации которого были решены некоторые задачи, связанные с малыми колебаниями капиллярной жидкости (см. [47–49], [КД 1]).

В начале 80-х годов научные интересы Николая Дмитриевича были обращены на исследование стратифицированной жидкости в ограниченном сосуде. Данная проблематика возникает при изучении волновых процессов в океанах и морях (а также при изучении колебаний криогенных

жидкостей и нефти), где плотность жидкости в состоянии покоя не является постоянной, а зависит от высоты по закону Вьяйсяля—Брендта. Силы плавучести обуславливают наличие внутренних волн и другие интересные физические эффекты, наблюдающиеся в подобных жидкостях. Эта задача вошла в кандидатскую диссертацию второго ученика Николая Дмитриевича — А. Н. Темнова (теперь доцент МГТУ им. Н. Э. Баумана), которая была успешно защищена в 1984 году в Институте механики АН СССР в Москве (см. [51–54], [КД 2]).

Дальнейшее развитие эта тематика нашла в период работы Николая Дмитриевича в Крыму. Так, в статье [4] и в диссертации [КД 3] следующего ученика Николая Дмитриевича — А. В. Андронova — рассматривались вопросы, связанные с колебаниями стратифицированной жидкости в контейнере с упругими днищами. В работах [72, 73] и диссертации С. И. Смирновой [КД 5] исследовался случай, когда переменная плотность для идеальной жидкости изменяется не вдоль некоторой оси (как в случае стратифицированной жидкости), а более сложным образом, учитывающим, например, действие неоднородного потенциального поля и поля центробежных сил.

При исследовании реальных задач о колебаниях стратифицированной жидкости важным аспектом является учет не только непрерывного изменения плотности жидкости вдоль вертикальной координаты, но и возможных скачков плотности. Такие скачки (быстрые изменения плотности от одного значения к другому) встречаются на некоторых глубинах в морях и океанах. Подобные модели, содержащие системы стратифицированных жидкостей, рассматривались в работах Николая Дмитриевича с Т. П. Темченко и М. Ю. Царьковым [55], с Б. М. Вронским и Т. П. Темченко [13], а также в статьях с Д. О. Цветковым [56, 75]. Полученные в них результаты стали основой диссертаций [КД 4], [КД 12].

В диссертации Ю. С. Пашковой [КД 7] изучались спектральные и эволюционные задачи, связанные с малыми движениями жидкости в сосуде, ограниченной упругой мембраной (см. также [70, 71]).

Исследование малых колебаний гидродинамических систем, содержащих в ограниченных областях жидкость и газ, нашли свое отражение в работах с Б. М. Вронским [14] и с Э. Л. Газиевым [15, 66], став материалом их диссертаций [КД 19] и [КД 21].

Системы из идеальных и вязких однородных жидкостей рассматривались в кандидатской диссертации Д. А. Загоры [КД 9]. Далее, в диссертации М. А. Солдатовой [КД 10], а также в более поздних работах с Д. О. Цветковым [57–59] рассматривались задачи, в которых на свободной поверхности жидкости (однородной или стратифицированной) имеются как участки чистой воды, так и участки крошечного льда (так называемая задача о флотации), либо упругого льда (упругий лёд моделируется упругой пластиной).

Начиная с конца 50-ых годов в Советском Союзе активно изучались проблемы малых движений твердого тела с полостью, целиком или частично заполненной жидкостью. К подобным задачам одним из первых подключился С. Г. Крейн, эта тематика исследований отражена в докторской диссертации Нго Зуи Кана. Проблемы малых движений маятника с жидкостями около оси изучались в кандидатской диссертации [КД 6] сирийского ученика Вадиаа Али. Малые колебания маятников около сферического шарнира, а также систем сочлененных маятников, изучались в совместных статьях с Э. И. Батыром и О. А. Дудик [10, 11]. В последнее время совместно с З. З. Ситшаевой и В. И. Войтицким рассматривались общие задачи для системы сочлененных маятников, полости в которых частично заполнены однородными жидкостями либо системами однородных жидкостей (см. [35–38, 76]).

Абстрактные подходы к исследованию краевых задач сопряжения отражены в кандидатских диссертациях П. А. Старкова [КД 11], В. И. Войтицкого [КД 15], О. А. Андроновой [КД 16], К. А. Коваль (Радомирской) [КД 22] (см. [12, 33, 45]), а также в работе последней аспирантки Николая Дмитриевича — А. Р. Якубовой (см. [60]).

В диссертации Е. А. Плохой (Сёмкиной) [КД 20] изучались полные интегродифференциальные уравнения Вольтерра, неразрешенные относительно старшей производной. Задачи для вязкоупругой жидкости рассматривались в диссертациях Л. Д. Орловой [КД 8], а также А. В. Яковлева [КД 13], в последнее время к этой тематике исследований подключились Е. А. Плохая и Д. А. Загора (см. [18, 50, 74]).

Мы перечислили лишь основные задачи, которые Николай Дмитриевич исследовал с учениками, защитившими кандидатские диссертации. Многие результаты остались за рамками данной статьи.

\*\*\*

Подводя итог, отметим многогранность научного творчества Николая Дмитриевича. Во всех работах чётко отражена главная методика научной школы Николая Дмитриевича (именуемой «Операторные методы в механике сплошных сред») — сведение задачи в частных производных к задаче Коши для дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве в терминах линейных операторов либо операторных матриц. Используя результаты спектральной теории самосопряжённых или несамосопряжённых операторов, функционального анализа, вариационных методов математической физики, спектральной теории оператор-функций, операторных матриц, индефинитной метрики, дифференциальных уравнений в банаховом пространстве, удалось доказать важные для приложений результаты о полноте и базисности собственных функций, о локализации и асимптотике собственных значений, о существовании сильных или слабых решений краевых задач.

Николай Дмитриевич оставил большое научное наследие. За период почти 60-летней насыщенной научной деятельности он с соавторами написал около 300 научных работ, более 15 учебных пособий, издал 8 монографий (полный список трудов доступен на сайте <http://nikolay-dkopachevsky.com>).

Неоценимую поддержку в жизни и работе Николаю Дмитриевичу оказывала его супруга Валентина Георгиевна, с которой он прожил 47 лет в любви и согласии. Валентина Георгиевна прекрасно понимала Николая Дмитриевича и делала всё для его плодотворной научной работы. Интересы и увлечения Николая Дмитриевича были чрезвычайно разнообразными: волейбол, плавание, прыжки в воду с Крымских скал, туризм. Но главной для него всегда оставалась математика. Ученики, коллеги и друзья Николая Дмитриевича знали его как человека, преданного своей профессии, увлеченного, любящего жизнь во всех её проявлениях, никогда не скрывавшего своей гражданской позиции, доброжелательного к окружающим. Все, кому посчастливилось знать Николая Дмитриевича Копачевского, навсегда сохранят память об этом замечательном математике и человеке.

Список кандидатских диссертаций, защищенных под руководством Н. Д. Копачевского

[КД 1] Радякин Николай Константинович (совместное руководство с А. Д. Мышкисом), год защиты 1979. Тема диссертации: «Малые колебания капиллярной жидкости, вращающейся в частично заполненном сосуде».

[КД 2] Темнов Александр Николаевич, год защиты 1984. Тема диссертации: «Колебания стратифицированной жидкости в ограниченном объеме».

[КД 3] Андронов Андрей Валентинович, год защиты 1987. Тема диссертации: «Малые колебания идеальной жидкости в контейнере с упругими днищами».

[КД 4] Темченко Татьяна Петровна, год защиты 1989. Тема диссертации: «Спектральные и эволюционные задачи колебаний многослойных стратифицированных жидкостей».

[КД 5] Смирнова Светлана Ивановна, год защиты 1994. Тема диссертации: «Малые движения и собственные колебания идеальной неоднородной несжимаемой жидкости».

[КД 6] Вадиаа Али (Сирия), год защиты 1994. Тема диссертации: «Применение методов спектрального анализа оператор-функций в задаче о колебаниях маятника с полостью, заполненной жидкостью».

[КД 7] Пашкова Юлия Сергеевна, год защиты 1996. Тема диссертации: «Колебания жидкости в сосуде, ограниченной упругой мембраной, и общие вопросы эволюции гидродинамических систем».

[КД 8] Орлова Лариса Дмитриевна (совместное руководство с Т. Я. Азизовым), год защиты 1996. Тема диссертации: «Математические вопросы теории колебаний вязкоупругой и релаксирующей жидкости».

[КД 9] Загора Дмитрий Александрович, год защиты 2001. Тема диссертации: «Операторный подход к проблеме малых движений частично диссипативных гидросистем».

[КД 10] Солдатов Максим Александрович, год защиты 2003. Тема диссертации: «Математические аспекты теории колебаний жидкости в бассейне, частично покрытом льдом».

[КД 11] Старков Павел Александрович, год защиты 2004. Тема диссертации: «Операторный подход к задачам сопряжения».

[КД 12] Цветков Денис Олегович, год защиты 2005. Тема диссертации: «Математические проблемы теории колебаний стратифицированной жидкости».

[КД 13] Яковлев Алексей Викторович, год защиты 2005. Тема диссертации: «Операторный подход к проблеме малых движений вязкоупругих сред».

[КД 14] Тышкевич Дмитрий Леонидович, год защиты 2008. Тема диссертации: «Об ортогонализации систем векторов и разложении типа Вольда в линейных пространствах с внутренним произведением».

[КД 15] Войтицкий Виктор Иванович, год защиты 2010. Тема диссертации: «Краевые задачи со спектральным параметром в уравнениях и краевых условиях».

[КД 16] Андронова Ольга Андреевна, год защиты 2010. Тема диссертации: «Начально-краевые и спектральные задачи с поверхностной и внутренней диссипацией энергии».

[КД 17] Дудик Ольга Александровна, год защиты 2011. Тема диссертации: «Малые движения маятника с полостью, частично заполненной капиллярной вязкой жидкостью».

[КД 18] Батыр Эльдар Ибраимович, год защиты 2011. Тема диссертации: «Малые колебания сочлененных гиростатов».

[КД 19] Вронский Борис Михайлович, год защиты 2014. Тема диссертации: «Малые движения и собственные колебания системы “жидкость—газ”».

[КД 20] Сёмкина Екатерина Владимировна, год защиты 2014. Тема диссертации: «О некоторых классах интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра в гильбертовом пространстве».

[КД 21] Газиев Эскендер Линурович, год защиты 2014. Тема диссертации: «Задачи статики, устойчивости и малых колебаний гидросистемы “жидкость—баротропный газ” в условиях, близких к невесомости».

[КД 22] Радомирская Карина Александровна, год защиты 2018. Тема диссертации: «Операторный подход к краевым, спектральным и начально-краевым задачам сопряжения».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азизов Т. Я., Копачевский Н. Д. Введение в теорию пространств Понтрягина: специальный курс лекций. — Симферополь: ООО «Форма», 2008.
2. Азизов Т. Я., Копачевский Н. Д., Орлова Л. Д. Эволюционная и спектральная задачи, порожденные проблемой малых движений вязкоупругой жидкости// Тр. СПб. мат. об-ва. — 1998. — 6. — С. 5–33.
3. Андронов А. В., Копачевский Н. Д. Самосопряженные операторные пучки, порожденные задачами о колебаниях идеальной вращающейся жидкости// Деп. в УкрНИИТИ. — Киев, 1986. — 12.0.86, № 1667-УК-86.
4. Андронов А. В., Копачевский Н. Д. Малые колебания идеальной стратифицированной жидкости в контейнере с упругим дном// В сб.: «Задачи гидромеханики и тепломассобмена со свободными границами». — Новосибирск: НГУ, 1987. — С. 16–25.
5. Андронова О. А., Копачевский Н. Д. О линейных задачах с поверхностной диссипацией энергии// Современ. мат. Фундам. направл. — 2008. — 29. — С. 11–28.
6. Азизов Т. Я., Копачевский Н. Д. Введение в теорию пространств Крейна. Специальный курс лекций. — Симферополь: ООО «Форма», 2010.
7. Азизов Т. Я., Копачевский Н. Д. Приложения индефинитной метрики. — Симферополь: ДИАЙПИ, 2014.
8. Бабский В. Г., Жуков М. Ю., Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д., Слобожанин Л. А., Тюпцов А. Д. Методы решения задач гидромеханики для условий невесомости. — Киев: Наукова думка, 1992.
9. Бабский В. Г., Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д., Слобожанин Л. А., Тюпцов А. Д. Гидромеханика невесомости. — М.: Наука, 1976.
10. Батыр Э. И., Дудик О. А., Копачевский Н. Д. Малые колебания тел с полостями, заполненными несжимаемой вязкой жидкостью// Изв. вузов. Северо-кавказ. рег. Естеств. науки. — 2009. — 5. — С. 15–29.
11. Батыр Э. И., Копачевский Н. Д. Малые движения и нормальные колебания системы сочлененных гиростатов// Современ. мат. Фундам. направл. — 2013. — 49. — С. 5–88.

12. *Войтицкий В. И., Копачевский Н. Д., Старков П. А.* Многокомпонентные задачи сопряжения и вспомогательные абстрактные краевые задачи// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2009. — 34. — С. 5–44.
13. *Вронский Б. М., Копачевский Н. Д., Темченко Т. П.* Колебания частично диссипативных гидросистем// В сб.: «XII школа по теории операторов в функциональных пространствах». — Тамбов, 1987. — С. 40.
14. *Вронский Б. М., Копачевский Н. Д.* Об одной оценке оператор-функции// *Уч. зап. Тавр. нац. ун-та им. В. И. Вернадского. Сер. физ.-мат. науки.* — 2010. — 23, № 1. — С. 51–54.
15. *Газиев Э. Л., Копачевский Н. Д., Ситшаева З. З.* Об обращении оператора потенциальной энергии в проблеме собственных колебаний системы «капиллярная жидкость—газ»// *Динам. сист.* — 2014. — 4, № 1-2. — С. 9–18.
16. *Гринштейн В. А.* Базисность части системы собственных векторов голоморфной оператор-функции// *Мат. заметки.* — 1991. — 50, № 1. — С. 142–144.
17. *Загора Д. А., Копачевский Н. Д.* О малых движениях и нормальных колебаниях гидросистемы «вязкая жидкость + система идеальных жидкостей»// *Мат. физ. анал. геом.* — 2002. — 9, № 3. — С. 420–426.
18. *Загора Д. А., Копачевский Н. Д.* К проблеме малых колебаний системы из двух вязкоупругих жидкостей, заполняющих неподвижный сосуд (модельная задача)// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2020. — 66, № 2. — С. 182–208.
19. *Копачевский Н. Д.* О свободных колебаниях жидкости, вращающейся в цилиндрическом сосуде в условиях невесомости// *Мех. жидкости и газа.* — 1972. — № 4. — С. 3–9.
20. *Копачевский Н. Д.* Гидродинамика в слабых гравитационных полях. О плоских колебаниях идеальной жидкости в прямоугольном канале// *Мех. жидкости и газа.* — 1972. — № 5. — С. 3–13.
21. *Копачевский Н. Д.* О колебаниях несмешивающихся жидкостей// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1973. — 13, № 5. — С. 1249–1263.
22. *Копачевский Н. Д.* О колебаниях капиллярной вязкой вращающейся жидкости// *Докл. АН СССР.* — 1974. — 219, № 5. — С. 1065–1068.
23. *Копачевский Н. Д.* Задача Коши для малых движений идеальной капиллярной вращающейся жидкости// *Докл. АН СССР.* — 1974. — 219, № 6. — С. 1310–1313.
24. *Копачевский Н. Д.* Применение метода С. Л. Соболева в задаче о колебаниях идеальной капиллярной вращающейся жидкости// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1976. — 16, № 2. — С. 426–439.
25. *Копачевский Н. Д.* О существовании поверхностных волн в задаче о нормальных колебаниях идеальной жидкости, вращающейся в частично заполненном сосуде// *Функц. анализ и его прилож.* — 1978. — 12, № 2. — С. 84–85.
26. *Копачевский Н. Д.* Нормальные колебания системы тяжелых вязких вращающихся жидкостей// *Докл. АН УССР. Сер. А.* — 1978. — № 7. — С. 586–590.
27. *Копачевский Н. Д.* О свойствах базисности системы собственных и присоединенных векторов самосопряженного операторного пучка  $I - \lambda A - \lambda^{-1}B$ // *Функц. анализ и его прилож.* — 1981. — 15, № 2. — С. 77–78.
28. *Копачевский Н. Д.* Обращение теоремы Лагранжа об устойчивости малых колебаний капиллярной вязкой жидкости// *Докл. АН СССР.* — 1990. — 314, № 1. — С. 71–73.
29. *Копачевский Н. Д.* Об абстрактной формуле Грина для тройки гильбертовых пространств и её приложениях к задаче Стокса// *Тавр. вестн. информ. и мат.* — 2004. — № 2. — С. 52–80.
30. *Копачевский Н. Д.* К проблеме малых движений и нормальных колебаний капиллярной вязкой жидкости в равномерно вращающемся сосуде// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2008. — 29. — С. 71–102.
31. *Копачевский Н. Д.* Спектральная теория операторных пучков: специальный курс лекций. — Симферополь: ООО «Форма», 2009.
32. *Копачевский Н. Д.* Мой дорогой учитель А. Д. Мышкис (к 90-летию со дня рождения)// *Журн. мат. физ. анал. и геом.* — 2010. — 6, № 2. — С. 1–17.
33. *Копачевский Н. Д.* Об абстрактной формуле Грина для тройки гильбертовых пространств и полуторалинейных форм// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2015. — 57. — С. 71–107.
34. *Копачевский Н. Д.* Абстрактная формула Грина и некоторые её приложения. — Симферополь: ООО «Форма», 2016.
35. *Копачевский Н. Д., Войтицкий В. И.* О малых движениях физического маятника с полостью, заполненной системой трех однородных несмешивающихся вязких жидкостей// *Тавр. вестн. информ. и мат.* — 2018. — № 3. — С. 22–45.
36. *Копачевский Н. Д., Войтицкий В. И.* О колебаниях сочлененных маятников с полостями, заполненными однородными жидкостями// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2019. — 65, № 3. — С. 434–512.
37. *Копачевский Н. Д., Войтицкий В. И.* О малых колебаниях трех сочлененных маятников с полостями, заполненными однородными идеальными жидкостями// *Сиб. электрон. мат. изв.* — 2020. — 17. — С. 260–299.



38. *Копачевский Н. Д., Войтицкий В. И., Ситшаева З. З.* О колебаниях двух сочлененных маятников, содержащих полости, частично заполненные несжимаемой жидкостью// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2017. — 63, № 4. — С. 627–677.
39. *Копачевский Н. Д., Крейн С. Г.* Абстрактная формула Грина для тройки гильбертовых пространств, абстрактные краевые и спектральные задачи// *Укр. мат. вестн.* — 2004. — 1, № 1. — С. 69–97.
40. *Копачевский Н. Д., Крейн С. Г., Нго Зуи Кан.* Операторные методы в линейной гидродинамике: эволюционные и спектральные задачи. — М.: Наука, 1989.
41. *Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д.* Гидродинамика в слабых силовых полях. О малых колебаниях вязкой жидкости в потенциальном поле массовых сил// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1966. — 6, № 6. — С. 1054–1063.
42. *Копачевский Н. Д., Мышкис А. Д.* О свободных колебаниях жидкого самогравитирующего шара с учетом вязких и капиллярных сил// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1968. — 8, № 6. — С. 1291–1305.
43. *Копачевский Н. Д., Нго Зуи Кан.* Об одной задаче теории свободной конвекции// *Докл. АН СССР.* — 1980. — 251, № 6. — С. 1334–1337.
44. *Копачевский Н. Д., Пивоварчик В. Н.* О достаточном условии неустойчивости конвективных движений жидкости в открытом сосуде// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1993. — 33, № 1. — С. 101–118.
45. *Копачевский Н. Д., Радомирская К. А.* Абстрактные смешанные краевые и спектральные задачи сопряжения и их приложения// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2016. — 61. — С. 67–102.
46. *Копачевский Н. Д., Радякин Н. К.* Свободные колебания двух капиллярных жидкостей, вращающихся в цилиндрическом сосуде// *Мех. жидкости и газа.* — 1976. — № 5. — С. 97–104.
47. *Копачевский Н. Д., Радякин Н. К.* Две задачи о нормальных колебаниях системы из маловязких капиллярных жидкостей// В сб.: «Вопросы мат. физ. и функц. анал.». — Киев: Наукова думка, 1976. — С. 93–110.
48. *Копачевский Н. Д., Радякин Н. К.* О малых колебаниях идеальной капиллярной жидкости, вращающейся в осесимметричном сосуде// В сб.: «Вопросы вычисл. мат. и тех.». — Киев: Наукова думка, 1976. — С. 3–25.
49. *Копачевский Н. Д., Радякин Н. К.* Свободные колебания двух капиллярных жидкостей, вращающихся в цилиндрическом сосуде// *Мех. жидкости и газа.* — 1976. — 5. — С. 97–104.
50. *Копачевский Н. Д., Сёмкина Е. В.* О малых движениях гидросистем, содержащих вязкоупругую жидкость// *Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и её прил.* — 2019. — 172. — С. 48–90.
51. *Копачевский Н. Д., Темнов А. Н.* Колебания идеальной стратифицированной жидкости, полностью заполняющей сосуд// *Деп. в ВИНТИИ.* — Москва, 1982. — 02.03.82, № 892-82.
52. *Копачевский Н. Д., Темнов А. Н.* Колебания идеальной стратифицированной жидкости, частично заполняющей сосуд// *Деп. в ВИНТИИ.* — Москва, 1982. — 28.12.82, № 6398-82.
53. *Копачевский Н. Д., Темнов А. Н.* Свободные колебания идеальной стратифицированной жидкости в сосуде// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1984. — 24, № 1. — С. 109–123.
54. *Копачевский Н. Д., Темнов А. Н.* Колебания стратифицированной жидкости в бассейне произвольной формы// *Журн. выч. мат. и мат. физ.* — 1986. — 26, № 5. — С. 734–755.
55. *Копачевский Н. Д., Темченко Т. П., Царьков М. Ю.* Колебания системы слоев стратифицированной жидкости в цилиндрическом контейнере// *Деп. в УкрНИИТИ.* — Симферополь, 1985. — 03.06.85, № 1203.
56. *Копачевский Н. Д., Цветков Д. О.* Колебания стратифицированной жидкости// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2008. — 29. — С. 103–130.
57. *Копачевский Н. Д., Цветков Д. О.* Малые движения идеальной стратифицированной жидкости в бассейне, покрытом льдом// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2018. — 64, № 3. — С. 573–590.
58. *Копачевский Н. Д., Цветков Д. О.* Задача Коши, порожденная колебаниями стратифицированной жидкости, частично покрытой льдом// *Тавр. вестн. информ. и мат.* — 2018. — № 1. — С. 31–39.
59. *Копачевский Н. Д., Цветков Д. О.* Малые движения идеальной стратифицированной жидкости со свободной поверхностью, полностью покрытой крошеным льдом// *Уфимск. мат. ж.* — 2018. — 18, № 3. — С. 44–59.
60. *Копачевский Н. Д., Якубова А. Р.* О некоторых задачах, порожденных полуторалинейной формой// *Соврем. мат. Фундам. направл.* — 2017. — 63, № 2. — С. 278–315.
61. *Маркус А. С.* Введение в спектральную теорию полиномиальных операторных пучков. — Кишинёв: Штиинца, 1986.
62. *Мышкис А. Д.* Советские математики. Мои воспоминания. — М.: Либроком, 2009.
63. *Azizov T. Ya., Hardt V., Kopachevsky N. D., Mennicken R.* On the problem of small motions and normal oscillations of a viscous fluid in a partially filled container// *Math. Nachr.* — 2003. — 248-249. — С. 3–39.

64. *Azizov T. Ya., Kopachevsky N. D., Suhocheva L. I.* On eigenvalues of selfadjoint pencils with a parameter// В сб.: «Proc. OT16 Conference». — Bucharest: Theta Foundation, 1997. — С. 37–50.
65. *Babskii V. G., Kopachevskii N. D., Myshkis A. D., Slobozhanin L. A., Tyuptsov A. D.* On some unsolved problems of zero-gravity hydromechanics// *Nonlinear Anal.* — 1980. — 4, № 3. — С. 607–621.
66. *Gaziev E. L., Kopachevsky N. D.* Small motions and eigenoscillations of a «fluid-barotropic gas» hydrosystem// *J. Math. Sci. (N.Y.)* — 2013. — 192, № 4. — С. 389–416.
67. *Gohberg I., Goldberg S.* Basic Operator Theory. — Boston—Basel—Berlin: Birkhäuser, 1981.
68. *Kopachevsky N. D., Krein S. G.* Operator Approach to Linear Problems of Hydrodynamics. Vol. 1: Self-Adjoint Problems for an Ideal Fluid. — Basel—Boston—Berlin: Birkhäuser, 2001.
69. *Kopachevsky N. D., Krein S. G.* Operator Approach to Linear Problems of Hydrodynamics. Vol. 2: Non-Self-Adjoint Problems for Viscous Fluids. — Basel—Boston—Berlin: Birkhäuser, 2003.
70. *Kopachevsky N. D., Mennicken R., Pashkova Yu. S., Tretter C.* Complete second-order linear differential operator equations in Hilbert space and applications in hydrodynamics// *Trans. Am. Math. Soc.* — 2004. — 356, № 12. — С. 4737–4766.
71. *Kopachevsky N. D., Pashkova Ju. S.* Small oscillations of a viscous fluid in a vessel bounded by an elastic membrane// *Russ. J. Math. Phys.* — 1998. — 5, № 4. — С. 459–472.
72. *Kopachevsky N. D., Smirnova S. I.* Oscillations of a cylindrically inhomogeneous rotating fluid in a container of special form// *Спектр. и эволюц. задачи.* — 1994. — 3. — С. 45–47.
73. *Kopachevsky N. D., Smirnova S. I.* Proper oscillations of a cylindrically inhomogeneous fluid between coaxial cylinders// *Спектр. и эволюц. задачи.* — 1994. — 3. — С. 44–45.
74. *Kopachevsky N. D., Syomkina E. V.* Linear Volterra integro-differential second-order equations unresolved with respect to the highest derivative// *Eurasian Math. J.* — 2013. — 4, № 4. — С. 64–87.
75. *Kopachevsky N. D., Tsvetkov D. O.* Oscillations of stratificated fluids// *J. Math. Sci. (N.Y.)*. — 2010. — 164, № 4. — С. 574–602.
76. *Kopachevsky N. D., Voytitsky V. I., Sitshaeva Z. Z.* On two hydromechanical problems inspired by works of S. Krein// В сб.: «Differential Equations, Mathematical Physics, and Applications. Selim Grigorievich Krein Centennial». — Providence: AMS, 2019. — С. 219–238.
77. *Myshkis A. D., Babskii V. G., Kopachevskii N. D., Slobozhanin L. A., Tyuptsov A. D.* Low-Gravity Fluid Mechanics. — Berlin, etc.: Springer-Verlag, 1987.

В. И. Войтицкий

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия

E-mail: [victor.voytitsky@gmail.com](mailto:victor.voytitsky@gmail.com)

М. А. Муратов

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия

E-mail: [mustafa\\_muratov@mail.ru](mailto:mustafa_muratov@mail.ru)

Ю. С. Пашкова

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия

П. А. Старков

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия

E-mail: [pastarwork@gmail.com](mailto:pastarwork@gmail.com)

Т. А. Суслина

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: [t.suslina@spbu.ru](mailto:t.suslina@spbu.ru)

Д. О. Цветков

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия

E-mail: [tsvetdo@gmail.com](mailto:tsvetdo@gmail.com)

DOI: 10.22363/2413-3639-2021-67-2-193-207

## In Memory of Nikolay Dmitrievich Kopachevsky, a Mathematician and a Human

© 2021 V. I. Voytitsky, M. A. Muratov, Yu. S. Pashkova, P. A. Starkov, T. A. Suslina,  
D. O. Tsvetkov

**Abstract.** This paper is dedicated to the scientific and pedagogical activities of Nikolay Dmitrievich Kopachevsky (1940–2020) — a well-known mathematician, head of the Department of Mathematical Analysis of the V. I. Vernadsky Crimean Federal University, organizer and head of the Crimean Autumn Mathematical School-Symposium (KROMSH).

### REFERENCES

1. T. Ya. Azizov and N. D. Kopachevsky, *Vvedenie v teoriyu prostranstv Pontryagina: spetsial'nyi kurs lektsiy* [Introduction to the Theory of Pontryagin Spaces: a Special Course of Lectures], Forma, Simferopol', 2008 (in Russian).
2. T. Ya. Azizov, N. D. Kopachevsky, and L. D. Orlova, “Evolutsionnaya i spektral'naya zadachi, porozhdennye problemoy malykh dvizheniy vyazkouprugoy zhidkosti” [Evolution and spectral problems generated by the problem of small motions of a viscoelastic fluid], *Tr. SPb. Mat. ob-va* [Proc. Saint Petersburg Math. Soc.], 1998, **6**, 5–33 (in Russian).
3. A. V. Andronov and N. D. Kopachevsky, “Samosopryazhennyye operatornyye puchki, porozhdennyye zadachami o kolebaniyakh ideal'noy vrashchayushcheyasya zhidkosti” [Self-adjoint operator pencils generated by problems on the oscillations of an ideal rotating fluid], *UkrNIINTI*, Kiev, 1986, **12.0.86**, No. 1667-YK-86.
4. A. V. Andronov and N. D. Kopachevsky, “Malye kolebaniya ideal'noy stratifitsirovannoy zhidkosti v konteynere s uprugim dnishchem” [Small oscillations of an ideal stratified fluid in a container with an elastic bottom], In: *Zadachi gidromekhaniki i teplomassobmena so svobodnymi granitsami* [Problems of Hydromechanics and Heat and Mass Transfer with Free Boundaries], NGU, Novosibirsk, 1987, pp. 16–25 (in Russian).
5. O. A. Andronova and N. D. Kopachevsky, “O lineynykh zadachakh s poverkhnostnoy dissipatsiey energii” [On linear problems with surface energy dissipation], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2008, **29**, 11–28 (in Russian).
6. T. Ya. Azizov and N. D. Kopachevsky, *Vvedenie v teoriyu prostranstv Kreyna. Spetsial'nyi kurs lektsiy* [Introduction to the Theory of Kreyn Spaces. Special Course of Lectures], Forma, Simferopol', 2010 (in Russian).
7. T. Ya. Azizov and N. D. Kopachevsky, *Prilozheniya indefinitnoy metriki* [Applications of Indefinite Metric], DIAYPI, Simferopol', 2014 (in Russian).
8. V. G. Babsky, M. Yu. Zhukov, N. D. Kopachevsky, A. D. Myshkis, L. A. Slobozhanin, and A. D. Tyuptsov, *Metody resheniya zadach gidromekhaniki dlya usloviy nevesomosti* [Methods for Solving Problems of Hydromechanics for Zero Gravity Conditions], Naukova dumka, Kiev, 1992 (in Russian).
9. V. G. Babsky, N. D. Kopachevsky, A. D. Myshkis, L. A. Slobozhanin, and A. D. Tyuptsov, *Gidromekhanika nevesomosti* [Zero Gravity Hydromechanics], Nauka, Moscow, 1976 (in Russian).
10. E. I. Batyr, O. A. Dudik, and N. D. Kopachevsky, “Malye kolebaniya tel s polostyami, zapolnennymi neszhimaemoy vyazkoy zhidkost'yu” [Small oscillations of bodies with cavities filled with an incompressible viscous fluid], *Izv. vuzov. Severo-kavkaz. reg. Estestv. nauki* [Bull. Higher Edu. Inst. North-Caucasian Reg. Nat. Sci.], 2009, **5**, 15–29 (in Russian).
11. E. I. Batyr and N. D. Kopachevsky, “Malye dvizheniya i normal'nye kolebaniya sistemy sochlenennykh girostatov” [Small motions and normal oscillations in systems of connected gyrostats], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2013, **49**, 5–88 (in Russian).
12. V. I. Voytitsky, N. D. Kopachevsky, and P. A. Starkov, “Mnogokomponentnye zadachi sopryazheniya i vspomogatel'nye abstraktnyye kraevyye zadachi” [Multicomponent conjugation problems and auxiliary



- abstract boundary-value problems], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2009, **34**, 5–44 (in Russian).
13. B. M. Vronsky, N. D. Kopachevsky, and T. P. Temchenko, “Kolebaniya chastichno dissipativnykh gidrosistem” [Oscillations of partially dissipative hydraulic systems], In: *XII shkola po teorii operatorov v funktsional'nykh prostranstvakh* [XII School on the Theory of Operators in Function Spaces], Tambov, 1987, pp. 40 (in Russian).
  14. B. M. Vronsky and N. D. Kopachevsky, “Ob odnoy otsenke operator-funktsii” [On one estimate of an operator function], *Uch. zap. Tavri. nats. un-ta im. V. I. Vernadskogo. Ser. fiz.-mat. nauki* [Sci. Notes Vernadskii Tavria Nats. Univ. Ser. Phys.-Math. Sci.], 2010, **23**, No. 1, 51–54 (in Russian).
  15. E. L. Gaziev, N. D. Kopachevsky, and Z. Z. Sitshaeva, “Ob obrashchenii operatora potentsial'noy energii v probleme sobstvennykh kolebaniy sistemy «kapillyarnaya zhidkost'—gaz»” [On the inversion of the operator of potential energy in the problem of eigen oscillations of the system «capillary fluid – gas»], *Dinam. sist.* [Dynam. syst.], 2014, **4**, No. 1-2, 9–18 (in Russian).
  16. V. A. Grinshteyn, “Bazisnost' chasti sistemy sobstvennykh vektorov golomorfnoy operator-funktsii” [Basis property of a part of the system of eigenvectors of a holomorphic operator function], *Mat. zametki* [Math. Notes], 1991, **50**, No. 1, 142–144 (in Russian).
  17. D. A. Zakora and N. D. Kopachevsky, “O malykh dvizheniyakh i normal'nykh kolebaniyakh gidrosistemy «vyazkaya zhidkost' + sistema ideal'nykh zhidkostey»” [On small motions and normal oscillations of the hydraulic system «viscous fluid + system of ideal fluids»], *Mat. fiz. anal. geom.* [Math. Phys. Anal. Geom.], 2002, **9**, No. 3, 420–426 (in Russian).
  18. D. A. Zakora and N. D. Kopachevsky, “K probleme malykh kolebaniy sistemy iz dvukh vyazkouprugikh zhidkostey, zapolnyayushchikh nepodvizhnyi sosud (model'naya zadacha)” [To the problem on small oscillations of a system of two viscoelastic fluids filling immovable vessel: model problem], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2020, **66**, No. 2, 182–208 (in Russian).
  19. N. D. Kopachevsky, “O svobodnykh kolebaniyakh zhidkosti, vrashchayushcheysya v tsilindricheskom sosude v usloviyakh nevesomosti” [On free oscillations of a fluid rotating in a cylindrical vessel under zero gravity], *Mekh. zhidkosti i gaza* [Mech. Fluid Gas], 1972, No. 4, 3–9 (in Russian).
  20. N. D. Kopachevsky, “Gidrodinamika v slabykh gravitatsionnykh polyakh. O ploskikh kolebaniyakh ideal'noy zhidkosti v pryamougol'nom kanale” [Hydrodynamics in weak gravitational fields. On plane oscillations of an ideal fluid in a rectangular channel], *Mekh. zhidkosti i gaza* [Mech. Fluid Gas], 1972, No. 5, 3–13 (in Russian).
  21. N. D. Kopachevsky, “O kolebaniyakh nesmeshivayushchikhsya zhidkostey” [On oscillations of immiscible fluids], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1973, **13**, No. 5, 1249–1263 (in Russian).
  22. N. D. Kopachevsky, “O kolebaniyakh kapillyarnoy vyazkoy vrashchayushcheysya zhidkosti” [On oscillations of a capillary viscous rotating fluid], *Dokl. AN SSSR* [Rep. Acad. Sci. USSR], 1974, **219**, No. 5, 1065–1068 (in Russian).
  23. N. D. Kopachevsky, “Zadacha Koshi dlya malykh dvizheniy ideal'noy kapillyarnoy vrashchayushcheysya zhidkosti” [Cauchy problem for small motions of an ideal capillary rotating fluid], *Dokl. AN SSSR* [Rep. Acad. Sci. USSR], 1974, **219**, No. 6, 1310–1313 (in Russian).
  24. N. D. Kopachevsky, “Primenenie metoda S. L. Soboleva v zadache o kolebaniyakh ideal'noy kapillyarnoy vrashchayushcheysya zhidkosti” [Application of Sobolev's method to the problem of oscillations of an ideal capillary rotating fluid], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1976, **16**, No. 2, 426–439 (in Russian).
  25. N. D. Kopachevsky, “O sushchestvovanii poverkhnostnykh voln v zadache o normal'nykh kolebaniyakh ideal'noy zhidkosti, vrashchayushcheysya v chastichno zapolnennom sosude” [On the existence of surface waves in the problem of normal vibrations of an ideal fluid rotating in a partially filled vessel], *Funkts. analiz i ego prilozh.* [Funct. Anal. Appl.], 1978, **12**, No. 2, 84–85 (in Russian).
  26. N. D. Kopachevsky, “Normal'nye kolebaniya sistemy tyazhelykh vyazkikh vrashchayushchikhsya zhidkostey” [Normal oscillations of a system of heavy viscous rotating fluids], *Dokl. AN USSR. Ser. A* [Rep. Acad. Sci. Uzb. SSR. Ser. A], 1978, No. 7, 586–590 (in Russian).
  27. N. D. Kopachevsky, “O svoystvakh bazisnosti sistemy sobstvennykh i prisoedinennykh vektorov samosopryazhennogo operatornogo puchka  $I - \lambda A - \lambda^{-1}B$ ” [Basis properties of a system of eigenvectors and associated vectors of the self-adjoint operator pencil  $I - \lambda A - \lambda^{-1}B$ ], *Funkts. analiz i ego prilozh.* [Funct. Anal. Appl.], 1981, **15**, No. 2, 77–78 (in Russian).
  28. N. D. Kopachevsky, “Obrashchenie teoremy Lagranzha ob ustoychivosti malykh kolebaniy kapillyarnoy vyazkoy zhidkosti” [Inversion of the Lagrange theorem on the stability of small oscillations of a capillary viscous fluid], *Dokl. AN SSSR* [Rep. Acad. Sci. USSR], 1990, **314**, No. 1, 71–73 (in Russian).

29. N. D. Kopachevsky, “Ob abstraktnoy formule Grina dlya troyki gil’bertovykh prostranstv i ee prilozheniyakh k zadache Stoksa” [On the abstract Green formula for a triple of Hilbert spaces and its applications to the Stokes problem], *Tavr. vestn. inform. i mat.* [Tavricheskiy Bull. Inform. Math.], 2004, No. 2, 52–80 (in Russian).
30. N. D. Kopachevsky, “K probleme malykh dvizheniy i normal’nykh kolebaniy kapillyarnoy vyazkoy zhidkosti v ravnomerno vrashchayushchemsya sosude” [Problem on small motions and normal oscillations of capillary viscous liquids in rotating vessels], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2008, **29**, 71–102 (in Russian).
31. N. D. Kopachevsky, *Spektral’naya teoriya operatornykh puchkov: spetsial’nyi kurs lektsiy* [Spectral Theory of Operator Pencils: a Special Course of Lectures], Forma, Simferopol’, 2009 (in Russian).
32. N. D. Kopachevsky, “Moy dorogoy uchitel’ A. D. Myshkis (k 90-letiyu so dnya rozhdeniya)” [My dear teacher A. D. Myshkis (on the occasion of his 90th birthday)], *Zhurn. mat. fiz. anal. i geom.* [J. Math. Phys. Anal. Geom.], 2010, **6**, No. 2, 1–17 (in Russian).
33. N. D. Kopachevsky, “Ob abstraktnoy formule Grina dlya troyki gil’bertovykh prostranstv i polutoralinykh form” [Abstract Green formulas for triples of Hilbert spaces and sesquilinear forms], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2015, **57**, 71–107 (in Russian).
34. N. D. Kopachevsky, *Abstraktnaya formula Grina i nekotorye ee prilozheniya* [Abstract Green’s Formula and Some of Its Applications], Forma, Simferopol’, 2016 (in Russian).
35. N. D. Kopachevsky and V. I. Voytitsky, “O malykh dvizheniyakh fizicheskogo mayatnika s polost’yu, zapolnennoy sistemoy trekh odnorodnykh nesmeshivayushchikhsya vyazkikh zhidkostey” [On small motions of a physical pendulum with a cavity filled with a system of three homogeneous immiscible viscous fluids], *Tavr. vestn. inform. i mat.* [Tavricheskiy Bull. Inform. Math.], 2018, No. 3, 22–45 (in Russian).
36. N. D. Kopachevsky and V. I. Voytitsky, “O kolebaniyakh sochlenennykh mayatnikov s polostyami, zapolnennymi odnorodnymi zhidkostyami” [On oscillations of connected pendulums with cavities filled with homogeneous fluids], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2019, **65**, No. 3, 434–512 (in Russian).
37. N. D. Kopachevsky and V. I. Voytitsky, “O malykh kolebaniyakh trekh sochlenennykh mayatnikov s polostyami, zapolnennymi odnorodnymi ideal’nymi zhidkostyami” [On small vibrations of three connected pendulums with cavities filled with homogeneous ideal fluids], *Sib. elektron. mat. izv.* [Siberian Electron. Math. Bull.], 2020, **17**, 260–299 (in Russian).
38. N. D. Kopachevsky, V. I. Voytitsky, and Z. Z. Sitshaeva, “O kolebaniyakh dvukh sochlenennykh mayatnikov, soderzhashchikh polosti, chastichno zapolnennye neszhimaemoy zhidkost’yu” [On oscillations of two connected pendulums containing cavities partially filled with incompressible fluid], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2017, **63**, No. 4, 627–677 (in Russian).
39. N. D. Kopachevsky and S. G. Kreyn, “Abstraktnaya formula Grina dlya troyki gil’bertovykh prostranstv, abstraktnye kraevye i spektral’nye zadachi” [Abstract Green formula for a triple of Hilbert spaces, abstract boundary value and spectral problems], *Ukr. mat. vestn.* [Ukr. Math. Bull.], 2004, **1**, No. 1, 69–97 (in Russian).
40. N. D. Kopachevsky, S. G. Kreyn, and Ngo Zuy Kan, *Operatornye metody v lineynoy gidrodinamike: evolyutsionnye i spektral’nye zadachi* [Operator Methods in Linear Hydrodynamics: Evolution and Spectral Problems], Nauka, Moscow, 1989 (in Russian).
41. N. D. Kopachevsky and A. D. Myshkis, “Gidrodinamika v slabykh silovykh polyakh. O malykh kolebaniyakh vyazkoy zhidkosti v potentsial’nom pole massovykh sil” [Hydrodynamics in weak force fields. On small oscillations of a viscous fluid in a potential field of mass forces], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1966, **6**, No. 6, 1054–1063 (in Russian).
42. N. D. Kopachevsky and A. D. Myshkis, “O svobodnykh kolebaniyakh zhidkogo samogravitiruyushchego shara s uchetom vyazkikh i kapillyarnykh sil” [On free oscillations of a liquid self-gravitating ball with allowance for viscous and capillary forces], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1968, **8**, No. 6, 1291–1305 (in Russian).
43. N. D. Kopachevsky and Ngo Zuy Kan, “Ob odnoy zadache teorii svobodnoy konveksii” [On one problem in the theory of free convection], *Dokl. AN SSSR* [Rep. Acad. Sci. USSR], 1980, **251**, No. 6, 1334–1337 (in Russian).
44. N. D. Kopachevsky and V. N. Pivovarchik, “O dostatochnom uslovii neustoychivosti konvektivnykh dvizheniy zhidkosti v otkrytom sosude” [On a sufficient condition for the instability of convective fluid motions in an open vessel], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1993, **33**, No. 1, 101–118 (in Russian).
45. N. D. Kopachevsky and K. A. Radomirskaya, “Abstraktnye smeshannye kraevye i spektral’nye zadachi sopryazheniya i ikh prilozheniya” [Abstract mixed boundary-value and spectral conjugation problems and

- their applications], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2016, **61**, 67–102 (in Russian).
46. N. D. Kopachevsky and N. K. Radyakin, “Svobodnye kolebaniya dvukh kapillyarnykh zhidkostey, vrashchayushchikhsya v tsilindricheskom sosude” [Free oscillations of two capillary fluids rotating in a cylindrical vessel], *Mekh. zhidkosti i gaza* [Mech. Fluid Gas], 1976, No. 5, 97–104 (in Russian).
  47. N. D. Kopachevsky and N. K. Radyakin, “Dve zadachi o normal’nykh kolebaniyakh sistemy iz malovyazkikh kapillyarnykh zhidkostey” [Two problems on normal oscillations of a system of low-viscosity capillary fluids], In: *Voprosy mat. fiz. i funkts. anal.* [Issues of Math. Phys. and Funct. Anal.], Naukova dumka, Kiev, 1976, pp. 93–110 (in Russian).
  48. N. D. Kopachevsky and N. K. Radyakin, “O malykh kolebaniyakh ideal’noy kapillyarnoy zhidkosti, vrashchayushchey v osesimmetrichnom sosude” [On small oscillations of an ideal capillary fluid rotating in an axisymmetric vessel], In: *Voprosy vychisl. mat. i tekhn.* [Issues of Comput. Math. and Tech.], Naukova dumka, Kiev, 1976, pp. 3–25 (in Russian).
  49. N. D. Kopachevsky and N. K. Radyakin, “Svobodnye kolebaniya dvukh kapillyarnykh zhidkostey, vrashchayushchikhsya v tsilindricheskom sosude” [Free oscillations of two capillary fluids rotating in a cylindrical vessel], *Mekh. zhidkosti i gaza* [Mech. Fluid Gas], 1976, **5**, 97–104 (in Russian).
  50. N. D. Kopachevsky and E. V. Semkina, “O malykh dvizheniyakh gidrosistem, sodержashchikh vyazko-upruguyu zhidkost’” [On small motions of hydraulic systems containing a viscoelastic fluid], *Itogi nauki i tekhn. Ser. Sovrem. mat. i ee pril.* [Totals Sci. Tech. Contemp. Math. Appl.], 2019, **172**, 48–90 (in Russian).
  51. N. D. Kopachevsky and A. N. Temnov, “Kolebaniya ideal’noy stratifitsirovannoy zhidkosti, polnost’yu zapolnyayushchey sosud” [Oscillations of an ideal stratified fluid completely filling a vessel], VINITI, Moskva, 1982, **02.03.82**, No. 892-82.
  52. N. D. Kopachevsky and A. N. Temnov, “Kolebaniya ideal’noy stratifitsirovannoy zhidkosti, chastichno zapolnyayushchey sosud” [Oscillations of an ideal stratified fluid partially filling a vessel], VINITI, Moskva, 1982, **28.12.82**, No. 6398-82.
  53. N. D. Kopachevsky and A. N. Temnov, “Svobodnye kolebaniya ideal’noy stratifitsirovannoy zhidkosti v sosude” [Free oscillations of an ideal stratified fluid in a vessel], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1984, **24**, No. 1, 109–123 (in Russian).
  54. N. D. Kopachevsky and A. N. Temnov, “Kolebaniya stratifitsirovannoy zhidkosti v bassejne proizvol’noy formy” [Oscillations of a stratified fluid in a free-form pool], *Zhurn. vych. mat. i mat. fiz.* [J. Comput. Math. Math. Phys.], 1986, **26**, No. 5, 734–755 (in Russian).
  55. N. D. Kopachevsky, T. P. Temchenko, and M. Yu. Tsar’kov, “Kolebaniya sistemy sloev stratifitsirovannoy zhidkosti v tsilindricheskom konteynere” [Oscillations of a system of layers of a stratified fluid in a cylindrical container], UkrNIINTI, Simferopol’, 1985, **03.06.85**, No. 1203.
  56. N. D. Kopachevsky and D. O. Tsvetkov, “Kolebaniya stratifitsirovannoy zhidkosti” [Oscillations of stratified fluids], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2008, **29**, 103–130 (in Russian).
  57. N. D. Kopachevsky and D. O. Tsvetkov, “Malye dvizheniya ideal’noy stratifitsirovannoy zhidkosti v bassejne, pokrytom l’dom” [Small motions of an ideal stratified fluid in a basin covered with ice], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2018, **64**, No. 3, 573–590 (in Russian).
  58. N. D. Kopachevsky and D. O. Tsvetkov, “Zadacha Koshi, porozhdennaya kolebaniyami stratifitsirovannoy zhidkosti, chastichno pokrytoy l’dom” [The Cauchy problem generated by oscillations of a stratified fluid partially covered with ice], *Tavr. vestn. inform. i mat.* [Tavrisheskiy Bull. Inform. Math.], 2018, No. 1, 31–39 (in Russian).
  59. N. D. Kopachevsky and D. O. Tsvetkov, “Malye dvizheniya ideal’noy stratifitsirovannoy zhidkosti so svobodnoy poverkhnost’yu, polnost’yu pokrytoy kroshenym l’dom” [Small motions of an ideal stratified fluid with a free surface completely covered with crushed ice], *Ufimsk. mat. zh.* [Ufa Math. J.], 2018, **18**, No. 3, 44–59 (in Russian).
  60. N. D. Kopachevsky and A. R. Yakubova, “O nekotorykh zadachakh, porozhdennykh polutoralineynoy formoy” [On some problems generated by a sesquilinear form], *Sovrem. mat. Fundam. napravl.* [Contemp. Math. Fundam. Directions], 2017, **63**, No. 2, 278–315 (in Russian).
  61. A. S. Markus, *Vvedenie v spektral’nyu teogriyu polinomial’nykh operatornykh puchkov* [Introduction to the Spectral Theory of Polynomial Operator Pencils], Shtiintsa, Kishinev, 1986 (in Russian).
  62. A. D. Myshkis, *Sovetskie matematiki. Moi vospominaniya* [Soviet Mathematicians. My Memories], Librokom, Moscow, 2009 (in Russian).
  63. T. Ya. Azizov, V. Hardt, N. D. Kopachevsky, and R. Mennicken, “On the problem of small motions and normal oscillations of a viscous fluid in a partially filled container,” *Math. Nachr.*, 2003, **248-249**, 3–39.

64. T. Ya. Azizov, N. D. Kopachevsky, and L. I. Suhocheva, “On eigenvalues of selfadjoint pencils with a parameter,” In: *Proc OT16 Conference*, Theta Foundation, Bucharest, pp. 37–50 (1997).
65. V. G. Babskii, N. D. Kopachevskii, A. D. Myshkis, L. A. Slobozhanin, and A. D. Tyuptsov, “On some unsolved problems of zero-gravity hydromechanics,” *Nonlinear Anal.*, 1980, **4**, No. 3, 607–621.
66. E. L. Gaziev and N. D. Kopachevsky, “Small motions and eigenoscillations of a «fluid-barotropic gas» hydrosystem,” *J. Math. Sci. (N.Y.)*, 2013, **192**, No. 4, 389–416.
67. I. Gohberg and S. Goldberg, *Basic Operator Theory*, Birkhäuser, Boston—Basel—Berlin, 1981.
68. N. D. Kopachevsky and S. G. Krein, *Operator Approach to Linear Problems of Hydrodynamics. Vol. 1: Self-Adjoint Problems for an Ideal Fluid*, Birkhäuser, Basel—Boston—Berlin, 2001.
69. N. D. Kopachevsky and S. G. Krein, *Operator Approach to Linear Problems of Hydrodynamics. Vol. 2: Non-Self-Adjoint Problems for Viscous Fluids*, Birkhäuser, Basel—Boston—Berlin, 2003.
70. N. D. Kopachevsky, R. Mennicken, Yu. S. Pashkova, and C. Tretter, “Complete second-order linear differential operator equations in Hilbert space and applications in hydrodynamics,” *Trans. Am. Math. Soc.*, 2004, **356**, No. 12, 4737–4766.
71. N. D. Kopachevsky and Yu. S. Pashkova, “Small oscillations of a viscous fluid in a vessel bounded by an elastic membrane,” *Russ. J. Math. Phys.*, 1998, **5**, No. 4, 459–472.
72. N. D. Kopachevsky and S. I. Smirnova, “Oscillations of a cylindrically inhomogeneous rotating fluid in a container of special form,” *Spectral Evolution Probl.*, 1994, **3**, 45–47.
73. N. D. Kopachevsky and S. I. Smirnova, “Proper oscillations of a cylindrically inhomogeneous fluid between coaxial cylinders,” *Spectral Evolution Probl.*, 1994, **3**, 44–45.
74. N. D. Kopachevsky and E. V. Syomkina, “Linear Volterra integro-differential second-order equations unresolved with respect to the highest derivative,” *Eurasian Math. J.*, 2013, **4**, No. 4, 64–87.
75. N. D. Kopachevsky and D. O. Tsvetkov, “Oscillations of stratificated fluids,” *J. Math. Sci. (N.Y.)*, 2010, **164**, No. 4, 574–602.
76. N. D. Kopachevsky, V. I. Voytitsky, and Z. Z. Sitshaeva, “On two hydromechanical problems inspired by works of S. Krein,” In: *Differential Equations, Mathematical Physics, and Applications. Selim Grigorievich Krein Centennial*, AMS, Providence, 2019, pp. 219–238.
77. A. D. Myshkis, V. G. Babskii, N. D. Kopachevskii, L. A. Slobozhanin, and A. D. Tyuptsov, *Low-Gravity Fluid Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin, etc., 1987.

V. I. Voytitsky

V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia  
E-mail: victor.voytitsky@gmail.com

M. A. Muratov

V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia  
E-mail: mustafa\_muratov@mail.ru

Yu. S. Pashkova

V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia

P. A. Starkov

V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia  
E-mail: pastarwork@gmail.com

T. A. Suslina

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia  
E-mail: t.suslina@spbu.ru

D. O. Tsvetkov

V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia  
E-mail: tsvetdo@gmail.com