

ISSN 1815-5235 (print), 2587-8700 (online).

Периодичность 6 выпусков в год.

Сайт журнала: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (открытый доступ).

Языки: русский, английский, французский.

Журнал индексируют: РИНЦ, Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory.

Включен в Перечень ведущих научных журналов и изданий ВАК при Минобрнауки России по группе научных специальностей 05.23.00 – Строительство и архитектура. Подписной индекс по каталогу агентства «Роспечать» – 20479 (полгода) и 80344 (год).

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал «*Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*» знакомит читателей с достижениями отечественных и зарубежных ученых в области геометрии пространственных конструкций, сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и расчета строительных и машиностроительных конструкций, освещает вопросы научно-технического прогресса в строительстве и машиностроении, публикует аналитические обзоры по теме журнала.

Сайт журнала функционирует на портале научных журналов Российского университета дружбы народов: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>. Сайт содержит полную информацию о журнале, его редакционной политике и этических принципах, требования к подготовке и условия публикации статей, а также полные выпуски журнала с 2008 г. (в рамках политики свободного доступа).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

АКИМОВ П.А., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия*

ЗАМЕСТИТЕЛЬ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

ГАЛИШНИКОВА В.В., *д-р техн. наук, доц., РУДН, Москва, Россия*

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РЕДАКТОР

МАМИЕВА И.А., *РУДН, Москва, Россия*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

ВАНИН В.В., *д-р техн. наук, проф., Киевский политехнический университет, Киев, Украина*

ЛИСИЧКИН С.Е., *д-р техн. наук, ООО «ИЦСКТЭ», Москва, Россия*

ЗВЕРЯЕВ Е.М., *д-р техн. наук, проф., ИПМ РАН, Москва, Россия*

ОБОЗОВ В.И., *д-р техн. наук, проф., ЦНИИСК, Москва, Россия*

БУЙ СУАН НАМ, *доцент, Ханойский университет горного дела и геологии, Ханой, Вьетнам*

САНЖАРОВСКИЙ Р.С., *д-р техн. наук, проф., ЕНУ им. Гумилева, Астана, Казахстан*

АГАПОВ В.П., *д-р техн. наук, проф., МГСУ, Москва, Россия*

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

АНДРЕЕВ В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия*

БАЖЕНОВ В.А., *акад., Национальная академия педагогических наук, д-р техн. наук, проф., КНУСА, Киев, Украина*

ГОЛИК В.И., *д. член РАЕН, д-р техн. наук, проф., Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), Владикавказ, Россия*

ЗАКСЕНХОФЕР РАЙХАНД Ф., *профессор, Горный университет в Леобене, Австрия*

ИВАНОВ С.П., *д-р техн. наук, проф., ПГТУ (ВолгаТех), Йошкар-Ола, Россия*

КАРПЕНКО Н.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия*

КОЛЧУНОВ В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЮЗГУ, Курск, Россия*

МАНДРОНЕ ДЖУЗЕППЕ, *доцент, Университет Турина, Италия*

КРАСИЧ СОНЯ, *кандидат технических наук, Нишский университет, Ниш, Сербия*

МАГУЛЕ ФРЕДЕРИК, *профессор, Высшая инженерная школа «Централь Сюделек», Университет Париж-Сабли, Франция*

ЛЯХОВИЧ Л.С., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ТГАСУ, Томск, Россия*

ТРАВУШ В.И., *акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ЭНПИ, Москва, Россия*

ЯКУПОВ Н.М., *чл.-корр. РИА, д-р техн. наук, проф., ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Россия*

Корректор Ю.А. Заикина

Дизайн обложки Ю.Н. Ефремовой

Компьютерная верстка Ю.А. Заикиной

Адрес редакции:

Российский университет дружбы народов

Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Тел.: +7 (495) 955-08-58; факс: +7 (495) 955-08-58

E-mail: stmj@rudn.university; i_mamieva@mail.ru

Подписано в печать 20.08.2018. Выход в свет 27.08.2018. Формат 60×84/8.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman».

Усл. печ. л. 11,62. Тираж 250 экз. Заказ № 1250. Цена свободная.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов» (РУДН)

Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Отпечатано в типографии ИПК РУДН: Россия, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3

© Российский университет дружбы народов, 2018

© Кривошапко Н.С., фото на обложке (ул. Грабен, Вена, Австрия), 2018

ISSN 1815-5235 (print), 2587-8700 (online).

Published 6 times a year.

Website: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics> (Open Access).

Languages: Russian, English, French.

Indexed by RSCI (elibrary.ru), Cyberleninka, DOAJ, Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory.

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published.

Review-and-analytic and scientific-and-technical peer-reviewed journal “*Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*” shows the readers round the achievements of Russian and foreign scientists in the area of geometry of spatial structures, strength of materials, structural mechanics, theory of elasticity and analysis of building and machine-building structures, illumines the problems of scientific-and-technic progress in building and machine-building, publishes analytic reviews on the aims and scope of the Journal.

The Journal website operates on the Portal of RUDN University scientific journals: <http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>. The website contains full information about the Journal, editorial policy and ethics, requirements for the preparation and publication of the articles, etc., as well as full-text issues of the Journal since 2008 (Open Access).

EDITOR-IN-CHIEF

P.A. AKIMOV, *Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia*

ASSISTANT EDITOR-IN-CHIEF

V.V. GALISHNIKOVA, *DSc, RUDN University, Moscow, Russia*

MANAGING EDITOR

I.A. MAMIEVA, *RUDN University, Moscow, Russia*

EDITORIAL STAFF:

V.V. VANIN, *DSc, Professor, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kiev, Ukraine*

S.E. LISICHKIN, *DSc, Scientific Research Institute of Energy Structures, Moscow, Russia*

E.M. ZVERYAEV, *DSc, Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia*

V.I. OBOZOV, *DSc, Professor, Central Research Institute of Building Structures (TzNIISK im. V.V. Kucherenko), Moscow, Russia*

XUAN NAM BUI, *PhD, Assoc. Professor, Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam*

R.S. SANJAROVSKY, *DSc, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan*

V.P. AGAPOV, *DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia*

EDITORIAL BOARD:

V.I. ANDREEV, *Chairman, Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia*

V.A. BAZHENOV, *Member of the National Academy of Educational Science of Ukraine, DSc, Professor, Kiev National University of Building and Architecture, Kiev, Ukraine*

V.I. GOLIK, *Member of the Russian Academy of Sciences, DSc, Professor, North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University), Vladikavkaz, Russia*

REINHARD F. SACHSENHOFER, *PhD, Professor, Montanuniversität Leoben, Austria*

S.P. IVANOV, *DSc, Professor, Volga State University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia*

N.I. KARPENKO, *Member of the RAACS, DSc, Professor, NIISF RAACS, Moscow, Russia*

V.I. KOLCHUNOV, *Member of the RAACS, DSc, Professor, South-West State University, Kursk, Russia*

GIUSEPPE MANDRONE, *PhD, Ass. Prof. in Engineering Geology, University of Torino, Italy*

SONJA KRASIC, *PhD of Technical Science, University of Nis, Nis, Serbia*

FREDÉRIC MAGOULÈS, *DSc, Professor, Centrale Supélec, Université Paris-Saclay, France*

L.S. LYAKHOVICH, *Member of the RAACS, DSc, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB), Tomsk, Russia*

V.I. TRAVUSH, *Member of the RAACS, DSc, Professor, ENPI, Moscow, Russia*

N.M. YAKUPOV, *Corresponding Member of Russian Engineering Academy, DSc, Professor, IME of FIC KazanSC of RAS, Russia*

Copy Editor Yu.A. Zaikina

Graphic Designer Yu.N. Efremova

Layout Designer Yu.A. Zaikina

Address of the Editorial Board:

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

Tel.: +7 (495) 955-08-58; fax: +7 (495) 955-08-58

E-mail: stmj@rudn.university; i_mamieva@mail.ru

Printing run 250 copies. Open price

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

Printed at Publishing House of RUDN University:

3 Ordzhonikidze St., Moscow, 115419, Russian Federation

© Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), 2018

© Krivoshapko N.S., photo on the cover of the Journal (Graben Str., Vienna, Austria), 2018

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

2018 Том 14 № 4

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Обзорно-аналитический и научно-технический журнал
Издается с 2005 г.

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77-19706 от 13 апреля 2005 г.
выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства
в сфере массовых коммуникаций и охране наследия
Учредитель: Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- Лебедь Е.В.* Компьютерное исследование работы каркасов большепролетных металлических куполов при различных способах монтажа 261
- Alyoshina O.O., Cajamarca Zuniga D.* Stress-strain state investigation of the “YASUNI” shell by bionic architecture methods based on numerical modeling (Исследование напряженно-деформированного состояния оболочки «YASUNI» методами бионической архитектуры на основе численного моделирования) 273
- Ситников И.Р., Голиков А.В.* Регулирование усилий в большепролетных конструкциях при разработке рациональной конструктивной формы здания дельфинария в Волгограде 278
- Мкртычев О.В., Андреев М.И., Сидоров Д.С.* Анализ изменения усилий в конструкциях при учете стадийности возведения 293

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКИХ РАМ

- Galishnikova V.V., Pahl P.J.* Analysis of frame buckling without sidesway classification (Анализ устойчивости рам без учета классификации по возможности поперечных смещений) 299

ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

- Мир-Салим-заде М.В.* Частичное закрытие прямолинейной трещины, исходящей из контура кругового отверстия в стрингерной пластине 313

ДИНАМИКА КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ

- Нуримбетов А.У., Дудченко А.А.* Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов 323
- Мокин Н.А., Кустов А.А., Ганджунцев М.И.* Численное исследование собственных частот и форм колебаний воздухоопорных сооружений 337

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

- Сон М.П.* Экспериментальные исследования прочности фланцевых соединений 348

STRUCTURAL MECHANICS OF ENGINEERING CONSTRUCTIONS AND BUILDINGS

2018 VOLUME 14 No. 4

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4

<http://journals.rudn.ru/structural-mechanics>

Founded in 2005

by Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

CONTENTS

ANALYSIS AND DESIGN OF BUILDING STRUCTURES

- Lebed E.V.* Computer analysis of the behavior of large-span metal domes with different methods of installation 261
- Alyoshina O.O., Cajamarca Zuniga D.* Stress-strain state investigation of the "YASUNI" shell by bionic architecture methods based on numerical modeling 273
- Sitnikov I.R., Golikov A.V.* Adjustment of forces in large-span structures in the design of a rational constructive form of a Dolphinarium in Volgograd 278
- Mkrtychev O.V., Andreev M.I., Sidorov D.S.* Stress changing analysis in structures with account of the erection level 293

FRAME BUCKLING

- Galishnikova V.V., Pahl P.J.* Analysis of frame buckling without sidesway classification 299

PROBLEMS OF THEORY OF ELASTICITY

- Mir-Salim-zada M.V.* Partially closure of rectilinear crack emanating from contour of circular hole in stringer plate 313

DYNAMICS OF STRUCTURES AND BUILDINGS

- Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A.* The modern state of the problem of analyzing the natural frequencies and modes of vibration of a composite structure 323
- Mokin N.A., Kustov A.A., Gandzhuntsev M.I.* Numerical investigation of natural frequencies and mode shapes of air-supported structures 337

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

- Son M.P.* Experimental studies of strength flanged connections 348

Расчет и проектирование строительных конструкций

УДК 624.074.2:624.014:693.8

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-261-272

Компьютерное исследование работы каркасов большепролетных металлических куполов при различных способах монтажа

Е.В. Лебедь

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Ярославское шоссе, 26, Москва, Российская Федерация, 129337*(поступила в редакцию: 18 июня 2018 г.; принята к публикации: 02 августа 2018 г.)*

В статье дается краткая характеристика процесса формирования каркасов большепролетных металлических куполов в процессе возведения. Выполнено общее описание конструктивных решений каркасов ребристо-кольцевых и сетчатых большепролетных металлических куполов. Указано на разные расчетные способы сопряжения элементов каркасов между собой в куполах различного конструктивного решения. Вследствие работы конструкций при монтаже купольных каркасов по расчетным схемам, отличающимся от проектной, в их конструктивных элементах возникают монтажные усилия.

Для проведения исследований разработаны проектные компьютерные модели ребристо-кольцевого и секториально-сетчатого однополюсных металлических куполов пролетом 48 м и высотой 12 м из стальных двутавров с жесткими сопряжениями в узлах. Исследуемые купольные каркасы опираются по контуру на постоянные стойки через шарнирные сопряжения. На основе проектных моделей созданы дополнительные модели неполного каркаса для исследования различных способов монтажа куполов, которые отличались друг от друга количеством временных опор при шарнирном сопряжении с каркасом и шарнирными узловыми сопряжениями стержневых элементов над ними. Каждая из этих моделей интерпретировала промежуточное состояние монтируемого купольного каркаса с характерной для него расчетной схемой. В зависимости от количества временных опор для ребристо-кольцевого купола рассмотрено три монтажных схемы, а для секториально-сетчатого – четыре.

Монтажные расчетные схемы включали в себя следующие виды временных опор: центральная опора, центральная и 1 ряд промежуточных опор, центральная и 3 ряда промежуточных опор, опора под каждым узлом каркаса. Для каждой монтажной модели купольного каркаса выполнены компьютерные расчеты на действие собственного веса с целью определения их напряженно-деформированного состояния. В результате расчетов определены напряжения в конструктивных элементах каркасов, которые сравнивались с напряжениями соответствующих элементов на действие собственного веса в каркасе проектной схемы. По полученным данным построены графики и диаграммы, отражающие уровень монтажных напряжений в конструктивных элементах каркаса по сравнению с проектными величинами с учетом характера – сжатие или растяжение. При этом рассмотрены различные группы элементов по всей высоте купольных каркасов.

Сделан вывод о неизбежности появления напряжений в элементах каркасов большепролетных металлических куполов при их возведении, а также о существенной их величине для отдельных способов монтажа. Указаны способы возведения и виды конструктивных элементов, которые могут оказать влияние на надежность купольных каркасов. Отмечена необходимость обязательных расчетов каркасов на монтажные состояния при проектировании большепролетных металлических куполов.

Ключевые слова: большепролетные купола, металлические каркасы, геометрические схемы, конструктивные решения, способы возведения, монтаж конструкций, компьютерная модель, напряжения в элементах

Введение

Купола широко применяются в качестве покрытий зданий и сооружений не только из-за выразительности геометрической формы, но и благодаря надежности образуемых конструктивных систем. Вследствие повышенной пространственной жестко-

сти в сочетании с экономичностью расхода металла они занимают ведущее положение среди пространственных выпуклых покрытий [1; 2]. Это объясняет их большое распространение в мировой практике строительства большепролетных покрытий.

Каркасы большепролетных металлических куполов не появляются на строительной площад-

ке сразу и целиком. Приобретают они свою проектную форму, реализующуюся во внешнем облике [3; 4], постепенно в течение длительного времени. Сначала появляются лишь отдельные конструкции, затем эти конструкции объединяются во фрагменты купольных каркасов, фрагменты каркасов увеличиваются (или объединяются) с образованием цельного купольного каркаса [5]. Купольные каркасы собираются из большого количества металлических конструкций, по-разному ориентированных в пространстве. Конструктивная сложность купольных каркасов и способ их монтажа во многом зависят от геометрической схемы и размеров их пролетов.

Купольные каркасы даже одинаковых геометрических схем могут существенно отличаться друг от друга конструктивным исполнением. Самым важным конструктивным признаком является количество поясов. По этому признаку ребристые и ребристо-кольцевые купола могут быть одноясными и двухясными, а сетчатые купола – односетчатыми и двухсетчатыми. Элементы каркасов одноясных ребристых и ребристо-кольцевых куполов, односетчатых купольных каркасов работают в основном на сжатие с изгибом. Поэтому их сечения обычно назначают двутавровыми.

Важным конструктивным и расчетным фактором является способ сопряжения элементов купольных каркасов между собой. Стержневая пространственная система в одноясных ребристо-кольцевых и односетчатых куполах для сохранения геометрической неизменяемости в нормальном к условной оболочке направлении должна иметь жесткие узловые сопряжения.

Реальные конструкции в большепролетных металлических куполах обладают собственным весом, а их каркасы формируются постепенно. В этом процессе отдельные элементы, конструкции или части каркасов устанавливаются на временные опоры или посредством крепления к уже смонтированной части каркаса. И в том и в другом случае монтажная схема работы конструкций или частей купольных каркасов коренным образом отличается от проектной схемы. Поэтому в процессе возведения куполов в их конструктивных элементах возникают внутренние усилия, отличающиеся по характеру и величине от тех, что появляются при работе каркасов по проектным схемам. При этом величины и характер распределения усилий в элементах каркаса для разных способов возведения куполов и на разных его стадиях отличаются друг от друга. Наиболь-

шее влияние на эти усилия оказывает способ возведения купольного каркаса.

Возведение каркасов большепролетных металлических куполов может выполняться различными способами [5–7]: с временной центральной опорой, несколькими временными опорами, со строительных лесов, подъемом собранного на земле, монтаж навесным способом и комбинированными способами. Временная центральная опора устанавливается под вершиной купола, обычно на ней устраивается верхнее кольцо ребристо-кольцевого купола или аналогичная ему часть сетчатого купола. Если применяются несколько временных опор, то дополнительно к центральной на равном расстоянии от нее (по окружности) устанавливаются еще ряд нескольких опор [8]. Таких рядов может быть несколько и оси этих рядов напоминают концентрические окружности разного диаметра. При любом способе возведения купольные каркасы собираются как из отдельных конструкций, так и из фрагментов каркасов разной степени укрупнения [9].

Методология

С целью выяснения характера и величин внутренних усилий в стержнях в процессе возведения каркасов большепролетных металлических куполов были выполнены специальные исследования. Исследования проводились на компьютерных моделях пространственных стержневых систем в программе SCAD [10]. В качестве объектов исследования рассматривались каркасы ребристо-кольцевого и секториально-сетчатого куполов, изображенных на рис. 1. Для этого были разработаны компьютерные модели каркасов [11], параметры которых были приближены к реальным купольным сооружениям. Купола сферические с радиусом кривизны 30 м, пролетом 48,2 м и высотой 12,2 м. Каждый купольный каркас насчитывает по высоте 8 ярусов. Сопряжения стержневых элементов между собой во всех узлах каркасов приняты жесткими. В ребристо-кольцевом куполе ребра назначены из стального двутавра 35Ш1, кольца – из двутавра 23Ш1. В сетчатом куполе все элементы назначены из стального двутавра 20Ш1. В проектных схемах купольные каркасы установлены через шарнирные сопряжения на короткие стойки из стальных труб, которые располагаются под каждым узлом нижнего кольцевого контура. Максимальные вертикальные перемещения от собственного веса каркаса в

ребристо-кольцевом куполе равны 0,08 см, в секториально-сетчатом – 0,06 см.

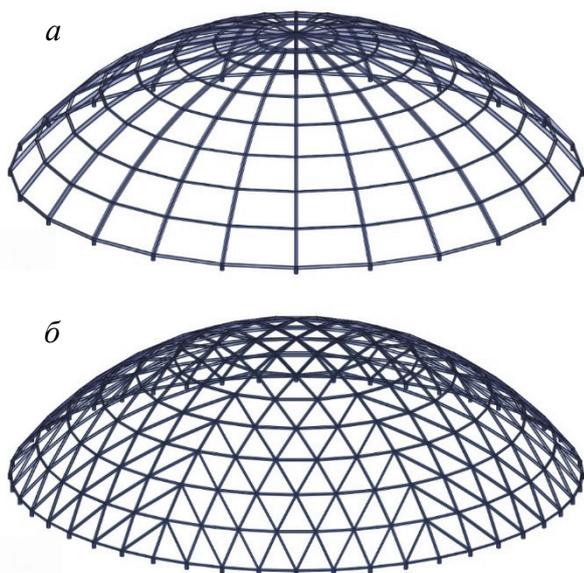


Рис. 1. Исследуемые купольные каркасы:

a – ребристо-кольцевой купол;

б – секториально-сетчатый купол

[Figure 1. Investigated dome frames:

a – the ribbed-rings dome; *б* – the sectoral-lattice dome]

Анализ работы пространственных стержневых систем купольного типа на компьютерных расчетных моделях для различных задач распространен среди многих исследователей. Таким образом, например, исследуется работа каркасов на изменение геометрических параметров купола [12; 13], выхода из строя групп элементов [14], разные геометрические схемы каркаса [15], разные отношения высоты купола к диаметру [16], изменение пролетов куполов [17], устройство ограждения в ячейках каркаса [18]. Автором представленного здесь материала выполнялись исследования в полном соответствии с принципами аналогичных исследований работы пространственных стержневых систем, но поставленная задача была совершенно другой. Рассматривались конкретные стадии возведения при различных способах монтажа, для каждого из которых создавалась отдельная расчетная модель (монтажная схема) купольного каркаса.

Для ребристо-кольцевого купола рассмотрены три схемы монтажа с временными опорами (рис. 2): центральной и 3 рядами промежуточных опор, центральной и 1 рядом промежуточных опор, с центральной опорой. Во всех схемах центральная опора поддерживает верхнее кольцо, к которому кре-

пятся меридиональные ребра. Для секториально-сетчатого купола рассмотрены четыре схемы монтажа с временными опорами (рис. 3): со сплошными лесами, центральной и 3 рядами промежуточных опор, центральной и 1 рядом промежуточных опор, с центральной опорой.

Все временные стойки в монтажных расчетных моделях условно приняты из стальных толстостенных труб, сопряжения которых с узлами купольных каркасов приняты шарнирными.

Во всех монтажных схемах расчетных моделей ребристо-кольцевого купола (см. рис. 2) и секториально-сетчатого купола (см. рис. 3) условно считалось, что отдельные части каркасов над опорами еще не соединены между собой жестко, но тем не менее установлены на временные опоры без смещения. Поэтому сопряжения элементов каркаса друг с другом приняты шарнирными. Сопряжения стержней в местах примыкания к верхнему кольцу или временной центральной стойке также приняты шарнирными.

Исследование производилось на основе статического расчета моделей купольных каркасов проектной и каждой из монтажных схем на действие нагрузки только от собственного веса конструктивных элементов каркаса. Вес временных и постоянных опорных стоек не учитывался. Рассматривались стадии возведения, когда уже установлены на временные и постоянные стойки стержневые части или отдельные элементы трех из шести не связанных между собой секторов купольного каркаса. Нагрузка от их собственного веса передается как на постоянные контурные, так и на все внутриконтурные временные опоры в каждом конкретном способе возведения.

В результате расчетов было получено напряженно-деформированное состояние каждой из сложившихся монтажных стержневых систем, которое сравнивалось с проектной схемой купольного каркаса. Максимальные вертикальные перемещения от собственного веса каркаса в монтажных схемах ребристо-кольцевого купола равны 0,06, 0,08 и 0,14 см соответственно схемам рис. 2, в секториально-сетчатом куполе – 0,00, 0,13, 0,15 и 0,19 см соответственно схемам рис. 3.

Внутренние усилия N_i и M_i в элементах каждой из многочисленных расчетных схем стержневых систем характеризуются большим разбросом в широком интервале значений, включающих и разные знаки. Поэтому анализ напряженных состояний купольных каркасов производился по отношению нормальных напряжений в конструктивных элемен-

тах в монтажных схемах $\sigma_{M,i}$ к нормальным напряжениям в проектной схеме $\sigma_{п,i}$, т.е. $\sigma_{M,i} / \sigma_{п,i}$.

Элементы пространственных стержневых систем, к которым относятся купольные каркасы, находятся в состоянии действия продольной силы одновременно с изгибом. В большинстве стержневых элементов купольных каркасов – это сжимающие напряжения, но для кольцевых элементов у опорного контура (3 нижних кольца в ребристо-кольцевом куполе и опорное кольцо в секториально-сетчатом куполе) – это растягивающие напряжения.

Нормальные напряжения в каждом i -ом элементе рассматриваемых купольных каркасов вычислялись по формуле

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \pm \frac{M_{x,i}}{W_{x,i}} \pm \frac{M_{y,i}}{W_{y,i}}.$$

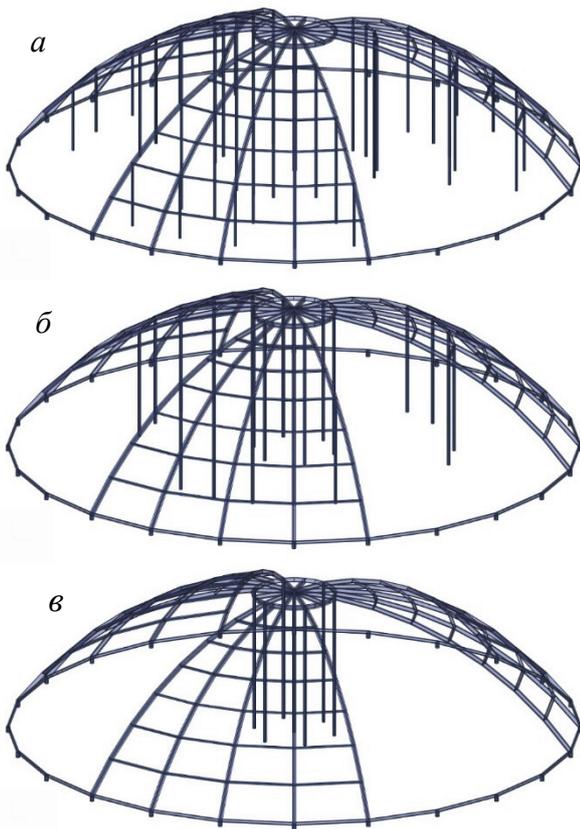


Рис. 2. Монтажные схемы ребристо-кольцевого купола:

- a* – с центральной и 3 рядами промежуточных опор;
- б* – с центральной и 1 рядом промежуточных опор;
- в* – с центральной опорой

[Figure 2. Installation schemes of the ribbed-rings dome:

- a* – with a central support and 3 rows of intermediate supports;
- б* – with a central and 1 row of intermediate supports;
- в* – with a central support]

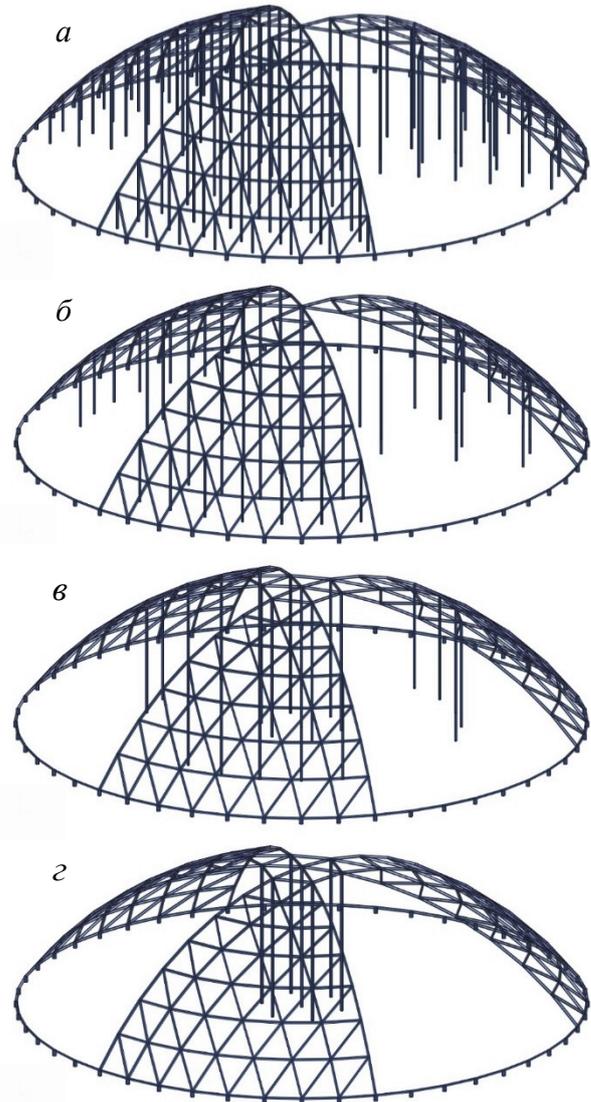


Рис. 3. Монтажные схемы секториально-сетчатого купола:

- a* – со сплошными лесами; *б* – с центральной и 3 рядами промежуточных опор; *в* – с центральной и 1 рядом промежуточных опор;

[Figure 3. Installation schemes of the sectorial-lattice dome:

- a* – with continuous scaffolding; *б* – with a central support and 3 rows of intermediate supports; *в* – with a central and 1 row of intermediate supports; *г* – with a central support]

Поскольку наиболее важными в стержневых системах являются сжимающие усилия, то за критерий оценки приняты напряжения со стороны сжатых поясов двутавровых элементов купольных каркасов. Следовательно, полученные данные по элементам купольных каркасов, как правило, характеризуются акцентом на сжимающие напряжения. Исключением из этого правила являются те случаи, когда в элементах возникают только растягивающие напряжения. Так как сжимающие напряжения в проектной и монтажной схемах могут оказаться на противоположных поясах двутавров,

при вычислении отношения $\sigma_{M,i} / \sigma_{П,i}$ это учитывалось введением знаков «+» и «-». Знак «-» применялся в том случае, когда сжимающие напряжения в элементе монтажной и проектной схем оказывались с разных сторон от нейтральной оси двутавра, а знак «+» – если сжимающие напряжения оказывались по одну сторону.

Результаты

На рис. 4 и 5 приведены сравнительные данные по напряжениям, возникающим в стержнях каркаса ребристо-кольцевого купола при различных способах его монтажа. Эти данные показывают, что при всех способах монтажа в отдельных группах элементов каркаса ребристо-кольцевого купола возникают напряжения, превышающие напряжения при работе каркаса по проектной схеме. При этом в ребрах по мере приближения к вершине купола напряжения возрастают, а в кольцах снижаются и даже меняют знак. С уменьшением количества временных опор при монтаже напряжение в ребрах нижней части купольного каркаса возрастает. При монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор напряжения в ребрах достигают 1,2–1,6 проектных значений в верхней части купола. При монтаже с центральной и 1 рядом промежуточных опор напряжения в ребрах достигают 1,7–2,2 проектных значений в верхней части купола. При монтаже только с центральной опорой напряжения в ребрах достигают 1,6–2,2 проектных значений в верхней и 1,4–1,8 в нижней частях купола.

Напряжение в кольцах купольного каркаса достигают максимума в 2,8 проектных значений

только на внешнем контуре, а в других местах не превышают 1,6 проектных значений. Они не проявляют значительной зависимости от способов монтажа, за исключением 1-го ряда временных опор для монтажной схемы *a*, где наблюдается всплеск напряжений до 2,4 проектных значений.

На рис. 6, 7 и 8 приведены сравнительные данные по напряжениям, возникающим в стержнях каркаса секториально-сетчатого купола при различных способах его монтажа. Для удобства описания стержневые элементы на границах секторов названы меридиональными, элементы по кольцевому направлению – кольцевыми, а элементы между кольцевыми стержнями – раскосными.

Полученные данные показывают, что при всех способах монтажа в названных группах элементов секториально-сетчатого купола возникают напряжения, превышающие напряжения при работе каркаса по проектной схеме.

При монтаже со сплошных лесов напряжения в меридиональных элементах не достигают значений проектной схемы каркаса. При монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор напряжение в меридиональных элементах нижнего яруса купольного каркаса возрастает до 3,0 проектных значений, а в верхнем ярусе – до 1,4. При монтаже с центральной и 1 рядом промежуточных опор напряжение в меридиональных элементах нижнего и верхнего ярусов возрастает до 2,4 и 1,7 проектных значений соответственно. При монтаже с центральной опорой напряжение в меридиональных элементах нижних и верхних ярусов возрастает до 1,6–2,8 и 2,0–2,8 проектных значений соответственно.

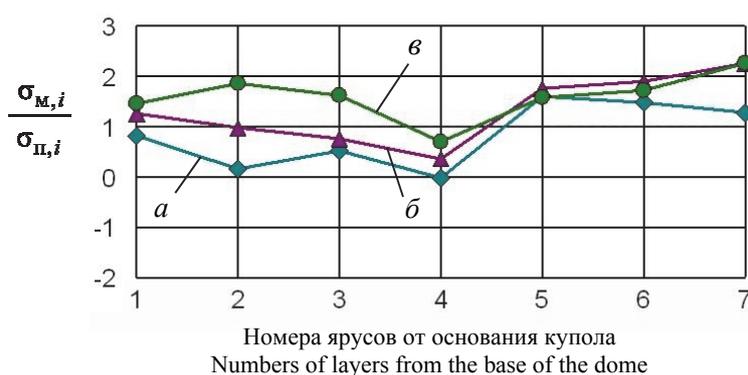


Рис. 4. $\sigma_{M,i} / \sigma_{П,i}$ в ребрах ребристо-кольцевого купола:

a – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор;
б – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; *в* – монтаж с центральной опорой

[Figure 4. $\sigma_{M,i} / \sigma_{П,i}$ in the ribs of the ribbed-rings dome:

a – installation with a central support and 3 rows of intermediate supports;
б – installation with a central and the 1 row of intermediate supports; *в* – installation with a central support]

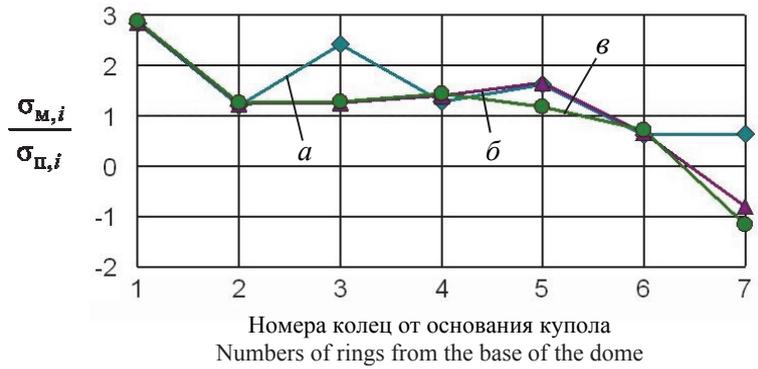


Рис. 5. $\sigma_{M,i}/\sigma_{N,i}$ в кольцах ребристо-кольцевого купола:

a – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор;
б – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; *в* – монтаж с центральной опорой

[Figure 5. $\sigma_{M,i}/\sigma_{N,i}$ in the rings of the ribbed-rings dome:

a – installation with a central and 3 rows of intermediate supports;
б – installation with a central and 1 row of intermediate supports; *в* – installation with a central support]

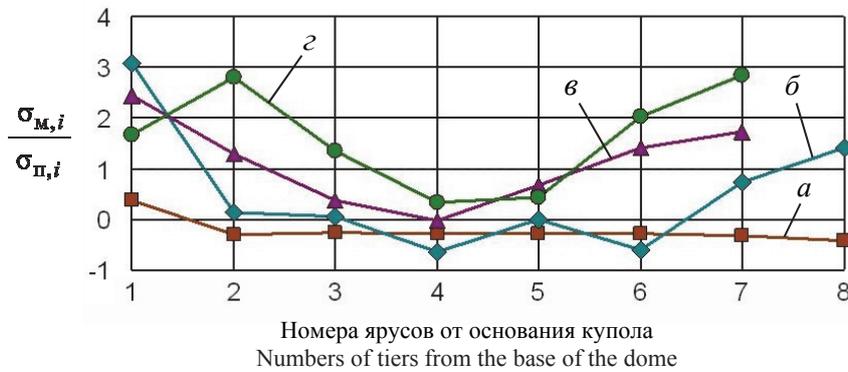


Рис. 6. $\sigma_{M,i}/\sigma_{N,i}$ в меридиональных элементах секториально-сетчатого купола:

a – монтаж со сплошных строительных лесов; *б* – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор;
в – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; *з* – монтаж с центральной опорой

[Figure 6. $\sigma_{M,i}/\sigma_{N,i}$ in the meridional elements of the sectorial-lattice dome:

a – installation from continuous scaffolding; *б* – installation with a central support and 3 rows of intermediate supports;
в – installation with a central and 1 row of intermediate supports; *з* – installation with a central support]

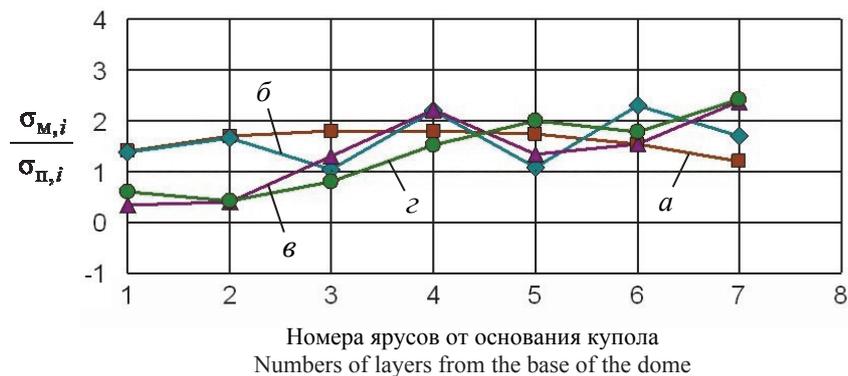


Рис. 7. $\sigma_{M,i}/\sigma_{N,i}$ в раскосных элементах секториально-сетчатого купола:

a – монтаж со сплошных строительных лесов; *б* – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор;
в – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; *з* – монтаж с центральной опорой

[Figure 7. $\sigma_{M,i}/\sigma_{N,i}$ in the diagonal elements of the mesh dome:

a – installation from continuous scaffolding; *б* – installation with a central and 3 rows of intermediate supports;
в – installation with a central and 1 row of intermediate supports; *з* – installation with a central support]

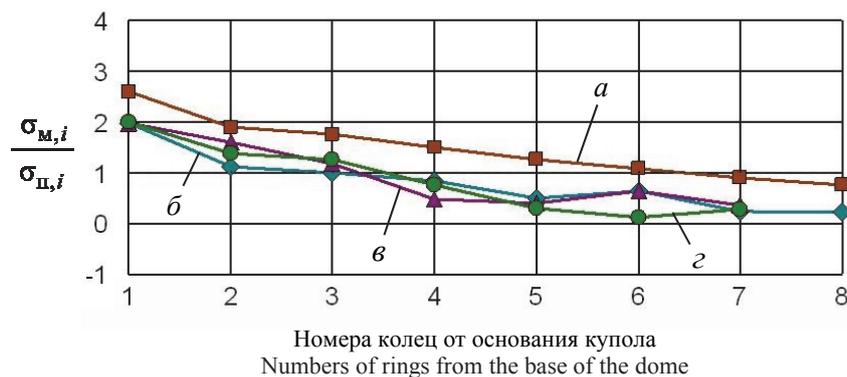


Рис. 8. $\sigma_{M,i}/\sigma_{\Pi,i}$ в кольцевых элементах секториально-сетчатого купола:

а – монтаж со сплошных строительных лесов; б – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор; в – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; г – монтаж с центральной опорой

[Figure 8. $\sigma_{M,i}/\sigma_{\Pi,i}$ in the ring elements of the sectorial-lattice dome:

a – installation from continuous scaffolding; б – installation with a central and 3 rows of intermediate supports; в – installation with a central and 1 row of intermediate supports; г – installation with a central support]

Напряжение в раскосах секториально-сетчатого купола с уменьшением количества временных опор возрастает в основном несколькими скачками в средней и верхней частях купольного каркаса, за исключением монтажа на лесах. При монтаже на сплошных лесах напряжения в раскосных элементах возрастают плавно до 1,8 проектных значений в средней части каркаса. При монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор напряжения в раскосных элементах возрастают до 2,2 и 2,3 проектных значений в средней и верхней частях каркаса соответственно. При монтаже с центральной и 1 рядом промежуточных опор напряжения в раскосных элементах возрастают до 2,2 и 2,4 проектных значений в средней и верхней частях каркаса соответственно. При монтаже только с центральной опорой напряжения в раскосных элементах возрастают до 2,0 и 2,4 проектных значений в средней и верхней частях каркаса соответственно.

Самые большие напряжения в кольцевых элементах секториально-сетчатого купольного каркаса возникают при монтаже на сплошных лесах и достигают 2,6 проектных значений над опорным контуром, затем они плавно уменьшаются до 0,8. Такой же характер проявляется у напряжений при других способах монтажа. При монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор, центральной и 1 рядом промежуточных опор, только с центральной опорой напряжения в раскосных элементах достигают 2,0 проектных значений также над опорным контуром, которые затем уменьшаются до 0,2, 0,3 и 0,2 соответственно.

Следует отметить, что из-за существенного отличия напряжений проектной схемы в разных элементах купольных каркасов по высоте для сравни-

тельного анализа монтажных схем представленных графиков недостаточно. Так, напряжения в разных элементах однотипных конструктивных частей каркасов ребристо-кольцевого купола проектной схемы имеют разброс значений между максимальными и минимальными по абсолютной величине напряжениями до 1,9 в ребрах и до 4,0 в кольцах. А в секториально-сетчатом куполе разброс абсолютных величин между максимальными и минимальными напряжениями достигает 1,8 в меридиональных стержнях, 1,6 в стержнях раскосов и 1,8 в кольцевых стержнях. Кроме того, имеется разброс значений между напряжениями разнотипных стержневых элементов купольных каркасов.

Поэтому для выполнения качественного сравнительного анализа напряженных состояний при различных способах возведения полезно сопоставить наибольшие по абсолютной величине напряжения (с учетом одного и того же знака в элементах конкретных конструктивных групп купольных каркасов) в монтажных схемах с аналогичными напряжениями в проектной схеме.

На рис. 9 приведены сравнительные данные по максимальным напряжениям $\sigma_{M,max}/\sigma_{\Pi,max}$, возникающим в стержнях каркаса ребристо-кольцевого купола при различных способах его монтажа. Относительные максимальные сжимающие напряжения в ребрах по мере уменьшения количества временных опор неуклонно и существенно возрастают: при монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор равны 1,01, центральной и 1 рядом промежуточных опор – 1,25, с центральной опорой – 1,66. Сжимающие напряжения в кольцах с уменьшением количества временных опор возрастают незначительно: при монтаже с центральной и 3 рядами про-

межуточных опор равны 1,12, центральной и 1 рядом промежуточных опор – 1,17, с центральной опорой – 1,20. Растягивающие напряжения в нижних кольцах при монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор имеют большую величину, равную 1,93, чем при монтаже с центральной и 1 рядом промежуточных опор – 1,25, а также при монтаже с центральной опорой – 1,26.

На рис. 10 приведены сравнительные данные по максимальным напряжениям $\sigma_{M,max}/\sigma_{II,max}$, возникающим в стержнях каркаса секториально-сетчатого купола при различных способах его монтажа. Относительные максимальные сжимающие напряжения в меридиональных элементах при монтаже на сплошных лесах незначительны и равны 0,21. Однако, по мере уменьшения количества временных опор относительные максимальные сжимающие напряжения в

целом существенно возрастают: при монтаже с центральной и 3 рядами промежуточных опор равны 1,72, центральной и 1 рядом промежуточных опор – 1,60, с центральной опорой – 2,63. Сжимающие напряжения в раскосных элементах с уменьшением количества временных опор становятся немного больше: при монтаже на сплошных лесах они равны 1,41, с центральной и 3 рядами промежуточных опор – 1,58, центральной и 1 рядом промежуточных опор – 1,61, с центральной опорой – 1,53. Сжимающие напряжения в кольцевых элементах с уменьшением количества временных опор даже немного уменьшаются: при монтаже на сплошных лесах равны 1,55, с центральной и 3 рядами промежуточных опор – 0,91, центральной и 1 рядом промежуточных опор – 1,29, с центральной опорой – 1,12.

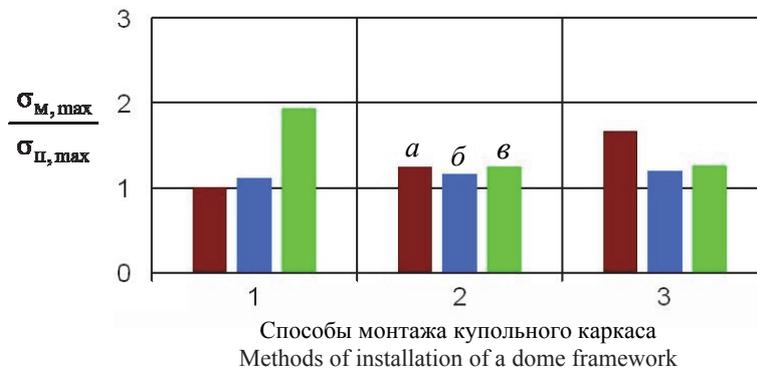


Рис. 9. $\sigma_{M,max}/\sigma_{II,max}$ в элементах ребристо-кольцевого купола:

1 – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор; 2 – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; 3 – монтаж с центральной опорой; а – сжатие в ребрах; б – сжатие в кольцах; в – растяжение в кольцах

[Figure 9. $\sigma_{M,max}/\sigma_{II,max}$ in the elements of the ribbed-ring dome:

1 – installation with a central and 3 rows of intermediate supports; 2 – installation with a central and 1 row of intermediate supports; 3 – installation with a central support; а – compression in the ribs; б – compression in the rings; в – tension in the rings]

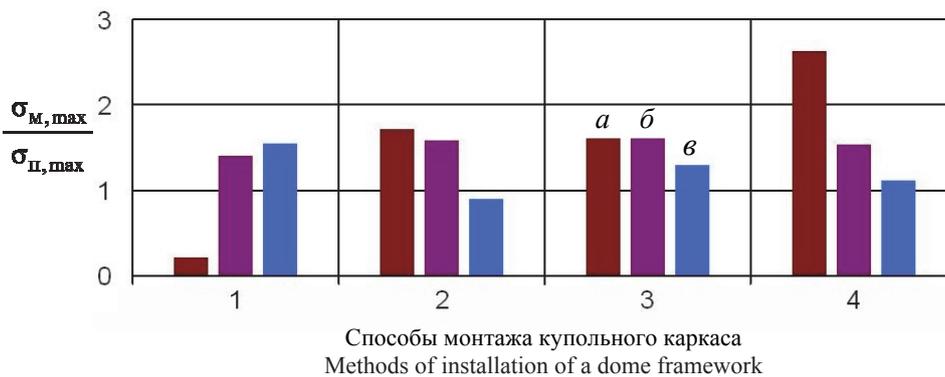


Рис. 10. $\sigma_{M,max}/\sigma_{II,max}$ в элементах секториально-сетчатого купола:

1 – монтаж со сплошных строительных лесов; 2 – монтаж с центральной и 3 рядами промежуточных опор; 3 – монтаж с центральной и 1 рядом промежуточных опор; 4 – монтаж с центральной опорой; а – сжатие в ребрах; б – сжатие в раскосах; в – сжатие в кольцах

[Figure 10. $\sigma_{M,max}/\sigma_{II,max}$ in the elements of the sectoral-lattice dome:

1 – installation from a continuous scaffolding; 2 – installation with a central and 3 rows of intermediate supports; 3 – installation with a central and 1 row of intermediate supports; 4 – installation with a central support; а – compression in the ribs; б – compression in the diagonal elements; в – compression in the rings]

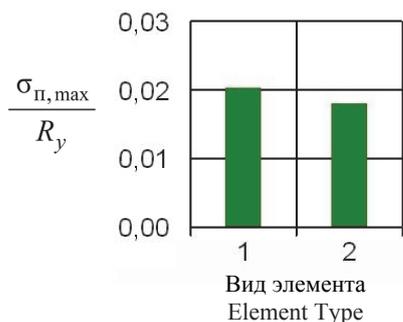


Рис. 11. $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ (сжатие) в ребристо-кольцевом куполе:

1 – в ребрах; 2 – в кольцах

[Figure 18. $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ (compression) in the ribbed-ring dome:

1 – in the ribs; 2 – in the rings]

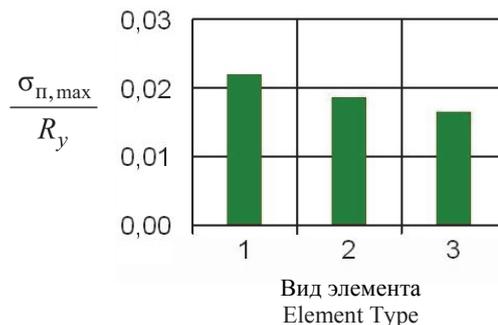


Рис. 12. $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ (сжатие) в секториально-сетчатом куполе:

1 – в ребрах; 2 – в раскосах; 3 – в кольцах

[Figure 19. $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ (compression) in the sectorial-lattice dome:

1 – in the ribs; 2 – in the diagonals; 3 – in the rings]

Для оценки степени влияния напряжений, возникающих в элементах купольных каркасов при монтаже, на их общую несущую способность были построены диаграммы степени использования прочности при работе каркаса на собственный вес в проектной схеме.

На рис. 11 и 12 приведены диаграммы относительных максимальных напряжений в сравнении с расчетным сопротивлением стали С245, т.е. $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ в элементах каркасов ребристо-кольцевого и секториально-сетчатого куполов соответственно.

Сравнивая диаграмму $\sigma_{M, \max} / \sigma_{\pi, \max}$ для ребристо-кольцевого купола (рис. 9) с диаграммой $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ (рис. 11), можно отметить, что от работы каркаса при различных способах монтажа в ребрах возникают относительные сжимающие напряжения 0,021, 0,025 и 0,034, а в кольцах – 0,020, 0,021 и 0,022 согласно последовательности рис. 9.

Сравнивая диаграмму $\sigma_{M, \max} / \sigma_{\pi, \max}$ для секториально-сетчатого купола (рис. 10) с диаграммой $\sigma_{\pi, \max} / R_y$ (рис. 12), можно отметить, что от работы каркаса при различных способах монтажа в меридиональных элементах возникают относительные напряжения 0,005, 0,038, 0,035 и 0,058, в раскосных элементах возникают относительные сжимающие напряжения 0,026, 0,030, 0,030 и 0,029, а в кольцевых элементах – 0,026, 0,015, 0,021 и 0,019 согласно последовательности рис. 10.

Выводы

На основании изложенного материала можно сделать следующие выводы:

– в процессе возведения большепролетных металлических куполов в конструктивных элементах каркасов возникают напряжения при любом способе монтажа, что обусловлено отличием монтажных схем их работы от проектных;

– монтажные напряжения зависят от способов монтажа и в разных конструктивных элементах проявляются по-разному. Однако в целом величины напряжения тем больше, чем меньше количество временных опор применяется при монтаже купольных каркасов;

– величины монтажных напряжений сопоставимы с напряжениями от собственного веса купольного каркаса в проектных схемах при максимальном количестве временных опор и существенно превосходят их при минимальном количестве временных опор;

– для обеспечения надежности большепролетных металлических куполов необходимо обязательное выполнение расчетов их каркасов на все виды монтажных состояний, которые появляются в процессе возведения, с учетом их влияния на работу по проектной схеме.

© Лебедь Е.В., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. *Липницкий М.Е.* Купола (расчет и проектирование). Л.: Стройиздат, 1973. 129 с.
2. *Тур В.И.* Купольные конструкции: формообразование, расчет, конструирование, повышение эффективности. М.: Изд-во АСВ, 2004. 96 с.
3. *Гохарь-Хармандарян И.Г.* Большепролетные купольные здания. М.: Стройиздат, 1978. 150 с.

4. *Кривошапко С.Н.* Металлические ребристо-кольцевые и сетчато-стержневые оболочки XIX – первой половины XX веков // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 6. С. 4–15.

5. *Торкатюк В.И.* Монтаж конструкций большепролетных зданий. М.: Стройиздат, 1985. 170 с.

6. Металлические конструкции: справочник проектировщика: в 3 т. / под общ. ред. В.В. Кузнецова (ЦНИИпроектстальконструкция им. Н.П. Мельникова). Т. 2: Стальные конструкции зданий и сооружений. М.: Изд-во АСВ, 1998. 512 с.

7. *Гофштейн Г.Е., Ким В.Г., Ницев В.Н., Соколова А.Д.* Монтаж металлических и железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 2004. 528 с.

8. *Лебедь Е.В., Алукаев А.Ю.* Большепролетные металлические купольные покрытия и их возведение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 4–16.

9. *Mukaiyama Y., Fujino T., Kuroiwa Y., Ueki T.* Erection Methods for Space Structures // Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures: Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, Spain, Universidad Politecnica de Valencia, 28 September – 2 October 2009. Pp. 1951–1962.

10. *Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А.* SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD: М.: Изд-во АСВ, 2004. 592 с.

11. *Городецкий А.С., Евзеров И.Д.* Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт, 2005. 344 с.

12. *Chandiwala A.* Analysis and design of steel dome using software // International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET). eSAT Publishing House, Bangalore, India. 2014. Vol. 3. Issue 3. Pp. 35–39.

13. *Jadhav H.S., Patil A.S.* Parametric Study of Double Layer Steel Dome with Reference to Span to Height Ratio // International Journal of Science and Research (IJSR). India Online. 2013. Vol. 2. Issue 8. Pp. 110–118.

14. *Handruleva A., Matuski V., Kazakov K.* Combined Mechanisms of Collapse of Discrete Single-Layer Spheri-

cal Domes // Study of Civil Engineering and Architecture (SCEA). December 2012. Vol. 1. Issue 1. Pp. 19–27.

15. *Amjatha M., Sumayya A., Muhammed Haslin S.M.* Finite Element Analysis of Diamatic, Schwedler and Diamatic-Schwedler Hybrid Domes // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). Kerala, India. 2016. Vol. 39. No. 1. Pp. 57–62.

16. *Chacko P., Dipu V.S., Manju P.M.* Finite Element Analysis of Ribbed Dome // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). Kerala, India. 2014. Pp. 25–32.

17. *Merilmol E., Rajesh A.K., Ramadass S.* Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). Kerala, India. 2015. Vol. 28. No. 7. Pp. 333–338.

18. *Nabeel A.J., Ihab S.S., Saddam Kh.F.* Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method // International Journal of Civil Engineering Research. Research India Publications. 2017. Vol. 8. No. 2. Pp. 113–130.

Об авторе

Лебедь Евгений Васильевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ). *Область научных интересов:* большепролетные металлические купольные покрытия – схемы каркасов, конструкции элементов, способы возведения, точность сборки, компьютерное моделирование монтажа, исследование погрешностей и начальных усилий, оценка напряженно-деформированного состояния. *Контактная информация:* e-mail – evglebed@mail.ru.

Для цитирования

Лебедь Е.В. Компьютерное исследование работы каркасов большепролетных металлических куполов при различных способах монтажа // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 261–272. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-261-272.

SCIENTIFIC ARTICLE

Computer analysis of the behavior of large-span metal domes with different methods of installation

Evgeny V. Lebed

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

(received: June 18, 2018; accepted: August 02, 2018)

Abstract. A brief characteristic of the process of forming the frameworks of large-span metal domes during the installation process is given. A general description of the structural solutions of the frameworks of ribbed domes with annular rings and lattice large-span metal domes is presented. Alternative ways of modeling structural connections of the elements

of the frameworks are discussed for domes with different types of structural systems. The load-bearing structural schemes during the assembly of frameworks differ from those, adopted for their analysis and design. Due to this fact, initial internal forces appear in the structural elements of frameworks that are called assembly forces.

For the research purpose, design computer models of ribbed dome with annular rings and of sectorial lattice metal dome were developed with the span of 48 m and the height 12 m. The lattice is made of steel I-bars with rigid connections at the joints. The investigated dome frameworks are supported along the contour by permanent columns through hinge supports. On the basis of de-sign models, additional models were created for incomplete frameworks to study alternative ways of erection, which differed from each other in the number of temporary supports with hinge connection to the framework and hinge connections of the bar elements at the joint above the temporary support. Each of these models interpreted the intermediate state of the erected dome framework with its characteristic structural scheme. Depending on the number of temporary supports, three installation schemes were considered for the ribbed-ring dome, and four schemes – for the sectorial-lattice dome.

Assembly computer models included the following types of temporary supports: central support, central and one row of intermediate supports, central and three rows of intermediate supports, support under each joint of a frame-work. For each assembly model of the dome framework, computer analysis was performed for the action of its self-weight in order to determine their stress-strain state. Stresses in the structural members, obtained as a result of the analysis, were compared with the stresses in the corresponding elements of the design model of the framework under the self-weight. Based on the obtained data, graphs and diagrams were constructed reflecting the level of assembly stresses in the structural elements of the frame in comparison with design values taking into account the type of work (compression or tension). Various groups of elements are considered along the entire height of the dome frames.

The conclusion is made that the stresses in the elements of frameworks of the large-span metal domes are unavoidable when they are erected, and the level of these stresses for specific erection methods is significant. The methods of erection and the types of structural elements that can affect the reliability of dome frames are indicated. The necessity of compulsory analysis of frame-works for erection conditions in the design of large-span metal domes was noted.

Keywords: large-span domes, metal frameworks, geometric schemes of domes, structural systems, design solutions, methods of erection, assembly of structures, computer model, element stresses

References

- Lipnizkiy M.E. (1973). *Kupola (raschet i proektirovanie) [Domes (Calculation and Design)]*. Leningrad: Stroyizdat Publ., 129. (In Russ.)
- Tur V.I. (2004). *Kupol'nye konstruksii: formoobrazovanie, raschet, konstruirovaniye, povysheniye effektivnosti [Dome Structures: Morphogenesis, Analysis, Design, Increase in Effectiveness]*. Moscow: ASV Publ., 96. (In Russ.)
- Gokhar'-Harmadaryan I.G. (1978). *Bol'sheproletnyye kupol'nye zdaniya [Wide-Span Dome Buildings]*. Moscow: Stroyizdat Publ., 150. (In Russ.)
- Krivoshapko S.N. (2014). Metal ribbed-and-circular and lattice shells from the XIXth until the first half of the XXth centuries. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (6), 4–15.
- Torkatyuk V.I. (1985). *Montazh konstruktsiy bol'sheproletnykh zdaniy [Installation of Structures of Large-Span Buildings]*. Moscow: Stroyizdat Publ., 170. (In Russ.)
- Kuznetsov V.V. (1998). *Metallicheskie konstruktsii [Metal Structures]*. Vol. 2. Stal'nye konstruktsii zdaniy i sooruzheniy. Spravochnik proektirovshchika [Steel structures of buildings and constructions. Reference book the designer]. Moscow: ASV Publ., 512. (In Russ.)
- Gofshteyn G.E., Kim V.G., Nishchev V.N., Sokolova A.D. (2004). *Montazh metallicheskih i zhelezobetonnykh konstruktsiy [Installation of Metal and Reinforced Concrete Structures]*. Moscow: Stroyizdat Publ., 528. (In Russ.)
- Lebed E.V., Alukaev A.U. (2018). Large-span metal dome roofs and their construction. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 4–16, doi.10.22363/1815-5235-2018-14-1-4-16. (In Russ.)
- Mukaiyama Y., Fujino T., Kuroiwa Y., Ueki T. Erection Methods for Space Structures. Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures. *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia, Spain, Universidad Politecnica de Valencia, 28 September – 2 October, 1951–1962*.
- Karpilovskiy V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. (2004). *SCAD Office. Vychislitel'nyy kompleks SCAD [SCAD Office. Computer system SCAD]*. Moscow: ASV Publ., 592. (In Russ.)
- Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. (2005). *Komp'yuternyye modeli konstruksiy [Computer models of structures]*. Kiev: Fakt Publ., 344. (In Russ.)
- Chandiwala A. (2014). Analysis and design of steel dome using software. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*, 3(3), 35–39.
- Jadhav H.S., Patil Ajit S. (2013). Parametric Study of Double Layer Steel Dome with Reference to Span to Height Ratio. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 2(8), 110–118.
- Handruleva A., Matuski V., Kazakov K. (2012). Combined Mechanisms of Collapse of Discrete Single-Layer Spherical Domes. *Study of Civil Engineering and Architecture (SCEA)*, 1(1), 19–27.
- Amjatha M., Sumayya A., Muhammed Haslin S.M. (2016). Finite Element Analysis of Diamatic, Schwedler and Diamatic-Schwedler Hybrid Domes. *International*

Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT), 39(1), 57–62.

16. Chacko Peter, Dipu V.S., Manju P.M. (2014). Finite Element Analysis of Ribbed Dome. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*, 25–32.

17. Merilmol E., Rajesh A.K., Ramadass S. (2015). Finite Element Analysis and Parametric Study of Schwedler Dome Using ABAQUS Software. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*, 28(7), 333–338.

18. Nabeel A.J., Ihab S.S., Saddam Kh.F. (2017). Structural Analysis of Ribbed Domes Using Finite Element Method. *International Journal of Civil Engineering Research*, 8(2), 113–130.

About the author

Evgeny V. Lebed – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Metal and Wooden Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU). *Scientific interests*: large-span metal dome roofs – geometric systems, structural systems, methods of construction, accuracy of assembly, computer simulation of mounting, research of assembly errors and initial internal forces, assessment of the stress-strain state. *Contact*: e-mail – evglebed@mail.ru.

For citation

Evgeny V. Lebed. (2018). Computer analysis of the behavior of large-span metal domes with different methods of installation. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 261–272. (In Russ.) DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-261-272.

Stress-strain state investigation of the “YASUNI” shell by bionic architecture methods based on numerical modeling

Olga O. Alyoshina¹, David Cajamarca Zuniga^{2*}

¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Mikluho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation

²Catholic University of Cuenca, Ecuador
288 Av. Don Bosco, Cuenca, 010114, Ecuador

*Corresponding author

(received: May 04, 2018; accepted: July 26, 2018)

Abstract. It is hard to imagine architecture and construction without large-span shells of various applications and taking into consideration the requests of architects, the new achievements in numeral modeling of the surfaces and introduction of new groups of tailored surfaces, the appearance of new forms and types of thin-walled shell structures of this kind is inevitable. The bionic method of solving these tasks pushes the boundaries of these opportunities. The subject being studied is the stress strain state of new uncanonical shell “YASUNI”, designed of monolithic reinforced concrete with the use of modern finite element analysis settlement system. The form of the shell is built on the basis of images of the Ecuadorian flora. The form of the shell imitates a leaf of a flower laying on the lay of the land. The triangle finite-element mesh is created with a harmonic fusion of lily and daisy in a single structure. The shell is designed as a solid-cast one, made of different classes of reinforced concrete (B25, B30, B35) with thickness from $\delta = 5$ cm to $\delta = 10$ cm with a step 1 cm without contouring beams. The structure is subjected to self-weight. The article introduces the first results of the research of stress strain state of the shell “YASUNI”. The authors continue the research of the work this shell with different geometrical parameters, the boundary conditions with the addition of contour elements. Due to the computing complex SCAD OFFICE, precision of which is enough to perform calculations it is possible to reach the most advantageous technical-and-economic indexes of the researched uncanonical shell.

Keywords: shell of uncanonical form, bionic architecture, finite element method, triangle finite-element mesh, stress-strain state, monolithic reinforced concrete structure, computer system SCAD Office

Introduction

It is hard to imagine architecture and construction without large-span shells of various applications [1] and taking into consideration the requests of architects, the new achievements in numeral modeling of the surfaces and introduction of new groups of tailored surfaces [2]. The appearance of new forms and types of thin-walled shell structures of this kind is inevitable. The bionic method of solving these tasks extends the limits of these opportunities [3]. Young architect Jose Pesantez from Catholic University of Cuenca has created two types of new forms of uncanonical bionic shell “YASUNI”: a wooden rod structure covered with a tent and a cast-in-place concrete shell. This pavilion structure is planned to be erected in the city park of Cuenca (Ecuador).

Description and calculation of shell

The form of the shell imitates a leaf of a flower laying on the lay of the land. The triangular finite-element mesh is created with a harmonic fusion of lily and daisy in a single structure (Fig. 1) [4].

Only stress-strain state of the cast-in-place concrete shell is investigated in this article.

Stress-strain state of the shell depends on the boundary conditions, with or without contour elements, the type of the external load – static, wind or seismic. The of finite elements analysis [5], implemented with the computer software SCAD [6], which allows to find out the regularity of the work of the building and take into consideration all the features of the structural concept, is used to define the reaction of the construction to the load and to estimate the most distinctive geometrical parameters of this shell.

The overall view of the calculation model with the approximation of the middle surface by complex of flat triangle elements is shown in the figs. 2 and 3 [7].

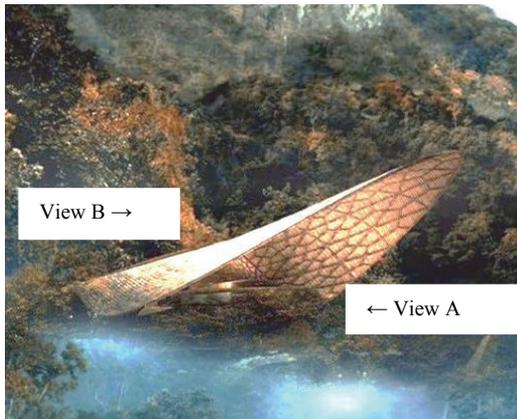


Figure 1. “YASUNI” shell

Geometrical overall dimensions of the scheme in the plan are 17.3×5 m, shell depth is 2.3 m, four-point support with rigid fixing.

The size of the side of finite triangle elements is from 0.1 m to 0.4 m. The number of the triangle elements is 3438, joints 1813. The shell is designed as

a solid-cast one, made of different classes of reinforced concrete (B25, B30, B35) with thickness between $\delta = 5$ cm and $\delta = 10$ cm with a step 1 cm without contouring beams. The structure is estimated to withstand only its self-weight. Some of the results of analysis for a shell with thickness of $\delta = 5$ cm, class of concrete B25 are listed in the figs. 4–7.

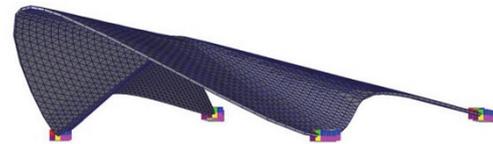


Figure 2. Design model. View A



Figure 3. Design model. View B

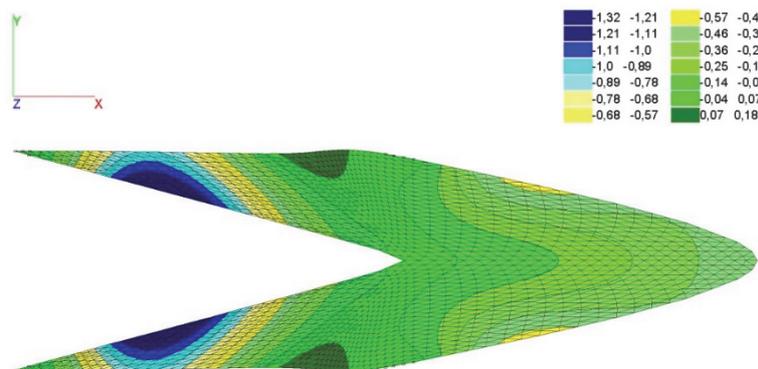


Figure 4. Vertical displacements (cm)

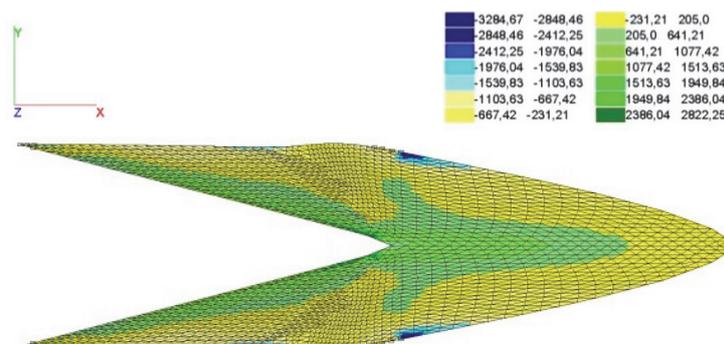


Figure 5. Normal stress N_x (kN/m²)

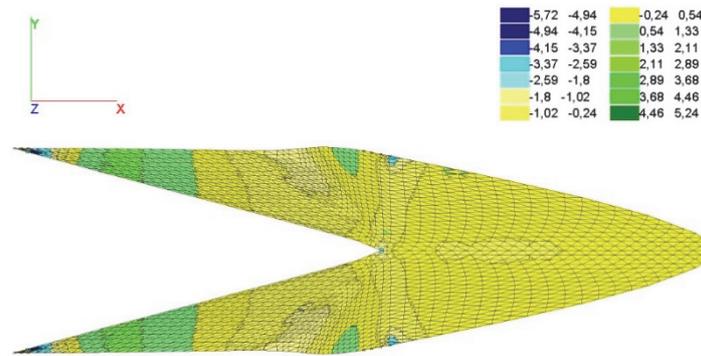


Figure 6. Bending moment M_x (kNm/m)

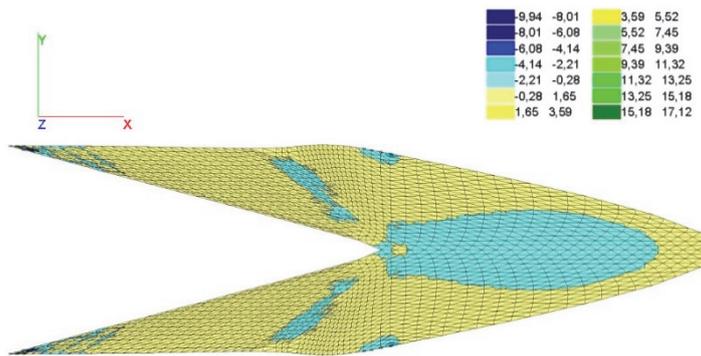


Figure 7. Bending moment M_y (kNm/m)

The displacement of the console part of the shell is 5 mm. The maximum displacement between the supports is 13 mm. The isofields of bending moment M_x shows that the shell works in the beam scheme in this direction. The rate of the maximum bending moment M_x in the span between the supports is 2.1 kNm/m. In the console part, the rate of bending moment M_x ranges from -0.24 kNm/m to 0.54 kNm/m.

Maximum vertical displacements due to the shell self-weight are presented in the table 1. The general pattern of distribution of isofields displacements for various thickness is analogous.

Table 1

| Thickness δ (cm) | Max vertical displacement (cm), class of concrete B25 | Max vertical displacement (cm), class of concrete B30 | Max vertical displacement (cm), class of concrete B35 |
|-------------------------|---|---|---|
| 10 | -0,42 | -0,39 | -0,37 |
| 9 | -0,51 | -0,47 | -0,44 |
| 8 | -0,62 | -0,57 | -0,53 |
| 7 | -0,77 | -0,71 | -0,67 |
| 6 | -0,99 | -0,91 | -0,86 |
| 5 | -1,32 | -1,22 | -1,15 |

The value of normal stresses N_x , N_y , shear forces Q_x , Q_y , bending moments M_x , M_y in the shell of the same thickness are similar for the different clas-

ses of concrete. When the thickness of the shell made of specific class of concrete is increased, the normal stresses N_x and N_y decrease, the values shear forces Q_x , Q_y and bending moments M_x , M_y increase.

Conclusion

The article presents the first results of stress-strain state investigation of the “YASUNI” shell. The authors continue research on this shell with different geometrical parameters, the boundary conditions with the addition of contour elements. The computer software SCAD allows to reach the most advantageous technical-and-economic indexes of the investigated shell of complexed geometry.

© Olga O. Alyoshina, David Cajamarca Zuniga, 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

References

1. Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. (2012). Vydayushchiesya prostranstvennyye sooruzheniya poslednih 20 let [Outstanding wide-span spatial structures of last 20 years]. *Montazhnye i special'nye raboty v stroitel'stve [Installation and special works in construction]*, (12), 8–14. (In Russ.)
2. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. (2015). *Encyclopedia of Analytical Surfaces*. Springer International Publishing Switzerland, 752.

3. Lebedev Y.S., Rabinovich V.I., Polozhay E.D., et al. (1990). *Arhitekturnaya bionika [Architectural Bionics]*. Moscow: Strojizdat Publ., 269. (In Russ.)

4. Doczi G. (2006). *El poder de los límites: proporciones armónicas en la naturaleza, el arte y la arquitectura*. Buenos Aires: Editorial Troquel.

5. Rozin L.A., Gordon L.A. (1971). Metod konechnykh ehlementov v teorii plastin i obolochek. [Finite element method in the theory of plates and shells]. *Izvestiya VNIIG*, (95), 85–97. (In Russ.)

6. Karpilovskij V.S., Kriksunov Eh.Z., Malyarenko A.A., Perel'muter A.V., Fialko S.Yu. (2015). *SCAD Office. Versiya 21. Vychislitel'nyj kompleks SCAD++ [SCAD Office. Version 21. System SCAD++]*. Moscow: SKAD SOFT Publ., 848. (In Russ.)

7. Larry J. Segerlind. (1984). *Applied Finite Element Analysis. Second Edition*. New York, John Wiley & Sons.

About the authors

Olga O. Alyoshina – Civil Engineering Ph.D. student, Department of Civil Engineering, Engineering Academy,

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University). *Scientific interests*: theory of thin elastic shells, computer modeling, assessment of the stress-strain state. *Contact*: e-mail – xiaofeng@yandex.ru.

David Cajamarca Zuniga – Engineer, M.Sc., Associate Professor of the Department of Bridges and the Department of Structural Analysis, Catholic University of Cuenca. *Scientific interests*: large-span structures, bridges, high-strength and ultra-high-strength concrete, fiber-reinforced concrete, seismic resistance of structures, inspection and diagnostics of structures, analysis of strain-stress state of structures. *Contact*: e-mail – cdavidcz@hotmail.com.

For citation

Alyoshina O.O., Cajamarca Zuniga D. (2018). Stress-strain state investigation of the “YASUNI” shell by bionic architecture methods based on numerical modeling. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 273–277. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-273-277.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Исследование напряженно-деформированного состояния оболочки «YASUNI» методами бионической архитектуры на основе численного моделирования

О.О. Алёшина¹, Д. Кахамарка-Сунига^{2*}

¹Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Российская Федерация, 117198

²Католический университет г. Куэнки
Ав. Дон Боско, 288, Куэнка, Эквадор, 0101114

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 04 мая 2018 г.; принята к публикации: 26 июля 2018 г.)

Архитектуру и строительство сложно представить без большепролетных оболочек различного назначения и, учитывая запросы архитекторов, новые достижения в численном моделировании поверхностей, введение в обращение новых групп поверхностей, обладающих определенными заданными свойствами, появление новых форм и видов тонкостенных конструкций такого типа неизбежно. Бионический подход к решению этих задач расширяет границы данных возможностей. В статье исследуется напряженно-деформированное состояние новой неканонической оболочки «YASUNI», проектируемой из монолитного железобетона с применением современной расчетной системы конечно-элементного анализа конструкций. Форма оболочки составлена на основе образов представителей местной флоры Эквадора. Форма оболочки имитирует лист цветка, лежащего на рельефе местности. Треугольная конечно-элементная сетка создана путем гармоничного объединения формы листьев лилии и маргаритки в единую конструкцию. Оболочка проектируется монолитной из различных классов железобетона (B25, B30, B35) толщиной от $\delta = 5$ см до $\delta = 10$ см с шагом 1 см без контурных балок. Конструкция рассчитывается на восприятие равномерно-распределенного собственного веса. Приводятся первые результаты исследования напряженно-деформированного состояния оболочки «YASUNI». Авторы продолжают изучение работы данной оболочки при различных геометрических параметрах, граничных условиях с добавлением контурных элементов. Благодаря вычислительному комплексу SCAD OFFICE, обладающему достаточной точностью для выполнения расчетов, можно добиться наиболее выгодных технико-экономических показателей рассматриваемой неканонической оболочки.

Ключевые слова: оболочка неканонической формы, бионическая архитектура, метод конечного элемента, треугольная конечно-элементная сетка, напряженно-деформированное состояние, монолитная железобетонная конструкция, вычислительный комплекс SCAD Office

Список литературы

1. *Кривошапко С.Н., Мамиева И.А.* Выдающиеся пространственные сооружения последних 20 лет // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2012. № 12. С. 8–14.
2. *Krivoshapko S.N., Ivanov V.N.* Encyclopedia of Analytical Surfaces. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. 752 p.
3. *Лебедев Ю.С., Рабинович В.И., Положай Е.Д.* и др. Архитектурная бионика / под ред. Ю.С. Лебедева. М.: Стройиздат, 1990. 269 с.
4. *Doczi G.* El poder de los límites: proporciones armónicas en la naturaleza, el arte y la arquitectura. Buenos Aires: Editorial Troquel, 2006.
5. *Розин Л.А., Гордон Л.А.* Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек // Известия ВНИИГ. 1971. Вып. 95.
6. *Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Фиалко С.Ю.* SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD++. М.: СКАД СОФТ, 2015. 848 с.
7. *Larry J. Segerlind.* Applied Finite Element Analysis. Second Edition. New York: John Wiley & Sons, 1984.

Об авторах

Алёшина Ольга Олеговна – аспирант департамента строительства Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов:* теория тонких упругих оболочек, компьютерное моделирование, оценка напряженно-деформированного состояния конструкций и сооружений. *Контактная информация:* e-mail – xiaofeng@yandex.ru.

Давид Кахамарка-Сунига – доцент кафедры мостов и кафедры строительных конструкций и сооружений, Католический университет г. Куэнки. *Область научных интересов:* большепролетные строительные сооружения, мосты, высокопрочный и ультравысокопрочный бетон, фибробетон, сейсмостойкость сооружений, обследование и диагностика сооружений, оценка напряженно-деформированного состояния строительных конструкций и сооружений. *Контактная информация:* e-mail – cdavidcz@hotmail.com.

Для цитирования

Alyoshina O.O., Cajamarca Zuniga D. Stress-strain state investigation of the «YASUNI» shell by bionic architecture methods based on numerical modeling // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 273–277. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-273-277.

УДК 624.074

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-278-292

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Регулирование усилий в большепролетных конструкциях при разработке рациональной конструктивной формы здания дельфинария в Волгограде

И.Р. Ситников, А.В. Голиков*

Волгоградский государственный технический университет
пр-т Ленина, 28, Волгоград, Российская Федерация, 400131

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 10 апреля 2018 г.; принята к публикации: 13 июля 2018 г.)

В ряде случаев архитектурно-компоновочные, технологические или иные специальные требования диктуют разработку зданий и сооружений с крупными пролетами покрытий. Выбор схемы несущих конструкций зависит от размера пролета, архитектурно-планировочного решения, формы здания в плане, высоты сооружения, наличия и типа подвесного транспорта, требований, предъявляемых к жесткости покрытия, характера освещения и аэрации, типа кровли, размера и распределения нагрузок, необходимости размещения больших масс людей и других факторов. Различия в назначении большепролетных зданий и сооружений, особенностях технологических процессов, архитектурных и эстетических требованиях определяют применение разнообразных решений конструкций таких покрытий.

В статье представлены конструкторские мероприятия по реализации архитектурно-художественного решения здания дельфинария в г. Волгограде. Выполнено аналитическое описание сложных архитектурных и конструктивных форм. Приведен анализ существующих конструктивных форм большепролетных конструкций. При проектировании была реализована концепция комбинированной арочно-вантовой системы, в которой вантовая система выполняет роль разгружающей и поддерживающей системы. Проведено исследование работы под нагрузкой различных схем вантовой системы. Также было исследовано влияние предварительного натяжения оттяжек на деформации поддерживаемых ими конструкций, из чего были определены оптимальные значения усилий натяжения вант.

Ключевые слова: проектирование, металлические конструкции, большепролетные конструкции, арочные конструкции, вантовые конструкции, предварительное натяжение

Введение

В городе Волгограде предложено строительство дельфинария в составе реабилитационного центра. Здание имеет сложную каплевидную форму. Образ дельфинария создан плавными, волнообразными линиями на фасадах, подчеркивающими основное назначение здания.

Цели и задачи

Цель работы – разработка конструктивной формы здания дельфинария в г. Волгограде, способствующей воплощению предложенной архитектурной идеи с минимизацией металлоемкости конструкций.

Задачи, решаемые в работе:

- анализ конструктивных форм, позволяющих реализовать архитектурную идею;
- определение математических зависимостей, позволяющих описать архитектурные формы;
- проработка конструктивного решения, позволяющего воспринять распор (при применении пространственных арочных систем) с целью получения фундаментов с минимальными размерами в плане;
- разработка конструктивных мероприятий по уменьшению высоты сечения несущих конструкций;
- определение рациональных значений предварительного натяжения вантовых элементов;
- разработка рекомендаций по созданию конструктивной формы большепролетных зрелищных сооружений, наиболее полно реализующей архи-

тектурную форму по критерию минимизации материалоёмкости.

Объектом исследования является конструктивная форма здания дельфинария размерами в плане 54×84 м (близкими к эллипсу с полуосями 27 и 42 м) и высотой 20,5 м.

Материалы и методы исследования

Краткий анализ конструктивных форм, позволяющих реализовать архитектурно-художественное решение дельфинария

Для создания единого свободного пространства под покрытием и увеличения полезной площади здания принято решение о разработке проекта дельфинария в виде большепролетной про-

странственной системы. В качестве материалов несущих конструкций применена сталь, так как покрытия больших пролетов наиболее целесообразно перекрывать металлическими конструкциями как наиболее легкими. Конструктивные формы большепролетных конструкций покрытий очень разнообразны. Исследованию различных типов большепролетных конструкций посвящено большое количество работ как российских [1–10], так и зарубежных ученых [11–18]. На данный момент в качестве большепролетных конструкций покрытий применяются следующие конструктивные системы: балочные (рис. 1), рамные (рис. 2), арочные (рис. 3), пространственные стержневые (рис. 4) и висячие – вантовые (рис. 5), вантовые с подвешенными конструкциями (рис. 6).

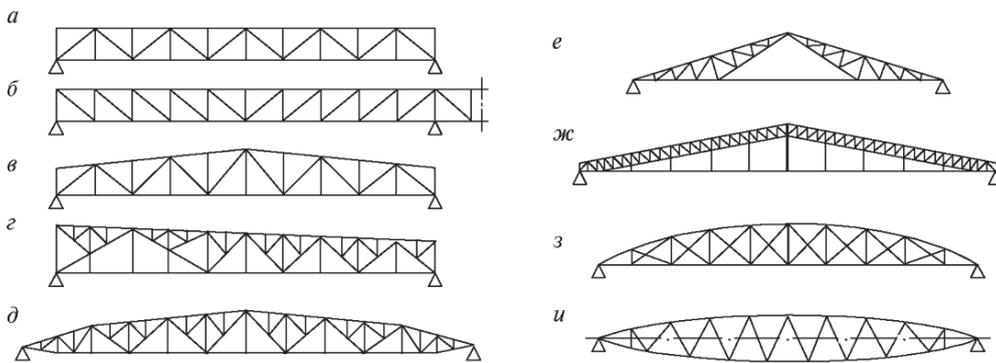


Рис. 1. Балочные системы большепролетных покрытий:

a, б – ферма с параллельными поясами; *в* – двускатная ферма; *г* – односкатная трапециевидная ферма; *д* – полигональная ферма; *е* – треугольная ферма; *ж* – двускатная ферма с параллельными поясами с затяжкой; *з* – сегментная ферма; *и* – ферма с параболическим очертанием поясов

[Figure 1. Beam systems of large-span shells:

a, б – parallel girder; *в* – gable trapezoidal truss; *г* – saddle-pitch trapezoidal truss; *д* – polygonal truss; *е* – triangular truss; *ж* – gable truss with parallel chords with tightening; *з* – segment truss; *и* – truss with parabolic outline zones]

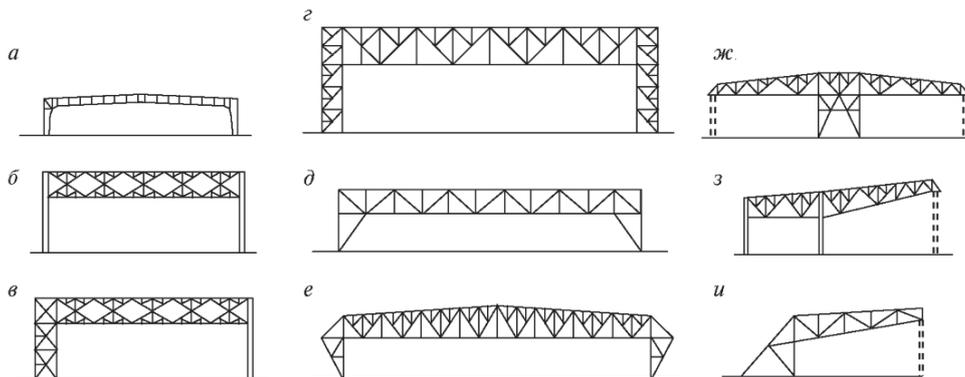


Рис. 2. Рамы большепролетных покрытий:

a – сплошная; *б* – сквозная с гибкими стойками; *в* – с одной гибкой стойкой; *г* – с жесткими стойками; *д* – двухшарнирная; *е* – с подкосами снаружи; *ж* – двухконсольная; *з* – одноконсольная; *и* – консольная

[Figure 2. Frames of large-span shells:

a – solid; *б* – through with flexible stands; *в* – with one flexible stand; *г* – with rigid stands; *д* – double-hinged; *е* – with struts on the outside; *ж* – double-console; *з* – single-console; *и* – console]

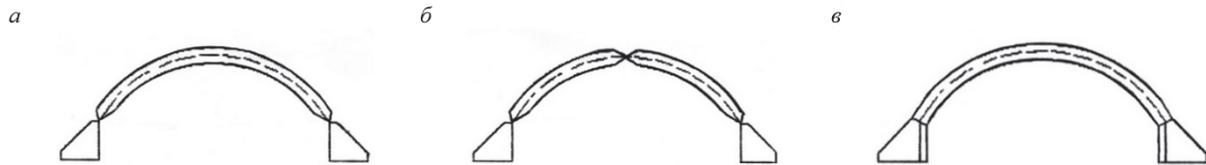


Рис. 3. Конструктивные системы арок большепролетных покрытий:

a – двухшарнирная; *б* – трехшарнирная; *в* – бесшарнирная

[Figure 3. Constructive systems of arches of large-span shells:

a – double-hinged; *б* – three-hinged; *в* – hingeless]

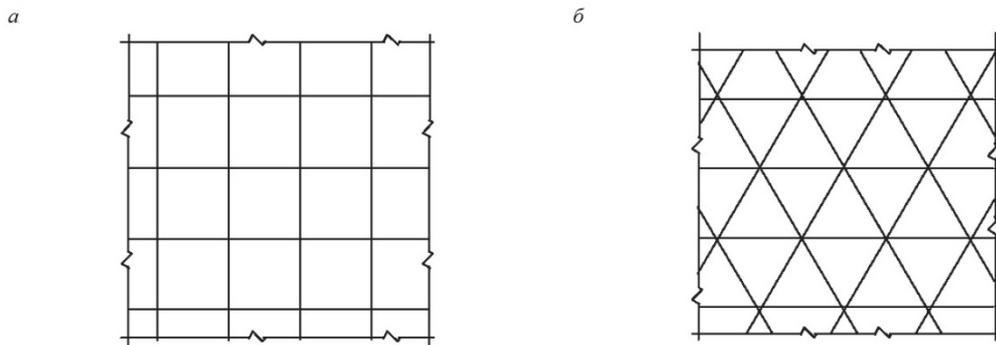


Рис. 4. Примеры схем пространственных стержневых систем:

a – со структурой на основе четырехугольной сетки; *б* – со структурой на основе треугольной сетки

[Figure 4. Examples of schemes of spatial truss structures:

a – with a structure based on a quadrangular grid; *б* – with a triangular grid structure]

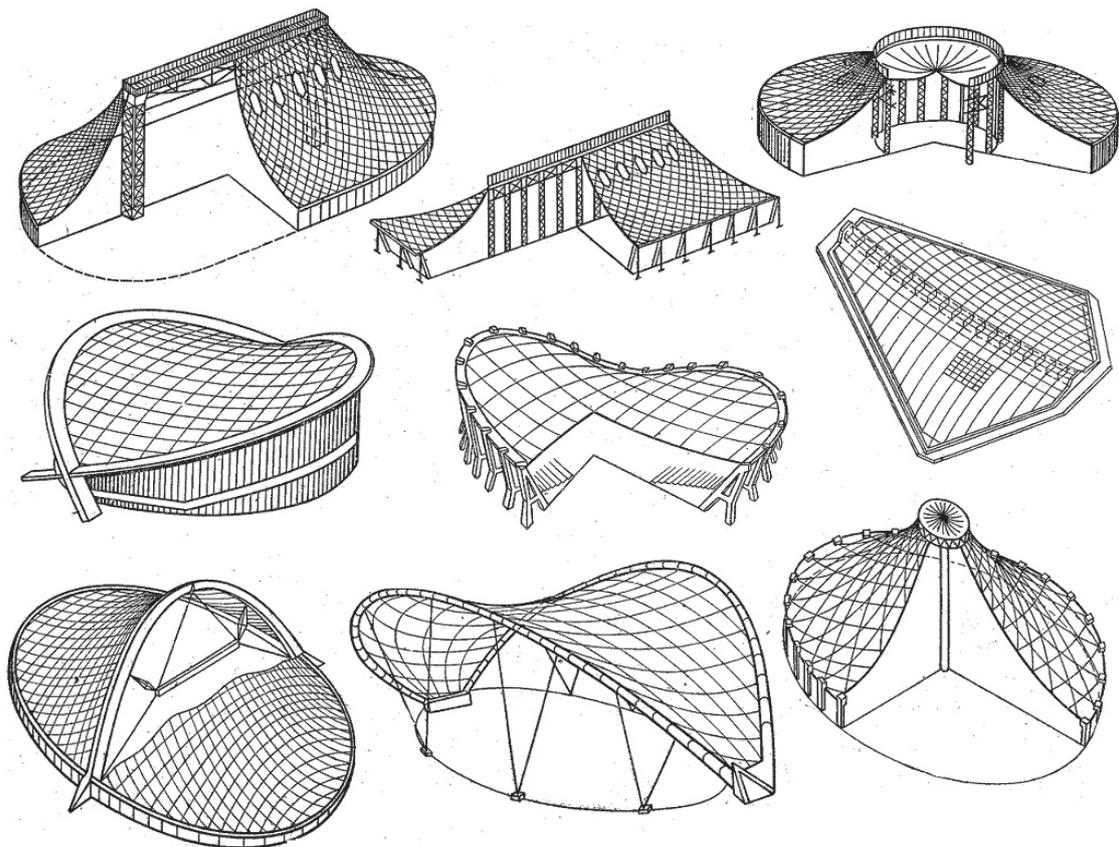


Рис. 5. Висячие покрытия

[Figure 5. Hanging coatings]

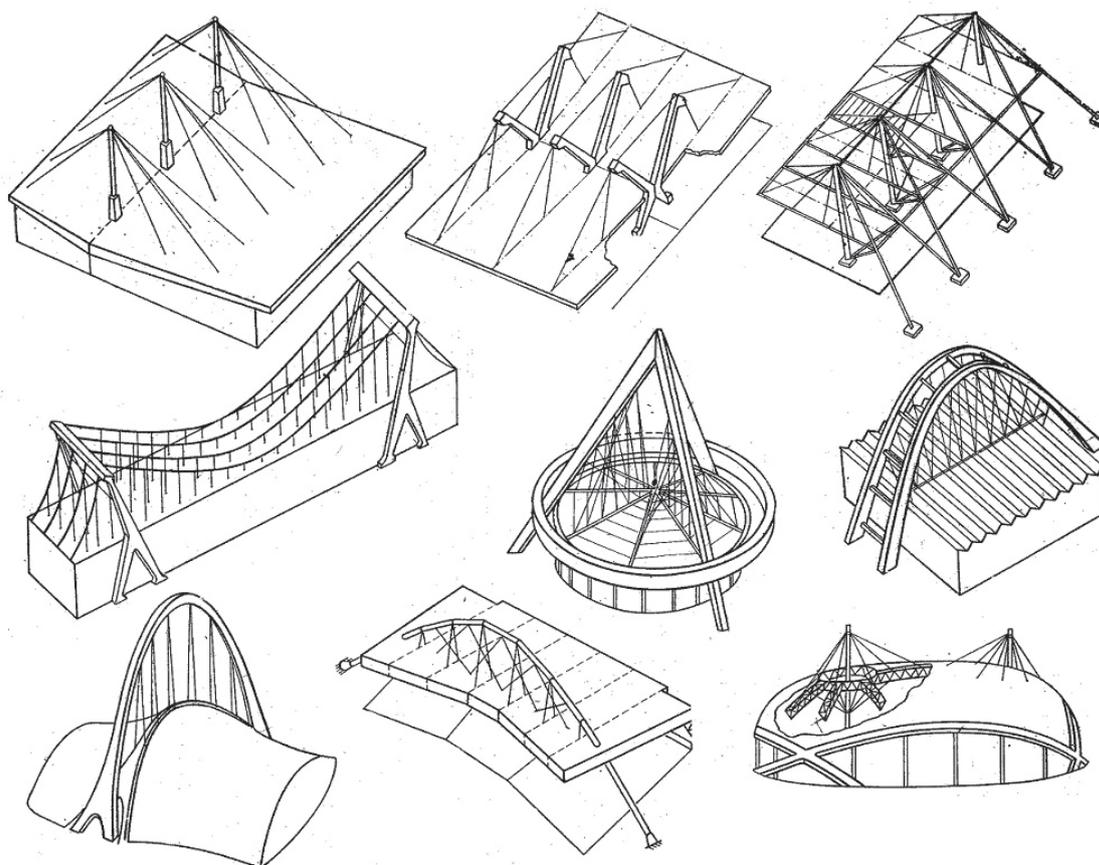


Рис. 6. Вантовые системы с подвешенными конструкциями
[Figure 6. Cable-stayed systems with suspended structures]

Покрытие дельфинария в плане имеет форму неправильного эллипсоида, который в большей степени можно реализовать в форме вытянутой пространственной каплевидной системы. Для обеспечения пространственной жесткости и устойчивости несущая система выполняется ребристой. Система ребер представляет собой систему поперечных арок, опирающихся на единую несущую продольную арку. Арки позволяют наиболее точно описать поверхность покрытия. Применение арочных конструкций также способствует снижению высоты сечения несущих элементов покрытия по сравнению с большепролетными балками и рамами [1–4].

Аналитическое описание архитектурных и конструктивных форм

При разработке конструктивной формы в качестве задания была предоставлена архитектурная форма, представленная на рис. 7. Архитектурная форма была предложена архитектором Р.Х. Ишмаматовым и доработана при участии инженера к.т.н. А.В. Голикова в качестве консультанта по

конструкторской части дипломного проекта архитектора Е.М. Галицкой.

По результатам анализа архитектурных форм, опираясь на обобщенный опыт проектирования большепролетных конструкций, принято решение реализовать форму пространственной арочной системой. Для конструктивной проработки форм здания выполнено описание аналитическими зависимостями разбивочных и центральных осей конструкций.

Описание кольцевой разбивочной оси выполнено участками по исходным осевым габаритам здания и шагам колонн. Расстояния между колоннами в плане приняты в кольцевом направлении кратно строительному модулю в 300 мм и составили в кольцевой части здания 9300 и 10 500 мм, а в части здания, описанной в плане параболой – 9000 мм. Для определения формы кольцевой оси найдены точки расположения колонн. Линии, соединяющие точки расположения колонн, аппроксимированы, полученные математические зависимости для кольцевой оси сведены в табл. 1. Радиальные оси перпендикулярны кольцевой оси и проходят через точки расположения колонн. Схема разбивочной сети приведена на рис. 8.



Рис. 7. Архитектурно-художественное решение здания дельфинария
[Figure 7. Architectural and artistic concept of the building of a Dolphinarium]

Таблица 1

Уравнения кольцевой разбивочной оси (Ось № 24)
[Table 1. Equations ring staking grid line (Axis № 24)]

| Участок оси [Axis section] | Параметрическая зависимость кривой, тип кривой [Parametric dependence of the curve, curve type] | Начало координат [Origin] |
|--|---|---|
| От оси № 2 до оси № 23 [From the axis No. 2 to the axis No. 23] | Окружность радиусом 17,5 м [Circle with a radius of 17.5 m] | |
| От оси № 2 до оси № 4 [From axis No. 2 to axis No. 4] | Парабола [Parabola] $y = 5,5415 \cdot 10^{-5} \cdot x^2 + 4,5070 \cdot 10^{-1} \cdot x + 2,0422 \cdot 10^3$ | Точка пересечения оси № 24 на участке от оси № 2 до оси № 23 с осью № 1 [Point of intersection of the axis No. 24 on the section from axis No. 2 to axis No. 23 with axis No. 1] |
| От оси № 4 до оси № 6 [From axis No. 4 to axis No. 6] | Парабола [Parabola] $y = 2,9419 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 1,0071 \cdot 10 \cdot x + 9,8938 \cdot 10^4$ | |
| От оси № 4 до оси № 8 [From axis No. 4 to axis No. 8] | Парабола [Parabola] $y = 5,5497 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 2,7936 \cdot 10^2 \cdot x + 3,5483 \cdot 10^6$ | |
| От оси № 8 до оси № 10 [From axis No. 8 to axis No. 10] | Парабола [Parabola] $y = 6,1614 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 - 3,0676 \cdot 10^2 \cdot x + 3,8235 \cdot 10^6$ | Точка пересечения оси № 24 на участке от оси № 2 до оси № 23 с осью № 1 [Point of intersection of the axis No. 24 on the section from axis No. 2 to axis No. 23 with axis No. 1] |
| От оси № 10 до оси № 15 [From axis No. 10 to axis No. 15] | Окружность радиусом 26,5 м [Circle with a radius of 26.5 m] | |

Верхняя отметка оболочки составляет 20,5 м, нижняя – 4,5 м. От разбивочной оси № 5 в сторону оси № 4 нижняя грань оболочки покрытия ограничена цилиндрической поверхностью радиусом 132 м.

Для определения математических зависимостей, позволяющих описать конструктивную фор-

му покрытия, выполнен переход от архитектурной формы оболочки покрытия к поверхности, повторяющей эту оболочку, но проходящей через центральные оси несущих конструкций покрытия.

На полученной поверхности по радиальным разбивочным осям проведены сечения (рис. 9).

Уравнения центральных осей арок
 [Table 2. Equations of the central axes of arches]

| № арки (совпадает с номером разбивочной оси, на которой расположена арка) [Arch number (coincides with the number of the centering axis on which the arch is located)] | Уравнение эллипса [The ellipse equation]: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, где a, b – полуоси эллипса, мм [where a, b – semi-axes of the ellipse, mm] |
|---|--|
| 1 (от оси № 7 в сторону оси № 6) [1 (from the axis No. 7 towards the axis No. 6)] | $\frac{x}{42840} + \frac{y}{11668} = 1$ |
| 1 (от оси № 7 в сторону оси № 8) [1 (from the axis No. 7 towards the axis No. 8)] | $\frac{x}{42840} + \frac{y}{14040} = 1$ |
| 2 | $\frac{x}{30000} + \frac{y}{10869} = 1$ |
| 3 | $\frac{x}{25000} + \frac{y}{11718} = 1$ |
| 4 | $\frac{x}{23344} + \frac{y}{12850} = 1$ |
| 5 | $\frac{x}{25101} + \frac{y}{13631} = 1$ |
| 6 | $\frac{x}{26664} + \frac{y}{13978} = 1$ |
| 7 | $\frac{x}{27306} + \frac{y}{14040} = 1$ |
| 8 | $\frac{x}{27840} + \frac{y}{13705} = 1$ |
| 9 | $\frac{x}{35000} + \frac{y}{13586} = 1$ |
| 10, 11, 12 | $\frac{x}{42840} + \frac{y}{14040} = 1$ |

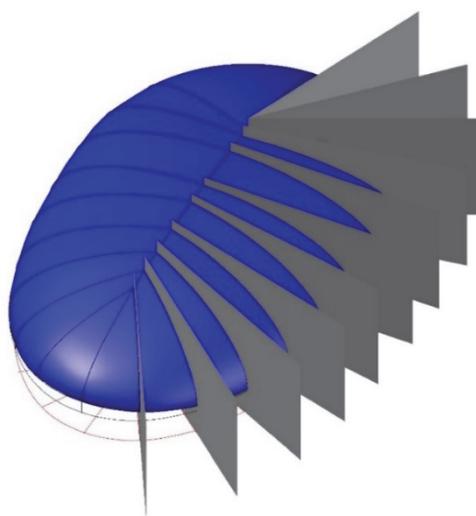


Рис. 9. Построение осей арок покрытия
 [Figure 9. Construction of axes of shell arches]

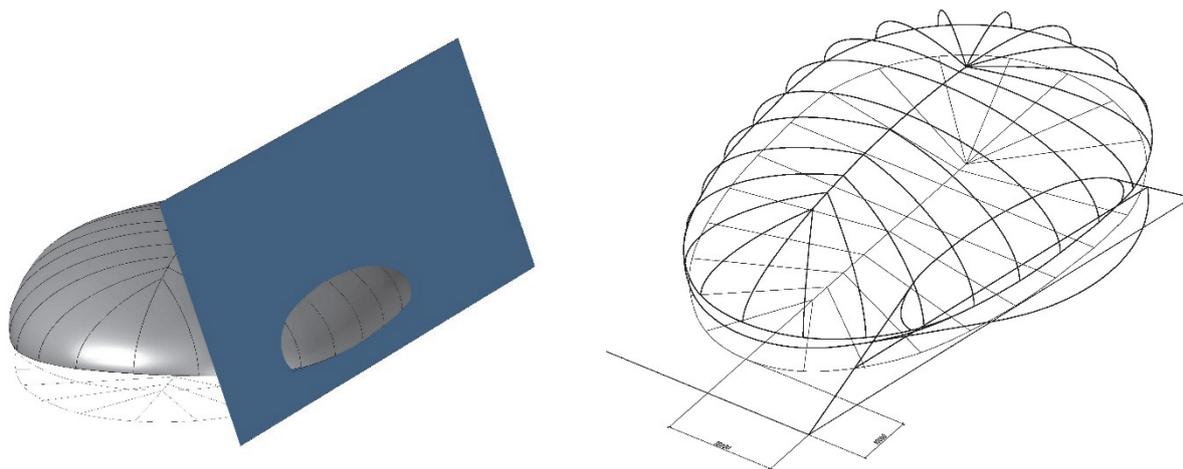


Рис. 10. Построение распределительного контура
[Figure 10. Construction of the distribution contour]

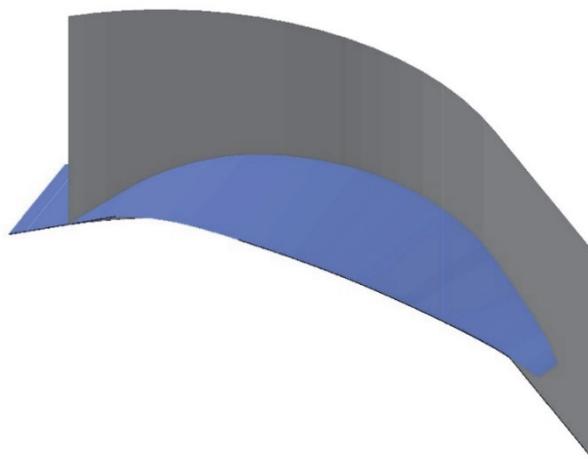


Рис. 11. Построение боковых выступов
[Figure 11. Construction of side ledges]

Точки примыкания боковых выступов к несущим элементам оболочки связаны распределительным элементом. Для обеспечения пространственной жесткости выступов по их крайним точкам предусмотрен окаймляющий элемент.

В плане боковые выступы ограничены: от разбивочной оси № 5 до точки примыкания окаймляющего выступ элемента к распределительному элементу – окружностью радиусом 30 921 мм, от разбивочной оси № 5 до оси № 3 – прямой, описываемой уравнением:

$$y = -1,1894 \cdot x - 1,1378 \cdot 10^4.$$

Данная прямая является касательной к нижнему кольцу оболочки покрытия в точке его пересечения с разбивочной осью № 5, а также каса-

тельной к окружности, ограничивающей выступ в плане. За начало координат принята точка пересечения разбивочной оси № 24 на участке от оси № 2 до № 23 с осью № 1.

Восприятие распора от полуарок

Система поперечных и продольных несущих арок, подобно купольной системе, является распорной. В купольных системах полуарки опираются на нижнее кольцо, которое воспринимает распорные усилия полуарок [1–5]. При проектировании дельфинария принято опирание полуарок на компрессионное кольцо. Компрессионное кольцо, аналогично нижнему кольцу купольных систем, связывает полуарки и колонны, воспринимает распор

от полуарок и распределяет усилия по колоннам. При этом на фундамент передаются преимущественно вертикальные нагрузки, что значительно снижает его размеры в плане.

Расположение центральных осей элементов каркаса дельфинария представлено на рис. 12. Маркировка несущих элементов каркаса дельфинария отражена на рис. 13.

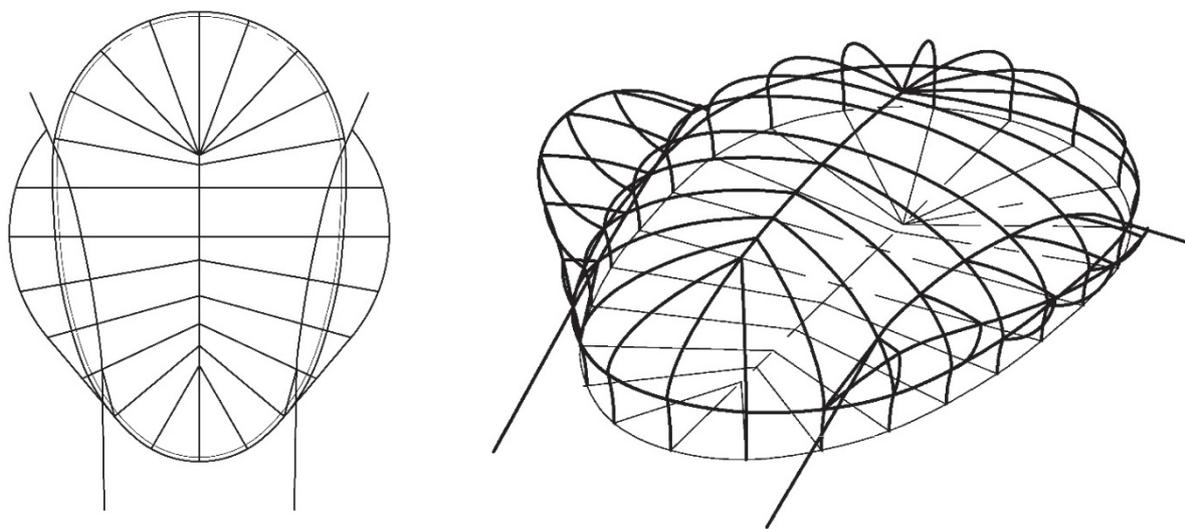


Рис. 12. Центральные оси элементов каркаса
[Figure 12. The central axes of the frame elements]

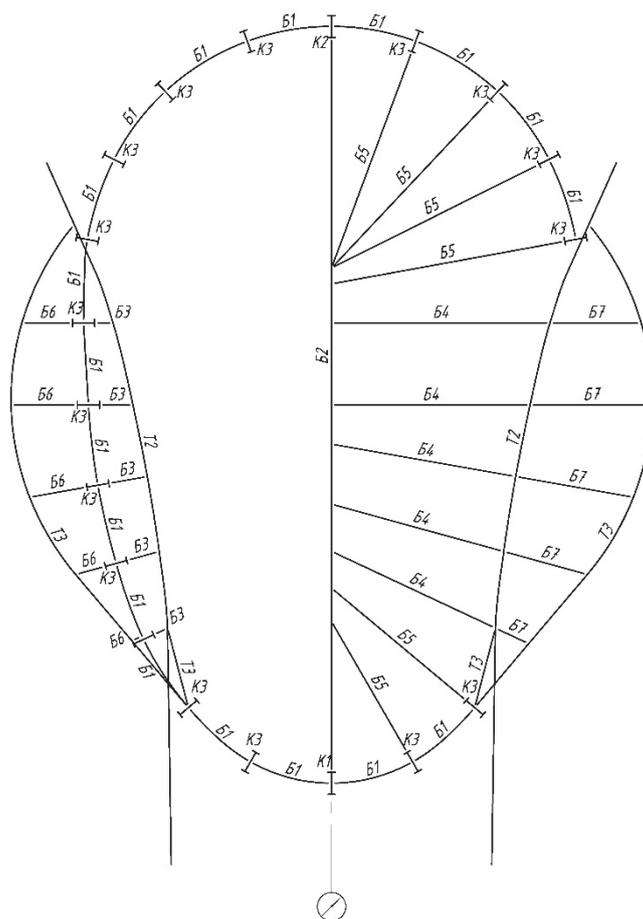


Рис. 13. Маркировка несущих элементов каркаса
[Figure 13. Marking of load-bearing frame elements]

Мероприятия по уменьшению высоты сечения несущих конструкций

Снижение высоты сечения несущих конструкций достигается следующими мероприятиями:

- установкой внешних поддерживающих арок;
- устройством распорной системы в виде распределительного контура по аркам;
- устройством жесткой связевой решетчатой системы в виде распределительного контура в верхнем участке поверхности арок;
- устройством разгружающей вантовой системы от внешних арок к центральной арке здания и распределительному контуру по аркам, окаймляющим контур выступов.

Устройство поддерживающей вантовой системы позволило не только уменьшить высоту сечений несущих конструкций, но и увеличить пространственную жесткость сооружения [6; 10; 19; 20]. Таким образом, при проектировании реализуется комбинированная вантово-арочная система [19; 20].

Применение комбинированной вантово-арочной системы также способствовало реализации единого внутреннего пространства дельфинария без установки промежуточных поддерживающих колонн.

Определение оптимальных значений предварительного натяжения вантовых элементов

Перед определением оптимальных значений предварительного натяжения оттяжек выполнено определение наиболее рационального расположения вант в системе с целью предотвращения выключения их из работы и обеспечения эффективности их работы.

Рассмотренные схемы вантовой системы представлены на рис. 14.

Принятая схема вантовой системы по центральной арке, распределительному контуру по полуар-

кам и по окаймляющему контуру выступов, а также твердотельная пространственная модель расчетной схемы здания отображены на рис. 15.

Для определения необходимых усилий предварительного натяжения оттяжек произведено исследование влияния этих усилий на прогибы (вертикальные и горизонтальные) конструкций.

Требования к величине прогибов установлены в приложении Е СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия».

В качестве исходных данных приняты усилия, возникающие в оттяжках без предварительного натяжения. Для анализа и определения оптимальных усилий предварительного натяжения рассмотрено 5 вариантов, где они принимались в процентах от усилия в них без предварительного натяжения: 5%, 10%, 15%, 20%, 25%.

Для создания линейки моделей для численных экспериментов применялся метод математического планирования экспериментов.

Моделирование здания выполнено в программно-вычислительном комплексе «ЛИРА-САПР». Комплекс реализует метод конечных элементов в перемещениях и позволяет определить внутренние усилия в элементах конструкций от статических и динамических нагрузок, а также от наиболее невыгодных комбинаций внешних воздействий.

Расчет выполнен на невыгодное сочетание нагрузок. Определение характера и сбор ветровой нагрузки выполнены с учетом требований действующих норм и аэродинамики подобных сооружений [21–23].

Определены вертикальные и горизонтальные прогибы элементов, поддерживаемых вантами (центральная арка и окаймляющий контур выступов). Значения этих перемещений сведены в табл. 3.

По данным табл. 3 построены графики зависимостей перемещений от предварительного натяжения в вантах, которые представлены на рис. 16 и 17.

Таблица 3

Вертикальные и горизонтальные прогибы
[Table 3. Vertical and horizontal deflections]

| Предварительное натяжение, доли от действующего усилия [Pre-tension, the proportion of the acting force] | Вертикальное перемещение центральной арки, мм [Vertical displacement of the central arch, mm] | Вертикальное перемещение окаймляющего контура выступа, мм [Vertical displacement of the fringing contour of the protrusion, mm] | Горизонтальное перемещение центральной арки, мм [Horizontal displacement of the central arch, mm] | Горизонтальное перемещение окаймляющего контура выступа, мм [Horizontal displacement of the fringing contour of the protrusion, mm] |
|---|--|--|--|--|
| 0,05 | 57,15 | 58,05 | 50,38 | 73,05 |
| 0,10 | 47,03 | 34,55 | 31,83 | 45,07 |
| 0,15 | 54,89 | 57,17 | 50,58 | 72,26 |
| 0,20 | 45,35 | 33,76 | 31,75 | 44,24 |
| 0,25 | 57,18 | 53,47 | 50,82 | 72,25 |

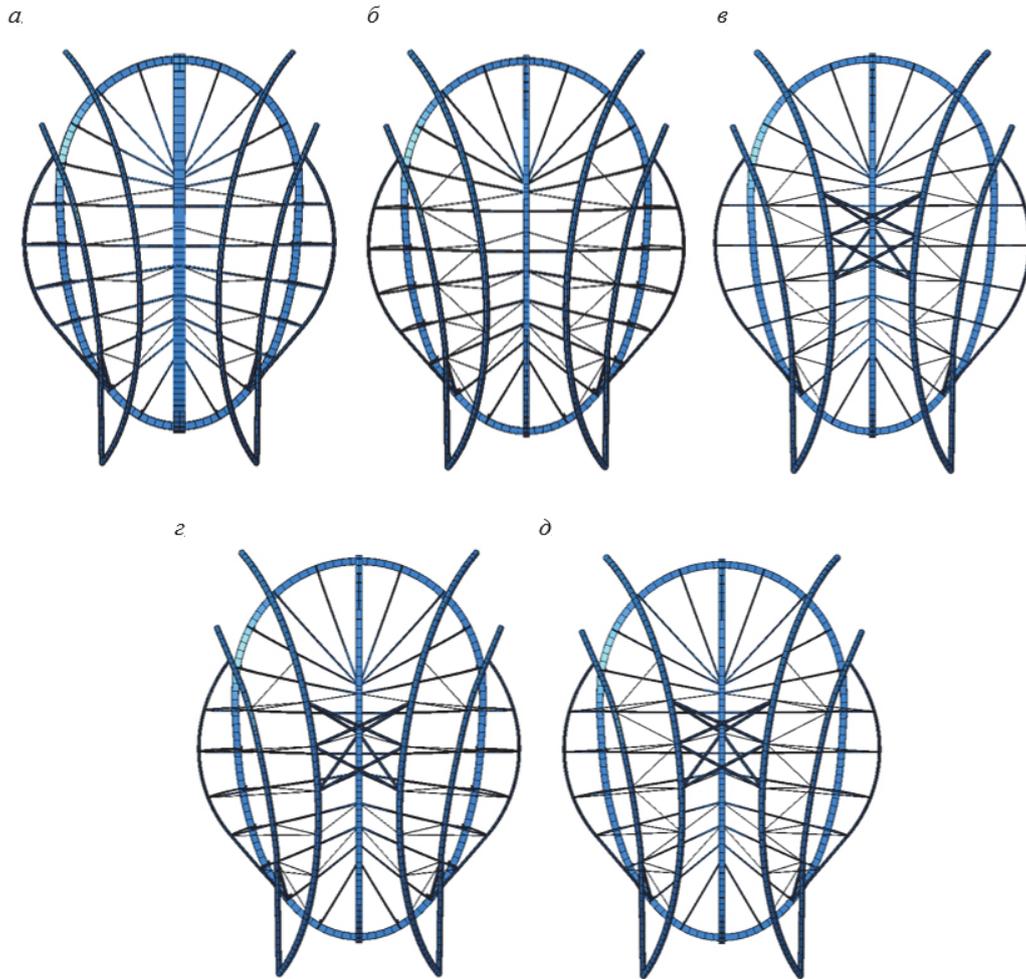


Рис. 14. Схемы вантовой системы:

a – радиальное расположение вант по центральной арке и распределительному контуру; *б* – радиальное расположение вант по центральной арке и перекрестное расположение вант по распределительному контуру; *в* – то же со связевой системой по несущим аркам вантовой системы; *г* – радиальное расположение вант по центральной арке, распределительному и окаймляющему контурам; *д* – радиальное расположение вант по центральной арке и окаймляющему контуру и перекрестное расположение вант по распределительному контуру

[Figure 14. Model of cable-stayed system:

a – radial arrangement of cables on the central arch and distribution edge; *б* – radial arrangement of cables on the central arch and cross-location of cables on the distribution edge; *в* – the same with the link system on the bearing arches of the cable system; *г* – radial arrangement of cables on the central arch, distributing and fringing contours; *д* – radial arrangement of cables on the central arch and bordering the contour and cross-location of cables on the distribution loop]

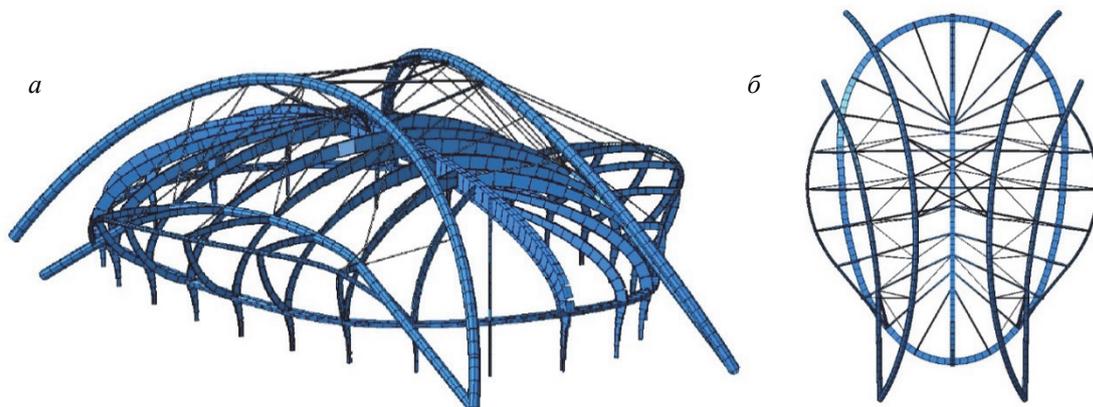


Рис. 15. Твёрдотельная модель расчетной схемы конструкции здания (а) и схема вантовой системы (б)

[Figure 15. Solid-state model of the design scheme of the building structure(a) and the scheme of the cable-stayed system (б)]

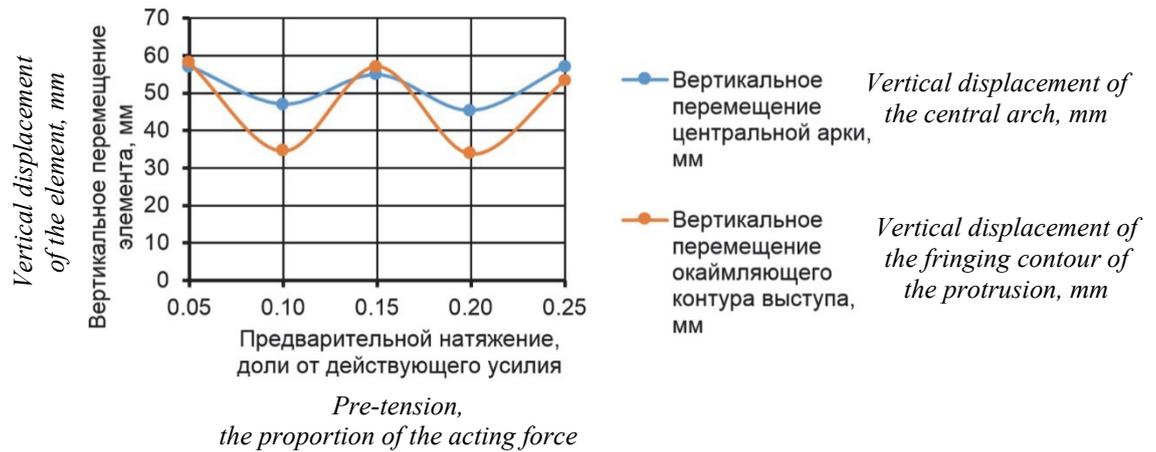


Рис. 16. Влияние предварительного натяжения вант на вертикальные перемещения элементов
 [Figure 16. Effect of pre-tensioning the cables to the vertical displacement of the elements]

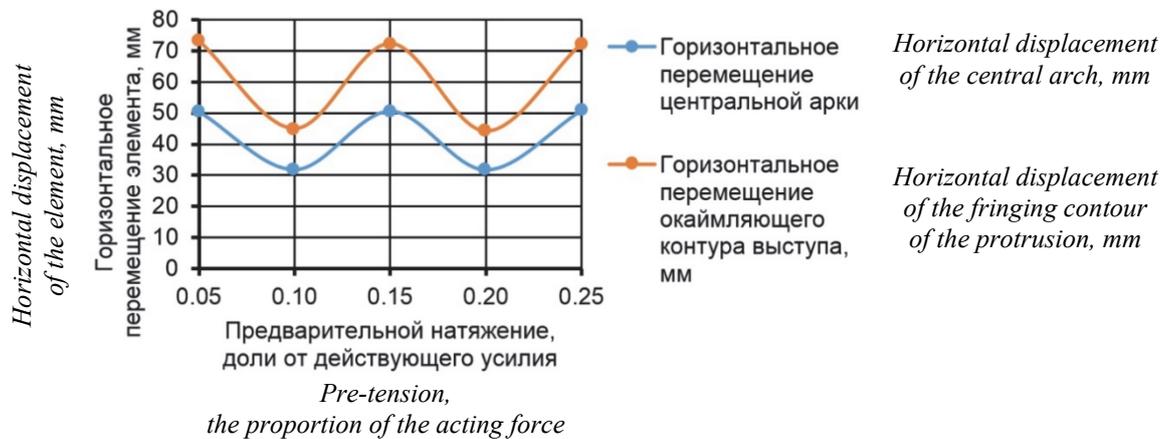


Рис. 17. Влияние предварительного натяжения вант на горизонтальные перемещения элементов
 [Figure 17. Effect of the pre-tensioning the cables on the horizontal displacement of the elements]

Из графиков следует, что зависимость величины перемещений от предварительного натяжения в оттяжках носит нелинейный синусоидальный характер. Это объясняется конструктивной системой здания, принятым расположением вантовых элементов, совместной работой конструкций здания под нагрузкой. Анализируя графики на рис. 15 и 16, получаем, что наиболее рациональным по критериям минимальных затрат на устройство предварительного натяжения и повышения жесткости конструкции является предварительное натяжения в вантовом элементе, равное 10% от предварительного усилия в нем. При данных значениях прогибы в конструкциях минимальны и удовлетворяют требованиям действующих норм.

Влияние величины предварительного напряжения в вантах на вертикальные перемещения элементов может быть аппроксимировано зависимостями вида:

– для центральной арки:

$$y = 494333,00x^4 - 294340,00x^3 + 61002,00x^2 - 5128,70x + 194,78;$$

– для окаймляющего контура выступа:

$$y = 1208666,67x^4 - 727200,00x^3 + 151842,33x^2 - 12786,60x + 401,12.$$

Влияние величины преднапряжения в вантах на горизонтальные перемещения элементов может быть аппроксимировано зависимостями вида:

– для центральной арки:

$$y = 1002400,00x^4 - 601040,00x^3 + 125122,00x^2 - 10500,60x + 331,47;$$

- для окаймляющего контура выступа:

$$y = 1477466,67x^4 - 885906,67x^3 + 184464,33x^2 - 15496,13x + 488,20.$$

Результаты исследования влияния предварительного натяжения на деформации конструкций:

- выявлено, что перемещения окаймляющего контура выступа более восприимчивы к изменению величины предварительного натяжения в оттяжках;

- получены качественные и количественные характеристики зависимостей, представленных на графиках;

- отражены зависимости влияния предварительного напряжения оттяжек на прогибы элементов;

- определены оптимальные значения предварительного натяжения вант при соблюдении требований второй группы предельных состояний для поддерживаемых оттяжками конструкций.

Выводы

По результатам выполненной работы можно сделать следующие выводы.

- Достигнута поставленная цель: разработана конструктивная форма, способная воплотить архитектурную идею.

- Представлены количественные и качественные характеристики, позволяющие описать архитектурную и конструктивную формы здания. Любая архитектурная форма должна быть описана аналитическими зависимостями, только тогда она может быть конструктивно проработана.

- Формализованы методики реализации архитектурной формы несущими большепролетными конструкциями.

- Для разработки здания с конструкциями минимальной материалоемкости выполнено регулирование усилий в элементах здания путем применения соответствующих несущих конструкций и эффективных конструктивных мероприятий.

- Определено оптимальное расположение вантовых элементов, способствующее уменьшению деформаций и сечений элементов, а также увеличивающее пространственную жесткость и устойчивость конструкции.

- Исследовано влияние величины предварительного натяжения в вантовых элементах на деформации конструкций. По результатам этого исследования определено, что минимальными необходимыми значениями предварительного натяжения являются усилия, равные 10% от предварительного усилия в вантах.

- Разработанная конструкция здания дельфинария в г. Волгограде является многократно статически неопределимой системой. В случае, если выключится один элемент, произойдет перераспределение усилий и конструкция продолжит нести нагрузку, что способствует выполнению требований об обеспечении механической и конструкционной безопасности [Федеральный закон № 384-ФЗ].

© Ситников И.Р., Голиков А.В., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Кузнецов В.В. Справочник проектировщика: металлические конструкции. Т. 2: Стальные конструкции зданий и сооружений. М.: Изд-во АСВ, 1998. 512 с.
2. Горев В.В. Металлические конструкции. Т. 2: Конструкции зданий. М.: Высшая школа, 2002. 528 с.
3. Беленя Е.И. Металлические конструкции: общий курс. М.: Стройиздат, 1986. 560 с.
4. Мельников Н.П. Справочник проектировщика: металлические конструкции. М.: Стройиздат, 1980. 776 с.
5. Канчели В.Н. Строительные пространственные конструкции: учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2003. 112 с.
6. Еремеев П.Г. Металлические пространственные конструкции уникальных большепролетных сооружений в России // Промышленное и гражданское строительство. 2013. № 10. С. 9–14.
7. Еремеев П.Г. Разработка, исследование, проектирование и возведение большепролетных металлических конструкций уникальных зданий и сооружений // Вестник НИЦ «Строительство». 2009. № 1. С. 107–122.
8. Душкевич К.Н., Суслова О.Ю. Современные большепролетные конструкции // Наука, образование и экспериментальное проектирование: тезисы докладов Международной научно-практической конференции профессорско-преподавательского состава, молодых ученых и студентов. 7–14 апреля 2014 г. М.: МАРХИ, 2014. С. 385–386.
9. Сысоева Е.В. Научные подходы к расчету и проектированию большепролетных конструкций // Вестник МГСУ. 2017. № 2 (101). С. 131–141.
10. Гришанович А.И. Варианты применения уникальных конструкций покрытия для большепролетных спортивных сооружений // Градостроительство, инфраструктура, коммуникации. 2016. № 2 (3). С. 45–51.
11. Cai J., Feng J., Jiang Ch. Development and analysis of a long-span retractable roof structure // Journal of Constructional Steel Research. 2014. No. 92. Pp. 175–182.
12. Buhanan P. Renzo Piano Building Workshop. Vol. 3. Phaidon, 2000. 240 p.
13. Makowski Z.S. Analysis, Design and Construction of Braced Domes. Granada, University of Surrey, UK, 1984.
14. Ballio G., Mazzolani F.M. Theory and Design of Steel Structures. Taylor & Francis, 2008. 576 p.
15. McCormac J.C., Csernak S.F. Structural steel design. Fifth edition. Pearson Education Limited, 2012. 723 p.

16. Barnes M., Dickson M. Widespan roof structures. London: Thomas Telford Publishing Ltd., 2000. 328 p.

17. John F. Abel. The future of spatial structures // Fifty Years of Progress for Shell and Spatial Structures. Brentwood, UK: Multi Science Publishing Co Ltd., 2011. Pp. 485–490.

18. Chilton J. Space Grid Structures. Architectural Press, 2000. 191 p.

19. Еремеев П.Г., Киселев Д.Б. Современные арочно-вантовые комбинированные конструкции // Монтажные и специальные работы в строительстве. № 9. 2005. С. 11–16.

20. Демченко А.И. Вантовые конструкции // Международная научно-техническая конференция молодых ученых БГТУ им. В.Г. Шухова 2014 г. Белгород: Изд-во БГТУ им. Шухова, 2014. С. 199–202.

21. Симиу Э., Сканлан Р. Воздействие ветра на здания и сооружения. М.: Стройиздат, 1984. 360 с.

22. Martins N., Caetano E., Diord S., Magalhães F., Cunha A. Dynamic monitoring of a stadium suspension roof: Wind and temperature influence on modal parameters and structural response // Engineering Structures. 2014. No. 59. Pp. 80–94.

23. Ding Zh., Tamura Y. Contributions of wind-induced overall and local behaviors for internal forces in cladding support components of large-span roof structure // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2013. No. 115. Pp. 162–172.

Об авторах

Ситников Иван Романович – магистрант кафедры строительных конструкций, оснований и надежности сооружений, Волгоградский государственный технический университет. *Область научных интересов:* строительные конструкции, металлические конструкции, проектирование большепролетных и преднапряженных конструкций. *Контактная информация:* e-mail – sitnikovir11@gmail.com.

Голиков Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, оснований и надежности сооружений, Волгоградский государственный технический университет. *Область научных интересов:* строительные конструкции, металлические конструкции, проектирование большепролетных, башенных, листовых и предварительно напряженных конструкций, надежность строительных конструкций. *Контактная информация:* e-mail – alexandr_golikov@mail.ru.

Для цитирования

Ситников И.Р., Голиков А.В. Регулирование усилий в большепролетных конструкциях при разработке рациональной конструктивной формы здания дельфинария в Волгограде // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 278–292. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-278-292.

SCIENTIFIC ARTICLE

Adjustment of forces in large-span structures in the design of a rational constructive form of a Dolphinarium in Volgograd

Ivan R. Sitnikov, Alexander V. Golikov*

Volgograd State Technical University
28 Lenin Avenue, Volgograd, 400131, Russian Federation

*Corresponding author

(received: April 10, 2018; accepted: July 13, 2018)

Abstract. In some cases, architectural, technological or other special requirements dictate the development of buildings and structures with large spans of shells. The choice of the scheme of bearing structures depends on the size of the span, architectural and planning solutions, the shape of the building in plan, the height of the structure, the presence and type of suspended transport, the requirements for the rigidity of the shell, the nature of lighting and aeration, type of roof, size and distribution of loads, the need to accommodate large masses of people and other factors. Differences in the purpose of large-span buildings and structures, features of technological processes, architectural and aesthetic requirements determine the use of a variety of solutions of such coatings.

The article presents design measures for the implementation of architectural and artistic solutions of the building of the Dolphinarium in Volgograd. Analytical description of complex architectural and structural forms is performed. The analysis of existing structural forms of large-span structures is given. In the design, the concept of a combined arch-cable system was implemented, in which the cable system acts as an unloading and supporting system. The study of the work under load of various schemes of the cable system. It was also investigated the influence of pre-tensioning braces on strain supported their designs, and from what was determined optimal value of the efforts of the cables tension.

Keywords: design, metal structures, large span structures, arched structures, cable-stayed structures, pre-tensioning

References

1. Kuznecov V.V. (1998). *Spravochnik proektirovshhika. Metallicheskie konstrukcii*. Tom 2. Stal'nye konstrukcii zdaniy i sooruzhenij [Directory of the designer. Metal construction. Volume 2. Steel structures of buildings and structures]. Moscow, ASV Publ., 512. (In Russ.)
2. Gorev V.V. (2002). *Metallicheskie konstrukcii*. Tom 2. Konstrukcii zdaniy [Metal construction. Volume 2. Building structure]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 528. (In Russ.)
3. Belenja E.I. (1986). *Metallicheskie konstrukcii. Obshhij kurs [Metal construction. General course]*. Moscow, Strojizdat Publ., 560. (In Russ.)
4. Mel'nikov N.P. (1980). *Spravochnik proektirovshhika. Metallicheskie konstrukcii [Directory of the designer. Metal construction]*. Moscow, Strojizdat Publ., 776. (In Russ.)
5. Kancheli V.N. (2003). *Stroitel'nye prostranstvennye konstrukcii*. Uchebnoe posobie [Building spatial constructions. A tutorial]. Moscow, ASV Publ., 112. (In Russ.)
6. Ereemeev P.G. (2013). Metal spatial constructions of unique large-span structures in Russia. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo [Industrial and civil engineering]*, (10), 9–14. (In Russ.)
7. Ereemeev P.G. (2009). Razrabotka, issledovanie, proektirovanie i vozvedenie bol'sheproletnykh metallicheskiy konstrukcij unikal'nykh zdaniy i sooruzhenij [Development, research, design and construction of large-span metal structures of unique buildings and structures]. *Vestnik NIC Stroitel'stvo*, (1), 107–122. (In Russ.)
8. Dushkevich K.N., Suslova O.Ju. (2014). Sovremennye bol'sheproletnye konstrukcii [Modern large-span structures]. Nauka, obrazovanie i jeksperimental'noe proektirovanie. *Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii professorsko-prepodavatel'skogo sostava, molodykh uchenykh i studentov, 7–14 aprelya*. [Science, education and experimental design. Theses of the International scientific research conference of professorial teaching staff, young researchers and students, 7–14 April]. Moscow, MARHI Publ., 385–386. (In Russ.)
9. Sysoeva E.V. (2017). Scientific approaches to the calculation and design of large-span structures. *Vestnik MGSU*, (2), 131–141. (In Russ.)
10. Grishanovich A.I. (2016). Varianty primeneniya unikal'nykh konstrukcij pokrytiya dlya bol'sheproletnykh sportivnykh sooruzhenij [Options for the use of unique coating designs for large-span sports facilities]. *Gradostroitel'stvo, infrastruktura, kommunikacii*, (2), 45–51. (In Russ.)
11. Cai J., Feng J., Jiang Ch. (2014). Development and analysis of a long-span retractable roof structure. *Journal of Constructional Steel Research*, (92), 175–182.
12. Buhanan P. (2000). *Renzo Piano Building Workshop*. Volume 3. Phaidon, 240.
13. Makowski Z.S. (1984). *Analysis, Design and Construction of Braced Domes*. Granada, University of Surrey, UK.
14. Ballio G., Mazzolani F.M. (2008). *Theory and Design of Steel Structures*. Taylor & Francis, 576.
15. McCormac J.C., Csernak S.F. (2012). *Structural steel design. Fifth edition*. Pearson Education Limited, 723.
16. Barnes M., Dickson M. (2000). *Widespan roof structures*. London, Thomas Telford Publishing Ltd., 328.
17. John F. Abel. (2011). The future of spatial structures. *Fifty Years of Progress for Shell and Spatial Structures*. Brentwood, UK, Multi Science Publishing Co Ltd., 485–490.
18. Chilton J. (2000). *Space Grid Structures*. Architectural Press, 191.
19. Ereemeev P.G., Kiselev D.B. (2005). Sovremennye arochno-vantovye kombinirovannye konstrukcii [Modern arch-cable-stayed combined constructions]. *Montazhnye i special'nye raboty v stroitel'stve [Assembly and special works in construction]*, (9), 11–16. (In Russ.)
20. Demchenko A.I. (2014). Vantovye konstrukcii [Cable-stayed structures]. *Mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja konferencija molodykh uchenykh BGTU im. V.G. Shukhova [International scientific conference of Shukhov BSTU young scientists]*. Belgorod, Shukhov BSTU Publ., 199–202. (In Russ.)
21. Simiu Je., Skanlan R. (1984). *Vozdejstvie vetra na zdaniya i sooruzheniya [Wind impact on buildings and structures]*. Moscow, Strojizdat Publ., 360. (In Russ.)
22. Martins N., Caetano E., Diord S., Magalhães F., Cunha Á. (2014). Dynamic monitoring of a stadium suspension roof: Wind and temperature influence on modal parameters and structural response. *Engineering Structures*, (59), 80–94.
23. Ding Zh., Tamura Y. (2013). Contributions of wind-induced overall and local behaviors for internal forces in cladding support components of large-span roof structure. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, (115), 162–172.

About the authors

Ivan R. Sitnikov – Master's Degree Student of the Department of Building Structures, Foundations and Reliability of Structures, Volgograd State Technical University. *Research interests*: building structures, metal structures, design of large-span and prestressed structures. *Contact*: e-mail – sitnikovir11@gmail.com.

Alexander V. Golikov – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Building Structures, Foundations and Reliability of Structures, Volgograd State Technical University. *Research interests*: building structures, metal structures, design of large-span, tower, sheet and prestressed structures, reliability of building structures. *Contact*: e-mail – alexandr_golikov@mail.ru.

For citation

Sitnikov I.R., Golikov A.V. (2018). Adjustment of forces in large-span structures in the design of a rational constructive form of a Dolphinarium in Volgograd. *Structural mechanics of engineering constructions and buildings*, 14(4), 278–292. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-278-292. (In Russ.)

УДК 624.01

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-293-298

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Анализ изменения усилий в конструкциях при учете стадийности возведения

О.В. Мкртычев, М.И. Андреев*, Д.С. Сидоров

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Ярославское шоссе, 26, Москва, Российская Федерация, 129337

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 23 марта 2018 г.; принята к публикации: 25 июня 2018 г.)

В статье приведены результаты расчетных исследований, позволивших установить зависимость параметров напряженно-деформированного состояния несущих конструкций высотного здания при расчете с учетом и без учета стадийности возведения. Процесс строительства является многоэтапным и сильно связан с последовательностью выполняемых работ на строительной площадке. Как известно, бетон набирает расчетную прочность в течение определенного времени. Также, в том или ином порядке, могут выполняться работы по установке и удалению конструктивных элементов системы, изменению состояния связей. Таким образом, эти параметры влияют на конечное напряженно-деформированное состояние несущих конструкций. При расчете без учета стадийности возведения в колоннах верхних этажей зданий и сооружений могут возникать достаточно большие растягивающие усилия, наблюдаются характерные горизонтальные отклонения оси здания от вертикали. Источниками перекосов могут являться нерегулярность жесткостей здания в плане и неравномерные деформации основания сооружения. Данное явление объясняется неучетом стадийности возведения конструкций, считается, что здание загружается одномоментно. Горизонтальные смещения этажей, расположенных ниже уровня монтажа соответствующего этажа, необходимо компенсировать, учитывая их при расчете. В связи с этим, в статье рассматривается влияние учета стадийности возведения на усилия, возникающие в элементах здания. Представлен пример расчета высотного здания в программном комплексе «ЛИРА 9.6» с учетом стадийности возведения и пошагового приложения нагрузки на расчетную модель. Моделирование процесса возведения дает возможность учитывать неравномерную осадку вертикальных элементов, смещение характерных точек (отметок) сооружения в горизонтальном направлении.

Ключевые слова: строительные конструкции, расчетная модель, стадии возведения, высотное здание, напряженно-деформированное состояние, генетическая нелинейность, нелинейные методы расчета, конструктивная схема

Введение

В настоящее время в нормативных документах не существует строгих требований к расчетам с учетом стадийности возведения. Поэтому большинство расчетов строительных конструкций, зданий и сооружений проводятся без учета стадийности возведения, что может приводить к существенным погрешностям в результатах расчетов. В соответствии с требованиями ФЗ № 384 (ст. 16) расчетные модели (в том числе расчетные схемы) строительных конструкций и оснований должны отражать действительные условия работы здания или сооружения. Таким образом, задача исследования напряженно-деформированного состояния с учетом поэтапного изменения расчетных моделей является актуальной и

требует реализации при проведении расчета несущих конструкций сооружений и зданий [1].

В случае, когда нагрузка к зданию прикладывается одномоментно, его напряженно-деформированное состояние может отличаться от ситуации, когда нагрузка прикладывается в процессе возведения. Это происходит из-за изменения расчетной схемы здания при его деформировании в ходе возведения. Если изменения расчетной модели являются существенными, то задача должна решаться в генетически нелинейной постановке. Данный вид нелинейности является разновидностью геометрической нелинейности, возникающей в процессе возведения сооружения.

Существующая практика расчетных обоснований конструктивных решений сооружений и зданий основывается на проведении статических

расчетов в рамках процедуры одноэтапного расчета. При этом жесткостные и геометрические характеристики принимаются постоянными для всего расчетного процесса. Величины и характер приложения статических нагрузок на модель принимаются неизменными при проведении расчета.

При расчете без учета стадийности возведения в колоннах верхних этажей зданий и сооружений могут возникать достаточно большие растягивающие усилия, наблюдаются характерные горизонтальные смещения этажей конструкции, т.е. отклонения от вертикали оси здания. Источниками перекосов могут являться локально расположенные жесткие узлы лестнично-лифтовых блоков (нерегулярность жесткостей здания в плане) и неравномерные деформации основания сооружения [2]. Данное явление объясняется неучетом стадийности возведения конструкций, считается, что здание загружается одномоментно, а это не верно. Горизонтальные смещения этажей, расположенных ниже уровня монтажа соответствующего этапа, необходимо компенсировать, учитывая их при расчете [3].

Процесс фактического строительства в общем случае является многоэтапным и тесно связан с последовательностью выполняемых операций на строительной площадке. При этом, в том или ином порядке, могут выполняться работы по установке и удалению некоторых элементов системы, установке и удалению дополнительных грузов, изменению состояния связей. Кроме того, бетон набирает расчетную прочность в течение определенного времени [4].

Методика расчета

Для корректного учета вышеуказанных замечаний в современных отечественных (ЛИРА [5; 6], СКАД [7]) и зарубежных (ANSYS [8], LS-DYNA [9]) программных комплексах созданы специальные модули с условным названием «Монтаж», которые позволяют провести компьютерное моделирование процесса возведения конструкции, проследив последовательное изменение конструктивной схемы, установку и снятие монтажных нагрузок. Эти модули также позволяют создавать стадии демонтажа, в рамках которых можно как демонтировать конструкции, так и убирать нагрузки.

На каждой стадии возведения производится расчет соответствующей конструктивной схемы здания, содержащей элементы, смонтированные (или демонтированные) к этому моменту. При этом может производиться учет текущих прочности и модуля деформации бетона, а также наличия

временных стоек опалубки [10]. Если проектной арматуры или проектного железобетонного сечения оказывается недостаточно, то необходима корректировка проектных решений.

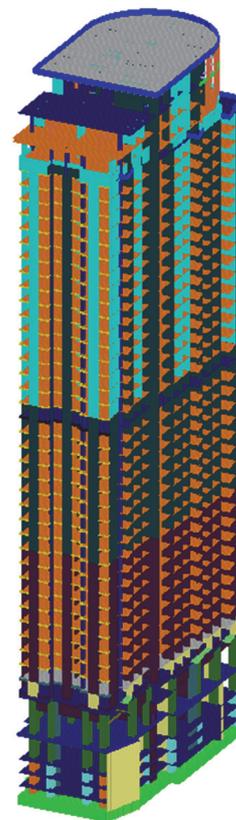


Рис. 1. Расчетная схема здания
[Figure 1. A design scheme of the building]

Рассмотрим высотный жилой дом, который представляет собой 39-этажное здание в форме трапеции, в плане с максимальными размерами по осям 1-17/А-Р 30,95×52,15 м и максимальной высотой 143,3 м (рис. 1).

Каркас здания предусматривается в виде безригельного пространственного каркаса, включающего соединение фундаментов, колонн, стен, а также лестнично-лифтовых узлов, жестко связанных с монолитными перекрытиями.

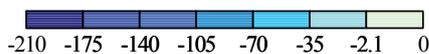
Пространственная жесткость и устойчивость здания обеспечивается совместной работой стен и колонн, стен лестнично-лифтовых блоков и плит перекрытий.

Несущие конструкции выполнены из монолитного железобетона: фундаментные плиты – бетон класса В35; наружные стены – бетон класса В40; колонны и внутренние стены – бетон класса В40; плиты перекрытий – бетон класса В35, В30; площадки лестниц и лестничные марши – бетон класса В25.

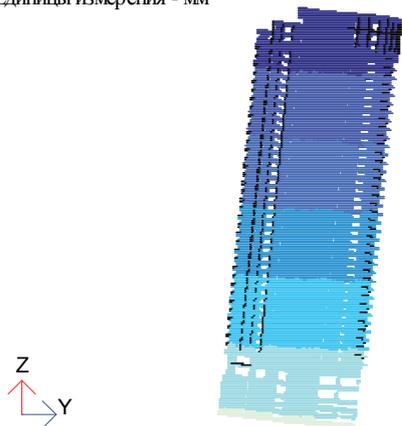
Результаты расчета

Таблица 1

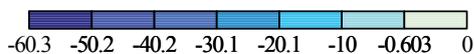
Ниже приведены конечные деформированные схемы с изополями перемещений по X без учета (рис. 2, а) и с учетом (рис. 2, б) стадийности возведения. Основные результаты расчета приведены в табл. 1.



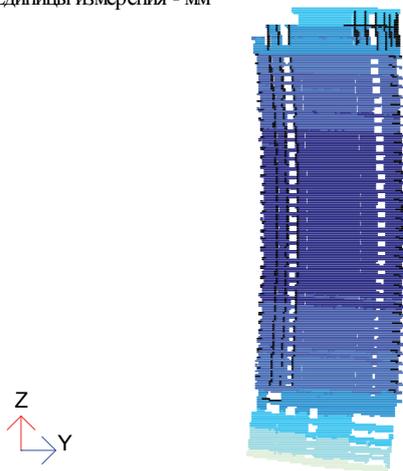
17
Изополя перемещений по X(G)
Единицы измерения - мм



а



Нелинейное нагружение 26
Изополя перемещений по X(G)
Единицы измерения - мм



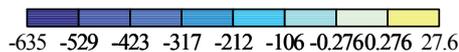
б

Рис. 2. Деформированная схема с изополями перемещений по X:
а – без учета стадийности возведения;
б – с учетом стадийности возведения
[Figure 2. Deformed scheme with isofields for X-direction:
а – without regard to the erection level;
б – taking into account the erection level]

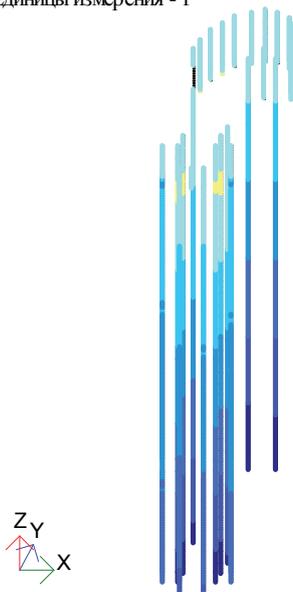
Основные результаты расчета
[Table 1. Main results of calculation]

| | Без учета стадийности [Without regard to stage] | С учетом стадийности [Taking into account the stage] |
|---|---|--|
| Перемещения по X, мм [Displacement X, mm] | 210 | 60,3 |
| Перемещения по Y, мм [Displacement Y, mm] | 372 | 102 |
| Перемещения по Z, мм [Displacement Z, mm] | 346 | 306 |
| Усилия Mx, т*м/м (ФП) [Stress Mx, t*m/m (foundation)] | 466(-559) | 498(-547) |
| Усилия My, т*м/м (ФП) [Stress My, t*m/m (foundation)] | 681(-685) | 628(-559) |
| Усилия N, т (колонны) [Stress N, t (column)] | -635 (27,6) | -775 |

Далее приведены усилия N в колоннах без учета (рис. 3, а) и с учетом (рис. 3, б) стадийности возведения.



17
Мозаика N
Единицы измерения - т



а

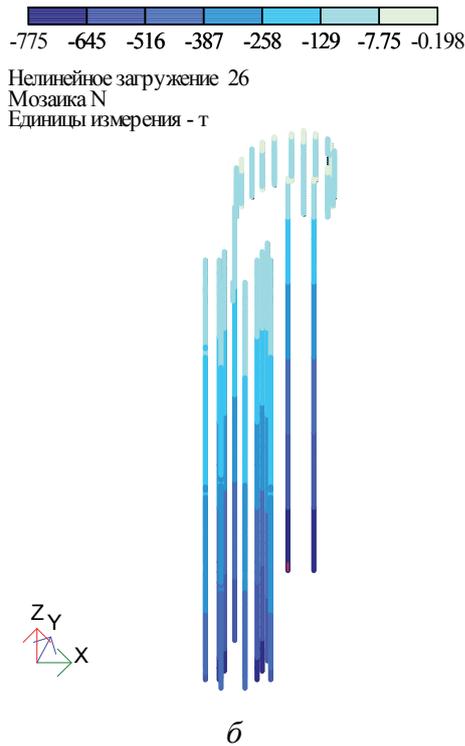


Рис. 3. Усилия N в колоннах:
a – без учета стадийности возведения;
б – с учетом стадийности возведения
[Figure 3. Efforts N in the columns:
a – without regard to the stage of construction;
б – taking into account the stage of construction]

Выводы

Сравнительный анализ перемещений показывает, что при учете стадийности возведения наблюдаются меньшие (в 7 раз) горизонтальные перемещения верха здания. Такие результаты принципиально соответствуют данным, полученным по итогам мониторинга различных многоэтажных высотных зданий.

Следует отметить, что при расчете без учета стадийности возведения возникают растягивающие усилия N до 28 тс в колоннах верхних этажей (рис. 3, *a*), что не соответствует действительности. Растягивающие усилия не наблюдаются при учете последовательности возведения (рис. 3, *б*). Из сравнительного анализа результатов также видно, что при моделировании здания с учетом стадийности возведения наблюдается более адекватная картина в части распределения напряжений и усилий (сглаженный характер) по несущим элементам каждого этажа, что приводит к экономии бетона и арматуры.

Заключение

Таким образом, вышеизложенное свидетельствует о необходимости учета стадийности воз-

ведения при проектировании высотных зданий и сооружений. Для решения таких задач необходимо выполнять расчеты в нелинейной постановке [11; 12].

© Мкртычев О.В., Андреев М.И., Сидоров Д.С., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Андреев М.И. Расчет железобетонного здания с учетом генетической нелинейности // Строительство-формирование среды жизнедеятельности: сборник трудов 20-й Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых (26–28 апреля, 2017 г., Москва). М.: МГСУ, 2017. С. 235–237.
2. Кабанцев О.В., Тамразян А.Г. Учет изменений расчетной схемы при анализе работы конструкции // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5. С. 15–26.
3. Кабанцев О.В., Карлин А.В. Расчет несущих конструкций с учетом истории возведения и поэтапного изменения основных параметров расчетной модели // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 7. С. 33–35.
4. Шейн А.И., Завьялова О.Б. Влияние физической нелинейности бетона на напряженно-деформированное состояние элементов монолитных железобетонных рам, рассчитываемых с учетом истории нагружения // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 6. С. 29–31.
5. Барабаш М.С. Методы компьютерного моделирования процессов возведения высотных зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 3. С. 43–46.
6. Барабаш М.С. Обеспечение конструктивной безопасности при проектировании высотных зданий с использованием ПК «ЛИРА-САПР» // Сб. науч. трудов Международного научного семинара, 19–20 сентября 2013 г. Курск, 2013. С. 73–83.
7. Перельмутер А.В., Криксунов Э.З., Карпиловский В.С., Маляренко А.А. Интегрированная система для расчета и проектирования несущих конструкций зданий и сооружений SCAD Office. Новая версия, новые возможности // Инженерно-строительный журнал. 2009. № 4. С. 10–12.
8. Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Петряшев Н.О., Петряшев С.О., Негрозов О.А. Расчетные исследования напряженно-деформированного состояния, прочности и устойчивости несущих конструкций высотного здания с учетом фактического положения железобетонных конструкций // Вестник МГСУ. 2015. № 4. С. 50–68.
9. LS-DYNA. Keyword user's manual. Volume I. May 2007. Version 971. Livermore Software Technology Corporation (LSTC). URL: www.dynasupport.com.

10. *Кабанцев О.В.* Верификация расчетной технологии «Монтаж» программного комплекса SCAD // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2011. Vol. 7. Issue 3. P. 103–109.

11. *Mkrtychev O.V., Dzinchvelashvili G.A., Bunov A.A.* Study of lead rubber bearings operation with varying height buildings at earthquake // Procedia Engineering. 2014. Vol. 91. P. 48–53.

12. *Мкртычев О.В., Андреев М.И.* Расчет уникального высотного здания на землетрясения в нелинейной динамической постановке // Вестник МГСУ. 2016. № 6. С. 25–33.

Об авторах

Мкртычев Олег Вартаанович – доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. Опубликовал более 150 научных статей, монографий и учебных пособий. *Область научных интересов:* теория надежности строительных конструкций, вероятностные методы расчета, теория сейсмостойкости сооружений, численные методы расчета, нелинейные динамические методы расчета, математическое и численное моделирование работы зданий и сооружений. *Контактная информация:* e-mail – mkrtychev@yandex.ru. SPIN-code 9676-4986.

Андреев Михаил Иванович – аспирант кафедры сопротивления материалов, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. Научный руководитель – доктор технических наук, профессор О.В. Мкртычев. *Область научных интересов:* теория надежности строительных конструкций, теория сейсмостойкости сооружений, нелинейные динамические методы расчета. *Контактная информация:* e-mail – misha-andreev_93@mail.ru. SPIN-code 1820-3744.

Сидоров Дмитрий Сергеевич – кандидат технических наук, главный конструктор Научно-исследовательской лаборатории «Надежность и сейсмостойкость сооружений» (НИЛ НСС), Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. *Область научных интересов:* теория надежности строительных конструкций, теория сейсмостойкости сооружений, проектирование и расчеты зданий и сооружений. *Контактная информация:* e-mail – dimacolts@yandex.ru. SPIN-code 6701-9629.

Для цитирования

Мкртычев О.В., Андреев М.И., Сидоров Д.С. Анализ изменения усилий в конструкциях при учете стадийности возведения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 293–298. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-293-298.

SCIENTIFIC ARTICLE

Stress changing analysis in structures with account of the erection level

Oleg V. Mkrtychev, Mikhail I. Andreev*, Dmitry S. Sidorov

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
26 Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

*Corresponding author

(received: March 23, 2018; accepted: June 25, 2018)

Abstract. The article shows the results of computational studies of buildings taking into account and without taking into account the stages of erection. They make it possible to establish the dependence of the parameters of the stress-strain state of the load-bearing structures of a high-rise building during the calculation. The construction process is multi-stage and is strongly associated with the consistency of the work performed on the construction site. When calculating without taking into account the stage of construction in the columns of the upper floors of buildings and constructions, sufficiently large tensile forces may occur, there are characteristic horizontal deviations of the building's axis from the vertical. The sources of distortions may be the irregularity of the rigidities of the building in the plan and the uneven deformation of the base of the structure. This phenomenon is due to the lack of staging of the erection of structures, it is believed that the building is loaded the instantly. The horizontal displacements of the floors below the installation level of the corresponding stage must be compensated, taking them into account when calculating. In this regard, the article discusses the impact of accounting for the stages of construction on the forces arising in the elements of the building. The example of calculation of a high-rise building in the software complex LIRA 9.6 taking into account the stages of construction and step-by-step application of the load on the design model. Modeling of the erection process makes it possible to take into account the uneven precipitation of vertical elements, the displacement of characteristic points (marks) of the structure in the horizontal direction.

Keywords: building construction, calculation model, stage erection, high-rise building, the stress-strain state, genetic nonlinearity, nonlinear calculation methods, the constructive scheme

References

1. Andreev M.I. (2017). Raschet zhelezobetonogo zdaniya s uchetoм geneticheskoy nelineynosti [Calculation of reinforced concrete building taking into account genetic nonlinearity]. *Stroitel'stvo-formirovaniye sredey zhiznedeyatel'nosti. Sbornik trudov 20-j Mezhdunarodnoy mezhvuzovskoy nauchno-prakticheskoy konferencii studentov, magistrantov, aspirantov i molodyh uchenykh (26–28 aprelya, Moskva)* [Building-formation of the environment of life. A collection of works of the 20th International Interuniversity Scientific and Practical Conference of students, undergraduates, graduate students and young scientists (26–28 April, Moscow)], 235–237. (In Russ.)
2. Kabancev O.V., Tamrazyan A.G. (2014). Uchet izmeneniy raschetnoy skhemy pri analize raboty konstrukcii [Allowing for changes in the calculated scheme during the analysis of structural behaviour]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal [Magazine of Civil Engineering]*, (5), 15–26. (In Russ.)
3. Kabancev O.V., Karlin A.V. (2012). Raschet nesushchih konstrukcij s uchetoм istorii vozvedeniya i poehapnogo izmeneniya osnovnykh parametrov raschetnoy modeli [The calculation load-bearing structures, taking into account the history of erection and construction of phase changes in the basic parameters of the calculation model]. *Industrial and Civil Engineering*, (7), 33–35. (In Russ.)
4. Shein A.I., Zav'yalova O.B. (2012). Vliyaniye fizicheskoy nelineynosti betona na napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye ehlementov monolitnykh zhelezobetonnykh ram, rasschityvaemykh s uchetoм istorii nagruzheniya [Influence of Physical Nonlinearity of Concrete on Stressed-Strained State of Elements of Monolithic Reinforced Concrete Frames Calculated with Due Regard for Loading History]. *Industrial and Civil Engineering*, (6), 29–31. (In Russ.)
5. Barabash M.S. (2014). Metody komp'yuternogo modelirovaniya processov vozvedeniya vysotnykh zdaniy [Methods of computer simulation of high-rise buildings construction processes]. *Industrial and Civil Engineering*, (3), 43–46. (In Russ.)
6. Barabash M.S. (2013). Obespecheniye konstruktivnoy bezopasnosti pri proektirovaniy vysotnykh zdaniy s ispol'zovaniem PK LIRA-SAPR [Providing constructive safety in the design of high-rise buildings using a PC LIRA-SAPR]. *Sb. nauch. trudov Mezhdunarodnogo nauchnogo seminar, 19–20 sentyabrya [Collection of proceedings of the International Scientific Seminar, September 19–20]*, 73–83. (In Russ.)
7. Perel'muter A.V., Kriksunov Eh.Z., Karpilovskiy V.S., Malyarenko A.A. (2009). Integrirovannaya sistema dlya rascheta i proektirovaniya nesushchih konstrukcij zdaniy i sooruzheniy SCAD Office. Novaya versiya, novye vozmozhnosti [The integrated system for calculation and design of load-bearing structures of buildings and structures SCAD Office. New version, new features]. *Magazine of Civil Engineering*, (4), 10–12. (In Russ.)
8. Belostockiy A.M., Akimov P.A., Petryashev N.O., Petryashev S.O., Negrozov O.A. (2015). Raschetnye issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya, prochnosti i ustojchivosti nesushchih konstrukcij vysotnogo zdaniya s uchetoм fakticheskogo polozheniya zhelezobetonnykh konstrukcij [Strength and Stability Analysis of Load-Bearing Structures of a High-Rise Building with Account for Actual Positions of Reinforced Concrete Structural Members]. *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*, (4), 50–68. (In Russ.)
9. LS-DYNA. Keyword user's manual. Volume I. May 2007. Version 971. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), www.dynasupport.com.
10. Kabancev O.V. (2011). Verifikatsiya raschetnoy tekhnologii "Montazh" programmnoy kompleksa SCAD [Verification of calculation technology "Mounting" from software complex SCAD]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (IJSCE)*, 7(3), 103–109. (In Russ.)
11. Mkrtychev O.V., Dzinchvelashvili G.A., Bunov A.A. (2014). Study of lead rubber bearings operation with varying height buildings at earthquake. *Procedia Engineering*, (91) 48–53.
12. Mkrtychev O.V., Andreev M.I. (2016). Raschet unikal'nogo vysotnogo zdaniya na zemletryaseniya v nelineynoy dinamicheskoy postanovke [Calculation of the Unique High-Rise Building for Earthquakes in Nonlinear Dynamic Formulation]. *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*, (6), 25–33. (In Russ.)

About the authors

Oleg V. Mkrtychev – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Strength of Materials Department, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). He published more than 150 scientific articles, monographs and textbooks. *Research interests*: the theory of reliability of building structures, probabilistic methods of calculation, the theory of seismic stability of structures, numerical methods of calculation, nonlinear dynamic methods of calculation, mathematical and numerical modeling of buildings and structures. *Contact*: e-mail – mkrtychev@yandex.ru. SPIN-code 9676-4986.

Mikhail I. Andreev – Post-Graduate Student of the Strength of Materials Department, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). Scientific Supervisor – Dr Sci. (Eng.), Professor Oleg Mkrtychev. *Research interests*: the theory of reliability of building structures, the theory of seismic stability of structures, nonlinear dynamic methods of calculation. *Contact*: e-mail – misha-andreev_93@mail.ru. SPIN-code 1820-3744.

Dmitry S. Sidorov – Cand. Sci. (Eng.), Chief Designer of the Research Laboratory "Reliability and Seismic Stability of Structures", Moscow State University of Civil Engineering (National Research University). *Research interests*: the theory of reliability of building structures, the theory of seismic resistance of structures, design and calculations of buildings and structures. *Contact*: e-mail – dimacol@yandex.ru. SPIN-code 6701-9629.

For citation

Mkrtychev O.V., Andreev M.I., Sidorov D.S. (2018). Stress changing analysis in structures with account of the erection level. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 293–298. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-293-298. (In Russ.)

Frame buckling

УДК 519.612: 624.074.5.06
DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-299-312

SCIENTIFIC ARTICLE

Analysis of frame buckling without sidesway classification

Vera V. Galishnikova^{1*}, Peter Jan Pahl²¹Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow, 117198, Russian Federation²Technische Universität Berlin
17 Juni Str., 135, 10623, Berlin, Germany

*Corresponding author

(received: April 15, 2018; accepted: July 15, 2018)

Abstract. The effective buckling length of a column in a steel frame depends on the sidesway of the frame. The classification sidesway – no sidesway of a frame depends on all members of the frame and is made on an empirical basis. A change of class leads to large changes in the effective column length, and thus affects the buckling load and the economy of the column design. In order to avoid the uncertainties of the empirical classification, it is proposed to determine the buckling load of the complete frame with a nonlinear analysis. The method is illustrated with an unbraced and a braced frame, which are analyzed for hinged as well as fixed columns at ground floor level. The forces in the columns at buckling of the frames are compared to the buckling loads of the single columns.

The design of high-rise steel frames against buckling by sidesway – no sidesway categorization has been compared to the buckling analysis of the frames as a whole with nonlinear models. The results confirm the large differences between the buckling loads of braced and unbraced high-rise frames, which are well known from analytical solutions for simple portal frames.

Keywords: high-rise building, column buckling, sidesway, effective length

1. Objective

Building codes of different countries stipulate that the effective length for the buckling of columns in a steel frame depends on the sidesway of the frame. The effective length factor of columns varies from 0.5 to 1.0 in a single bay portal frame without sidesway, but from 1.0 to infinity if there is sidesway. Frames are classified as frames with or without sidesway on an empirical basis, before separate alignment charts for effective length factors are applied for the two classes. Slight changes in the frame design, which change the class, can lead to unrealistic changes in the effective length factor.

Analytical solutions for axially loaded single columns with hinged and fixed ends [1] show, that the buckling load does not only depend on the rotational restraints at its nodes, but also on the restraint against relative lateral motion of the nodes. This lateral displacement is called sidesway.

The traditional analysis of column buckling in complete structures accounts explicitly for the bending stiffness of the adjacent members of a column. The stiffness factors are defined for both nodes of a column. Restraint against sidesway is not specified for the adjacent members, but for the structure as a whole. The classification is empirical according to rules specified in codes [2; 3]. There are only two classes of lateral restraint: sidesway and no sidesway. Intermediate degrees of restraint, which exist in the structure, are not considered in the buckling analysis.

A considerable amount of research is conducted in Russia in the area of mathematical and computer modeling of displacements and stability of 3-D rods subjected to compression, bending and torsion [4–9]. Numerical investigations with commercial software products are also being performed [10]. However, the determination of the effective length of columns in multistory frames still comprises a problem for design engineers.

A reliable method for the determination of the elastic buckling load of multi-storey and multi-bay steel frames is presented. Material nonlinearity due to yielding is not considered. In order to compare the proposed complete frame method to traditional single column design, the axial forces acting in the columns at buckling of the complete frame are determined. They are compared to the buckling loads of the single columns, which are restrained at their ends by the adjacent members of the frame.

Analytical solutions for axially loaded single columns with hinged and fixed ends [1] show, that

the buckling load does not only depend on the rotational restraints at its nodes, but also on the restraint against relative lateral motion of the nodes. This lateral displacement is called sidesway.

A column C , which is part of a complete structure, is restrained laterally and rotationally at its nodes by the adjacent members of the structure. The degree of restraint depends not only on the properties of these members, but also on the stress resultants acting in the restraining members. If they are themselves near buckling, the adjacent members do not provide significant restraint against buckling of column C .

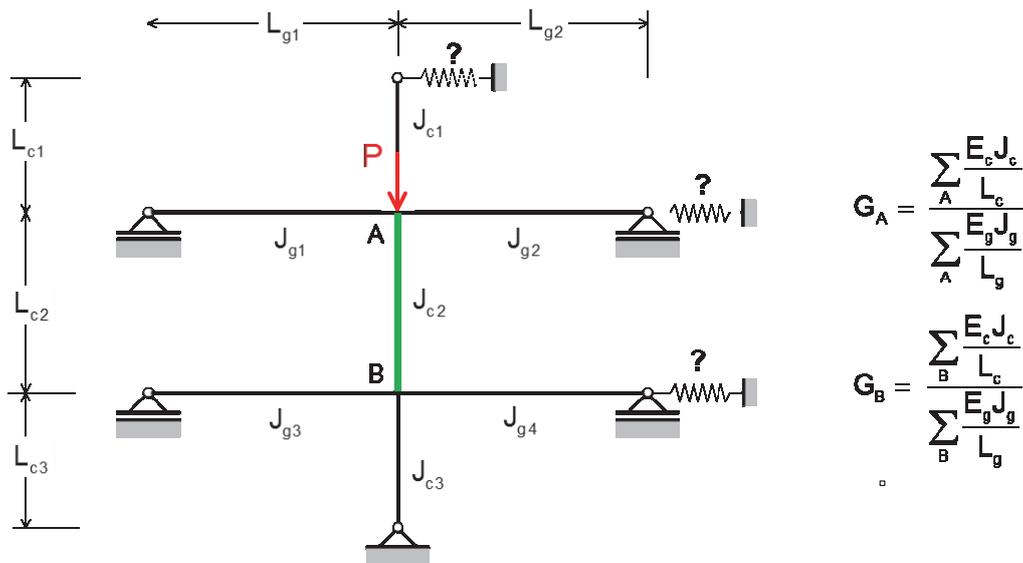


Figure 1. Traditional buckling analysis of columns in a frame

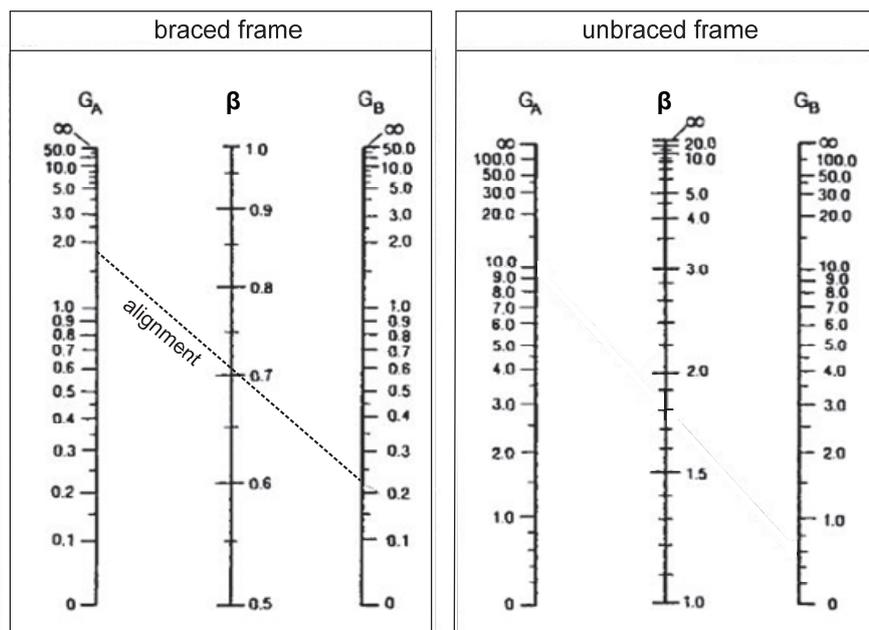


Figure 2. Alignment charts for the effective length factor β of columns

The traditional analysis of column buckling in complete structures accounts explicitly for the bending stiffness of the adjacent members of a column C . The stiffness factors G_A and G_B in figure 1 are defined for nodes A and B of column C . Restraint against sidesway is not specified for the adjacent members, but for the structure as a whole. The classification is empirical according to rules specified in codes. There are only two classes of lateral restraint: sidesway and no sidesway. Intermediate degrees of restraint, which exist in the structure, are not considered in the buckling analysis.

The influence of the restraints on the buckling load of column C is measured by means of the effective length factor β . The effective length factor of a simply supported column without sidesway equals 1 and its buckling load is given by the Euler formula. The buck-

ling load P_{cr} of a column with general restraint is also computed with the Euler formula, but its true length L is replaced by the effective length βL . For given restraints, the effective length β is read in alignment charts [11] such as those shown in figure 2.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{(\beta L)^2} \tag{1}$$

EJ – bending stiffness of the column.

The simplest frame is a portal frame, which consists of two equal columns connected by a horizontal girder. The analytical solutions for the effective length factor of portal frames with hinged and with fixed columns are shown in figure 3 for the classes sidesway and no sidesway. The stiffness ratio is $\varphi = G_A = (J_c L_g) / (J_g L_c)$.

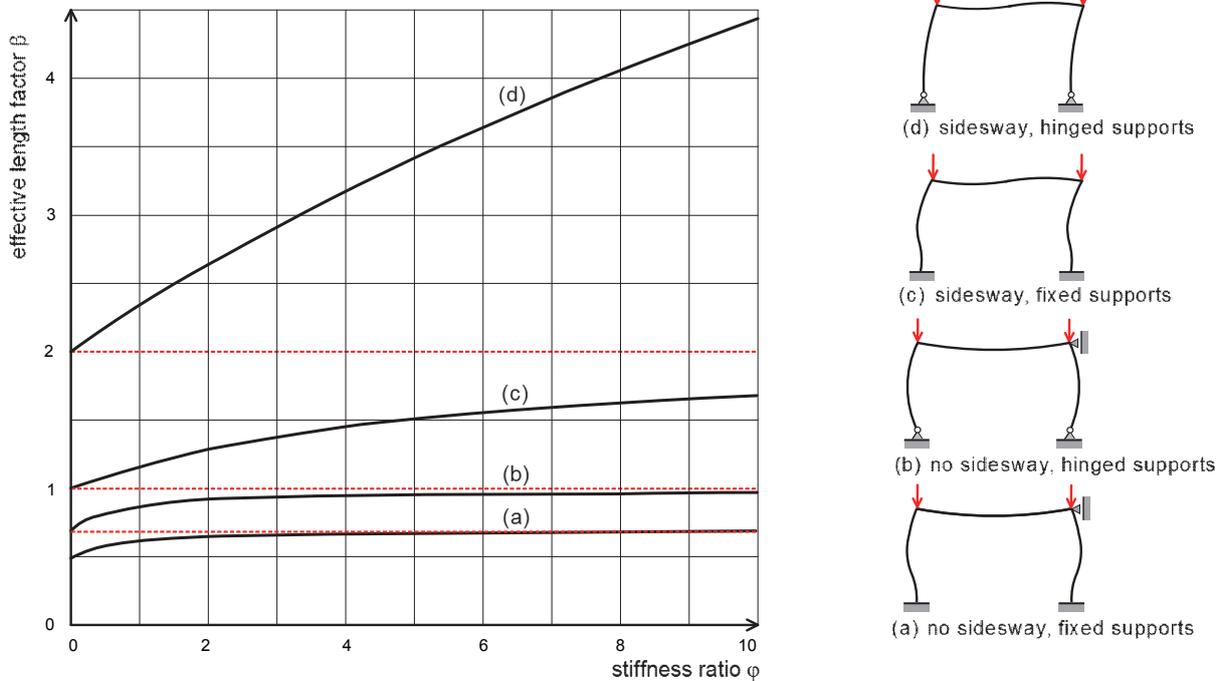


Figure 3. Buckling of portal frames

Figure 3 illustrates that the effective length factor β depends very strongly on the end restraint of the column. The buckling load in equation (1) depends on β^2 . The economy of column design in engineering practice depends on the reliable determination of the effective length factor. To avoid the uncertainties associated with the empirical classification sidesway and no sidesway, which has a dominant effect on the effective length, and to account for the state of the adjacent members, which provide the buckling re-

straint for a column, a new approach is followed by basing the buckling design on a nonlinear analysis of the structure as a whole. The objective of the reported research is to compare this approach to the traditional column design method.

2. Nonlinear Analysis of Frames

In order to account for the true stiffness of the elastic frame in the buckling of columns, a geometrically nonlinear analysis of the frame as a whole

is performed. The attributes of the frame and a load pattern are prescribed. The applied load is the product of the load pattern and a load factor. The finite element method is used to formulate the governing equations [12]. The equilibrium conditions are satisfied for the instant configuration of the structure and the nonlinear terms of the strain-displacement equations are taken into account. The nonlinear governing equations are solved with a stepwise iterative method. The step size is controlled by keeping the arc increment constant. The displacement increments in the steps are summed to yield the total displacements.

In each step of the analysis, the tangent stiffness matrix K of the current frame configuration is decomposed into the product of a left triangular matrix L with unit diagonal elements, a diagonal matrix D with diagonal coefficients d_i and a right triangular matrix

L^T . The product $d_1 d_2 \dots d_n$ of the diagonal coefficients of D equals the determinant of the tangent stiffness matrix K of the frame in the current load step.

$$K = LDL^T. \quad (2)$$

$$\det K = d_1 d_2 \dots d_n. \quad (3)$$

The diagonal coefficients d_i are monitored. If the sign of at least one coefficient d_i changes from positive to negative in a load step, this coefficient has the value null for a load factor λ_c within the load step. The tangent stiffness matrix K becomes singular for this load factor, and the frame buckles.

After the load step has been determined in which the frame configuration becomes singular, the value of the critical load factor λ_c is determined by solving a general eigenvalue problem. The formulation of this eigenvalue problem is also treated in [3] and implemented in a software platform. The following examples have been analyzed with this platform.

3. Test Cases

The buckling load of plane test frames with the geometry and loading shown in figure 4 is determined by nonlinear analysis. The test frame consists of 4 bays with equal widths of 6.0 m and 12 storeys with equal heights of 4.0 m.

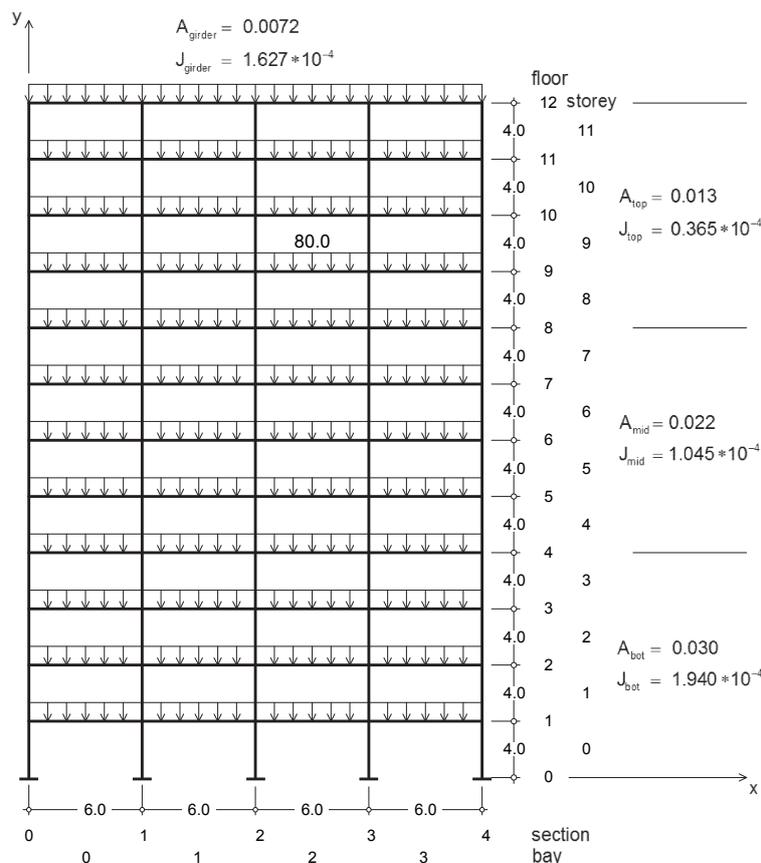


Figure 4. Multi-storey steel frame subjected to uniform floor load

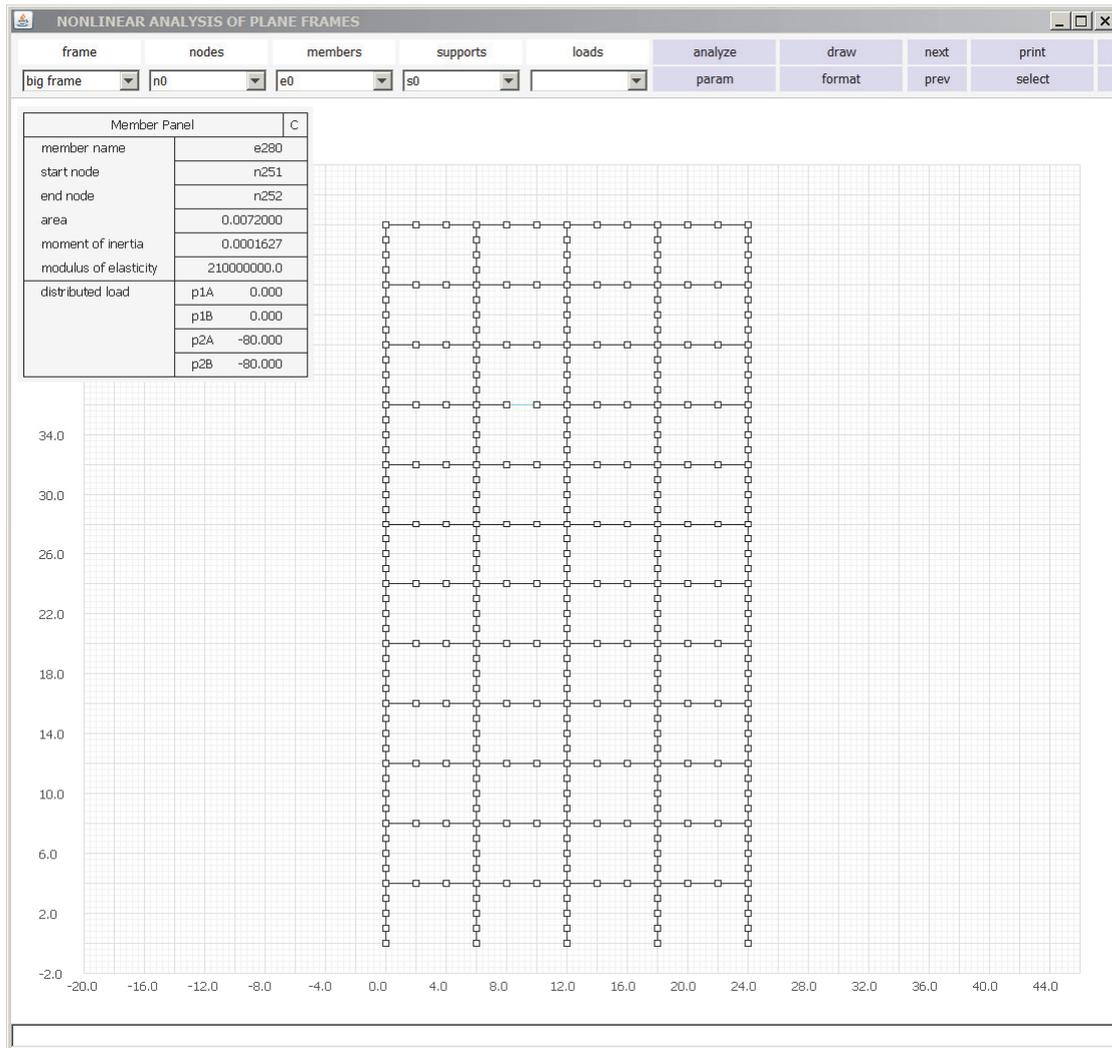


Figure 5. Graphic display with finite element model and member attribute panel

The bays are numbered consecutively from left to right, starting at 0. The vertical lines containing the columns are called sections. The sections are also numbered consecutively from left to right, starting at 0. Bay k starts at section k and ends at section $k + 1$. The storeys are numbered consecutively, starting at 0. The horizontal lines containing the girders are called floors. The floors are also numbered consecutively, starting at 0. Storey k starts at floor k and ends at floor $k + 1$.

The cross-section of the girders is constant over the height of the frame. The cross-section of the columns is constant in floors 0 to 3, 4 to 7 and 8 to 11. The section properties are shown in the figure. Areas are specified in m^2 , moments of inertia in m^4 . All members of the frame have a modulus of elasticity of $2.1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$. The girders carry a uniformly distributed load of 80.0 kN/m .

The four analyses of the test frame are identified as case 1 to case 4. In cases 1 and 3 the columns of the lowest floor 0 are hinged at the foundations,

in cases 2 and 4 they are fixed. In all cases the columns are fixed against translation at the foundations.

Different degrees of restraint against side-sway are provided by means of bracing in bay 0. In cases 1 and 2 the frame is unbraced. In cases 3 and 4 the frame is braced. A range of bracing stiffness is studied in both cases by varying the area of the braces from 0.0005 to 0.0020 m^2 .

The test frame is mapped by a parameterized generator to a finite element model. The finite elements for bending in the nonlinear frame analysis do not account for the influence of the axial force on the bending moments due to the curvature of the deformed axis of the finite element. In order to achieve adequate accuracy of the buckling loads in a stability analysis, it is therefore not sufficient to model the column between two floors of the frame with a single finite element. Each column of the frame is mapped to 4 members with a length of 1.0 m in the finite element model. The girders of the frame are not subject

to large axial forces. Each girder of the frame is therefore mapped to 3 members with a length of 2.0 m in the finite element model.

Figure 5 shows the digital display of the software platform in which the nonlinear analysis has been implemented. The upper two rows contain buttons and combo-boxes for the control of the functions of the platform and the identification of nodes, members, loads and supports of the finite element model. The screenshot shows the finite element model for the frame in figure 4. Also shown is the panel with the attributes of the member which is marked with the color cyan in the frame elevation. At other stages of the analysis, the computed results are displayed in the graphic panel.

| D | | Format Editor | | C | |
|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---|--|
| <input type="radio"/> | reference frame | <input type="radio"/> | displacement | | |
| <input checked="" type="radio"/> | frame history | <input type="radio"/> | axial force | | |
| <input type="radio"/> | displacement history | <input type="radio"/> | shear force | | |
| <input type="radio"/> | force history | <input checked="" type="radio"/> | bending moment | | |
| <input type="radio"/> | load pattern | <input type="radio"/> | eigenstate | | |
| element name | <input type="text"/> | magnification | <input type="text" value="1.000"/> | | |
| station | <input type="text" value="1"/> | move frame right | <input type="text" value="0.000"/> | | |
| point on axis | <input type="text" value="0.500"/> | move frame up | <input type="text" value="0.000"/> | | |
| force size | <input type="text" value="2.000"/> | displacement size | <input type="text" value="1.000"/> | | |
| last station | <input type="text" value="5"/> | increment | <input type="text" value="1"/> | | |
| panel width mm | <input type="text" value="70.0"/> | panel height mm | <input type="text" value="54.0"/> | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | show nodes | <input checked="" type="checkbox"/> | show grid | | |

Figure 6. Format editor of the graphic user interface

The output of the nonlinear analysis is controlled with the format editor in figure 6.

Case 1. Unbraced frame with hinged supports

The load is applied in 10 steps. The frame reaches a singular state for load factor 0.9628. The displacements, bending moments and axial forces in the frame at the buckling load are shown in figure 7. Also shown is the buckled shape of the frame. The upper 10 storeys remain essentially undeformed at buckling and displace laterally due to bending deformations of the columns of the lowest two storeys.

There is no lateral displacement until buckling occurs. The vertical displacement of the topmost left node is 14.2 mm that of the neighboring node on the same floor is 30.0 mm. Bending of the inner columns is negligible. The bending moments in the outer

columns reach 105 kN*m. The bending moments of -240 kN*m at the end points of the inner girders are nearly equal to $-qL^2/12 = -0.9628 * 80 * 6^2 / 12 = -231 \text{ kN*m}$. The bending moment of 130 kN*m at mid-span of the outer girders exceeds $qL^2/24 = 116 \text{ kN*m}$ significantly.

The total load at buckling is 22182 kN. The axial forces in the columns in sections 0 to 4 of floor 0 are 2692, 5617, 5560, 5617, 2692 kN. The buckling loads of the single columns, as determined with the alignment charts, are 2165 kN for the outer columns and 3718 kN for the inner columns. The total capacity of the columns in floor 0 is $2 * 2165 + 3 * 3718 = 15484 \text{ kN}$, which is 69.8 percent of the buckling load of the frame.

Case 2. Unbraced frame with fixed supports

The load is applied in 10 steps. The frame reaches a singular state for load factor 2.442. The displacements, bending moments and axial forces in the frame at the buckling load are shown in figure 8. Also shown is the buckled shape of the frame. Unlike case 1, the columns bend significantly in storeys 0 to 6 due to the fixed supports. The building undergoes shear deformation after buckling.

There is no lateral displacement until buckling occurs. The vertical displacement of the topmost left node is 36.3 mm, that of the neighboring node on the same floor is 76.4 mm. The increase relative to case 1 is proportional to the increase in the load factor. Bending of the inner columns is negligible. The bending moments in the outer columns reach 289 kN*m. The bending moments of -578 kN*m at the end points of the inner girders are nearly equal to $-qL^2/12 = -2.442 * 80 * 6^2 / 12 = -586 \text{ kN*m}$. The bending moment of 430 kN*m at mid-span of the outer girders exceeds the value $qL^2/24 = 293 \text{ kN*m}$ significantly.

The total load at buckling is 56235 kN. The axial forces in the columns in sections 0 to 4 of floor 0 are 6823, 14247, 14095, 14247, 6823 kN. The buckling loads of the single columns, as determined with the alignment charts, are 12822 kN for the outer columns and 16084 kN for the inner columns. The total capacity of the columns in floor 0 is $2 * 12822 + 3 * 16084 = 73896 \text{ kN}$, which is 131 percent of the buckling load of the frame, as compared to 69.8 percent in case 1.

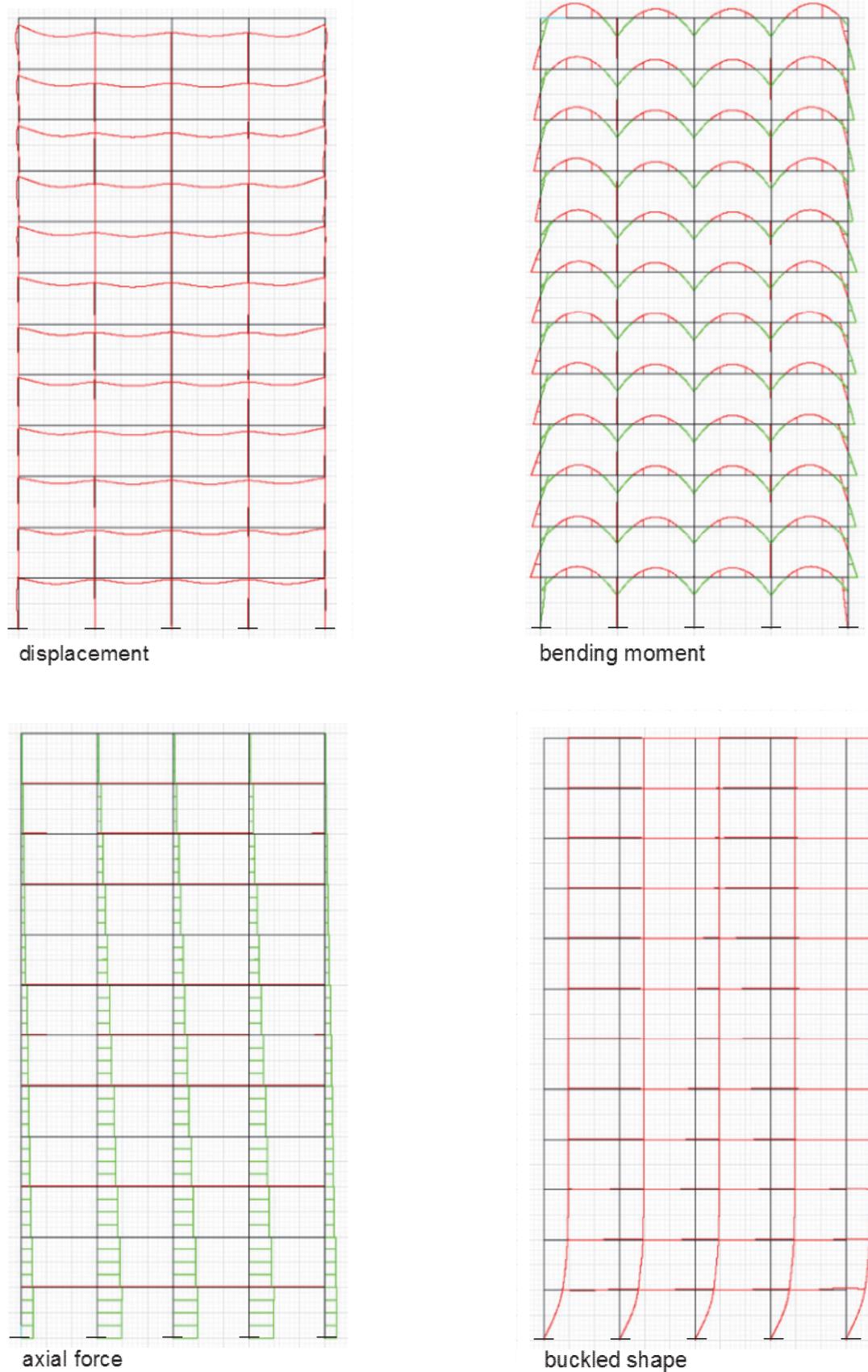


Figure 7. Singular state in case 1 (unbraced frame with hinged supports)

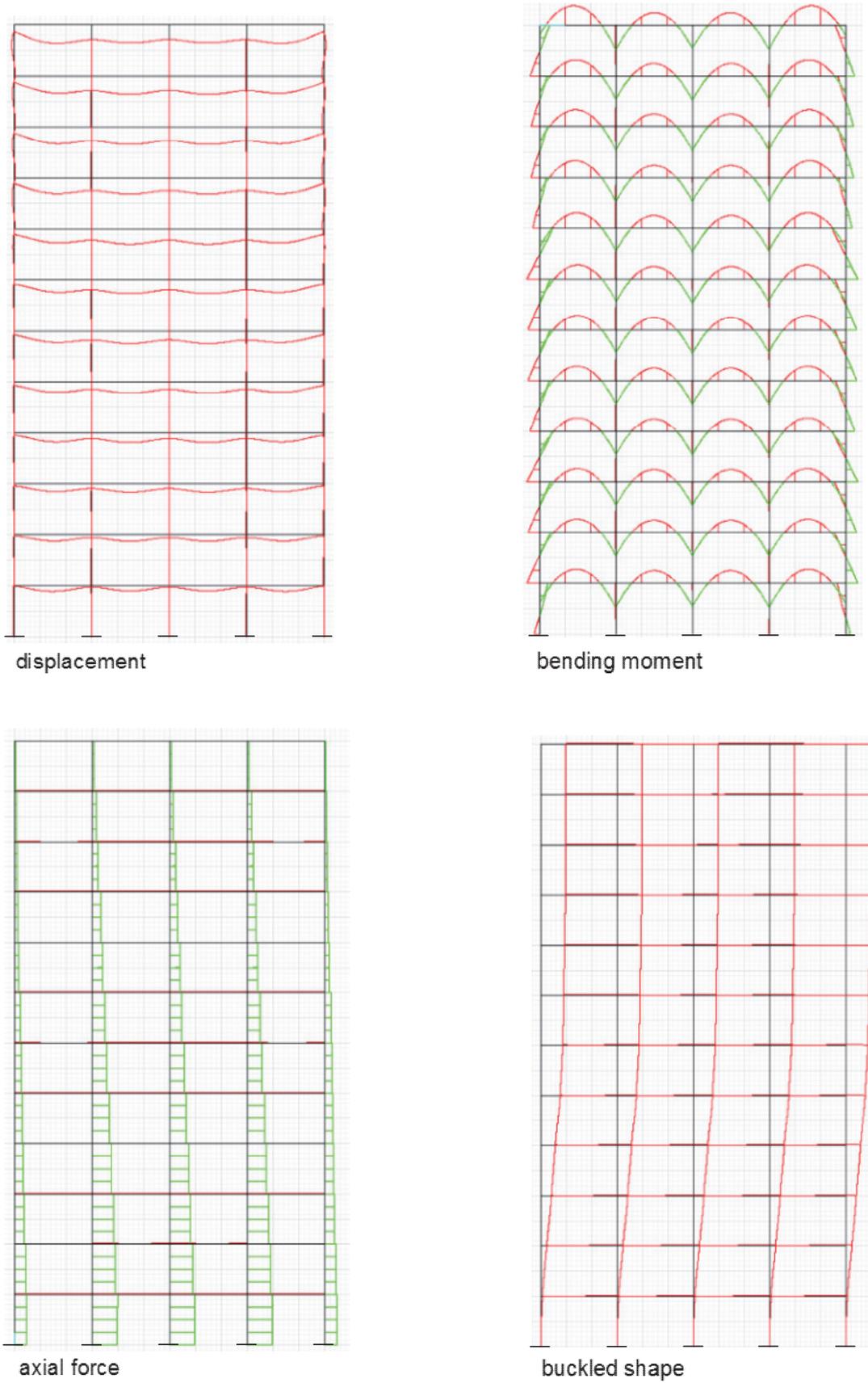


Figure 8. Singular state in case 2 (unbraced frame with fixed supports)

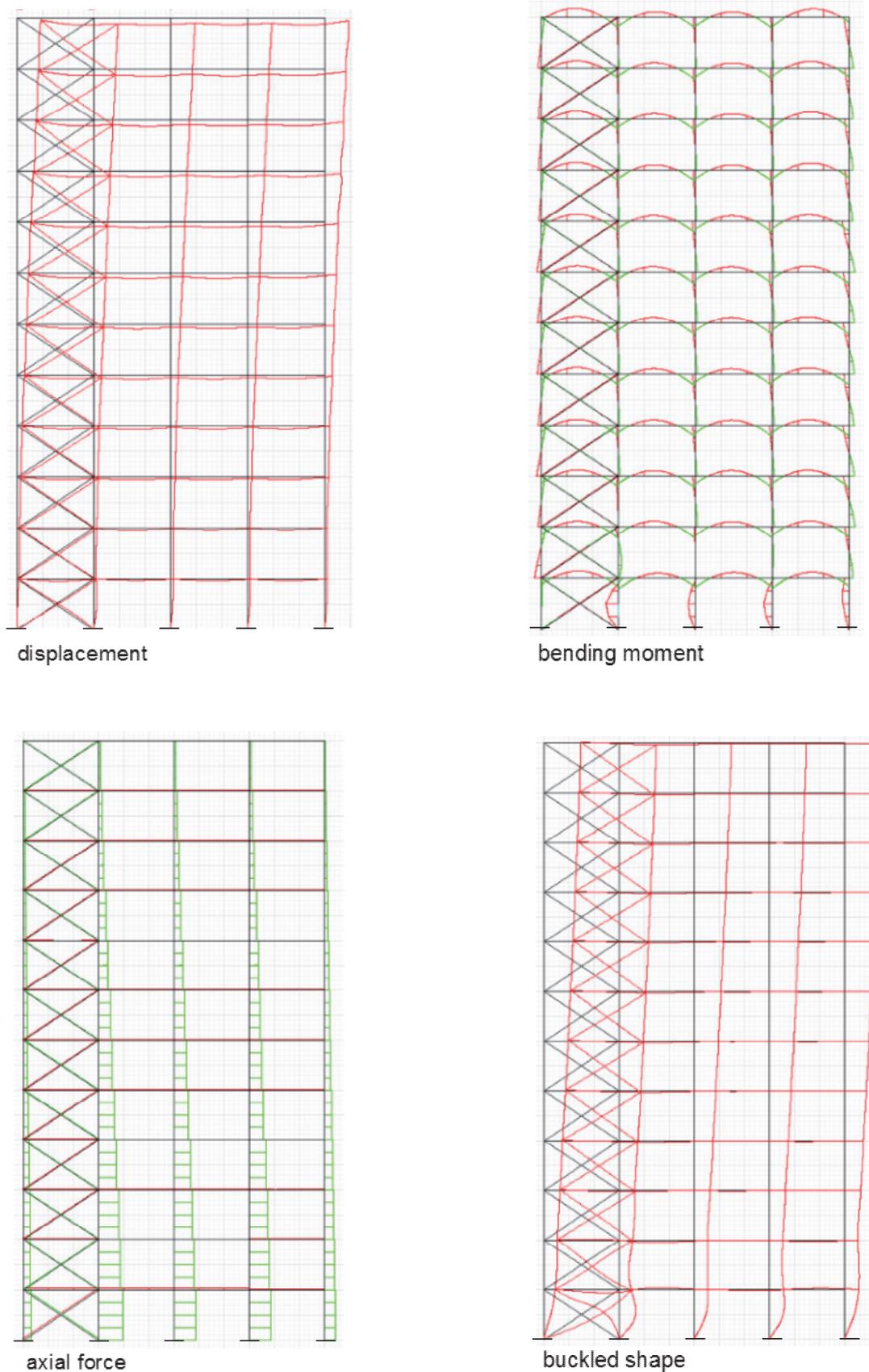


Figure 9. Singular state in case 3 (braced frame with hinged supports), $A_{\text{brace}} = 0.001$

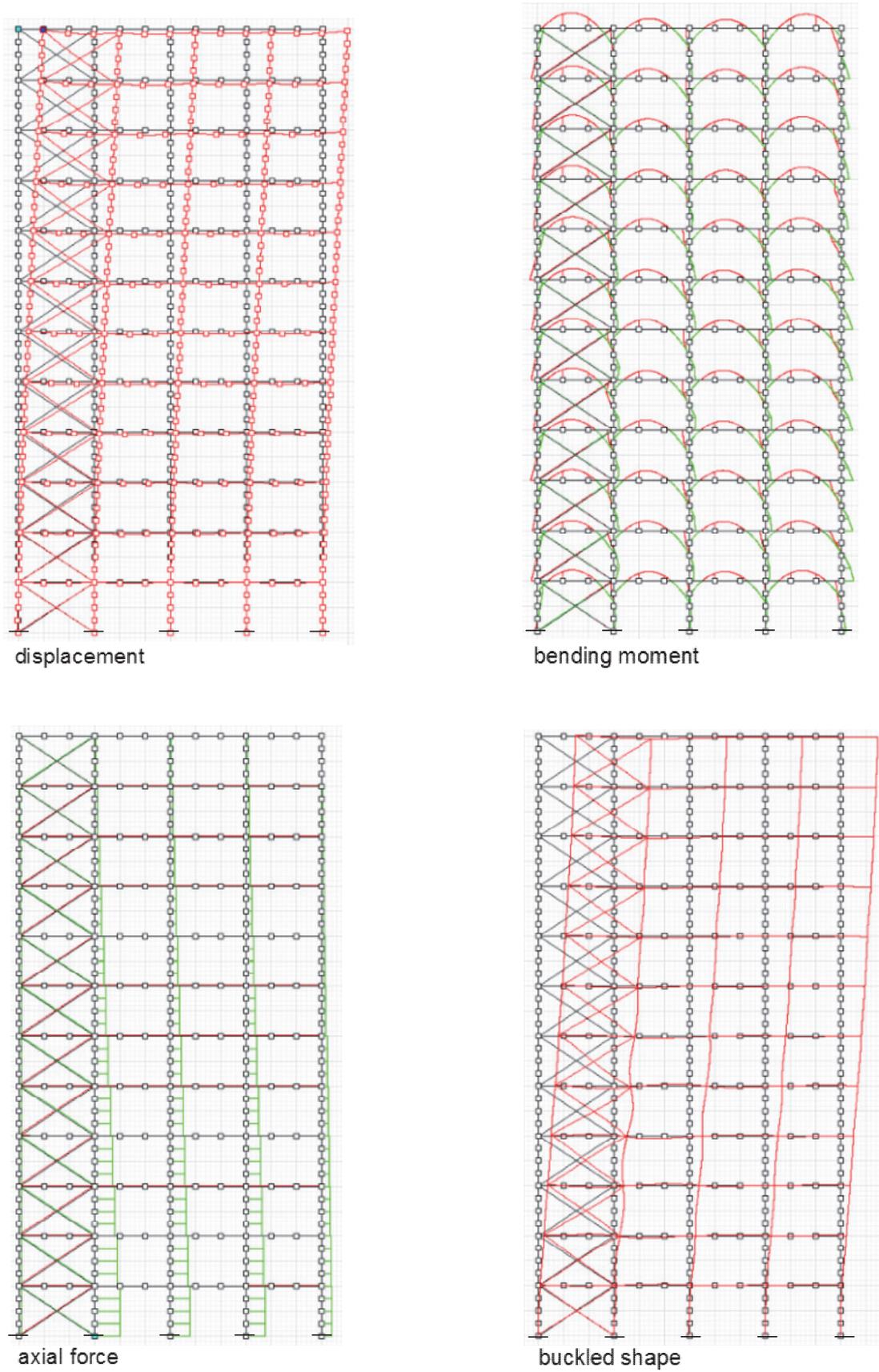


Figure 10. Singular state in case 4 (braced frame with fixed supports), $A_{\text{brace}} = 0.001$

Case 3. Braced frame with hinged supports

The load is applied in 10 steps. For a brace area of 0.001, the frame reaches a singular state for load factor 5.3533. The displacements, bending moments and axial forces in the frame at the buckling load are shown in figure 9. Also shown is the buckled shape of the frame. The buckled shape is a shear deformation of frame with strong deformation in storey 0.

The frame displaces laterally before buckling. This is due to the unsymmetrical bracing. The vertical displacement of the topmost left node is 7.0 mm, its lateral displacement is 737 mm. If the maximum lateral displacement of a frame of height H is limited to $H/100$, the maximum permitted lateral displacement is 480 mm. The frame therefore cannot be loaded up to the singular state. Because the load factor-displacement diagram of the left topmost node is highly nonlinear, the maximum permitted load factor of 4.62 is read in the diagram.

Due to the bracing, the bending moments in the columns are lower than in cases 1 and 2, but the moments in the columns of storey 0 are significantly higher than those in the other storeys of the frame.

The total load at buckling is 123370 kN. The axial forces in the columns in sections 0 to 4 of floor 0 are 9709, 35733, 31091, 31127, 15710 kN. The buckling loads of the single columns, as determined with the alignment charts, are 28320 kN for the outer and 30615 kN for the inner columns. The total capacity of the single columns in floor 0 is $2 * 28320 + 3 * 30615 = 148485$ kN or 120 percent of the buckling load of the frame.

Case 4. Braced frame with fixed supports

The load is applied in 10 steps. For a brace area of 0.001, the frame reaches a singular state for load factor 6.9384. The displacements, bending moments and axial forces in the frame at the buckling load are shown in figure 10. Also shown is the buckled shape of the frame. The buckled shape is a shear deformation of the frame. The deformation in storey 0 is much less than in case 3, but the bending deformation of the columns in section 1 has become large in storeys 2 to 6.

The frame displaces laterally before buckling. The vertical displacement of the topmost left node is 81.0 mm, its lateral displacement is 1486 mm. If the maximum lateral displacement is limited to $H/100$, the maximum permitted lateral displacement is 480 mm. Because the load factor-displacement diagram of the left topmost node is highly nonlinear,

the maximum permitted load factor of 4.70 is read in the diagram.

The total load at buckling is 159860 kN. The axial forces in the columns in sections 0 to 4 of floor 0 are 5880, 51937, 40668, 40185, 21193 kN. The buckling loads of the single columns, as determined with the alignment charts, are 47615 kN for the outer and 59480 kN for the inner columns. The total capacity of the single columns in floor 0 is $2 * 47615 + 3 * 59480 = 273670$ kN or 171.2 percent of the buckling load of the frame.

Stiffness of the braces

Table 1 and figure 11 show the influence of the area of the cross-bracing on the critical load factor of the frame. The sensitivity of the buckling load to the stiffness of the bracing is not reflected in the alignment charts in figure 2.

Table 1. Influence of the brace area on the load factor LF for buckling

| Area of a brace | LF for hinged supports | LF for fixed supports |
|-----------------|--------------------------|-------------------------|
| 0.0005 | 3.7236 | 5.6305 |
| 0.0006 | 4.1440 | 6.1045 |
| 0.0007 | 4.5093 | 6.5058 |
| 0.0008 | 4.8573 | 6.7105 |
| 0.0009 | 5.1534 | 6.8433 |
| 0.0010 | 5.3533 | 6.9384 |
| 0.0015 | 5.8648 | 7.1724 |
| 0.0020 | 5.9944 | 7.2583 |

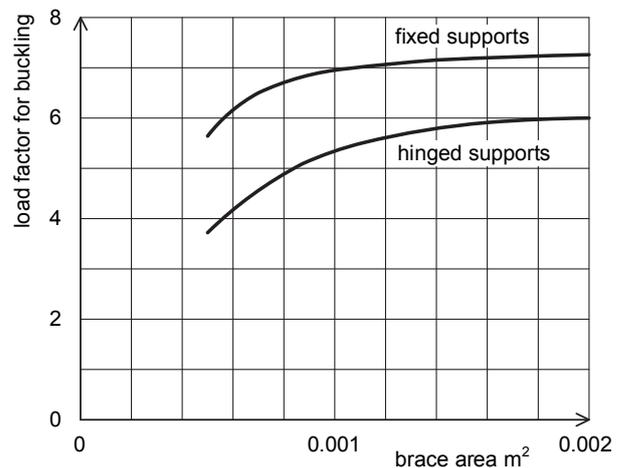


Figure 11. Influence of the brace area on the buckling load of the braced frame

4. Conclusions and recommendations

The design of high-rise steel frames against buckling by sidesway – no sidesway categorization, combined with the use of alignment tables for effective

length factors of single columns, has been compared to the buckling analysis of the frames as a whole with nonlinear models. Both methods confirm the large differences between the buckling loads of braced and unbraced high-rise frames, which are well known from analytical solutions for simple portal frames. Sidesway is a very important factor influencing the stability of the frames.

Four test frames have been analyzed to show that the differences between the results of the two methods are significant. The two-class sidesway categorization does not account for the stiffness of the bracing. Either there is no bracing, or the restraint against sidesway is rigid. The nonlinear analysis shows that the stiffness of the restraint has a strong influence on the magnitude of the buckling load of the braced frame. It is therefore expected that the nonlinear analysis leads to more economical designs than the two-category method. The nonlinear analysis also improves safety because the “no sidesway” condition of the two-category method cannot be implemented in the built structure, such that the buckling load is less than the value computed with that method.

Before the nonlinear method can be recommended for general use in the buckling design of frames, additional investigations are required. For example, the buckling loads for general load patterns should be studied in addition to the uniformly distributed load on all beams used in the examples of this paper. Broader ranges of frame geometry and member stiffness should be investigated. The influence of elastic-plastic behavior must be considered. For general structures, a wide range of three-dimensional nonlinear analyses must be performed and evaluated relative to the traditional method of design.

An additional fundamental theoretical issue must also be addressed. Several finite elements have been used in this study to model one member of the frame. This subdivision is necessary because the element stiffness matrices in the applied method (and in many commercial packages) do not account for the influence of axial force on the bending stiffness of the individual member. If each member of a frame can be mapped to a single element in the model, which buckles at the Euler load corresponding to its restraint condition in the frame, the required storage and computational capacity for the nonlinear analysis is reduced very significantly. This reduction is highly desirable if the method is considered for general use.

© Vera V. Galishnikova, Peter Jan Pahl, 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

References

1. Pahl P.J. (March 2010). *Introduction to the Stability of Frames*. Lecture Notes, Stellenbosch University.
2. American Institute of Steel Construction. (2017). *Steel Construction Manual*. 15th Edition. An Online Resource, www.nxtbook.com/nxtbooks/aisc/steelconstructionmanual15thed/index.php?ap=1#/1.
3. Ministry of construction and housing and communal services. (2017). *SP 26.13330.2017. Steel Structures*. Moscow, 140.
4. Nazmeeva T.V., Vatin N.I. (2016). Numerical investigations of notched C-profile compressed members with initial imperfections. *Magazine of Civil Engineering*, (2), 92–101.
5. Garifullin M., Bronzova M., Sinelnikov A., Vatin N. (2016). Buckling analysis of cold-formed C-shapes with the new type of perforation. *Advances and Trends in Engineering Sciences and Technologies. Proceedings of the International Conference on Engineering Sciences and Technologies, ESaT 2015*, 63–68.
6. Lalin V.V., Beliaev M.O. (2015). Bending of geometrically nonlinear cantilever beam. Results obtained by Cosserat – Timoshenko and Kirchhoff’s rod theories. *Magazine of Civil Engineering*, (1), 39–55.
7. Lalin V.V., Zdanchuk E.V., Kushova D.A., Rozin L.A. (2015). Variational formulations for non-linear problems with independent rotational degrees of freedom. *Magazine of Civil Engineering*, (4), 54–65.
8. Lalin V.V., Kushova D.A. (2014). New results in dynamic stability problems of elastic rods. *Applied Mechanics and Materials*, 617, 181–186.
9. Agapov V.P. (2015). Comparative analysis of two approaches to modeling rods in the calculation of building constructions with the help of finite element method. *Scientific Reviews*, (8), 79–86.
10. Manuylov G.A., Kosytsyn S.B., Begichev M.M. (2013). Numerical investigation of the stability of elastic fixed arcs. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 9(1), 78–84.
11. Duan L., Chen W.F. (1999). *Effective Length Factors of Compression Members, Structural Engineering Handbook*. Chen Wai-Fah (Ed.). Boca Raton, CRC Press LLC.
12. Galishnikova V., Dunaiski P., Pahl P.J. (2009). *Geometrically Nonlinear Analysis of Plane trusses and Frames*. Sun Media Stellenbosch.

About the authors

Vera V. Galishnikova – Dr Sci. (Eng.), Professor, Director of the Department of Civil Engineering, Engineering Academy, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University). *Research interests*: computational civil engineering, building information modeling, topological computer models of buildings, computational geometry, computational mechanics of complex steel structural systems – latticed plates and shells, thin-walled plate and plate-rod structures, nonlinear finite element analysis of space frames, nonlinear stability of structures. *Contact*: e-mail – galishni@gmail.com. ORCID: 0000-0003-2493-7255. eLibrary SPIN-code: 2765-7069.

Pahl Peter Jan – Prof. Dr. Dr. h. c. mult., Department of Civil Engineering, Technical University Berlin (TUB). *Research interests:* mathematical modeling and optimization of complex structural systems, computational civil engineering, building information modeling, topological computer models of buildings, computational geometry, computational mechanics of complex steel structural systems – latticed plates and shells, thin-walled plate and plate-rod structures, nonlinear finite element analysis of space

frames, nonlinear stability of structures. *Contact:* e-mail – pahl@ifb.bv.tu-berlin.de.

For citation

Galishnikova V.V., Pahl P.J. (2018). Analysis of frame buckling without sidesway classification. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 299–312. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-299-312.

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Анализ устойчивости рам без учета классификации по возможности поперечных смещений

В.В. Галишникова^{1*}, П.Я. Паль²

¹Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Российская Федерация, 117198

²Берлинский технический университет
ул. 17 июня, д. 135, Берлин, Федеративная республика Германия, D-10623

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 15 апреля 2018 г.; принята к публикации: 15 июля 2018 г.)

Расчетные длины колонн при расчете стальных рам определяются в зависимости от типа рамы – с возможностью поперечного смещения или при отсутствии такового. Классификация рам по этому признаку зависит от жесткости конструкции рамы и условий ее закрепления и выполняется эмпирически. Изменение типа рамы в соответствии с этой классификацией ведет к значительному изменению расчетных длин ее колонн, что влечет за собой изменение критической нагрузки, влияет на размер сечения колонн и общую материалоемкость конструкции рамы. Для того чтобы избежать неопределенности эмпирической классификации, предлагается определять критическую нагрузку рамы при помощи нелинейного расчета, а расчетные длины колонн уточнять, исходя из формы потери устойчивости. Предлагаемый метод проиллюстрирован примерами расчета жесткой и связевой рам. Полученные усилия в колоннах первого этажа сравнены с критическими нагрузками отдельно стоящих колонн. Выполнено сравнение расчетов по методике норм США с использованием классификации рам и предлагаемому нелинейному методу. Результаты сравнения подтверждают значительные расхождения в критической нагрузке для связевых и жестких многоэтажных рам.

Ключевые слова: высотное здание, потеря устойчивости колонны, продольный прогиб, расчетная длина

Список литературы

1. Pahl P.J. Introduction to the Stability of Frames: Lecture Notes. Stellenbosch University, March 2010.
2. Steel Construction Manual. 15th Edition. An Online Resource. American Institute of Steel Construction. 2017. URL: www.nxtbook.com/nxtbooks/aisc/steelconstructionmanual15thed/index.php?ap=1#1.
3. SP 26.13330.2017. Steel Structures. Moscow: Ministry of construction and housing and communal services, 2017. 140 p.
4. Nazmeeva T.V., Vatin N.I. Numerical investigations of notched C-profile compressed members with initial imperfections // *Magazine of Civil Engineering*. 2016. № 2 (62). Pp. 92–101.
5. Garifullin M., Bronzova M., Sinelnikov A., Vatin N. Buckling analysis of cold-formed C-shapes with the new type of perforation // *Advances and Trends in Engineering Sciences and Technologies: Proceedings of the International Conference on Engineering Sciences and Technologies, ESaT 2015*. 2016. Pp. 63–68.
6. Lalin V.V., Beliaev M.O. Bending of geometrically nonlinear cantilever beam. Results obtained by Cosserat – Timoshenko and Kirchhoff's rod theories // *Magazine of Civil Engineering*. 2015. № 1 (53). Pp. 39–55.
7. Lalin V.V., Zdanchuk E.V., Kushova D.A., Rozin L.A. Variational formulations for non-linear problems with independent rotational degrees of freedom // *Magazine of Civil Engineering*. 2015. № 4 (56). Pp. 54–65.
8. Lalin V.V., Kushova D.A. New results in dynamic stability problems of elastic rods // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. V. 617. Pp. 181–186.
9. Agapov V.P. Comparative analysis of two approaches to modeling rods in the calculation of building construc-

tions with the help of finite element method // Scientific Reviews. 2015. № 8. Pp. 79–86.

10. *Manuylov G.A., Kosytsyn S.B., Begichev M.M.* Numerical investigation of the stability of elastic fixed arcs // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. V. 9. № 1. Pp. 78–84.

11. *Duan L., Chen W.F.* Effective Length Factors of Compression Members: Structural Engineering Handbook / Chen Wai-Fah (Ed.). Boca Raton: CRC Press LLC, 1999.

12. *Galishnikova V., Dunaiski P., Pahl P.J.* Geometrically Nonlinear Analysis of Plane Trusses and Frames. Sun Media Stellenbosch, 2009.

Об авторах

Галишникова Вера Владимировна – доктор технических наук, профессор, директор департамента строительства Инженерной академии РУДН, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов:* вычислительная строительная инженерия, информационное моделирование зданий, топологические компьютерные модели зданий, вычислительная механика сложных стержневых систем, нелинейные конечно-элементные модели и программные комплексы для расчета пространственных стержневых систем,

нелинейная устойчивость конструкций. *Контактная информация:* e-mail – galishni@gmail.com. ORCID: 0000-0003-2493-7255. eLibrary SPIN-код: 2765-7069.

Паль Петер Ян – доктор наук, профессор кафедры инженерно-строительных наук, Берлинский технический университет (ТУБ). *Область научных интересов:* математическое моделирование и оптимизация сложных конструктивных систем, вычислительная строительная инженерия, информационное моделирование зданий, топологические компьютерные модели зданий, вычислительная механика сложных стержневых систем, нелинейные конечно-элементные модели и программные комплексы для расчета пространственных стержневых систем, нелинейная устойчивость конструкций. *Контактная информация:* e-mail – pahl@ifb.bv.tu-berlin.de

Для цитирования

Galishnikova V.V., Pahl P.J. Analysis of frame buckling without sidesway classification (Анализ устойчивости рам без учета классификации по возможности поперечных смещений) // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 299–312. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-299-312.

Проблемы теории упругости

УДК 539.375

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-313-322

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Частичное закрытие прямолинейной трещины, исходящей из контура кругового отверстия в стрингерной пластине

М.В. Мир-Салим-заде

Институт математики и механики НАН Азербайджана
ул. Б. Вахабзаде, 9, Баку, Азербайджан, AZ1141

(поступила в редакцию: 15 апреля 2018 г.; принята к публикации: 20 июня 2018 г.)

Имеющиеся в пластинах технологические отверстия создают повышенную концентрацию напряжений в пластине. В статье исследуется подкрепленная стрингерами тонкая пластина, имеющая круговое отверстие, из которого исходит прямолинейная трещина. Используется модель трещины со связями между берегами в концевых зонах. Пластина и подкрепляющие ребра жесткости выполнены из разных упругих и изотропных материалов. Принято, что стрингеры не подвергаются изгибу и при деформации их толщина не меняется. Пластина полагается неограниченной и подвергается растяжению на бесконечности. Рассмотрен случай частичного закрытия трещины. Действие стрингеров заменяется неизвестными эквивалентными сосредоточенными силами, приложенными в точках соединения ребер с пластиной. Для решения рассматриваемой задачи объединяются метод решения упругой задачи и метод построения в явной форме потенциалов Колосова – Мухелишвили, соответствующих неизвестным нормальным смещениям вдоль прямолинейной трещины. Для определения параметров, характеризующих закрытие трещины, получено сингулярное интегральное уравнение, которое с помощью процедуры алгебраизации сведено к конечной нелинейной алгебраической системе. Для определения неизвестных эквивалентных сосредоточенных сил используется закон Гука. Решение алгебраической системы было получено с использованием метода последовательных приближений. Непосредственно из решения полученных алгебраических систем были найдены силы сцепления в связях, контактные напряжения и размер контактной зоны трещины. Полученные соотношения позволяют решать обратную задачу, т.е. определять характеристики и напряженное состояние подкрепленной стрингерами тонкой пластины с круговым отверстием, при которых достигается заданная область контакта берегов прямолинейной трещины, исходящей из отверстия.

Ключевые слова: стрингерная пластина, круговое отверстие, силы сцепления в связях, контакт берегов трещины, контактные напряжения

Введение

Тонкие пластины с отверстиями являются широко распространенным элементом конструкций. Отверстие создает повышенную концентрацию напряжений в пластине. В связи с этим зарождение или развитие трещин следует ожидать с поверхности отверстия. Поэтому задачам о зарождении или развитии трещин, исходящих из контура отверстия, посвящено много работ [1–18]. Усиление пластины ребрами жесткости способствует контакту берегов трещины [19–21]. Цель работы состоит в исследовании контакта взаимодействующих берегов трещины, которая исходит

из контура кругового отверстия стрингерной пластины.

Постановка задачи

Рассмотрим бесконечную тонкую пластину с круговым отверстием радиуса R . Пластина является упругой и изотропной и подкреплена поперечными упругими стрингерами. Стрингеры приклепаны в точках $z = \pm(2m+1)L \pm iny_0$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $n = \pm 1, \pm 2, \dots$) (рис. 1) с постоянным шагом по всей их длине. Из контура отверстия исходит прямолинейная трещина вдоль оси абсцисс. Полагаем, что в зоне трещины, примыкаю-

шей к вершине, между берегами происходит взаимодействие. Это взаимодействие моделируем связями между берегами трещины (силами сцепления). Физическая природа связей между берегами

(сил сцепления) зависит от материала пластины, размеров трещины и зоны взаимодействия (концевой зоны). В исследуемом случае берега трещины частично сомкнулись (рис. 1).

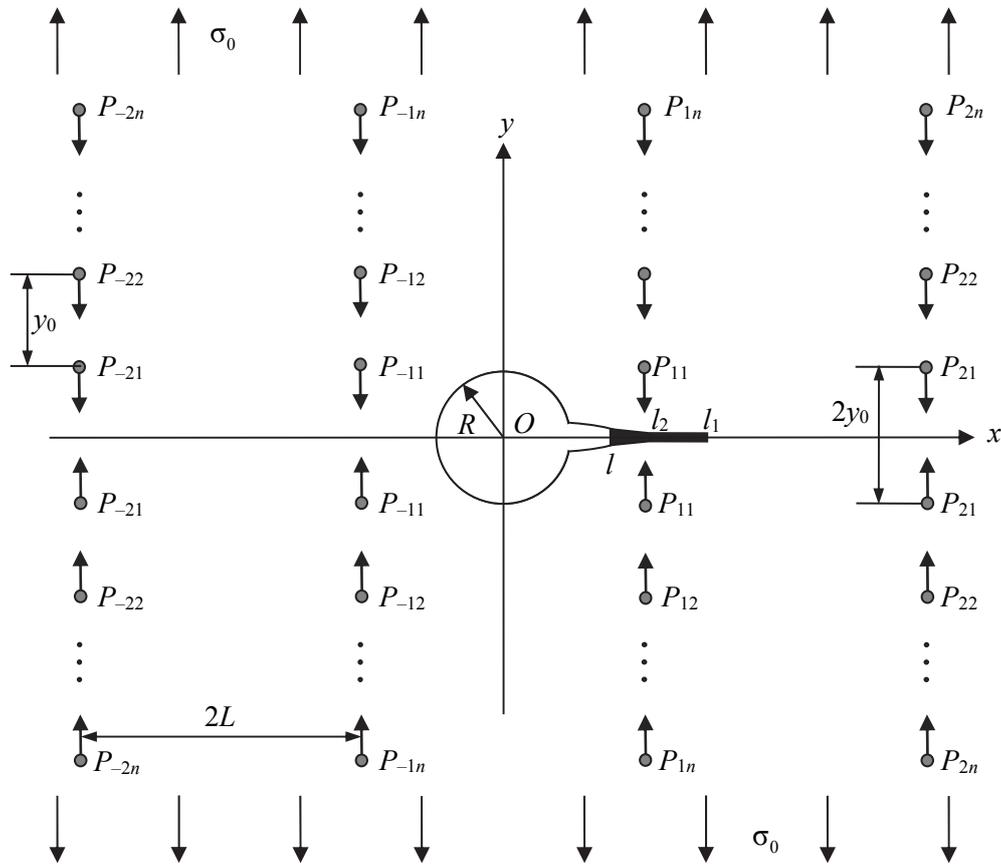


Рис. 1. Расчетная схема задачи
[Fig. 1. Design scheme of the problem]

На бесконечности пластина подвергается однородному растяжению вдоль ребер жесткости. Полагается, что стрингеры не подвергаются изгибу и при деформации их толщина не меняется. Действие стрингеров заменяется неизвестными эквивалентными сосредоточенными силами P_{mn} , приложенными в точках соединения ребер с пластиной.

Приняты следующие допущения: а) в пластине имеет место плоское напряженное состояние; б) пластина и стрингеры взаимодействуют друг с другом в одной плоскости и только в точках крепления; в) подкрепляющая система стрингеров ферменного типа, ослабления стрингеров из-за постановки точек крепления не происходит, напряженное состояние в них – одноосное; г) точки крепления одинаковы, а их радиус (площадка сцепления) мал по сравнению с их шагом и другими характерными размерами. Действие точки крепления моделируется: в стрингере – действием в сплошном ребре сосредоточенной силы, приложенной в точ-

ке, соответствующей центру точки крепления, в пластине – действием сосредоточенной силы.

Контур кругового отверстия и берега трещины вне концевой зоны свободны от внешних усилий. В зоне контакта $[l_2, l_1]$ будут возникать нормальные напряжения $\sigma_y = q(x)$. Величина контактных напряжений $q(x)$, сил сцепления $p(x)$ и размер контактной зоны заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения задачи.

Граничные условия в рассматриваемой задаче имеют вид:

– на контуре отверстия

$$\sigma_r - i\tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } |z| = R; \quad (1)$$

– на берегах трещины

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = 0 \quad \text{при } y = 0, R \leq |x| < l,$$

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = p(x) \quad \text{при } y = 0, l \leq x < l_2, \quad (2)$$

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = q(x) \text{ при } y = 0, l_2 \leq x \leq l_1.$$

Для перемещений раскрытия трещины имеем условия:

$$v^+(x, 0) - v^-(x, 0) = C(x, p(x))p(x) \quad l \leq x < l_2, \quad (3)$$

$$v^+(x, 0) - v^-(x, 0) = 0 \quad l_2 \leq x \leq l_1,$$

где $C(x, p(x))$ – эффективная податливость связей, зависящая от их натяжения.

На основании формул Колосова – Мусхелишвили [22] и граничных условий на контуре отверстия и берегах трещины (1)–(2) задача сводится к определению двух аналитических функций $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$ из условий

$$\Phi(\tau) + \overline{\Phi(\tau)} - [\overline{\tau}\Phi'(\tau) + \Psi(\tau)]e^{2i\theta} = 0, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= \frac{1}{4}\sigma_0 - \frac{i}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n}' P_{mn} \left[\frac{1}{z - mL + iny_0} - \frac{1}{z - mL - iny_0} \right], \\ \Psi_0(z) &= \frac{1}{2}\sigma_0 - \frac{i\kappa}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n}' P_{mn} \left[\frac{1}{z - mL + iny_0} - \frac{1}{z - mL - iny_0} \right] + \\ &+ \frac{i}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n}' P_{mn} \left[\frac{mL - iny_0}{(z - mL - iny_0)^2} - \frac{mL + iny_0}{(z - mL + iny_0)^2} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь h – толщина пластины; $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$; ν – коэффициент Пуассона материала пластины, штрих у знака суммы означает, что при суммировании исключается индекс $m = n = 0$.

Функции $\Phi_1(z)$ и $\Psi_1(z)$ ищем в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_R^l \frac{g(t)}{t - z} dt, \\ \Psi_1(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_R^l \left[\frac{1}{t - z} - \frac{t}{(t - z)^2} \right] g(t) dt, \end{aligned} \quad (8)$$

где $g(x) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{d}{dx} [v^+(x, 0) - v^-(x, 0)]$; μ – модуль сдвига материала пластины.

$$\begin{aligned} \Phi_2(z) &= \frac{\sigma_0}{2z^2} + \frac{1}{2\pi} \int_R^l \left[\frac{1-t^2}{t(1-tz)} + \frac{z-t}{(1-tz)^2} \right] g(t) dt - \frac{i}{2\pi h(1+\kappa)} \times \\ &\times \sum_{m,n}' P_{mn} \left\{ \frac{(mL - iny_0)(mL + iny_0) - 1}{(mL - iny_0)[z(mL - iny_0) - 1]^2} - \frac{(mL + iny_0)(mL - iny_0) - 1}{(mL + iny_0)[z(mL + iny_0) - 1]^2} \right\} + \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Phi(t) + \overline{\Phi(t)} + t\Phi'(t) + \Psi(t) = \begin{cases} 0 & R \leq |x| < l \\ p(x) & l \leq x < l_2, \\ q(x) & l_2 \leq x \leq l_1 \end{cases} \quad (5)$$

где $\tau = Re^{i\theta}$, t – аффикс точек берегов трещины.

Метод решения задачи

Решение краевой задачи (4)–(5) ищем в виде

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z) + \Phi_2(z),$$

$$\Psi(z) = \Psi_0(z) + \Psi_1(z) + \Psi_2(z), \quad (6)$$

где потенциалы $\Phi_0(z)$ и $\Psi_0(z)$ определяют поле напряжений и деформаций в сплошной стрингерной пластине

Неизвестная функция $g(x)$ и потенциалы $\Phi_2(z)$, $\Psi_2(z)$ должны быть определены из краевых условий (4)–(5). Для их определения представим граничное условие (4) в виде

$$\begin{aligned} \Phi_2(\tau) + \overline{\Phi_2(\tau)} - [\overline{\tau}\Phi_2'(\tau) + \Psi_2(\tau)]e^{2i\theta} = \\ = -\Phi_*(\tau) - \overline{\Phi_*(\tau)} + e^{2i\theta} [\overline{\tau}\Phi_*'(\tau) + \Psi_*(\tau)], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Phi_*(\tau) = \Phi_0(\tau) + \Phi_1(\tau), \quad \Psi_*(\tau) = \Psi_0(\tau) + \Psi_1(\tau).$$

Для определения потенциалов $\Phi_2(z)$ и $\Psi_2(z)$ воспользуемся решением Н.И. Мусхелишвили [22]. В результате имеем:

$$\Psi_2(z) = \frac{\sigma_0}{2z^2} + \frac{\Phi_2(z)}{z^2} - \frac{\Phi_2'(z)}{z^2} + \frac{1}{2\pi z} \int_R^l \left[\frac{2}{tz} - \frac{t}{z(1-tz)} + \frac{t^2 z - z - t}{z(1-tz)^2} - \frac{2t(z-t)}{(1-tz)^3} \right] g(t) dt + \frac{i}{2\pi h(1+\kappa)z} \times$$

$$+ \frac{i\kappa}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n} P_{mn} \left\{ \frac{1}{z[z(mL - iny_0) - 1]} - \frac{1}{z[z(mL + iny_0) - 1]} \right\}$$

$$\times \sum_{m,n} P_{mn} \left\{ \frac{1}{z(mL - iny_0) - 1} - \frac{1}{z(mL + iny_0) - 1} + \frac{1}{z(mL - iny_0)} - \frac{1}{z(mL + iny_0)} \right\}.$$

В формулах (10) все линейные размеры отнесены к радиусу кругового отверстия R . Требуя, чтобы функции (6) удовлетворяли краевому

условию (5) на берегах трещины, получим сингулярное интегральное уравнение относительно $g(x)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_R^l \frac{g(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_R^l K(t,x) g(t) dt = f_0(x) + f_1(x) + p_*(x), \quad (11)$$

$$K(t,x) = \frac{x-t}{xt(1-tx)^2} + \frac{1}{x^2 t} + \frac{1}{2} \left[\frac{2t(x-t)(x^2-1)}{x(1-tx)^3} + \frac{2x^3-x-2t+2t^2x-x^3t^2}{x^2(1-tx)^2} \right],$$

$$p_*(x) = \begin{cases} 0 & R \leq |x| \leq l \\ p(x) & l \leq x < l_2, \\ q(x) & l_2 \leq x \leq l_1 \end{cases}$$

$$f_0(x) = -\sigma_0 + \frac{\kappa+2}{\pi h(1+\kappa)} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{-m,n} n y_0 \left[\frac{1}{(x-mL)^2 + n^2 y_0^2} \right] + \sum_{m,n=1}^{\infty} P_{m,n} n y_0 \left[\frac{1}{(x+mL)^2 + n^2 y_0^2} \right] \right\} -$$

$$- \frac{1}{\pi h(1+\kappa)} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{m,n} n y_0 \frac{(x-mL)^2 - n^2 y_0^2 - (x^2 - m^2 L^2)}{[(x-mL)^2 + n^2 y_0^2]^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{-m,n} n y_0 \frac{(x+mL)^2 - n^2 y_0^2 - (x^2 - m^2 L^2)}{[(x+mL)^2 + n^2 y_0^2]^2} \right\},$$

$$f_1(x) = -\frac{1}{2\pi(1+\kappa)h} \sum_{m,n=1}^{\infty} P_{-m,n} n \left\{ \left(2 + \frac{1}{x^2} \right) \times \right.$$

$$\times \left\langle \frac{2(m^2 L^2 + n^2 y_0^2 - 1) [x^2 (3m^2 L^2 - n^2 y_0^2) + 4xmL + 1]}{(m^2 L^2 + n^2 y_0^2) [(xmL + 1)^2 + x^2 n^2 y_0^2]^2} + \frac{2\kappa}{(mxL + 1)^2 + x^2 n^2 y_0^2} \right\rangle +$$

$$+ \left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right) \left\langle -4(m^2 L^2 + n^2 y_0^2 - 1) \frac{[x^3 (3m^2 L^2 - n^2 y_0^2) + 6x^2 mL + 3x]}{[(xmL + 1)^2 + x^2 n^2 y_0^2]^3} - \right.$$

$$- 4\kappa \frac{mL + x(m^2 L^2 + n^2 y_0^2)}{[(mxL + 1)^2 + x^2 n^2 y_0^2]^2} \left. \right\rangle - 2 \left[\frac{1}{(mxL + 1)^2 + x^2 n^2 y_0^2} + \frac{1}{m^2 L^2 + n^2 y_0^2} \right] \left. \right\} -$$

$$- \frac{1}{2\pi(1+\kappa)h} \sum_{m,n=1}^{\infty} P_{m,n} \left(2 + \frac{1}{x^2} \right) \times \left\langle \frac{2(m^2 L^2 + n^2 y_0^2 - 1) [x^2 (3m^2 L^2 - n^2 y_0^2) - 4xmL + 1]}{(m^2 L^2 + n^2 y_0^2) [(xmL - 1)^2 + x^2 n^2 y_0^2]^2} + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2\kappa_0}{(mxL-1)^2 + x^2 n^2 y_0^2} \left. \right\rangle + \left(\kappa - \frac{1}{\kappa} \right) \left\langle -4(m^2 L^2 + n^2 y_0^2 - 1) \times \right. \\
 & \times \frac{x^3 (3m^2 L^2 - n^2 y_0^2) - 6x^2 mL + 3x}{[(mxL-1)^2 + x^2 n^2 y_0^2]^3} + 4\kappa \frac{mL - x(m^2 L^2 + n^2 y_0^2)}{[(mxL-1)^2 + x^2 n^2 y_0^2]^2} \left. \right\rangle - \\
 & - 2 \left[\frac{1}{(mxL-1)^2 + x^2 n^2 y_0^2} + \frac{1}{m^2 L^2 + n^2 y_0^2} \right] \left\{ -\frac{\sigma_0}{2x^2} - \frac{3}{2} \frac{\sigma_0}{x^4} \right\}.
 \end{aligned}$$

В полученное сингулярное интегральное уравнение (11) входят неизвестные величины сосредоточенных сил P_{mn} ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$; $n = \pm 1, \pm 2, \dots$), сил сцепления $p(x)$ и контактных напряжений $q(x)$.

Согласно закону Гука величина сосредоточенной силы P_{mn} , действующей на каждую точку соединения со стороны m -го стрингера, равна

$$P_{mn} = \frac{E_S F}{2ny_0} \Delta v_{mn} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; n = \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (12)$$

где E_S – модуль Юнга материала стрингера; F – площадь поперечного сечения стрингера; $2ny_0$ –

расстояние между рассматриваемыми точками крепления; Δv_{mn} – взаимное смещение рассматриваемых точек крепления, равное удлинению соответствующего участка стрингера.

Полагаем, что взаимное упругое смещение точек $z = mL + i(ny_0 - a)$ и $z = mL - i(ny_0 - a)$ равно взаимному смещению точек крепления Δv_{mn} , где a – радиус точки крепления (площадки сцепления). С помощью комплексных потенциалов (6) и формул Колосова – Мухомелишвили [22] находим взаимное смещение Δv_{mn} указанных точек [8]:

$$\begin{aligned}
 \Delta v_{kr} &= \Delta v_{kr}^{(0)} + \Delta v_{kr}^{(1)} + \Delta v_{kr}^{(2)}, \\
 \Delta v_{kr}^{(0)} &= \frac{\sigma_0}{4\mu} (1 + \kappa) d_1 + \frac{1}{2\pi(1 + \kappa)\mu h} \sum_{m,n} P_{mn} \left\{ \kappa \ln \frac{d_3 + a^2}{d_3 + b^2} + \frac{2d_0 d_1 [2k(k-m)L^2 + ab]}{(d_3 + b^2)(d_3 + a^2)} \right\}; \\
 \Delta v_{kr}^{(1)} &= \frac{1 + \kappa}{2\pi\mu} \int_{L_1} \omega(t) g(t) dt - \frac{d_1}{\pi\mu} \int_{L_1} \frac{d_2 g(t)}{A} dt; \\
 A &= d_2^2 + d_1^2; \quad \omega(t) = \arctg \frac{d_1}{d_2}; \\
 \Delta v_{kr}^{(2)} &= \frac{\sigma_0}{2\mu} \left\{ \frac{(1 + \kappa)d_1}{B_2} + \frac{2d_1 kL}{B_2^2} \left(\frac{kL}{B_2} - kL \right) + \frac{k^2 L^2 - d_1^2}{B_2^2} \left(\frac{d_1}{B_2} - d_1 \right) \right\} + \\
 &+ \frac{1}{2\pi\mu} \int_{L_1} \left\{ \kappa \left(\varphi_1 - \frac{td_1}{A_1^*} + \frac{d_1}{tA_1^*} \right) + \left(\frac{kL}{B_2} - kL \right) \left[\frac{(1-t^2)d_1}{A_1^*} - \frac{2td_4 d_1 d_2 + d_1(d_4 - t^2 d_1)}{A_1^{*2}} \right] + \right. \\
 &+ d_1 \left(\frac{1}{B_2} - 1 \right) \left[\frac{(1-t^2)d_4}{tA_1^*} - \frac{(d_4 - t^2 d_1^2)(d_2 + 2td_4 d_1^2)}{A_1^{*2}} \right] - \left[\frac{2}{t} \omega - \frac{2-t^2+t^3-t}{t} \arctg \frac{d_1}{kL} + \frac{2td_1}{B_2} + \right. \\
 &\left. \left. + (4t^2 - 1)\varphi_1 + \frac{2t^3 d_1 (d_4^2 - t^2 d_1^2) - 2(t^2 + 1 - 2t^3)d_4 t d_1}{A_1^{*2}} \right] \right\} g(t) dt + \frac{1}{2\pi(1 + \kappa)\mu h} \sum_{m,n} P_{mn} \Pi;
 \end{aligned}$$

где $b = (r - n)y_0 - a$; $d_0 = b + a$; $d_1 = ry_0 - a$; $d_2 = t - kL$; $d_3 = (k - m)^2 L^2$; $d_4 = 1 - tkL$;

$$\begin{aligned} \Pi = & \kappa \left\{ \frac{C_4(DkL - D_1d_1) - C_2^*(D_1kL - d_1D)}{(D_1^2 + D^2)B_2} - \frac{C_4(D_3kL - D_2d_1) - C_2^*(D_2kL - d_1D_3)}{(D_3^2 + D_2^2)B_2} \right\} - \\ & - \kappa(d_5 - 1) \left\{ \frac{D_3d_6 - 2ny_0mLD_2}{(D_3^2 + D_2^2)D_4} - \frac{Dd_6 - 2ny_0mLD_1}{(D^2 + D_1^2)D_4} \right\} + \frac{1 + \kappa}{2} \ln \frac{D^2 + D_1^2}{D_3^2 + D_2^2} + \frac{2ny_0(ny_0 - a)}{d_5B_2} - \\ & - (d_5 - 1) \left\{ \frac{C_4[mL(D^2 - D_1^2) + 2ny_0DD_1] - C_2^*[2mLD_1D - ny_0(D^2 - D_1^2)]}{(D^2 + D_1^2)^2d_5} - \right. \\ & \left. - \frac{C_4[mL(D_3^2 - D_2^2) - 2ny_0D_2D_3] - C_2^*[ny_0(D_3^2 - D_2^2) + 2mLD_2D_3]}{(D_3^2 + D_2^2)d_5} \right\}; \\ d_5 = & m^2L^2 + n^2y_0^2; & d_6 = & m^2L^2 - n^2y_0^2; & B_2 = & k^2L^2 + d_1^2; \\ C_4 = & kL + \frac{kL}{B_2}; & C_2^* = & d_1 \left(1 + \frac{d_1}{B_2} \right); & D = & kmL^2 + ny_0d_1 - 1; \\ D_1 = & d_1mL - ny_0kL; & D_2 = & d_1mL + ny_0kL; & D_3 = & kmL^2 - ny_0d_1 - 1; \\ \varphi_1 = & -\arctg \frac{td_1}{d_4}; & D_4 = & d_6^2 + 4y_0^2L^2m^2; & A_1^* = & d_4^2 + d_1^2t^2. \end{aligned}$$

Таким образом, для определения величин сосредоточенных сил P_{mn} имеем бесконечную линейную систему уравнений (12).

Так как напряжения в пластине ограничены, решение сингулярного интегрального уравнения (11) следует искать в классе всюду ограниченных функций. Для построения решения сингулярного интегрального уравнения используем метод прямого решения сингулярных уравнений [23; 24]. Переходя к безразмерным переменным, решение представим в виде

$$g(\eta) = \sqrt{1 - \eta^2} g_0(\eta),$$

где $g_0(\eta)$ – ограниченная функция.

Использование квадратурных формул [23; 24] позволяет интегральное уравнение (11) свести к системе $M + 1$ алгебраических уравнений с M неизвестными $g_0(\tau_1), \dots, g_0(\tau_m)$:

$$\sum_{m=1}^M \frac{g_0(\tau_m)}{M+1} \sin^2 \frac{\pi m}{M+1} \left[\frac{1}{\tau_m - \eta_r} + K(\tau_m, \eta_r) \right] = \pi F_*(\eta_r), \quad (13)$$

$$F_*(\eta_r) = \begin{cases} f(\eta_r) & R \leq |x| < l \\ f(\eta_r) + p(\eta_r) & l \leq x < l_2, \\ f(\eta_r) + q(\eta_r) & l_2 \leq x \leq l_1 \end{cases}$$

$$\text{где } \tau_m = \cos \frac{\pi m}{M+1}; \quad m = 1, 2, \dots, M;$$

$$\eta_r = \cos \frac{2r-1}{2(M+1)}; \quad r = 1, 2, \dots, M+1.$$

Так как решение сингулярного интегрального уравнения (11) ищется в классе всюду ограниченных функций, то оно существует при выполнении дополнительного условия (условия разрешимости краевой задачи) [22]. Выполнение дополнительного условия обеспечивает полученная алгебраическая система из $M + 1$ уравнений (13), служащая для определения неизвестных $g_0(\tau_1), g_0(\tau_2), \dots, g_0(\tau_m)$ и l_2 .

В правую часть системы (13) входят неизвестные значения сил сцепления $p(\eta_r)$ и контактных напряжений $q(\eta_r)$ в узловых точках, принадлежащих соответственно зонам $[l, l_2]$ и $[l_2, l_1]$. Неизвестные силы сцепления и контактное напряжение, возникающее на берегах трещины, определяются из условия (3). Запишем его для производной раскрытия смещений берегов трещины:

$$\frac{1 + \kappa}{2\mu} g(x) = \frac{d}{dx} [C(x, p(x))p(x)] \quad l \leq x < l_2, \quad (14)$$

$$\frac{1+\kappa}{2\mu} g(x) = 0 \quad l_2 \leq x \leq l_1. \quad (15)$$

Требую выполнения условия (14) в узловых точках, содержащихся в зонах $[l, l_2]$, получаем недостающие уравнения для определения приближенных значений сил сцепления $p(\tau_m)$ в узловых точках:

$$g^0(\tau_{m_1}) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{M}{\pi(l_1 - R)} C(\tau_{m_1}, p(\tau_{m_1})) p(\tau_{m_1}),$$

$$g^0(\tau_{m_1}) + g^0(\tau_{m_2}) =$$

$$= \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{M}{\pi(l_1 - R)} C(\tau_{m_2}, p(\tau_{m_2})) p(\tau_{m_2}), \quad (16)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sum_{m_1}^{M_1} g^0(\tau_{m_1}) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{M}{\pi(l_1 - R)} C(\tau_{M_1}, p(\tau_{M_1})) p(\tau_{M_1}).$$

Здесь $m = 1, 2, \dots, M_1$; M_1 – число узловых точек в отрезке $[l, l_2]$.

Аналогично, требуя выполнения условия (15) в узловых точках, содержащихся в зонах $[l_2, l_1]$, получаем уравнения для определения приближенных значений контактного напряжения $q(\tau_m)$ в узловых точках:

$$g(\tau_{m_2}) = 0 \quad m_2 = 1, 2, \dots, M_2, \quad (17)$$

где M_2 – число узловых точек в отрезке $[l_2, l_1]$.

Алгебраические системы (12), (13), (16) и (17) связаны между собой. Их совместное решение позволяет определить значения искомой функции $g(x)$ в узловых точках, сил сцепления в связях $p(x)$, контактных напряжений $q(x)$, величины сосредоточенных сил P_{mn} и размер контактной зоны трещины. Из-за неизвестного размера зоны контакта l_2 алгебраическая система (12), (13), (16) и (17) оказалась нелинейной и решалась методом последовательных приближений. При некотором определенном значении параметра l_2 система (12), (16), (17) и (13) без условия разрешимости краевой задачи решалась относительно входящих в нее линейным образом неизвестных $P_{11}, \dots, P_{N_1 N_2}, g_{01}, g_{02}, \dots, g_{0M}, p_1, p_2, \dots, p_{M_1}, q_1, q_2, \dots, q_{M_1}$. Найденные таким образом значения $P_{11}, \dots, P_{N_1 N_2}, g_{01}, g_{02}, \dots, g_{0M}, p_1, p_2, \dots, p_{M_1}, q_1, q_2, \dots,$

q_{M_1} и выбранное значение l_2 подставляются в неиспользованное уравнение системы (13) (условие разрешимости). Поскольку эти значения не удовлетворяют неиспользованному уравнению системы, то, подбирая значения размера зоны контакта l_2 , следует многократно повторять вычисления, пока уравнение (13) не будет удовлетворяться с заданной точностью.

В проведенных расчетах система уравнений (12), (13), (16) и (17) в каждом приближении решалась методом Гаусса с выбором главного элемента для разных значений порядка M (до $M = 40$). Определялись значения контактных напряжений, усилий в связях и размера зоны контакта берегов трещины в зависимости от геометрических и физических параметров стрингерной пластины при $\nu = 0,3$; $E = 7,1 \cdot 10^4$ МПа (сплав В95); $E_S = 11,5 \cdot 10^4$ МПа (композит А1 – сталь); $a/L = 0,01$; $y_0/L = 0,25$; $F_1/y_0 h = 1$. Число стрингеров и точек крепления принималось равным 14. При расчетах использовались безразмерные координаты $x' = \frac{2x - (l_1 + l_2)}{l_1 - l_2}$. Результаты расчетов

представлены на рис. 2. Кривая 1 соответствует безразмерной длине трещины $l_* = l_1/L = 0,75$; кривая 2 – $l_* = 0,50$.

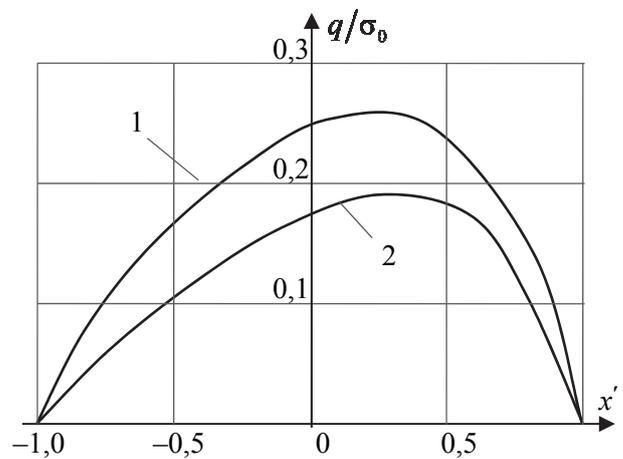


Рис. 2. Распределение контактных напряжений вдоль зоны контакта трещины
 [Fig. 2. Distribution of the contact stresses along the contact zone of the crack]

Выводы

Анализ модели частичного закрытия трещины со связями между берегами, исходящей из контура кругового отверстия, в бесконечной подкрепленной тонкой пластине сводится к парамет-

рическому совместному исследованию сингулярного уравнения (11) и бесконечной алгебраической системы (12), (16), (17) при различных геометрических и физических параметрах пластины, законах деформирования связей и размерах концевой зоны трещины. Непосредственно из решения полученных алгебраических систем определяются контактные напряжения, усилия в связях, размеры зоны взаимодействия берегов трещины и зоны их контакта. Полученные соотношения позволяют решать обратную задачу, т.е. определять характеристики и напряженное состояние тонкой стрингерной пластины с круговым отверстием, при которых достигается заданная область контакта берегов трещины.

© Мир-Салим-заде М.В., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. *Мирсалимов В.М.* Исследование предельного поля напряжений возле трещин, исходящих из контуров отверстий перфорированной пластины // Прикладная механика и техническая физика. 1977. № 2. С. 147–154.
2. *Мирсалимов В.М.* Упругопластическое равновесие пластины, ослабленной двоякопериодической системой круглых отверстий и трещинами, выходящими на контуры отверстий // Изв. АН АзССР. Серия: Физ.-техн. и мат. наук. 1979. № 2. С. 118–125.
3. *Мирсалимов В.М.* Хрупкое разрушение пластины, ослабленной периодической системой круглых отверстий с выходящими на их контуры трещинами // Прикладная механика. 1980. Т. 16. № 11. С. 992–997.
4. *Mir-Salim-zadeh M.V.* Fracture of an elastic rib reinforced plate weakened by a circular cracked hole // International Journal of Fracture. 2003. Vol. 122. No. 1–2. Pp. L113–L117.
5. *Yan X.* Cracks emanating from circular hole or square hole in rectangular plate in tension // Engineering Fracture Mechanics. 2006. Vol. 73. Issue 12. Pp. 1743–1754.
6. *Abdelmoula R., Semani K., Li J.* Analysis of cracks originating at the boundary of a circular hole in an infinite plate by using a new conformal mapping approach // Applied Mathematics and Computation. 2007. Vol. 188. Issue 2. Pp. 1891–1896.
7. *Мирсалимов В.М., Шахбандаев Э.Г.* Предельное равновесие тепловыделяющей среды с периодической системой отверстий и прямолинейных трещин // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2008. № 1 (4). С. 98–107.
8. *Мир-Салим-заде М.В.* Предельное равновесие пластины с регулярной системой стрингеров и исходящими из кругового отверстия трещинами // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. № 4. С. 44–51.
9. *Shahbandaev E.G.* On partial closing of cracks in heat-releasing medium weakened by a periodic system of circular holes // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan. 2008. Vol. XXIX. Issue XXXVII. Pp. 215–224.
10. *Chen Y.Z., Lin X.Y., Wang Z.X.* A semi-analytic solution for multiple curved cracks emanating from circular hole using singular integral equation // Applied Mathematics and Computation. 2009. Vol. 213. Issue 2. Pp. 389–404.
11. *Guo J.-H., Lu Z.-X., Feng X.* The fracture behavior of multiple cracks emanating from a circular hole in piezoelectric materials // Acta Mechanica. 2010. Vol. 215. Issue 1–4. Pp. 119–134.
12. *Tong D.H., Wu X. R.* Determination of crack surface displacements for cracks emanating from a circular hole using weight function method // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 2013. Vol. 36. Pp. 340–348.
13. *Гасанов Ф.Ф.* Моделирование зарождения трещин сдвига в теле, ослабленном периодической системой круглых отверстий // Проблемы машиностроения. 2013. Т. 16. № 3. С. 29–37.
14. *Искендеров Р.А.* Зарождение трещины при поперечном изгибе изотропной пластины, ослабленной периодической системой круглых отверстий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2013. № 3. С. 18–28.
15. *Мирсалимов В.М., Ахмедова М.В.* Упругопластическое разрушение тонкой пластины, ослабленной периодической системой криволинейных отверстий // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2013. № 1 (15). С. 133–144.
16. *Liu T. J.-C.* Joule heating behaviors around through crack emanating from circular hole under electric load // Engineering Fracture Mechanics. 2014. Vol. 123. P. 2–20.
17. *Yang J., Li X.* Analytic solutions of problem about a circular hole with a straight crack in one-dimensional hexagonal quasicrystals with piezoelectric effects // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 2016. Vol. 82. Pp. 17–24.
18. *Mirsalimov V.M.* Cracks with interfacial bonds in perforated heat-releasing nuclear fuel // International Journal of Damage Mechanics. 2017. URL: <https://doi.org/10.1177/1056789517713072>.
19. *Мирсалимов В.М.* Некоторые задачи конструкционного торможения трещин // Физ.-хим. механика материалов. 1986. Т. 22. № 1. С. 84–88.
20. *Savruk M.P., Kravets V.S.* Reinforcement of a thin cracked plate by a system of parallel stringers // Materials Science. 1995. Vol. 30. Pp. 95–104.
21. *Мир-Салим-заде М.В.* Моделирование частичного закрытия трещин в перфорированной изотропной среде, усиленной регулярной системой стрингеров // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51. № 2. С. 148–159.
22. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
23. *Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацышин А.П.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наукова думка, 1976. 443 с.
24. *Мирсалимов В.М.* Неоднородные упругопластические задачи. М.: Наука, 1987. 256 с.

Об авторе

Мир-Салим-заде Минавар Вагиф гызы – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела теории ползучести, Институт математики и механики НАН Азербайджана. *Область научных интересов:* теория упругости, механика разрушения пластин. *Контактная информация:* e-mail – minavar.mirsalimzade@imm.az.

Для цитирования

Мир-Салим-заде М.В. Частичное закрытие прямолинейной трещины, исходящей из контура кругового отверстия в стрингерной пластине // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 313–322. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-313-322.

SCIENTIFIC ARTICLE

Partially closure of rectilinear crack emanating from contour of circular hole in stringer plate

Minavar V. Mir-Salim-zada

Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan NAS
9 B. Vahabzadeh St., Baku, AZ1141, Azerbaijan

(received: April 15, 2018; accepted: June 20, 2018)

Abstract. The technical holes existing in plates create an increased concentration of stress in the plate. In present article, a thin plate with a circular hole from which a rectilinear crack emanates is studied. The plate is reinforced by stringers. The model of crack with interfacial bonds in end zone is used. The plate and reinforcing ribs are made of different elastic and isotropic materials. It is assumed that the stringers are not bending and their thickness does not change during deformation. The plate is assumed to be unbounded and subjected to stretching at infinity. The case of partial crack closure is considered. The action of the stringers is replaced by unknown equivalent concentrated forces applied at the points of connection of the ribs and the plate. To solve the problem under consideration, the method of solution of the elastic problem and the method of construction in explicit form of the Kolosov – Muskhelishvili potentials corresponding to unknown normal displacements along a rectilinear crack are combined. To determine the parameters that characterize the crack closure, a singular integral equation is obtained and converted to a finite nonlinear algebraic system. To determine the unknown equivalent concentrated forces, Hooke's law is used. Solution of the algebraic system was obtained using the method of successive approximations. Directly from the solution of the obtained algebraic systems the cohesive forces in the bonds, contact stresses and size of the crack contact zone were found. Using the obtained relations it is possible to solve the inverse problem, i.e. to determine the characteristics and stress state of the stringer-reinforced thin plate with a circular hole at which the predetermined contact area of the faces of the rectilinear crack emanating from the hole is reached.

Keywords: stringer plate, circular hole, tractions in bonds, contact of crack faces, contact stresses

References

1. Mirsalimov V.M. (1977). Issledovanie predel'nogo polya napryazhenij vozle treshhin, iskhodyashhih iz konturov otverstij perforirovannoj plastiny [Study of maximum stress field alongside cracks emerging from contours of openings in a perforated plate]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, (2), 147–154. (In Russ.)
2. Mirsalimov V.M. (1979). Uprugoplasticheskoe ravnovesie plastiny, oslablennoj dvojakoperiodicheskoy sistemoj kruglyh otverstij i treshhinami, vyhodjashhimi na kontury otverstij [Elastic-plastic equilibrium of the plate with the double-periodical system of the round orifices and cracks running to the orifices contour]. *Izvestiya AN AzSSR. Seriya Fiz.-tekh. i mat. nauk*, (2), 118–125. (In Russ.)
3. Mirsalimov V.M. (1980). Hrupkoe razrushenie plastiny, oslablennoj perio-dicheskoy sistemoj kruglyh otver-
- stij s vyhodyashhimi na ih kontury treshhinami [Brittle fracture of a plate weakened by a periodic system of circular holes with cracks emanating from their contours]. *International Applied Mechanics*, 16(11), 992–997. (In Russ.)
4. Mir-Salim-zadeh M.V. (2003). Fracture of an elastic rib reinforced plate weakened by a circular cracked hole. *International Journal of Fracture*, 122, L113–L117.
5. Yan X. (2006). Cracks emanating from circular hole or square hole in rectangular plate in tension. *Engineering Fracture Mechanics*, 73(12), 1743–1754.
6. Abdelmoula R., Semani K., Li J. (2007). Analysis of cracks originating at the boundary of a circular hole in an infinite plate by using a new conformal mapping approach. *Applied Mathematics and Computation*, 188(2), 1891–1896.
7. Mirsalimov V.M., Shahbandaev E.G. (2008). Predel'noe ravnovesie teplovydeljajushhej sredy s periodi-

cheskoj sistemoj otverstij i prjamolinejnyh treshhin [Limit equilibrium of heat-generating medium with a periodic system of holes and rectilinear cracks]. *Vestnik I. Yakovlev Chuvach State Pedagogical University. Series: Mechanics of a limit state*, (1), 98–107. (In Russ.)

8. Mir-Salim-zade M.V. (2008). Predel'noe ravnovesie plastiny s reguljarnoj sistemoj stringerov i ishodyashhimi iz krugovogo otverstiya treshhinami [Ultimate state of a plate with a regular system of stringers and cracks issuing from a circular hole]. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 37, 44–51. (In Russ.)

9. Shahbandaev E.G. (2008). On partial closing of cracks in heat-releasing medium weakened by a periodic system of circular holes. *Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan*, XXIX(XXXVII), 215–224.

10. Chen Y.Z., Lin X.Y., Wang Z.X. (2009). A semi-analytic solution for multiple curved cracks emanating from circular hole using singular integral equation. *Applied Mathematics and Computation*, 213, 389–404.

11. Guo J.-H., Lu Z.-X., Feng X. (2010). The fracture behavior of multiple cracks emanating from a circular hole in piezoelectric materials. *Acta Mechanica*, 215(1–4), 119–134.

12. Tong D.H., Wu X.R. (2013). Determination of crack surface displacements for cracks emanating from a circular hole using weight function method. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 36, 340–348.

13. Hasanov F.F. (2013). Modelirovanie zarozhdeniya treshhin sdviga v tele, oslablennoe periodicheskoj sistemoj kruglyh otverstij [Modeling of shear crack nucleation in a body, weakening by periodic system of circular holes]. *Journal of mechanical engineering*, 16(3), 29–37. (In Russ.)

14. Iskenderov R.A. (2013). Zarozhdenie treshhiny pri poperechnom izgibe izotropnoj plastiny, oslablennoj periodicheskoj sistemoj krugovyh otverstij [The crack nucleation in the isotropic plate, weakened by a periodical system of circular holes under transverse bending]. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (3), 18–28. (In Russ.)

15. Mirsalimov V.M., Akhmedova M.V. (2013). Uprugoplasticheskoe razrushenie tonkoj plastiny, oslablennoj periodicheskoj sistemoj krivolinejnyh otverstij [Elastoplastic fracture of a thin plate, weakened by periodic system of the curvilinear holes]. *I. Yakovlev Chuvach State Pedagogical University Bulletin. Series: Mechanics of a limit state*, (1), 133–144. (In Russ.)

16. Liu T. J.-C. (2014). Joule heating behaviors around through crack emanating from circular hole under electric load. *Engineering Fracture Mechanics*, 123, 2–20.

17. Yang J., Li X. (2016). Analytic solutions of problem about a circular hole with a straight crack in one-dimensional hexagonal quasicrystals with piezoelectric effects. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 82, 17–24.

18. Mirsalimov V.M. (2017). Cracks with interfacial bonds in perforated heat-releasing nuclear fuel. *International Journal of Damage Mechanics*. <https://doi.org/10.1177/1056789517713072>.

19. Mirsalimov V.M. (1986). Nekotorye zadachi konstrukcionnogo tormozheniya treshhin [Some problems of structural arrest of cracks]. *Materials Science*, 22, 84–88. (In Russ.)

20. Savruk M.P., Kravets V.S. (1995). Reinforcement of a thin cracked plate by a system of parallel stringers. *Materials Science*, 30, 95–104.

21. Mir-Salim-zada M.V. (2010). Modelirovanie chashtichnogo zakrytiya treshhin v perforirovannoj izotropnoj srede, usilennoj reguljarnoj sistemoj stringerov [Modeling of partial closure of cracks in a perforated isotropic medium reinforced by a regular system of stringers]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 51, 148–159. (In Russ.)

22. Muskhelishvili N.I. (1977). *Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti [Some basic problems of mathematical theory of elasticity]*. Moscow, Nauka Publ., 707.

23. Panasyuk V.V., Savruk M.P., Datsyshin A.P. (1976). *Raspredelenie naprjazhenij okolo treshhin v platinah i obolochkah [Distribution of stresses near cracks in plates and shells]*. Kiev, Naukova Dumka Publ., 443. (In Russ.)

24. Mirsalimov V.M. (1987). *Neodnomernye uprugoplasticheskie zadachi [Non-one-dimensional elastoplastic problems]*. Moscow, Nauka Publ., 256. (In Russ.)

About the author

Minavar V. Mir-Salim-zada – Cand. Sci. (Eng.), Leading Researcher Associate of the Creep Theory Department, Institute of Mathematics and Mechanics of the NAS of Azerbaijan. *Scientific interests*: theory of elasticity, fracture mechanics of plates. *Contact*: e-mail – minavar.mirsalimzade@imm.az.

For citation

Mir-Salim-zada M.V. (2018). Partially closure of rectilinear crack emanating from contour of circular hole in stringer plate. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 313–322. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-313-322. (In Russ.)

Динамика конструкций и сооружений

УДК 539.3

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336

ОБЗОРНАЯ СТАТЬЯ

Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов

А.У. Нурымбетов^{1*}, А.А. Дудченко²¹Таразский государственный университет им. М.Х. Дулати
ул. Сулейменова, 7, Тараз, Республика Казахстан, 080012²Московский авиационный институт
Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, Российская Федерация, 125993

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 18 апреля 2018 г.; принята к публикации: 25 июля 2018 г.)

В литературе описаны различные способы расчета форм и частот собственных колебаний стержневых конструкции и лопаток. В настоящее время все еще не предложено единой универсальной методики обеспечения вибрационной прочности лопаток, основанной на точном решении задачи расчета вибрационных характеристик современных рабочих колес сложной конструкции. Таким образом, проблема изгибно-крутильного флаттера рабочих лопаток турбомашин чрезвычайно актуальна, несмотря на недостаточное внимание, уделяемое ей в различных литературных источниках. Указанных выше недостатков удастся избежать, применяя различные расчетные методы анализа конструкций. Расчетные методы анализа прочности конструкций, как правило, разделяют на аналитические и численные. Аналитические методики исследования напряженно-деформированного и вибрационного состояний основаны в большинстве случаев на упрощенных соотношениях теории стержней, оболочек, а также теории колебаний. Преимуществом аналитических методик является относительная простота использования и удобство при проведении оценочных расчетов на начальных этапах проектирования. В статье проведен обзор и анализ работ по вопросам нахождения частот и форм колебаний стержневых конструкции и лопатки компрессора с целью их последующего использования для многослойных анизотропных стержневых конструкций из композиционных материалов (КМ) на этапе эскизного проектирования.

Ключевые слова: деформация, анизотропный многослойный стержень, кинематика, колебание, кручение, растяжение, изгиб, лопатка, автоколебания

1. Аэроупругие явления в газотурбинных двигателях (ГТД)

Широкий диапазон аэроупругих процессов, которому подвергается конструкция при взаимодействии с потоком газа (жидкости), в одних случаях может вызвать развитие усталостных трещин, приводящих к преждевременному исчерпыванию ресурса конструкции. В других случаях при интенсивных переходных режимах может привести к исчерпанию несущей способности системы из-за хрупкого разрушения материала или малоциклового усталости. Наибольшее влияние аэроупругие процессы имеют на авиационные конструкции. В самолетах аэроупругим деформаци-

ям подвергаются крыло, оперение, фюзеляж, органы управления; у вертолетов – лопасть несущего винта; в газотурбинных двигателях – лопатки компрессора и турбины.

Одним из основных требований, предъявляемых к современным авиационным ГТД, является получение максимальных удельных параметров, что, в свою очередь, приводит к необходимости снижения массы всего двигателя. Данная тенденция приводит к тому, что вновь проектируемые лопатки имеют все меньшие относительные толщины профилей и большие относительные удлинения, истончаются замковые соединения и диски, происходит переход на беззамковые рабочие колеса, исключая конструкционное

демпфирование. Эти процессы сопровождаются повышением уровня аэроупругих колебаний лопаток, возрастанием вероятности проявления различных аэроупругих явлений. Особенно остро проблема прогнозирования динамического поведения лопаток возникает при проектировании или модернизации перспективных вентиляторных ступеней, которые являются наиболее нагруженными. Подавляющее число поломок лопаток ГТД имеет усталостный характер. Эти поломки вызывают высокие вибрационные напряжения, возникающие в рабочих лопатках при резонансных колебаниях [1].

Нестационарные аэроупругие явления в ГТД можно разделить на 2 типа: вынужденные колебания лопаток и флаттер (автоколебания).

На сегодняшний день наиболее распространенным методом определения резонансных режимов работы двигателя является построение диаграммы Кэмпбелла (рис. 1), на которой ищутся точки пересечения возбуждающих частот (например, кратных частоте вращения ротора) и собственных частот колебаний лопатки [2].

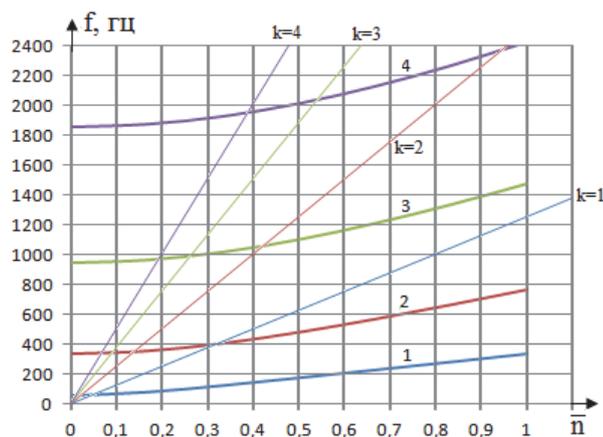


Рис. 1. Пример диаграммы Кэмпбелла:
жирные линии – собственные частоты колебаний;
тонкие линии – возбуждающие гармоники, кратные частоте вращения ротора
[Figure 1. An example of a Campbell diagram:
fat lines are natural frequencies of oscillations;
fine lines are excitatory harmonics multiples of the rotor rotation frequency]

Наиболее легко возбуждается и представляет наибольшую опасность первая изгибная форма колебаний с самой низкой частотой [3]. Поэтому на этапе проектирования в обязательном порядке проводится отстройка основной формы колебаний лопатки от резонансов на максимальном рабочем режиме. Для анализа результатов расчета строится диаграмма возбуждения лопатки (диаграмма Кэмпбелла). Пример диаграммы представлен на рис. 1, где по оси абсцисс отложены числа

оборотов вращения ротора, по оси ординат – частоты собственных колебаний лопаток f , которые наносятся на диаграмму по данным расчетов. Лучи, проведенные из начала координат, представляют собой частоты возбуждения, кратные числам оборотов n [3]. Кратность k указана для каждого луча. Точки пересечения лучей с кривыми $f_{\text{соб}}$ и определяют частоты вращения двигателя, при которых возникают резонансные колебания лопаток. Необходимо, чтобы данные частоты вращения отличались от рабочей частоты $n_{\text{раб}}$ вращения ротора двигателя. Для достижения этого при проектировании лопаток ГТД проводится ряд расчетов форм и частот их собственных колебаний. Изменяя геометрию лопаток, добиваются отстройки от резонанса на максимальном режиме работы двигателя (рис. 2) [3].

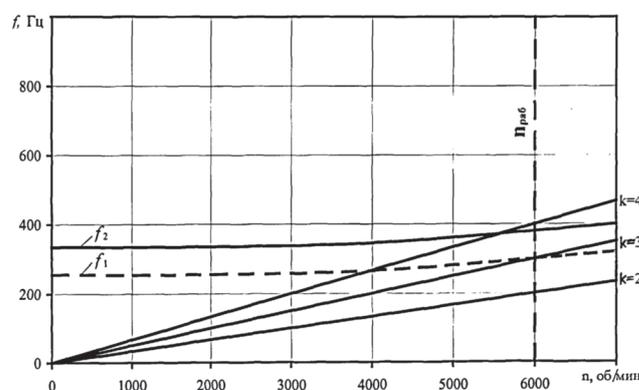


Рис. 2. Частотная диаграмма для исследования резонансных колебаний лопаток:
 f_1 – исходная геометрия; f_2 – отстроенные лопатки
[Figure 2. Frequency diagram for the study of resonant oscillations of the blades:
 f_1 – initial geometry; f_2 – tuned blades]

Реальные детали имеют не одну, а целый спектр собственных форм колебаний и соответствующих им частот [3]. Изменяя конфигурацию детали, места и жесткость узлов крепления, можно изменить спектр частот собственных колебаний так, чтобы еще на стадии проектирования отстроиться от возможных резонансов с большими переменными нагрузками на основных рабочих режимах [4]. Ввиду сложности расчетного определения величины вибрационных напряжений лопаток ГТД в рабочих условиях в настоящее время их измеряют экспериментально прямым тензометрированием в составе двигателя. Для этого лопатки препарируют тензорезисторами и исследуют их вибрационные характеристики на всех режимах работы двигателя при его доводке [3]. Для регистрации результатов этих исследований применяют магнитографы, катодные и шлейфо-

вые осциллографы. Амплитудно-частотный анализ переменных во времени сигналов проводится с помощью анализаторов спектров частот. Этот комплекс расчетно-экспериментальных работ по обеспечению вибрационной прочности рабочих лопаток ГТД является трудоемкой, сложной инженерной задачей [3]. Исключение резонанса лопатки на максимальном рабочем режиме – важнейшее условие обеспечения надежной работы двигателя. Поэтому расчету форм и частот собственных колебаний лопаток ГТД на этапе проектирования всегда уделяется особое внимание [3].

Как показано в [5] и [6], наибольшими являются центробежные силы, действующие на лопатки при вращении. В зависимости от рабочей частоты вращения турбины, а также размеров лопатки, численные значения действующих на нее центробежных сил могут изменяться в очень широких пределах, достигая для лопаток последних ступеней низкого давления нескольких меганьютонов. Если в лопатках постоянного сечения центробежные силы в основном вызывают напряжения растяжения, то в закрученных лопатках переменного сечения, помимо напряжений растяжения, возникают также значительные напряжения изгиба и кручения. Усилия, действующие на лопатку от потока пара, имеют значительно меньшие численные значения, чем центробежные силы, и достигают максимальных значений, равных нескольким килоньютонам, в регулирующих ступенях мощных турбин. Поскольку действующие от парового потока силы направлены перпендикулярно оси лопатки, они вызывают в лопатке изгибающие напряжения (так называемые напряжения парового изгиба). Кроме статических и термических напряжений, в рабочих лопатках паровых турбин в процессе эксплуатации могут возникать динамические напряжения, периодически изменяющиеся во времени. В отличие от статических напряжений, численные значения которых могут быть найдены расчетным путем, значения переменных напряжений не могут быть вычислены с требуемой для практики точностью, что объясняется недостаточностью знаний как возмущающих, так и демпфирующих сил.

Таким образом, проблема изгибно-крутильного флаттера рабочих лопаток турбомашин чрезвычайно актуальна, несмотря на недостаточное внимание, уделяемое ей в различных литературных источниках.

Являясь разновидностью динамической неустойчивости упругого тела, связанный изгибно-крутильный флаттер очень близок к явлению динамической потери устойчивости стержней при нагружении следящими силами.

2. Критериальные оценки и вероятностно-статистические подходы

В работе [7] показано, что на начальном этапе развития теории флаттера существенное развитие получили так называемые критериальные оценки, являющиеся в основном одно- или двух-параметрическими зависимостями [8; 9], зависимости от большего числа параметров встречаются значительно реже [10]. Самым распространенным и одним из наиболее простых критериев является число Струхалия (приведенная частота),

вычисляемое по формуле $Sh = \frac{\omega c}{U}$, где ω – круговая частота собственных колебаний лопатки;

c – длина хорды лопатки; U – скорость набегающего потока. Физический смысл числа Струхалия состоит в отношении нестационарной составляющей силы, действующей на профиль и вызванной колебаниями лопатки, к стационарной нагрузке, определяемой скоростным напором [7]. С увеличением числа Струхалия поведение лопатки становится все более отличным от квазистационарного. Критериями устойчивости к флаттеру в работе [10] являются значения $Sh > 0,8$ при рассмотрении колебаний по изгибной форме, $Sh > 1,4$ – по крутильной. В [11] соответствующими критическими значениями являются $Sh = 0,3$ и $Sh = 1,6$. Наиболее перспективным подходом представляется использование численных методик определения устойчивости лопаток к флаттеру в трехмерной постановке, учитывающих все геометрические и физические особенности объекта [7].

3. Численные методы анализа

Следует отметить, что обычный способ улучшения параметров ГТД на основе традиционных подходов, ориентированных наряду с расчетами в основном на дорогостоящие эксперименты, практически исчерпал себя [7]. В силу ограниченных возможностей наземных экспериментальных установок, их дороговизны и длительности испытаний в практике двигателестроения и других областях техники интенсивно развивается направление, ориентированное на создание и анализ математических моделей объектов, базирующееся на широком применении и синтезе современных численных методов механики сплошной среды и ЭВМ. При численном решении задачи о совместных колебаниях твердого тела и газового потока исследователи сталкиваются с рядом трудностей. Во-первых, это многодисциплинарность задачи – при ее решении приходится пользоваться мето-

дами теории упругости, аэродинамики и теории колебаний. Во-вторых, нестационарность протекающих процессов, в частности подвижность границ расчетной области, зависимость нестационарных газовых сил от текущего положения и предыстории движения лопатки. В-третьих, при решении связанных задач имеются сложности математического плана по причине отсутствия унифицированного математического аппарата для комплексного описания ее поведения [7]. Вследствие указанных факторов многие исследователи используют упрощенные модели, позволяющие так или иначе свести задачу к последовательному решению газодинамической и твердотельной задач или к одной из них с использованием аналитических зависимостей для другой [7]. Такие подходы Дж. Маршалл и М. Имриган [12] называют «классическими». В группу «интегрированных» данные авторы относят методы, в которых проводится попытка решения совместной задачи. Большой обзор методов решения задачи флаттера приведен также в работах [13–15].

До недавних пор основным методом расчетов напряженно-деформируемого состояния (НДС) и вибрационных характеристик была «стержневая» теория, рассматривающая лопатку как тонкий, естественно закрученный стержень [5; 16–18]. Лопатки условно подразделялись на гибкие и жесткие и для каждого класса вводились свои дополнительные предположения. Для жестких лопаток упругие прогибы и углы поворота сечений считаются малыми и не изменяющими геометрическую форму их осевых линий. В этом случае напряжения в лопатке от действия центробежных сил и паровых усилий можно определять отдельно. Для расчета жестких лопаток используется теория прямых стержней (теория балок) [19; 20]. К жестким стержням относится большинство лопаток паровых турбин: все ступени высокого и среднего давления, а также лопатки первых ступеней низкого давления [5]. Особенность расчета гибких естественно закрученных лопаток заключается в том, что при рассмотрении их деформации необходимо учитывать взаимосвязанность деформаций растяжения, изгиба и кручения [46]. Кроме того, при вычислении изгибающего и крутящего моментов нельзя считать малыми упругие прогибы и углы поворотов сечений и пренебрегать ими, как это делается при расчете жестких лопаток [5].

Формы колебаний закрученных стержней являются пространственными, они не имеют узловых неподвижных точек оси стержня, которые позволяют достаточно просто классифицировать формы

колебаний незакрученного стержня. Начальную закрученность стержней двусимметричного поперечного сечения учитывает классическая теория стержней Кирхгофа – Клебша [21]. Однако поперечные сечения рабочих лопаток имеют явно выраженную несимметрию. Несимметрия сечения приводит к взаимосвязи различных видов колебаний. Инерционная связь изгибных и крутильных колебаний возникает вследствие несовпадения центра масс и центра изгиба сечения. Учет этого несовпадения уточняет классическую теорию стержней Кирхгофа – Клебша, но не является достаточным для описания колебаний закрученных лопаток несимметричного сечения.

Техническая теория закрученных стержней учитывает, кроме того, деформацию продольных винтовых волокон при упругом кручении стержня. Даже для стержня с двусимметричным поперечным сечением при этом возникает связь продольной и крутильной деформаций. У стержня с несимметричным поперечным сечением продольные деформации при кручении вызывают не только продольную силу, но и изгибающие моменты. Изгиб закрученного стержня с несимметричным сечением за счет поперечных составляющих деформаций винтовых волокон вызывает деформацию кручения [46]. Таким образом, возникает деформационная связь изгибных, крутильных и продольных колебаний [22; 23; 76].

При необходимости проводятся серии однотипных расчетов, в частности в процессе приведения собственных частот колебаний проектируемой лопатки в соответствие с требованиями норм прочности [24]. В этом случае для перебора множества конфигураций за ограниченное время возникает потребность в высокой скорости расчета.

В работе [4] показано, что модель стержня в работах И.А. Биргера [18; 19] и Б.Ф. Шорра [17] применена для развития различных вариантов теории закрученных стержней и является весьма эффективной при моделировании динамики лопаток. Практически с начала внедрения ГТД до настоящего времени продолжается процесс совершенствования стержневой модели для проектирования лопаток турбомашин. Опираясь на классические работы Г. Кирхгофа, А. Клебша, А. Лява [20–23], используя результаты исследований Г.Ю. Джанелидзе, А.И. Лурье [26], С.П. Тимошенко, П.М. Риза [23], основанные на применении теории упругости к анализу НДС закрученных стержней, И.А. Биргер, Ю.С. Воробьев и Б.Ф. Шорр разработали различные варианты теории естественно закрученных стержней для расчета лопаток турбомашин. Подробные обзоры ра-

бот в этом направлении приведены в [27; 28]. Данный подход позволил учесть влияние таких факторов, как начальная закрутка, деформация сечения, сдвиг и т.д. [4]

Это позволило получать удовлетворительные результаты при расчете НДС и частот собственных колебаний компрессорных лопаток большого удлинения, для которых справедлива гипотеза свободного кручения.

Уравнения равновесия прямолинейных естественно закрученных стержней также можно найти у В.А. Светлицкого [24; 29]. В работе Ю.М. Темиса и В.В. Карабана [30] была реализована нелинейная модель предварительно закрученного стержня, использующая для описания деформации члены второго порядка малости, что позволило существенно повысить точность расчетов и учесть нелинейные эффекты, такие как изменение центробежной нагрузки, действующей на вращающуюся лопатку в процессе ее деформирования [24].

Необходимо отметить, что каждая уточняющая модификация стержневой модели лопатки сопряжена с усложнением этой модели. В частности, модель А.И. Ушакова [31], предложившего свой вариант нелинейной теории тонкостенных стержней произвольной формы для расчета лопаток с кривой осью, косыми торцами и переменной по длине геометрии, позволяет учесть не только деформацию средней линии поперечного сечения, но также и деформацию стенки. Эта модель, хотя и позволяющая верно оценить величины низших частот колебаний широкохордных лопаток компрессоров, вентиляторов и некоторых типов охлаждаемых лопаток турбин, является чрезмерно сложной, поскольку вместо одномерной стержневой модели сводится фактически к объемному анализу таких конструкций [31]. К настоящему времени опубликовано большое число работ отечественных и зарубежных исследователей, посвященных этой проблеме.

В литературе описаны различные способы расчета форм и частот собственных колебаний лопаток. Их общим недостатком является то, что результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными значениями только в конкретных частных случаях для определенных конструкций лопаток [3; 4]. На сегодняшний день все еще не предложено единой универсальной методики обеспечения вибрационной прочности лопаток ГТД, основанной на точном решении задачи расчета вибрационных характеристик современных рабочих колес сложной конструкции.

4. Энергетический подход

При использовании энергетического подхода предполагается [7], что все лопатки колеблются по

одной и той же форме колебаний, с одной амплитудой и частотой (данные параметры являются константами задачи). В работе [74] показано, что такая постановка соответствует случаю с наименьшей устойчивостью решений. Описание метода одним из первых было дано в [32]. Алгоритм решения задачи согласно энергетическому подходу можно условно описать следующим образом [7]:

- определение собственных форм и частот колебаний лопатки без учета нестационарных аэродинамических нагрузок;

- выбор тех форм и частот, возникновение автоколебаний по которым наиболее вероятно (как правило, это первые изгибная и крутильная формы [33]);

- задавшись некоторым законом колебаний лопаток (формой и частотой, амплитудой и фазовым сдвигом), проводится нестационарный аэродинамический расчет обтекания колеблющейся решетки профилей;

- по знаку работы газа над лопаткой за один период колебаний определяется устойчивость по соответствующей собственной форме. Положительная работа свидетельствует о склонности лопатки к автоколебаниям, отрицательная – об устойчивости [7].

Как отмечается в работе [34], энергетический подход обладает низкими по сравнению с аналогами требованиями к вычислительным ресурсам и позволяет определить запасы устойчивости во всей рабочей области.

Результаты расчетов по энергетическому методу затем можно использовать для расчета прочности путем гармонического анализа (поиска отклика системы на гармонические нагрузки).

Основным достоинством энергетического подхода, по сравнению с решением сопряженной задачи, является относительная простота, а недостатком – возможность моделировать только установившиеся колебательные процессы без учета обратного влияния газового потока на колебания лопатки.

5. Решение задачи прочности в частотной области

В отличие от энергетического подхода метод решения аэроупругой задачи на собственные значения опирается главным образом на решение твердотельной составляющей задачи, упрощая аэродинамическую составляющую. В этом случае проводится анализ уравнений свободных колебаний лопаток в предположении, что аэроупругие силы являются только функциями перемещений.

Для этого расчетным или иным путем определяется набор аэродинамических параметров (подъ-

емных сил и моментов, возникающих при различных смещениях профиля), которые затем используются в качестве коэффициентов в матрицах жесткости и демпфирования [7]. Далее задача сводится к задаче о собственных значениях. Действительная часть полученных комплексных частот соответствует частоте собственных колебаний, мнимая – характеризует уровень аэродемпфирования [7; 9].

Анализ в частотной области обладает теми же преимуществами, что и энергетический подход – относительной простотой и более низкими требованиями к вычислительным ресурсам.

Указанных выше недостатков удается избежать, применяя различные расчетные методы анализа конструкций. Расчетные методы анализа прочности конструкций, как правило, разделяют на аналитические и численные.

Аналитические методики исследования напряженно-деформированного и вибрационного состояния основаны, как правило, на упрощенных соотношениях теории стержней, оболочек, а также теории колебаний. Преимуществом аналитических методик является относительная простота использования и удобство при проведении оценочных расчетов на начальных этапах проектирования [76; 77].

6. Изгибно-крутильные колебания естественно закрученных лопаток

Главной особенностью естественно закрученной лопатки является взаимная связанность растяжения и изгиба с кручением: растягивающая сила и изгибающие моменты в сечениях лопатки вызывают не только изгиб, но и кручение. Соответственно, крутящий момент вызывает не только закручивание лопатки, но также растяжение – сжатие и изгиб. Чтобы учесть эту взаимную связанность, рабочие лопатки турбомашин наиболее часто моделируют в виде тонкостенных естественно закрученных стержней [75], совершающих изгибно-крутильные или крутильно-продольные колебания. Однако в настоящее время отсутствуют методы аналитического решения системы дифференциальных уравнений, описывающих изгибно-крутильно-продольные колебания закрученной лопатки переменного сечения.

Нахождение собственных частот колебаний рабочих лопаток является одной из основных задач при проектировании любой турбомшины. А поскольку аналитическое решение системы дифференциальных уравнений изгибно-крутильно-продольных колебаний закрученной лопатки пе-

ременного сечения отсутствует, разработан ряд приближенных методов (методы Рэлея, Ритца, метод последовательных приближений и т. д.) [35], позволяющих оценивать собственные частоты колебаний рабочих лопаток.

Одним из вариантов оценки собственных частот колебаний закрученных лопаток является методика расчета с помощью таблиц. При использовании этой методики собственные частоты консольных закрученных балок рассчитываются по стандартным формулам [25].

Как показывает практика расчетных и экспериментальных исследований НДС лопаток [36], для повышения достоверности получаемых расчетных результатов наиболее целесообразно использовать численные методы [76; 77]. Достоинством численных методов является возможность решения сложных задач механики деформируемого твердого тела и механики конструкций при гораздо меньших затратах, чем при экспериментальных исследованиях.

7. Анализ состояния проблемы колебания ГТД, изготовленных из КМ

В работе [37] показано, что создание современных газотурбинных двигателей (ГТД) характеризуется заменой в ряде деталей традиционных конструкционных материалов (сталей и титановых сплавов) на современные композиционные материалы (КМ), имеющие более высокие удельную прочность и жесткость. Такие работы проводят все ведущие двигателестроительные фирмы мира (General Electric, Pratt and Whitney, CFM International и др.). Исследованиями в этой области также занимаются ФГУП ЦИАМ, ФГУП ВИАМ, ОАО «НПП “Мотор”», ОАО «Пермский моторный завод» и др. В настоящее время одним из основных направлений по применению КМ в газотурбинных двигателях является создание лопаток из углепластика, титанового сплава, армированного волокнами карбида кремния, лопатки составной конструкции и лопатки из КМ на металлической матрице [37].

В [38] отмечается, что растущий интерес к демпфирующим конструкциям из КМ стимулирует разработку методов определения их собственных частот и коэффициентов механических потерь. Этот интерес обусловлен в первую очередь тем, что диссипативные свойства конструкционных КМ значительно превосходят аналогичные характеристики подавляющего большинства металлов и сплавов и могут быть использованы в качестве параметров проектирования конструк-

ций с заданными свойствами. При создании КМ и изделий из них важнейшее значение имеет прогнозирование упругих и диссипативных характеристик конструкций по известным свойствам отдельных монослоев. Для этого необходимо располагать полным набором упругих и диссипативных характеристик материалов монослоев, скомпонованных в конструкции. Вопросы определения полного набора комплексных модулей получили достаточное освещение в современной литературе [39–42]. Определенный прогресс в этом направлении достигнут для элементов конструкций, состоящих из жестких конструкционных КМ [43–45]. При переходе к слоистым конструкциям, состоящим из совокупности жестких и мягких слоев, ситуация становится еще сложнее и известны только несколько работ, посвященных исследованию их затухающих колебаний [47–49]. Ни в одной из указанных работ не были учтены эффекты трансверсального сжатия, учет которого позволит более полно выявить особенности поведения указанных конструкций. Учитывая сложность поставленной задачи, естественно выбрать объект исследования, с одной стороны, максимально простой, с другой – учитывающий все характерные особенности исследуемого явления [38].

Не останавливаясь на детальном анализе многообразия существующих подходов к исследованию колебаний слоистых анизотропных пластин, отметим только наиболее существенные особенности их деформирования.

Модули поперечного сдвига современных КМ обычно очень малы по сравнению с модулями упругости в плоскости, в результате чего деформации сдвига могут влиять на поведение таких материалов гораздо существеннее, чем на поведение однородных изотропных материалов [50]. Например, определяемые по классической теории пластин собственные частоты для пластин с отношением длины стороны к толщине, равным 10, на 25% превышают частоты, определенные по теории, учитывающей деформации сдвига [50].

Дифференциальные уравнения, которые получаются при использовании принципа минимума потенциальной энергии, позволяют достаточно хорошо описать глобальное поведение пластины и стержней, т.е. определить прогибы, собственные частоты и критические нагрузки. Однако, для исследования распределения напряжений по толщине пластины и стержней в областях разрыва непрерывности, например на границах, требуется более сложная теория. На границах межслойные напряжения создают «эффект пограничного слоя», в соответствии с которым напряже-

ния между слоями различных материалов отличны от нуля [76; 77].

Приведенный краткий обзор позволяет заключить, что для построения математической модели собственных колебаний квазиоднородных слоистых анизотропных пластин и стержней целесообразно воспользоваться уточненной технической теорией, поскольку исследуется глобальное поведение конструкции.

В работе [49] для анализа упругих и диссипативных характеристик многослойных пластин из КМ используется модель слоистой регулярной структуры, предложенная в [50; 51]. Композит представляется в виде совокупности чередующихся слоев с существенно различными свойствами. Одна группа слоев, названная в [49] жесткими, имитирует армирующие элементы композита (стеклопластики, углепластики и т.п.). Другая группа – мягкие слои, моделирует свойства демпфирующих вязкоупругих слоев. Жесткие слои воспринимают основные усилия в плоскости армирования, а мягкие слои несут ответственность за межслойный сдвиг. Одной из существенных сторон теории [49; 50] является совокупность кинематических гипотез. Деформации слоистой конструкции полностью задаются перемещениями жестких слоев, для каждого из которых учитывается влияние деформаций сдвига. На поверхности контакта жестких и мягких слоев выполняется условие непрерывности перемещений. В то же время поля деформаций могут иметь разрывы. Применение вариационного принципа Гамильтона позволяет построить лучшее в энергетическом смысле приближение полей перемещений, деформаций и напряжений к истинным полям [76; 77].

В работе [37] приведена методика расчета на прочность лопатки компрессора газотурбинного двигателя из гибридного КМ, отличающаяся тем, что позволяет определять напряжения в матричном материале и в армирующих волокнах, оценивать по ним прочность лопатки и, рассматривая различные схемы армирования, выбирать из них вариант, обеспечивающий минимизацию напряжений в наиболее опасных точках лопатки. Рассматривается расчетная модель для определения эффективных характеристик жесткости гибридного КМ на основе магниевой матрицы, армированной углеродными и борными волокнами, включающей формирование представительного элемента гибридного композита. Построение конечно-элементной модели композита и анализ точности получаемых результатов реализованы в рамках пакета ANSYS.

Колебания и аэроупругость композиционных лопастей рассматриваются в работах [52–65]. Нелинейным аэроупругим колебаниям посвящены работы [66–70]. Некоторым вопросам, относящимся к математическим моделям упругих лопастей и численным методам их расчета, посвящены работы [71–73].

Заключение

При создании работоспособной лопатки из КМ одним из важнейших направлений является максимальное снижение напряжений в местах перехода от пера лопатки к ее хвостовику и в угловых точках на боковых гранях хвостовика, где происходит разрушение лопатки из традиционных материалов. В отличие от однородных материалов в лопатке из КМ напряжения в опасных зонах можно снижать не только за счет геометрической формы лопатки, но и за счет выбора рациональной схемы ее армирования [76; 77]. До настоящего времени эффективность этого подхода в лопатках ГТД детально еще никто не анализировал, хотя это может дать весьма заметный положительный эффект [37]. Для реализации такой возможности необходима методика расчета НДС лопатки из КМ с учетом его реальной структуры. При создании такой методики необходимо решить ряд актуальных научных задач: разработать методики экспериментального определения упругих и прочностных характеристик КМ, расчета коэффициентов жесткости композитов при различных схемах армирования с одним или двумя видами армирующих волокон, расчета НДС лопатки из КМ с определением напряжений в матрице и армирующих волокнах, выбрать наиболее рациональную схему армирования с наименьшими напряжениями в наиболее опасных точках лопатки. Решение указанных задач является весьма актуальным, обладающим существенной новизной и имеющим важное практическое значение [37].

© Нуриббетов А.У., Дудченко А.А., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Свищев Г.П., Биргер И.А. Надежность и ресурс авиационных газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1969. 539 с.
2. Иноземцев А.А. Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. Т. 4. М.: Машиностроение, 2008. 192 с.
3. Михайлов А.Л. Принципы проектирования и вибродиагностика деталей ГТД на основе математиче-

ского моделирования объемного напряженно-деформированного состояния: дис. ... д-ра техн. наук. Рыбинск, 2003. 309 с.

4. Михайлов А.Л. Повышение надежности ГТД на основе компьютерных технологий проектирования и вибродиагностики повреждений лопаток методом эквивалентных масс: дис. ... канд. техн. наук. Рыбинск, 2000. 178 с.

5. Гаврилов С.Н. Усовершенствованная методика расчетов напряженно-деформированного состояния и частотных характеристик рабочих лопаток паровых турбин: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2002. 137 с.

6. Гаев А.В. Иерархическая последовательность моделей для исследования напряженного и вибрационного состояния рабочих лопаток паровых турбин: дис. ... канд. тех. наук: С.-Петербург. 2008. 157 с.

7. Шуваев Н.В. Методика численного моделирования аэроупругого взаимодействия компрессорных лопаток газотурбинного двигателя с дозвуковым набегающим потоком воздуха: дис. ... канд. техн. наук. Пермь, 2014. 165 с.

8. Fransson T.H. Analysis of Experimental Time-Dependent Blade Surface Pressures from an Oscillating Turbine Cascade Using the Influence-Coefficient Technique // Journal de Physique III. 1992. Vol. 2. No. 4. Pp. 575–594.

9. Shrinivasan A.V. Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1997. Vol. 19. No. 3. Pp. 742–775.

10. Хориков А.А. Обеспечение отсутствия флаттера лопаток компрессоров на различных этапах создания турбомашин // Проблемы прочности. 1976. № 3. С. 25–28.

11. Камтси Н.А. Аэродинамика компрессоров. М.: Мир, 2000. 688 с.

12. Marshall J.G. A Review of Aeroelasticity Methods with Emphasis on Turbomachinery Applications // Journal of Fluids and Structures. 1996. Vol. 10. Issue 3. Pp. 237–267.

13. Verdon J.M. Review of Unsteady Aerodynamic Methods for Turbomachinery Aeroelastic and Aeroacoustic Applications // AIAA Journal. 1993. Vol. 31. No. 2. P. 235–249.

14. Imregun M. Recent developments in turbomachinery aeroelasticity // Computational Fluid Dynamics. 1998. Vol. 2. Pp. 524–533.

15. Marshall J.G. An analysis of the aeroelastic behavior of a typical fan-blade with emphasis on the flutter mechanism // International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, Jun. 10–13, 1996, Birmingham, United Kingdom. ASME 96-GT-78.

16. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.

17. Воробьев Ю.С., Шорп Б.Ф. Теория закрученных стержней. Киев: Наукова Думка, 1983. 188 с.

18. Биргер И.А. Стержни, пластины и оболочки. М.: Физматлит, 1992. 392 с.

19. Биргер И.А. Прочность и надежность машиностроительных конструкций: избранные труды. Уфа: ГМФМЛ, 1998. 350 с.

20. Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.

21. *Kirchoff G.* Vorlesungen uber mathematische Physik. Mechanik. Leipzig, 1877. 466 s.
22. *Clebsh A.* Theorie der Elastizitat fester Korper. Leipzig, 1862. 424 s.
23. *Риз П.М.* Деформация естественно закрученных стержней // Труды АН СССР. 1939. Т. 23. № 1. С. 18–21.
24. *Федоров И.М.* Численный анализ математических моделей динамической устойчивости и оптимизация лопаток турбомашин: дис. ... канд. техн. наук. М., 2008. 183 с.
25. *Левин А.В.* Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин. Л.: Машиностроение, 1981. 710 с.
26. *Лурье А.И.* Задача Сен-Венана для естественно скрученных стержней // Дан СССР. 1939. Т. XXIV. № 1. С. 23–26; № 3. С. 226–228.
27. *Воробьев Ю.С.* Исследование колебаний систем элементов турбоагрегатов. Киев: Наукова Думка, 1978. 135 с.
28. *Шорр Б.Ф.* Изгибно-крутильные колебания закрученных компрессорных лопаток // Прочность и динамика авиационных двигателей. Вып. 1. М.: Машиностроение, 1964. С. 217–246.
29. *Светлицкий В.А.* Автоколебания гибкого стержня в масляном слое // Изв. вузов. Машиностроение. 1974. № 12. С. 48–52.
30. *Темис Ю.М.* Геометрически нелинейная конечно-элементная модель закрученного стержня в задачах статического и динамического расчета лопаток // Труды ЦИАМ. 2001. № 1319. С. 1–20.
31. Методы расчета напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин: сборник статей / под ред. А.И. Ушакова // Тр. ЦИАМ. 1987. № 1177. 524 с.
32. *Carta F.O.* Coupled Blade-Disk-Shroud Flutter Instabilities in Turbojet Engine // Journal of Engineering for Power. 1967. No. 7. Pp. 419–426.
33. *Августинович В.Г.* Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. М.: Машиностроение, 2005. 536 с.
34. *May M.* Reduced Order Modeling for the Flutter Stability Analysis of a Highly Loaded Transonic Fan // Proceedings of ASME Turbo Expo 2012, June 11–15, 2012, Copenhagen, Denmark. GT2012-69775.
35. *Малинин Н.Н.* Прочность турбомашин. М.: Машгиз, 1962. 290 с.
36. *Бердичевский В.Л.* Вариационные принципы механики сплошной среды. М., 1983. 448 с.
37. *Нусратуллин Э.М.* Прочность композиционной лопатки компрессора газотурбинного двигателя: дис. ... канд. техн. наук. Уфа, 2012. 154 с.
38. *Maekawa Z.* Design concepts of hybrid composites with high damping and high strength properties // 37th International SAMPE Symposium, March 9–12, 1992. Pp. 100–114.
39. *Болотин В.В.* Механика многослойных конструкций. М., 1980. 375 с.
40. *Екельчик В.С.* Связанные изгибно-крутильные колебания анизотропных стержней из полимерных композитных материалов. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных для стержня из углепластика // Механика композитных материалов. 1992. № 2. С. 232–238.
41. *Зиновьев П.А.* Анизотропия диссипативных свойств волокнистых композитов // Механика композитных материалов. 1985. № 5. С. 816–825.
42. *Ионов А.В.* Математические модели сложных демпфированных конструкций // Борьба с вибрациями машин и установок: материалы семинара. Л.: ЛДНТП, 1983. С. 23–28.
43. *Капанья Р.К.* Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Ч. I: Влияние сдвигов на устойчивость // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 43–57.
44. *Капанья Р.К.* Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Ч. II: Колебания и распространение волн // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 58–73.
45. *Карнов А.В.* Вынужденные колебания трехслойной пластины с несущим слоем с учетом рассеяния энергии колебаний в материале слоев // Изв. выс. уч. заведений. Авиационная техника. 1966. № 1. С. 88–93.
46. *Каримбаев Т.Д., Нуримбетов А.У.* Собственные частоты колебаний слоистого композиционного стержня // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. № 5. С. 46–57.
47. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. М., 1977. 384 с.
48. *Mall S., Johnson W.S.* Characterization of mode I and mixed mode failure of adhesive bonds between composite adherends // Composite Materials: Testing and Design, 7th Conference. ASTM STP 893 / *Whitney J.M. (ed.)*. American Society for Testing and Materials. 1986. Pp. 322–334.
49. *Иванцова О.Н.* Методы вычисления собственных частот и форм колебаний пластин и их асимптотика: дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 1998. 122 с.
50. *Reddy J.N.* A simple higher-order theory for laminated composite plates // J. of Applied Mechanics. 1984. Vol. 51. Pp. 745–752.
51. *Reddy J.N.* Geometrically nonlinear transient analysis of laminated composite plates // AIAA Journal. 1983. Vol. 21. Pp. 621–629.
52. *Cho M.H.* Aeroelastic Stability of Hingeless Rotor Blade in Hover Using Large Deflection Theory // AIAA Journal. 1994. Vol. 32. No. 7. Pp. 1472–1477.
53. *Eslimy-Isfahany S.H.R.* Dynamic Response of Composite Beams with Application to Aircraft Wings // Journal of Aircraft. 1997. Vol. 34. No. 6. Pp. 785–791.
54. *Friedman P.P.* Development of a Structural Optimization Capability for the Aeroelastic Tailoring of Composite Rotor Blades with Straight and Swept Tips // AIAA 1992-4779. 1992. Pp. 722–748.
55. *Gandhi F.* Influence of Balanced Rotor Anisotropy on Helicopter Aeromechanical Stability // AIAA Journal. 1999. Vol. 37. No. 10. Pp. 1152–1160.
56. *Ganguli R.* Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor with Composite Coupling // Journal of Aircraft. 1995. Vol. 32. No. 6. Pp. 1326–1334.
57. *Jeon S.M.* Aeroelastic Analysis of a Hingeless Rotor Blade in Forward Flight // AIAA Journal. 2000. Vol. 38. No. 5. Pp. 843–850.
58. *Jeon S.M.* Aeroelastic Response and Stability Analysis of Composite Rotor Blades in Forward Flight //

Composites Part B: Engineering. 2001. Vol. 32. No. 3. Pp. 249–257.

59. *Kim T.* Nonlinear Large Amplitude Aeroelastic Behavior of Composite Rotor Blades // *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31. No. 8. Pp. 1489–1497.

60. *Lim I.* Aeroelastic Analysis of Rotor Systems Using Trailing edge Flaps // *Journal of Sound and Vibration*. 2009. Vol. 321. Pp. 525–536.

61. *Nagabhushanam J.* Hingeless-Rotor Aeromechanical Stability in Axial and Forward Flight With Wake Dynamics // *Journal of the American Helicopter Society*. 1999. Vol. 44. Pp. 222–233.

62. *Srinivas V.* Formulation of a Comprehensive Aeroelastic Analysis for Tilt-Rotor Aircraft // *Journal of Aircraft*. 1998. Vol. 35. No. 2. Pp. 280–287.

63. *Srinivas V.* Aeroelastic Analysis of advanced Geometry Tiltrotor Aircraft // *Journal of the American Helicopter Society*. 1998. Vol. 43. Pp. 212–221.

64. Dynamics Specialists Conference, Hilton Head, SC, Apr 21, 22, 1994. Technical Papers (A94-23572 06-39). Washington, DC, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994. Pp. 402–415.

65. *Gandhi F.* Influence of Balanced Rotor Anisotropy on Helicopter Aeromechanical Stability // *AIAA Journal*. 1999. Vol. 37. No. 10. Pp. 1152–1160.

66. *Cesnik C.E.S., Hodges D.H.* VABS: A New Concept for Composite Rotor Blade Cross-Sectional Modeling // *Journal of the American Helicopter Society*. 1997. Vol. 42. Pp. 27–38.

67. *Chattopadhyay A.* Decomposition-Based Optimization Procedure for High-Speed Prop-Rotors Using Composite Tailoring // *Journal of Aircraft*. 1995. Vol. 32. No. 5. Pp. 1026–1033.

68. *Lu Y.* Sensitivity Analysis of Discrete Periodic Systems with Applications to Helicopter Rotor Dynamics // *AIAA Journal*. 1992. Vol. 30. No. 8. Pp. 1962–1969.

69. *Bauchau O.A.* Coupled Rotor-Fuselage Analysis with Finite Motions Using Component Mode Synthesis // *Journal of the American Helicopter Society*. 2004. Vol. 49. Pp. 201–211.

70. *Shang X.* Aeroelastic Stability of Composite Hingeless Rotors in Hover with Finite-State Unsteady Aerodynamics // *Journal of the American Helicopter Society*. 1999. Vol. 44. Pp. 206–221.

71. *Smith E.C.* Aeroelastic Response, Loads, and Stability of a Composite Rotor in Forward Flight // *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31. No. 7. Pp. 1265–1273.

72. *Tracy A.L.* Aeroelastic Stability Investigation of a Composite Hingeless Rotor in Hover // *Journal of Aircraft*. 1998. Vol. 35. No. 5. Pp. 791–797.

73. *Алексеев Н.В.* Напряжения и деформация естественно закрученных стержней при кручении и сжатии // *Прочность конструкций*. 1977. Вып. 2. С. 106–113.

74. *Vogt D.* Direct Calculation of Aerodynamic Influence Coefficients Using a Commercial CFD Solver // 18th International Symposium on Air Breathing Engines (ISABE), September 2–7, 2007. Beijing, China. ISABE-2007. 1233.

75. *Бауэр В.О.* Влияние расстройки частот лопаток на резонансные колебания // *Прочность и динамика авиационных двигателей: сборник статей*. Вып. 6. М.: Машиностроение, 1971. С. 75–98.

76. *Нуримбетов А.У.* Стержневые и полупространственные модели деформирования слоистых закрученных изделий в поле стационарных и нестационарных нагрузок: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2016. 353 с.

77. *Нуримбетов А.У., Дудченко А.А.* Колебание многослойного естественно закрученного стержня из анизотропных материалов в поле центробежных сил // *Вестник Российского университета дружбы народов*. Серия: Инженерные исследования. 2017. Т. 18. № 1. С. 79–90.

Об авторах

Нуримбетов Алибек Усипбаевич – доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем, Таразский государственный университет им. М.Х. Дулати. *Область научных интересов:* конструкции из композиционных материалов, многослойная композиционная лопатка, прочность и проектирование, статика, колебания. *Контактная информация:* e-mail – alibek_55@mail.ru.

Дудченко Александр Александрович – доктор технических наук, профессор кафедры прочности авиационных и ракетно-космических конструкций, Московский авиационный институт (МАИ). *Область научных интересов:* авиационные конструкции, конструкции из композиционных материалов, механика разрушения, прочность и проектирование, статика, колебания. *Контактная информация:* e-mail – a_dudchenko@mail.ru.

Для цитирования

Нуримбетов А.У., Дудченко А.А. Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 4. С. 323–336. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336.

The modern state of the problem of analyzing the natural frequencies and modes of vibration of a composite structure

Alibek U. Nurimbetov^{1*}, Alexander A. Dudchenko²

¹M.Kh. Dulaty Taraz State University

7 Suleymenov St., Taraz, 080012, Republic of Kazakhstan

²Moscow Aviation Institute (National Research University)

4 Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation

*Corresponding author

(received: April 18, 2018; accepted: July 25, 2018)

Abstract. Various methods for calculating the shapes and frequencies of natural vibrations of rod structures and blades are described in the literature. At present, there is still no one unified universal technique for ensuring the vibratory strength of blades, based on the exact solution of the problem of calculating the vibrational characteristics of modern impellers of complex design. Thus, the problem of the flexural-torsional flutter of working blades of turbo-machines is extremely relevant, in spite of the insufficient attention given to it in various literary sources. The above drawbacks can be avoided by applying various design analysis methods. Calculation methods for analyzing the strength of structures, as a rule, are divided into analytical and numerical. Analytical methods for studying the stress-strain and vibration state are based in most cases on simplified relations between the theories of rods, shells, and also the theory of oscillations. The advantage of analytical methods is the relative ease of use and convenience in performing valuation calculations at the initial stages of design. The paper reviews and analyzes works on the finding of frequencies and modes of vibrations of rod structures and compressor blades for their subsequent use for multi-layer anisotropic rod structures from composite materials (CM) during the design phase.

Keywords: deformation, anisotropic multilayer rod, kinematics, oscillation, torsion, stretching, bending

References

1. Svishcheva G.P., Birger I.A. (1969). *Nadezhnost' i resurs aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigateley [Reliability and resource of aviation gas turbine engines]*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 539. (In Russ.)
2. Inozemtsev A.A. (2008). *Dinamika i prochnost' aviatsionnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok [Dynamics and strength of aircraft engines and power plants]*. Vol. 4. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 192. (In Russ.)
3. Mikhaylov A.L. (2003). *Printsipy proyektirovaniya i vibrodiagnostika detaley GTD na osnove matematicheskogo modelirovaniya ob'yemnogo napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya [Principles of designing and vibration diagnostics of GTE parts on the basis of mathematical modeling of volumetric stress-strain state]* (Dr Sci. (Eng.) Dissertation). Rybinsk, 309. (In Russ.)
4. Mikhaylov A.L. (2000). *Povysheniye nadezhnosti GTD na osnove komp'yuternykh tekhnologiy proyektirovaniya i vibrodiagnostiki ob'yektov lopatok metodom ekvivalentnykh mass [Increase of the reliability of gas turbine engines based on computer design and vibration diagnostics of blade damage by equivalent mass method]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Rybinsk, 178. (In Russ.)
5. Gavrilov S.N. (2002). *Uovershenstvovannaya metodika raschetov napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i chastotnykh kharakteristik rabochikh lopatok parovykh turbin [An improved technique for calculating the stress-strain state and frequency characteristics of working blades of steam turbines]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Saint Petersburg, 137. (In Russ.)
6. Gayev A.V. (2008). *Iyerarkhicheskaya posledovatel'nost' modeley dlya issledovaniya napryazhennogo i vibratsionnogo sostoyaniya rabochikh lopatok parovykh turbin [Hierarchical sequence of models for studying the stressed and vibrational state of steam turbine blades]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Saint Petersburg, 157. (In Russ.)
7. Shuvayev N.V. (2014). *Metodika chislennogo modelirovaniya aerouprugogo vzaimodeystviya kompressornykh lopatok gazoturbinnogo dvigatelya s dozvukovym nabegayushchim potokom vozdukha [The technique of numerical simulation of aeroelastic interaction of compressor blades of a gas turbine engine with subsonic incoming air flow]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Perm, 165. (In Russ.)
8. Fransson T.H. (1992). Analysis of Experimental Time-Dependent Blade Surface Pressures from an Oscillating Turbine Cascade Using the Influence-Coefficient Technique. *Journal de Physique III*, 2(4), 575 – 594.
9. Shrinivasan A.V. (1997). Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 19(3), 742 – 775.
10. Khorikov A.A. (1976). Obespecheniye otsutstviya flattera lopatok kompressorov na razlichnykh etapakh sozdaniya turbomashin [Ensuring the absence of the flut-

ter of the compressor blades at various stages of the creation of turbomachinery]. *Problemy prochnosti [Strength of materials]*, (3), 25 – 28. (In Russ.)

11. Kampsti N.A. (2000). *Aerodinamika kompressorov [Compressors aerodynamics]*. Moscow, Mir Publ., 688.

12. Marshall J.G. (1996). A Review of Aeroelasticity Methods with Emphasis on Turbomachinery Applications. *Journal of Fluids and Structures*, 10(3), 237 – 267.

13. Verdon J.M. (1993). Review of Unsteady Aerodynamic Methods for Turbomachinery Aeroelastic and Aeroacoustic Applications. *AIAA Journal*, 31(2), 235–249.

14. Imregun M. (1998). Recent developments in turbomachinery aeroelasticity. *Computational Fluid Dynamics*, (2), 524 – 533.

15. Marshall J.G. (1996). An analysis of the aeroelastic behavior of a typical fan-blade with emphasis on the flutter mechanism. *International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, Jun. 10–13, Birmingham, United Kingdom*. ASME 96-GT-78.

16. Biderman V.L. (1980). *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy [Theory of mechanical oscillations]*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 408.

17. Vorobyov Yu.S., Shorr B.F. (1983). *Teoriya zakruchennykh sterzhney [The theory of twisted rods]*. Kiev, Naukova Dumka Publ., 188.

18. Birger I.A. (1992). *Sterzhni, plastyiny i obolochki [Rods, plates and shells]*. Moscow, Fizmatlit Publ., 392. (In Russ.)

19. Birger I.A. (1998). *Prochnost' i nadezhnost' mashinostroyitel'nykh konstruksiy. Izbrannyye Trudy [Strength and reliability of engineering structures. Selected works]*. Ufa, GMFML Publ., 350. (In Russ.)

20. Lyav A. (1935). *Matematicheskaya teoriya uprugosti [Mathematical theory of elasticity]*. Leningrad – Moscow, ONTI Publ., 674. (In Russ.)

21. Kirchhoff G. (1887). *Vorlesungen uber mathematische Physik. Mechanik*. Leipzig, 466.

22. Clebsh A. (1862). *Theorie der Elastizitat fester Korper*. Leipzig, 424.

23. Riz P.M. (1939). Deformatsiya yestestvenno zakruchennykh sterzhney [Deformation of naturally twisted rods]. *Trudy AN SSSR [Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR]*, 23(1), 18 – 21.

24. Fedorov I.M. (2008). *Chislennyy analiz dinamicheskikh ustoychivosti i optimizatsiya lopatok turbomashin [Numerical analysis of mathematical models of dynamic stability and optimization of blades of turbomachines]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Moscow, 183. (In Russ.)

25. Levin A.V. (1981). *Prochnost' i vibratsiya lopatok i diskov parovykh turbin [Strength and vibration of blades and disks of steam turbines]*. Leningrad, Mashinostroyeniye Publ., 710. (In Russ.)

26. Lur'ye A.I. (1939). Zadacha Sen-Venana dlya yestestvenno skruchennykh sterzhney [The problem of Saint-Venant for naturally twisted rods]. *DAN SSSR [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]*, XXIV(1), 23–26; XXIV(3), 226 – 228. (In Russ.)

27. Vorob'yev Yu.S. (1978). *Issledovaniye kolebaniy sistem elementov turboagregatov [Research of oscillations*

of systems of elements of turbo-aggregates]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 135. (In Russ.)

28. Shorr B.F. (1964). *Izhibno-krutil'nyye kolebaniya zakruchennykh kom-pressornykh lopatok [Bending and torsional vibrations of swirling compressor blades]*. *Prochnost' i dinamika aviatsionnykh dvigateley [Strength and dynamics of aircraft engines]*. Issue 1. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 217 – 246. (In Russ.)

29. Svetlitskiy V.A. (1974). Avtokolebaniya gibkogo sterzhnya v maslyanom sloye [Automatic vibration of a flexible rod in the oil layer]. *Izv. Vuzov. Mashinostroyeniye [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]*, (12), 48 – 52. (In Russ.)

30. Temis Yu.M. (2001). Geometricheski nelineynaya konechno-elementnaya model' zakruchivaniya v zadachakh staticheskogo i dinamicheskogo rascheta lopatok [Geometrically nonlinear finite element model of a twisted rod in problems of static and dynamic calculation of blades]. *Trudy SIAM [Proceedings of CIAM]*, (1319), 1–20. (In Russ.)

31. Ushakova A.I. (ed.) (1987). *Metody rascheta napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya lopatok turbomashin. Sbornik statey [Methods for calculating the stress-strain state of turbomachine blades. Collection of articles]*. Tr. SIAM [Proceedings of CIAM], (1177), 524. (In Russ.)

32. Carta F.O. (1967). Coupled Blade-Disk-Shroud Flutter Instabilities in Turbojet Engine. *Journal of Engineering for Power*, (7), 419–426.

33. Avgustinovich V.G. (2005). *Chislennoye modelirovaniye nestatsionarnykh yavleniy v gazoturbinnnykh dvigatelyakh [Numerical simulation of non-stationary phenomena in gas turbine engines]*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 536. (In Russ.)

34. May M. (2012). Reduced Order Modeling for the Flutter Stability Analysis of a Highly Loaded Transonic Fan. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012, June 11–15, Copenhagen, Denmark*. GT2012-69775.

35. Malinin N.N. (1962). *Prochnost' turbomashin [Strength of turbomachinery]*. Moscow, Mashgiz Publ., 290.

36. Berdichevskiy V.L. (1983). *Variatsionnyye printsipy mekhaniki sploshnoy sredy [Variational principles of solid mechanics]*. Moscow, 448.

37. Nusratullin E.M. (2012). *Prochnost' kompozitsionnoy lopatki kompressora gazoturbinnogo dvigatelya [The strength of the composite gas turbine engine compressor blades]* (Cand. Sci. (Eng.) Dissertation). Ufa, 54. (In Russ.)

38. Maekawa Z. (1992). Design concepts of hybrid composites with high damping and high strength properties. *37th International SAMPE Symposium, March 9–12, 100–114*.

39. Bolotin V.V. (1980). *Mekhanika mnogosloynnykh konstruksiy [Mechanics of many layers constructions]*. Moscow, 375. (In Russ.)

40. Yekel'chik B.S. (1992). Svyazannyye izhibno-krutil'nyye kolebaniya anizotropnykh sterzhney iz polimernykh kompozitnykh materialov. Sopostavleniye raschetnykh i eksperimental'nykh dannykh dlya sterzhney iz ugleplastik [Associated flexural-torsional oscillations of anisotropic rods made of polymer composite materials. Comparison of calculated and experimental data for the carbon fiber rod]. *Me-*

khanika kompozitnykh materialov [Mechanics of composite materials], (2), 232–238. (In Russ.)

41. Zinov'yev P.A. (1985). Anizotropiya dissipativnykh svoystv voloknistykh kompozitov [Anisotropy of the dissipative properties of fibrous composites]. *Mekhanika kompozitnykh materialov [Mechanics of composite materials]*, (5), 816–825. (In Russ.)

42. Ionov A.V. (1983). Matematicheskiye modeli slozhnykh dempfirovannykh konstruksiy [Mathematical models of complex damping structures]. *Bor'ba s vibratsiyami mashin i ustanovok, Materialy seminarov [Combating Vibrations of Machines and Installations, Proceedings of the seminar]*. Leningrad, 23–28. (In Russ.)

43. Kapan'ya R.K. (1990). Posledniye dostizheniya v issledovaniyakh sloistykh balok i plastin. Chast' I: Vliyaniye sdvigoov na ustoychivost' [Recent advances in the study of layered beams and plates. Part I: Influence of shifts on stability]. *Aerokosmicheskaya tekhnika [Aerospace engineering]*, (5), 43–57. (In Russ.)

44. Kapan'ya R.K. (1990). Posledniye dostizheniya v issledovaniyakh sloistykh balok i plastin. Chast' II: Kolebaniya i rasprostraneniye voln [Recent achievements in the studies of layered beams and plates. Part II: Oscillations and wave propagation]. *Aerokosmicheskaya tekhnika [Aerospace technology]*, (5), 58–73. (In Russ.)

45. Karpov A.V. (1966). Vynuzhdennyye kolebaniya trekhsloynoy plastiny s nesushchim sloyem s uchedom rasseyaniya energii v materiale sloyev [Forced oscillations of a three-layer plate with a carrier layer with allowance for the dispersion of the vibrational energy in the material of the layers]. *Izv. vys. uch. zavedeniya. Aviatsionnaya tekhnika [Proceedings of the higher educational institutions. Aviation equipment]*, (1), 88–93. (In Russ.)

46. Karimbayev T.D., Nurimbetov A.U. The natural frequency of the composite laminated rod. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, (5), 46–57. (In Russ.)

47. Rabotnov Yu.N. (1977). *Elementy nasledstvennoy mekhaniki fizicheskikh tel [Elements of hereditary mechanics of solids]*. Moscow, 384. (In Russ.)

48. Mall S., Johnson W.S. (1986). Characterization of mode I and mixed mode failure of adhesive bonds between composite adherents. *Composite Materials: Testing and Design, 7th Conference*. ASTM STP 893. Whitney J.M. (ed.). American Society for Testing and Materials, 322–334.

49. Ivantsova O.N. (1998). *Metody rascheta sobstvennykh chastot i form kolebaniy plastin i ikh asimptotika [Methods for calculating the natural frequencies and vibration modes of plates and their asymptotics]* (Cand. Sci. (Phys.-Math.) Dissertation). Saint Petersburg, 122. (In Russ.)

50. Reddy J.N. (1984). A simple higher-order theory for laminated composite plates. *J. of Applied Mechanics*, 51, 745–752.

51. Reddy J.N. (1983). Geometrically nonlinear transient analysis of laminated composite plates. *AIAA Journal*, 21, 621–629.

52. Cho M.H. (1994). Aeroelastic Stability of Hingeless Rotor Blade in Hover Using Large Deflection Theory. *AIAA Journal*, 32(7), 1472–1477.

53. Eslimy-Isfahany S.H.R. (1997). Dynamic Response of Composite Beams with Application to Aircraft Wings. *Journal of Aircraft*, 34(6), 785–791.

54. Friedman P.P. (1992). Development of a Structural Optimization Capability for the Aeroelastic Tailoring of Composite Rotor Blades with Straight and Swept Tips. *AIAA-1992-4779*, 722–748.

55. Gandhi F. (1999). Influence of Balanced Rotor Anisotropy on Helicopter Aeromechanical Stability. *AIAA Journal*, 37(10), 1152–1160.

56. Ganguli R. (1995). Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor with Composite Coupling. *Journal of Aircraft*, 32(6), 1326–1334.

57. Jeon S.M. (2000). Aeroelastic Analysis of a Hingeless Rotor Blade in Forward Flight. *AIAA Journal*, 38(5), 843–850.

58. Jeon S.M. (2001). Aeroelastic Response and Stability Analysis of Composite Rotor Blades in Forward Flight. *Composites Part B: Engineering*, 32(3), 249–257.

59. Kim T. (1993). Nonlinear Large Amplitude Aeroelastic Behavior of Composite Rotor Blades. *AIAA Journal*, 31(8), 1489–1497.

60. Lim I. (2009). Aeroelastic Analysis of Rotor Systems Using Trailing edge Flaps. *Journal of Sound and Vibration*, 321, 525–536.

61. Nagabhushanam J. (1999). Hingeless-Rotor Aero-mechanical Stability in Axial and Forward Flight With Wake Dynamics. *Journal of the American Helicopter Society*, 44, 222–233.

62. Srinivas V. (1998). Formulation of a Comprehensive Aeroelastic Analysis for Tilt-Rotor Aircraft. *Journal of Aircraft*, 35(2), 280–287.

63. Srinivas V. (1998). Aeroelastic Analysis of advanced Geometry Tiltrotor Aircraft. *Journal of the American Helicopter Society*, 43, 212–221.

64. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC. (1994). *Dynamics Specialists Conference, Hilton Head, SC, Apr 21, 22*, Technical Papers (A94-23572 06-39), 402–415.

65. Gandhi F. (1999). Influence of Balanced Rotor Anisotropy on Helicopter Aeromechanical Stability. *AIAA Journal*, 37(10), 152–1160.

66. Cesnik C.E.S., Hodges D.H. (1997). VABS: A New Concept for Composite Rotor Blade Cross-Sectional Modeling. *Journal of the American Helicopter Society*, 42, 27–38.

67. Chattopadhyay A. (1995). Decomposition-Based Optimization Procedure for High-Speed Prop-Rotors Using Composite Tailoring. *Journal of Aircraft*, 32(5), 1026–1033.

68. Lu Y. (1992). Sensitivity Analysis of Discrete Periodic Systems with Applications to Helicopter Rotor Dynamics. *AIAA Journal*, 30(8), 1962–1969.

69. Bauchau O.A. (2004). Coupled Rotor-Fuselage Analysis with Finite Motions Using Component Mode Synthesis. *Journal of the American Helicopter Society*, 49, 201–211.

70. Shang X. (1999). Aeroelastic Stability of Composite Hingeless Rotors in Hover with Finite-State Unsteady Aerodynamics. *Journal of the American Helicopter Society*, 44, 206–221.

71. Smith E.C. (1993). Aeroelastic Response, Loads, and Stability of a Composite Rotor in Forward Flight. *AIAA Journal*, 31(7), 1265–1273.

72. Tracy A.L. (1998). Aeroelastic Stability Investigation of a Composite Hingeless Rotor in Hover. *Journal of Aircraft*, 35(5), 791–797.

73. Alekseyev N.V. (1977). Napryazheniya i deformatsiya yestestvenno zakruchennykh sterzhney pri krucheni i szhatii [Stresses and deformation of naturally twisted rods during torsion and compression]. *Prochnost' konstruktiv [Strength of structures]*, (2), 106–113. (In Russ.)

74. Vogt D. (2007). Direct Calculation of Aerodynamic Influence Coefficients Using a Commercial CFD Solver. *18th International Symposium on Air Breathing Engines (ISABE), September 2–7, Beijing, China*. ISABE-2007. 1233.

75. Bauer V.O. (1971). Vliyaniye rasstravleniy lopatok na rezonansnyye kolebaniya [Influence of tuning of blade frequencies on resonant oscillations]. *Prochnost' i dinamika aviatsionnykh dvigateley, Sbornik statey [Strength and dynamics of aircraft engines, Collection of articles]*. Issue 6. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 75–98. (In Russ.)

76. Nurimbetov A.U. (2016). *Sterzhnevyye i poluprostranstvennyye modeli deformirovaniya sloistykh zakruchennykh izdeliy v pole statsionarnykh i nestatsionarnykh nagruzok [Rod and Half-space model deformation layered twisted products in the field of stationary and non-stationary loads]* (Dr Sci. (Eng.) Dissertation). Moscow, 353. (In Russ.)

77. Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A. (2017). Oscillations multilayered composite rods from materials in the field of centrifugal forces. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 18(1), 79–90. (In Russ.)

About the authors

Alibek U. Nurimbetov – Dr Sci. (Eng.), Professor of Information Systems Department, Taraz State University named after M.H. Dulati. *Research interests*: constructions from composite materials, multi-layer composite blade, strength and design, statics, oscillations. *Contact*: e-mail – alibek_55@mail.ru.

Alexander A. Dudchenko – Dr Sci. (Eng.), Professor of the Department of Strength of Aviation and Rocket-Space Constructions, Moscow Aviation Institute (National Research University). *Research interests*: aviation constructions, constructions from composite materials, mechanics of destruction, strength and design, statics, oscillations. *Contact*: e-mail – a_dudchenko@mail.ru.

For citation

Nurimbetov A.U., Dudchenko A.A. (2018). The modern state of the problem of analyzing the natural frequencies and modes of vibration of a composite structure. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 323–336. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336. (In Russ.)

УДК 534.121.2

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-337-347

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Численное исследование собственных частот и форм колебаний воздухоопорных сооружений

Н.А. Мокин*, А.А. Кустов, М.И. Ганджунцев

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Ярославское шоссе, 26, Москва, Российская Федерация, 129337

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 18 мая 2018 г.; принята к публикации: 02 августа 2018 г.)

Собственные частоты и формы колебаний являются важными динамическими характеристиками строительных конструкций и сооружений. В данной работе приведено решение задач по определению собственных частот и форм колебаний предварительно напряженных мягких оболочек из ортотропного материала. В матричном виде записано уравнение движения для системы с конечным числом степеней свободы, из которого выводится уравнение собственных колебаний. Отмечены особенности проведения модального анализа предварительно напряженной системы. Для отработки методики в научной литературе была найдена и решена тестовая задача по модальному анализу круговой цилиндрической оболочки (пневмобалки). В изученной работе для анализа частот и форм собственных колебаний пневмобалки при различных граничных условиях используется одномерная (стержневая) модель, для которой было получено аналитическое решение с учетом ортотропных механических свойств и предварительного напряжения. Тестовая задача решена в данной работе с использованием пространственной оболочечной модели на основе метода конечных элементов с применением программного комплекса ANSYS Mechanical. Проведено сопоставление полученных численных результатов с «эталонными» решениями, объяснены возможные причины расхождения результатов. Методика решения тестовой задачи была применена для численного исследования собственных частот и форм колебаний воздухоопорной оболочки на прямоугольном плане размером 20×50 м. Для моделей различной степени дискретизации достигнута практическая сходимость результатов. Между величиной внутреннего давления и квадратами собственных частот выявлена практически линейная зависимость, что согласуется с известными решениями, приведенными в научной литературе для изотропных мембран.

Ключевые слова: воздухоопорное сооружение, пневмобалка, модальный анализ, собственные частоты и формы колебаний, метод конечных элементов

Введение

За последние десять лет в нашей стране было возведено достаточно много воздухоопорных сооружений различного назначения. В настоящее время самым распространенным типом воздухоопорных сооружений являются оболочки на прямоугольном плане (рис. 1).

Об интересе к подобным конструкциям в отечественной науке свидетельствует появление обзорных статей по данной теме, например [1]. Сложность расчета таких сооружений на действие внешних нагрузок обусловлена рядом факторов:

- необходимая жесткость конструкции создается за счет внутреннего давления, являющегося следящей нагрузкой;
- форма оболочки может существенно изменяться в процессе нагружения;

- материал оболочки является ортотропным и работает только на растяжение,
- при ветровых воздействиях проявляются аэроупругие эффекты [2, с. 396].

Исследованиям колебаний оболочек посвящено множество как классических, например, [3–5], так и современных работ [6; 7]. Монография [3] является фундаментальным трудом, посвященным общим вопросам анализа собственных колебаний оболочек с помощью операторных методов. Для изотропных прямоугольных мембран влияние натяжения на частоты собственных колебаний описано в книге [4]. Некоторые вопросы колебаний гибких ортотропных оболочек канонической формы описаны в главе 3 книги [8]. Следует отметить, что аналитические решения удается получить только для оболочек и мембран простой (канонической) формы.

В статье [9] изучаются собственные частоты и формы колебаний пневмобалки (круговой цилиндрической оболочки, предварительно напряженной за счет избыточного давления) с помощью метода динамической жесткости (*dynamic stiffness method*), разработанного в [10]. Пневмобалка моделируется в виде стержня типа Тимошенко, т.е. учитываются деформации поперечного сдвига. Такая модель пневмобалки позволяет учесть ортотропные физико-механические свойства материала и нелинейные эффекты, вызванные следящей нагрузкой от внутреннего давления, и получить аналитическое решение [9]. Точная матрица динамической жесткости пневмобалки была получена путем линеаризации нелинейных уравнений около предварительно напряженного состояния. На основе проведенного обзора литературы впервые получены аналитические выражения для определения собственных частот колебаний пневмобалки из ортотропного материала при различных граничных условиях. Достоверность результатов подтверждается их сопоставлением с полученным ранее решением задачи для шарнирно опертой пневмобалки из изотропного материала [10], а также с результатами, полученными для пространственной оболочечной модели методом конечных элементов в ПК *Abaqus*.



Рис. 1. Воздухоопорное покрытие футбольного стадиона в Краснодаре, спроектированного и возведенного ООО «ПСБ «Вертеко»»
[Figure 1. Air-supported roof of football stadium at Krasnodar, Russia. Project and erection was performed by LLC “PSB Verteco”]

1. Математическая постановка задачи

1.1. Определение частот и форм собственных колебаний для системы с конечным числом степеней свободы

В настоящее время для расчета строительных конструкций, как правило, используются численные методы, а поскольку метод конечных элементов сочетает в себе универсальность алгоритмов решения различных краевых задач с эффективно-

стью компьютерной реализации вычислений [11], то он получил наибольшее распространение. Главный принцип, на котором он основан – это рассмотрение реальной конструкции в виде системы с конечным числом степеней свободы.

Запишем в матричном виде уравнение движения для системы с конечным числом степеней свободы [12; 13]:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = p, \quad (1)$$

где u – вектор узловых перемещений для всего тела; \dot{u} и \ddot{u} – векторы узловых скоростей и ускорений (точками обозначены производные по времени); M , C , K – «глобальные» матрицы масс, демпфирования и жесткости для всего тела; p – вектор эквивалентных узловых нагрузок для всего тела.

Модальный анализ проводится для определения частот и форм (мод) собственных колебаний конструкций в предположении, что система является линейной. Внешние силы и демпфирование полагаются равными нулю. В этом случае уравнение колебаний конструкции в матричной форме (1) принимает вид

$$M\ddot{u} + Ku = 0. \quad (2)$$

Модальный анализ заключается в нахождении условий, при которых система совершает гармонические колебания по закону [13]:

$$u(t) = \Psi \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3)$$

где Ψ – вектор, характеризующий форму собственных колебаний (соотношения между смещениями узлов); ω – круговая частота собственных колебаний; φ_0 – начальная фаза.

Подстановка (3) в (2) дает уравнение собственных колебаний:

$$(K - M\omega^2)\Psi = 0. \quad (4)$$

Тривиальным решением уравнения является нулевое смещение узлов (система остается неподвижной). Нетривиальное решение уравнения (4) существует лишь тогда, когда величины ω_i ($i = 1, \dots, n$) обращают в нуль детерминант матрицы $(K - M\omega^2)$.

Соответствующие им формы собственных колебаний Ψ вычисляются лишь с точностью до произвольного множителя, значение которого определяется избранным способом нормировки собственных форм [13]. Таким образом, амплитуды собственных колебаний не определены, из решения уравнения (4) могут быть получены только

соотношения между перемещениями различных точек системы. Отметим, что число собственных форм совпадает с числом степеней свободы динамической системы n .

Наряду с круговой собственной частотой ω_i также вводится собственная частота f_i , представляющая собой число колебаний по i -той собственной форме, совершаемых системой за одну секунду:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}. \quad (5)$$

В качестве основного инструмента для проведения расчетов выбран верифицированный в системе PAAСH универсальный программный комплекс (ПК) *ANSYS Mechanical*, в котором реализована возможность учета предварительного напряжения конструкции при проведении модального анализа, а также возможность использования мембранных конечных элементов из ортотропного материала [14].

1.2. Особенности модального анализа предварительно напряженной системы

Собственные частоты и формы колебаний предварительно напряженной системы отличаются от собственных частот и форм колебаний ненапряженной системы. Этот эффект можно наблюдать при натяжении струн в музыкальных инструментах – для систем, работающих преимущественно на растяжение, частоты растут с увеличением предварительного напряжения [4; 12; 13].

Как указано выше, модальный анализ системы имеет смысл только в линейной постановке, в нелинейных задачах можно говорить о разложении движения системы по формам свободных колебаний в окрестности изучаемого равновесного ее положения при линеаризации поведения системы в этой окрестности.

Определение напряженно деформированного состояния (НДС) системы при предварительном напряжении должно выполняться с учетом геометрически нелинейных эффектов: расчет следует проводить по деформированной схеме, принимая во внимание следящий характер нагрузки от давления воздуха [9]. Далее необходимо построить динамическую модель так называемой линеаризованной системы, в которой все составляющие ее элементы рассматриваются в линейной постановке, но с касательными (мгновенными) матрицами жесткости [13].

Для этого в уравнении (4) вместо обычной матрицы жесткости K_0 вводится касательная (мгновенная) матрица жесткости K :

$$K = K_0 + K_G, \quad (6)$$

где $K_G = K_1 + K_2$ – матрица геометрической жесткости: K_1 – матрица начальных напряжений; K_2 – матрица начальных поворотов.

Детальное построение матрицы геометрической жесткости K_G , а также матриц K_1 и K_2 подробно описано в книге [13, с. 138–140].

2. Решение тестовой задачи по определению собственных частот и форм колебаний пневмобалки

2.1. Описание расчетных моделей

Объектом исследования выбрана пневмобалка – цилиндрическая оболочка диаметром 0,28 м, длиной 3 м и толщиной 1 мм, исследуемая в работе [9]. Очевидно, что наличие торцов в оболочечной модели приводит к дополнительному продольному растяжению оболочки от действия избыточного давления, однако, в работе [9] не указано, было ли учтено это растяжение в построенной стержневой модели.

В данной работе были выполнены расчеты для оболочечной модели пневмобалки как с торцами, так и без них. Для лучшей сходимости численного алгоритма решения форма торцов была принята в виде полусфер, расстояние между центрами которых составляло длину пневмобалки, т.е. 3 м.

Трехмерная конечно-элементная (КЭ) модель пневмобалки создавалась в ПК *ANSYS Mechanical* с использованием трехузловых оболочечных конечных элементов типа SHELL181, в котором реализована теория оболочек Миндлина – Рейснера. Для решения данной задачи была включена мембранная опция (параметр KEYOPT(1)=1), которая позволяет не учитывать изгибную жесткость и игнорировать угловые степени свободы в узлах элементов [14].

Для исследования сеточной сходимости рассмотрены три варианта расчетной сетки с максимальной длиной ребра КЭ d , равной 0,06, 0,03 и 0,015 м. Результаты расчета для двух последних случаев практически совпадают и приведены ниже.

Было рассмотрено 2 варианта закреплений пневмобалки:

- 1) защемленный левый край и свободный от закреплений правый край (консольная балка);
- 2) защемленный левый край и шарнирно опертый правый край.

2.2. Параметры расчетов

Рассмотрены пневмобалки, выполненные из двух различных ортотропных материалов – типа 1 и типа 2. Физико-механические характеристики приведены в табл. 1 и приняты в соответствии с данными из источника [9].

Таблица 1

Физико-механические характеристики материалов
[Table 1. Physical and mechanical properties of materials]

| Характеристика [Property] | Тип 1 [Type 1] | Тип 2 [Type 2] |
|---|-------------------|-------------------|
| Плотность ρ , кг/м ³ [Density ρ , kg/m ³] | 1420 | 1420 |
| Модуль упругости в продольном (осевом) направлении E_1 , МПа [Modulus of elasticity in longitudinal (axial) direction E_1 , MPa] | 393,13 | 18370,0 |
| Модуль упругости в кольцевом направлении E_2 , МПа [Modulus of elasticity in circular direction E_2 , MPa] | 451,59 | 14120,0 |
| Модуль сдвига G_{12} , МПа [Shear modulus G_{12} , MPa] | 103,0 | 6460,0 |
| Коэффициент Пуассона ν_{12} [Poisson ratio ν_{12}] | 0,07 | 0,28 |
| Коэффициент Пуассона ν_{21} [Poisson ratio ν_{21}] | 0,08 | 0,22 |

Для проведения модального анализа в ПК *ANSYS Mechanical* использовался блочный метод Ланцоша. Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) выполнялось разреженным методом (решатель *Distributed Sparse Matrix Solver*).

2.3. Результаты решения тестовой задачи

Результаты решения тестовой задачи представлены в следующем виде: на рис. 2 и 3 показаны формы колебаний для пневмобалок из материала типа 1 при различных граничных условиях, а в таблице 2 приведены собственные частоты для всех рассмотренных случаев в сопоставлении с результатами эталонного исследования [9].

Относительные погрешности ε вычислены по формуле:

$$\varepsilon = \frac{|f_0 - f|}{f_0} \cdot 100\%, \quad (7)$$

где f_0 – эталонные результаты [9]; f – результаты расчетов, выполненных авторами статьи.

Таблица 2

Результаты решения тестовой задачи
[Table 2. Results of test case solution]

| Номер изгибной формы колебаний [Bending eigenmode number] | Собственная частота f_i , Гц [Natural frequency f_i , Hz] | | | | | | | $\varepsilon_{\min}/\varepsilon_{\max}$, % |
|--|---|----------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------|--------------------------------|--------------------------------|---|
| | Результаты авторов статьи [Authors' results] | | | | Источник [Source] [9] | | Стержневая модель [beam model] | |
| | С торцами [With ends] | | Без торцов [Without ends] | | <i>Abaqus</i> | Стержневая модель [beam model] | | |
| | $d = 0,03$ м, 7708 КЭ | $d = 0,015$ м, 30560 КЭ | $d = 0,03$ м, 7046 КЭ | $d = 0,015$ м, 27888 КЭ | | | | |
| Случай 1.1. Консоль, материал типа 1 [Case 1.1. Cantilever, material type 1] | | | | | | | | |
| 1 | 2,90 | 2,90 | 3,09 | 3,09 | 3,00 | 3,14 | 1,5/7,7 | |
| 2 | 16,41 | 16,42 | 16,52 | 16,51 | 16,38 | 16,41 | 0,0/0,8 | |
| Случай 1.2. Консоль, материал типа 2 [Case 1.2. Cantilever, material type 2] | | | | | | | | |
| 1 | 19,82 | 19,85 | 21,73 | 21,77 | 20,28 | 22,13 | 1,6/10,4 | |
| 2 | 114,84 | 115,05 | 124,46 | 124,73 | 117,69 | 118,47 | 2,2/6,0 | |
| Случай 2.1. Жесткое закрепление с одной стороны и шарнирная опора с другой, материал типа 1 [Case 2.1. Clamped-simply supported ends, material type 1] | | | | | | | | |
| 1 | 12,73 | 12,75 | 11,28 | 11,25 | 12,85 | 11,89 | 0,8/12,5 | |
| 2 | 36,12 | 36,14 | 34,52 | 34,45 | 35,76 | 31,61 | 1,0/14,3 | |
| Случай 2.2. Жесткое закрепление с одной стороны и шарнирная опора с другой, материал типа 2 [Case 2.2. Fixed-simply supported ends, material type 2] | | | | | | | | |
| 1 | 89,12 | 89,32 | 88,96 | 89,17 | 87,70 | 85,59 | 1,4/4,4 | |
| 2 | 259,62 | 259,94 | 258,83 | 260,12 | 255,70 | 231,89 | 1,2/12,2 | |

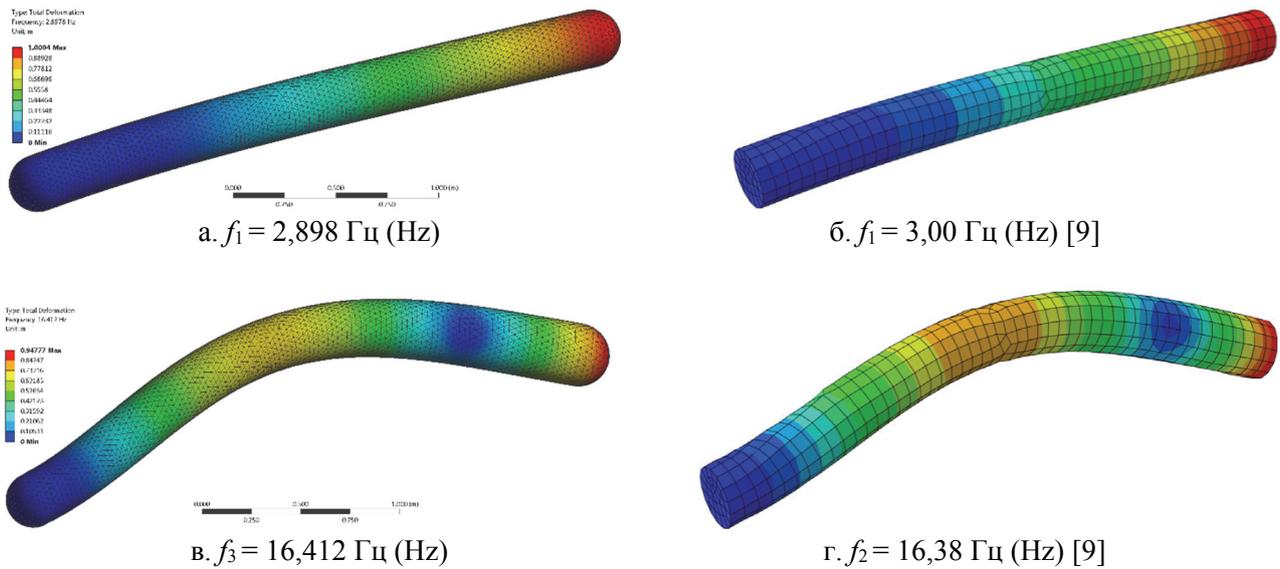


Рис. 2. Первая (а, б) и вторая (в, г) изгибные собственные формы и частоты колебаний консольной пневмобалки:
 а, в – полученные в данной работе ($d = 0,03$ м); б, г – данные источника [9]
 [Figure 2. The first (а, б) and the second (в, г) bending mode shapes and natural frequencies of cantilever airbeam:
 а, в – calculated by the authors ($d = 0.03$ m); б, г – from source [9]]

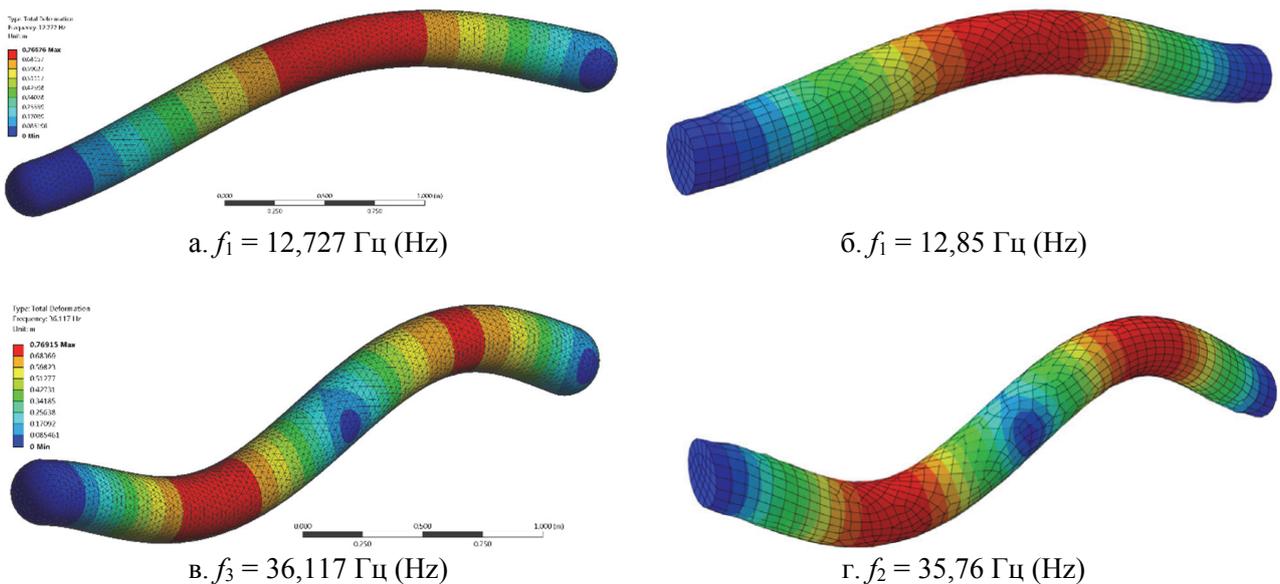


Рис. 3. Первая (а, б) и вторая (в, г) изгибные собственные формы и частоты колебаний пневмобалки, жестко закрепленной слева и шарнирно опертой справа:
 а, в – полученные в данной работе ($d = 0,03$ м); б, г – данные источника [9]
 [Figure 3. The first (а, б) and the second (в, г) bending mode shapes and natural frequencies of fixed-simply supported airbeam:
 а, в – calculated by the authors ($d = 0.03$ m); б, г – from source [9]]

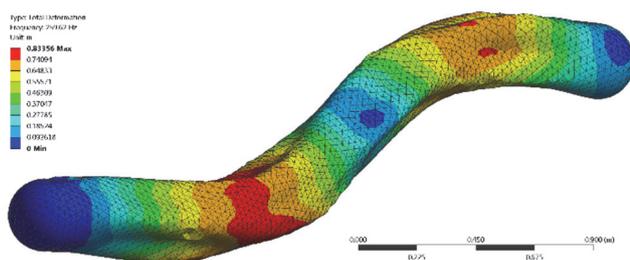
Поскольку в работе [9] имеется по два эталонных результата (для аналитической стержневой и численной оболочечной моделей), а в данной работе выполнены расчеты для пневмобалок с торцами и без, то для относительной погрешности (невязки) результатов в табл. 1 приведены максимальное ε_{\max} и минимальное ε_{\min} значения. Для результатов, полученных в данной работе, достигнута сеточная сходимость, поскольку соб-

ственные частоты при сгущении расчетной сетки с 0,03 до 0,015 м изменяются не более чем на 0,05–0,5%. Расхождение между результатами авторов статьи и эталонными результатами для стержневой модели [9] достигает 14,3%. Такая разница в результатах может объясняться различием в моделировании торцевых зон и граничных условий, а также особенностями построения стержневой аналитической модели: в частности, была

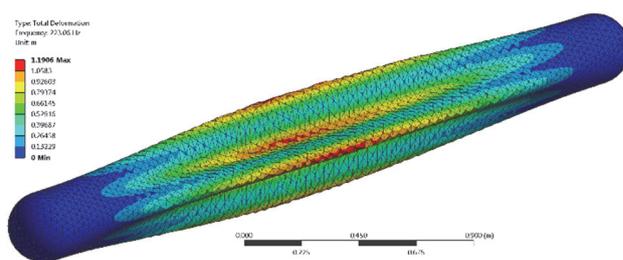
принята гипотеза, что сечения пневмобалки остаются круглыми и после деформации [9], однако, расчеты с использованием оболочечных моделей показывают, что это условие не всегда выполняется (рис. 4, а). Относительная погрешность для оболочечных конечно-элементных моделей не превышает 1%.

Кроме того, из одномерной стержневой модели могут быть получены только изгибные формы колебаний, а в трехмерных конечно-элементных моделях наблюдаются оболочечные формы колебаний, обусловленные волнообразованием как в

продольном, так и в кольцевом направлении. Поэтому второй изгибной форме колебаний, как правило, соответствует гораздо больший номер собственной формы. В частности, на рис. 4, а для случая 2.2 (с торцами) показана 24-я форма колебаний, которая является второй изгибной. Ее частота $f_{24} = 259,62$ Гц выше, чем, например, для 13-й формы колебаний (оболочечной), показанной на рис. 4, б, т.к. $f_{13} = 223,06$ Гц. Образование одной полуволны в продольном направлении и восьми полуволн в кольцевом соответствует 13-й форме.



а. $f_{24} = 259,62$ Гц (Hz)



б. $f_{13} = 223,06$ Гц (Hz)

Рис. 4. 24-я (а) – вторая изгибная и 13-я (б) собственные формы и частоты колебаний пневмобалки для случая 2.2 с торцами [Figure 4. The 24th mode shape (a), corresponded to the second bending shape, and 13th mode shape (b) of airbeam with ends (case 2.2)]

С учетом сделанных замечаний можно считать тестовую задачу успешно решенной, что позволяет использовать примененный подход для анализа собственных частот и форм колебаний воздухоопорной оболочки.

3. Исследование собственных частот и форм колебаний воздухоопорной оболочки

3.1. Описание расчетной модели

Объектом исследования выбрана воздухоопорная оболочка на прямоугольном плане размером 20×50 м, ее высота в высшей точке составляет 8,6 м, радиус скругления углов оболочки 2 м. Как правило, рабочее внутреннее давление под оболочкой составляет порядка $p = 150$ Па [15]. Оно может быть повышено в несколько (обычно от двух до четырех) раз в случае неблагоприятных погодных условий – сильного ветра или снегопада. Собственные частоты и формы колебаний зависят от обобщенной жесткости и распределения массы конструкции, поэтому по их изменению можно оценить, как меняется обобщенная жесткость воздухоопорной оболочки при повышении давления.

Начальная равновесная форма воздухоопорной оболочки не является канонической и была предварительно определена численно с помощью программы *ixForten 4000*.

Физико-механические параметры линейно-упругого ортотропного материала оболочки (условно-технической ткани с покрытием) приведены в табл. 3.

Таблица 3

Физико-механические характеристики материала [Table 3. Physical and mechanical properties of material]

| Характеристика [Property] | Величина [Value] |
|---|------------------|
| Плотность ρ , кг/м ³ [Density ρ , kg/m ³] | 1200 |
| Толщина h , м [Thickness h , m] | 0,001 |
| Модуль упругости в направлении нитей основы (вдоль короткой стороны) E_1 , МПа [Modulus of elasticity in warp direction (along the short side) E_1 , MPa] | 600 |
| Модуль упругости в направлении нитей утка (вдоль длинной стороны) E_2 , МПа [Modulus of elasticity in weft direction (along the long side) E_2 , MPa] | 300 |
| Модуль сдвига G_{12} , МПа [Shear modulus G_{12} , MPa] | 30 |
| Коэффициент Пуассона ν_{12} [Poisson ratio ν_{12}] | 0,1 |
| Коэффициент Пуассона ν_{21} [Poisson ratio ν_{21}] | 0,2 |

Расчет собственных частот и форм колебаний воздухоопорной оболочки произведен по методике, использованной в п. 2 данной работы.

Для определения оптимального размера конечного элемента и получения сеточной сходимости расчетная сетка была рассмотрена в трех ва-

риантах, параметры которых приведены в табл. 4. Расчетные сетки для вариантов 2 и 3 можно увидеть на рис. 5.

Таблица 4

Параметры расчетной сетки для рассмотренных моделей воздухоопорной оболочки [Table 4. Parameters of finite-element mesh used for the present models of air-supported structure]

| Модель [Model] | 1 | 2 | 3 |
|--|------|------|------|
| Размер КЭ, d , м [Size of FE, d , m] | 1,50 | 1,00 | 0,75 |
| Количество КЭ [Number of FE] | 1273 | 2712 | 4795 |

3.2. Результаты расчета воздухоопорной оболочки

На рис. 5 для двух вариантов расчетной сетки показаны цветовые карты максимальных главных растягивающих напряжений, рассчитанных при действии внутреннего избыточного давления под оболочкой $p = 150$ Па. На большей части оболочки напряжения меняются в незначительном диапазоне от 1,25 до 1,47 МПа, это говорит о том, что такую оболочку можно приближенно считать «рав-

нонапряженной» и, следовательно, рациональной. Величины напряжений и картина их распределения практически совпадают.

На рис. 6 показаны величины первых пяти собственных частот для моделей 1, 2 и 3. Влияние размера конечного элемента сильнее сказывается на более высоких частотах, поскольку размер полуволн становится меньше и более грубая сетка хуже аппроксимирует деформированную поверхность оболочки.

На рис. 7, $a-d$ показаны первые пять собственных форм колебаний воздухоопорной оболочки для модели 3 (сетка конечных элементов не показана). Формы собственных колебаний охарактеризованы парой параметров (m, n) , где m – число полуволн вдоль длинной, а n – число полуволн вдоль короткой стороны оболочки. На рис. 7, e для сравнения показана первая собственная форма, полученная при игнорировании дополнительной жесткости, создаваемой внутренним избыточным давлением: поскольку мембрана не обладает жесткостью на изгиб, то первой собственной форме соответствует локальное выпучивание оболочки вблизи одного из узлов расчетной сетки.

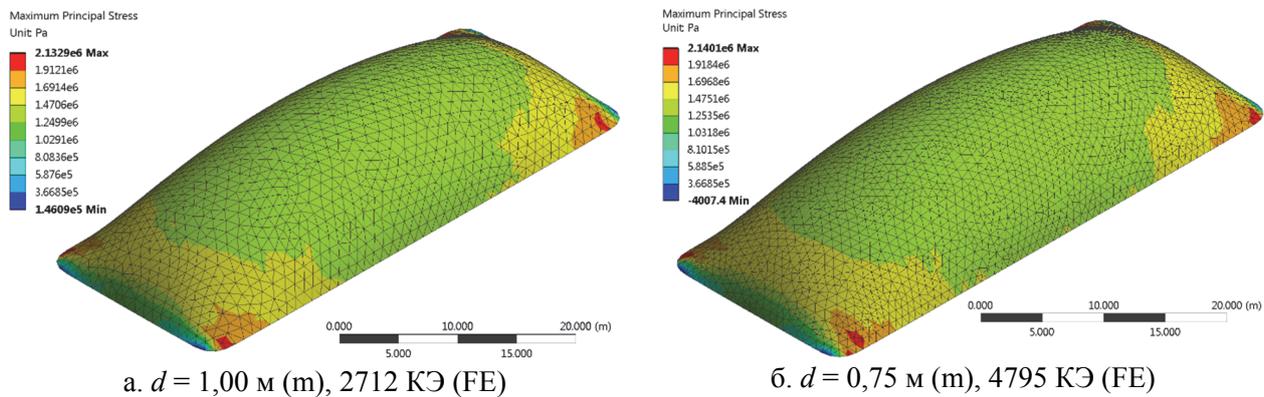


Рис. 5. Максимальные главные напряжения при действии внутреннего избыточного давления $p = 150$ Па [Figure 5. Maximum principal stress due to the action of internal pressure $p = 150$ Pa]

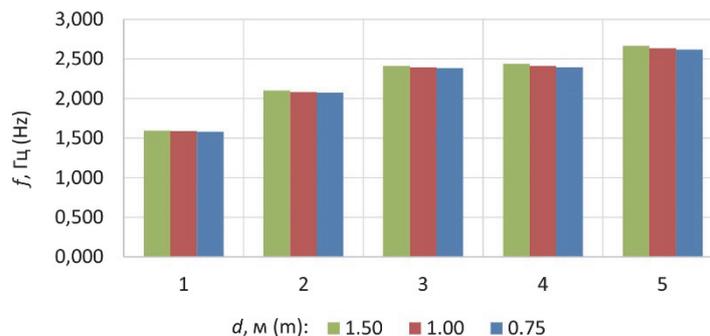
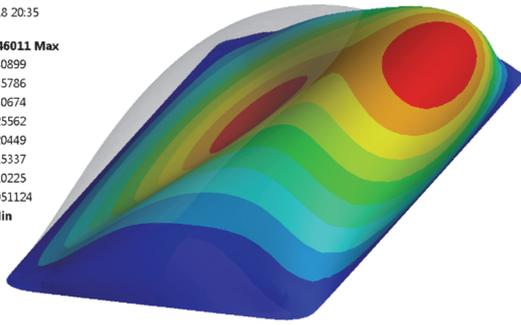


Рис. 6. Сеточная сходимость решений для моделей 1, 2 и 3 (зеленый, красный и синий столбцы соответственно) [Figure 6. Mesh convergence for the models 1, 2 and 3 (green, red and blue respectively)]

C: Modal
Total Deformation - Mode 1 - 1.5813 Hz
Type: Total Deformation
Frequency: 1.5813 Hz
Unit: m
12.04.2018 20:35

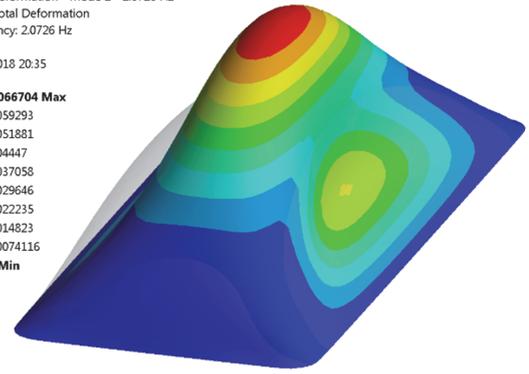
0.046011 Max
0.040899
0.035786
0.030674
0.025562
0.020449
0.015337
0.010225
0.0051124
0 Min



а. (1, 2), $f_1 = 1,581 \text{ Гц (Hz)}$

C: Modal
Total Deformation - Mode 2 - 2.0726 Hz
Type: Total Deformation
Frequency: 2.0726 Hz
Unit: m
12.04.2018 20:35

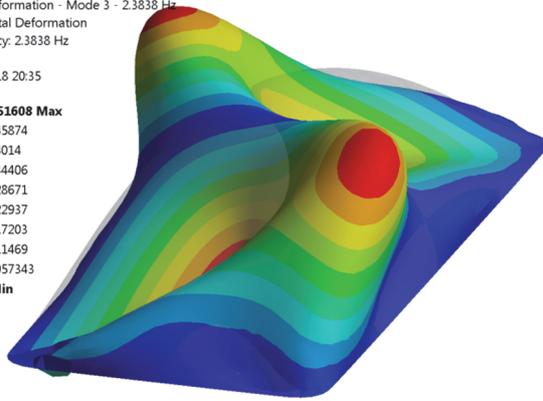
0.066704 Max
0.059293
0.051881
0.04447
0.037058
0.029646
0.022235
0.014823
0.0074116
0 Min



б. (1, 3), $f_2 = 2,073 \text{ Гц (Hz)}$

C: Modal
Total Deformation - Mode 3 - 2.3838 Hz
Type: Total Deformation
Frequency: 2.3838 Hz
Unit: m
12.04.2018 20:35

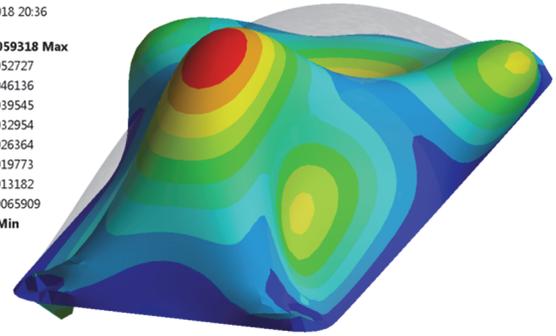
0.051608 Max
0.045874
0.04014
0.034406
0.028671
0.022937
0.017203
0.011469
0.0057343
0 Min



в. (2, 2), $f_3 = 2,384 \text{ Гц (Hz)}$

C: Modal
Total Deformation - Mode 4 - 2.394 Hz
Type: Total Deformation
Frequency: 2.394 Hz
Unit: m
12.04.2018 20:36

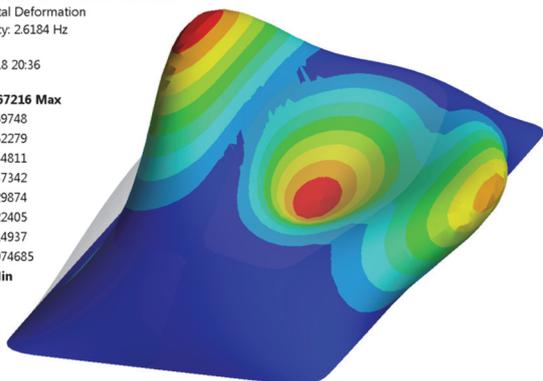
0.059318 Max
0.052727
0.046136
0.039545
0.032954
0.026364
0.019773
0.013182
0.0065909
0 Min



г. (2, 3), $f_4 = 2,394 \text{ Гц (Hz)}$

C: Modal
Total Deformation - Mode 5 - 2.6184 Hz
Type: Total Deformation
Frequency: 2.6184 Hz
Unit: m
12.04.2018 20:36

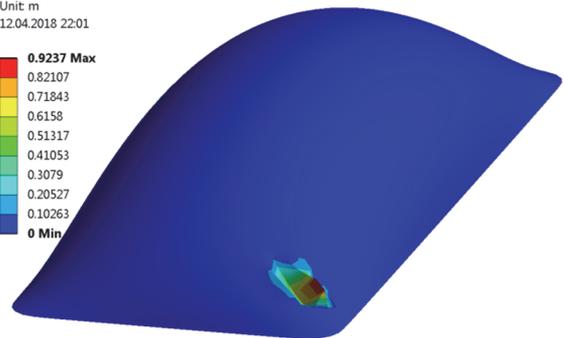
0.067216 Max
0.059748
0.052279
0.044811
0.037342
0.029874
0.022405
0.014937
0.0074685
0 Min



д. (1, 4), $f_5 = 2,618 \text{ Гц (Hz)}$

C: Modal
Total Deformation - Mode 1 - 1.5813 Hz
Type: Total Deformation
Frequency: 0.35072 Hz
Unit: m
12.04.2018 22:01

0.9237 Max
0.82107
0.71843
0.6158
0.51317
0.41053
0.3079
0.20527
0.10263
0 Min



е. $p = 0 \text{ Pa}$, $f_1 = 0,351 \text{ Гц (Hz)}$

Рис. 7. Собственные частоты и формы колебаний при действии внутреннего давления $p = 150 \text{ Па}$ для модели 3 (а–д); е – первая собственная частота и форма колебаний при отсутствии внутреннего избыточного давления [Figure 7. Natural frequencies and mode shapes for model 3 when internal pressure $p = 150 \text{ Pa}$ is applied (a–d); e – the first natural frequency and mode shape when internal pressure p is neglected]

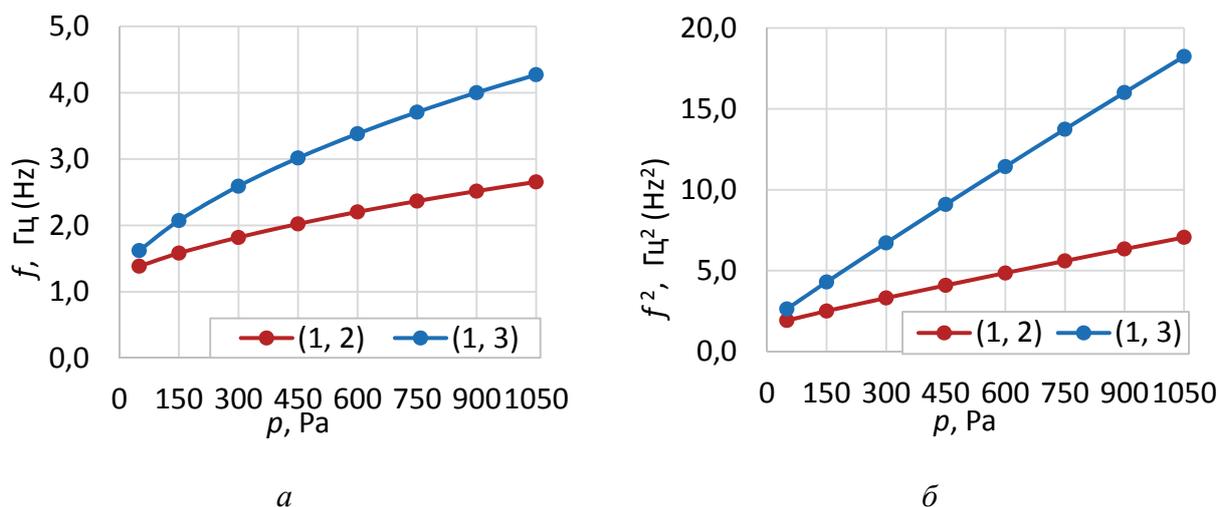


Рис. 8. Зависимость собственных частот (а) и квадратов собственных частот (б) для форм (1, 2) и (1, 3) от величины избыточного давления p (модель 3, $d = 0,75$ м)
 [Figure 8. Dependence of natural frequencies f (a) and squares of natural frequencies f^2 (б) on internal pressure p for the mode shapes (1, 2) and (1, 3). Model 3, $d = 0.75$ m]

На рис. 8 показаны графики зависимости собственных частот (а) и квадратов собственных частот (б) для форм (1, 2) и (1, 3) от величины избыточного давления p в диапазоне от 50 до 1050 Па. Следует отметить, что с ростом давления собственные формы трансформируются, меняется их порядок следования друг за другом в связи с изменением предварительного напряженно-деформированного состояния оболочки. Формы колебаний (1, 2) и (1, 3) были выбраны потому, что их конфигурация оставалась неизменной в рассмотренном диапазоне избыточного давления.

В книге [4, с. 437–438] при модальном анализе прямоугольных предварительно растянутых мембран показано, что квадраты собственных частот прямо пропорциональны растягивающему усилию. В воздухоопорных сооружениях растягивающие усилия практически прямо пропорциональны величине избыточного давления (при отсутствии других нагрузок), поэтому в указанном интервале давлений наблюдается почти линейная связь между величиной избыточного давления и квадратами собственных частот, показанная на рис. 8, б.

4. Анализ результатов и выводы

На основе проведенного обзора научной литературы была найдена и успешно решена тестовая задача по расчету собственных частот и форм колебаний предварительно напряженной цилиндрической оболочки из ортотропного материала. Получено хорошее соответствие между результатами из источника и результатами авторов статьи.

Расхождения по частотам колебаний для оболочечных моделей не превышают 1,8%, расхождение с аналитическим решением для стержневой модели не превышает 15%, что объясняется упрощениями, используемыми при построении аналитической стержневой модели, а также несколько различными подходами к учету влияния торцов оболочки.

Методика решения тестовой задачи была применена для численного исследования собственных частот и форм колебаний воздухоопорной оболочки на прямоугольном плане размером 20×50 м.

В работе выявлена практически линейная зависимость между величиной внутреннего давления и квадратами собственных частот, что соответствует результатам других исследователей.

© Мокин Н.А., Кустов А.А., Ганджунцев М.И., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Кривошапко С.Н. Пневматические конструкции и сооружения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 3. С. 45–53.
2. Пневматические строительные конструкции / В.В. Ермолов, У.У. Бэрд, Э. Бубнер и [др.]; под ред. В.В. Ермолова. М.: Стройиздат, 1983. 439 с.
3. Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б., Товстик П.Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. М.: Наука, 1979. 384 с.
4. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
5. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.

6. Бозняков Е.И., Афанасьева И.Н., Белостоцкий А.М. Численное моделирование аэроупругих колебаний тонкостенных оболочек в трехмерном воздушном потоке. Ч. 1: Верификация механической конечно-элементной модели // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций). 2016. Т. 12. № 2. С. 75–85.

7. Кравчук А.С., Шейнин С.А., Кравчук А.И., Тарасюк И.А. Новое уравнение малых поперечных колебаний прямоугольной композиционной мембраны при растяжении вдоль ее сторон // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки. 2015. № 2. С. 1–21. URL: <http://www.apriori-journal.ru/seria2/2-2015/Kravchuk-Shejnin-Kravchuk-Tarasyuk.pdf> (дата обращения: 14.04.2018).

8. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 448 с.

9. Aredo K.L., Ronel S., Jacquelin E., Tiem S. Free vibration analysis of inflatable beam made of orthotropic woven fabric // Thin-Walled Structures. 2014. (78). P. 1–15.

10. Thomas J.-C., Jiang Z., Wielgosz C. Continuous and Finite Element Methods for the Vibrations of Inflatable Beams // International Journal of Space Structures. 2006. № 4 (21). P. 197 – 222.

11. Бруяка В.А., Фокин В.Г., Солдусова Е.А., Глазунова Н.А., Адеянов И.Е. Инженерный анализ в ANSYS Workbench. Самара: Самар, гос. техн. ун-т, 2010. 271 с.

12. Леонтьев Н.В. Применение системы ANSYS к решению задач модального и гармонического анализа. Нижний Новгород, 2006. 101 с.

13. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений. М.: СКАД СОФТ, 2011. 736 с.

14. ANSYS Mechanical User's Guide. Release 15.0. Canonsburg, 2013. 1832 p.

15. Ермолов В.В. Воздухоопорные здания и сооружения. М.: Стройиздат, 1980. 304 с.

Об авторах

Мокин Николай Андреевич – аспирант кафедры строительной и теоретической механики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. *Область научных интересов:* расчеты воздухоопорных сооружений. eLibrary SPIN-код: 5158-6640. *Контактная информация:* e-mail – mokiavelli@mail.ru.

Кустов Алексей Андреевич – аспирант кафедры металлических и деревянных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. *Область научных интересов:* исследования сооружений (в том числе воздухоопорных), изготовленных из технических тканей с покрытием. eLibrary SPIN-код: 2698-4408. *Контактная информация:* e-mail – alexeykustov@outlook.com.

Ганджунцев Михаил Иоакимович – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной и теоретической механики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет. *Область научных интересов:* динамика сооружений, нелинейная строительная механика. eLibrary SPIN-код: 4792-5460. *Контактная информация:* e-mail – oppmgsu2014@yandex.ru.

Для цитирования

Мокин Н.А., Кустов А.А., Ганджунцев М.И. Численное исследование собственных частот и форм колебаний воздухоопорных сооружений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 337–347. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-337-347.

SCIENTIFIC ARTICLE

Numerical investigation of natural frequencies and mode shapes of air-supported structures

Nikolay A. Mokin*, Alexey A. Kustov, Mikhail I. Gandzhuntsev

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
26 Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russian Federation

*Corresponding author

(received: May 18, 2018; accepted: August 02, 2018)

Abstract. Natural frequencies and mode shapes are important properties of engineering structures and buildings. Modal analysis of the prestressed membrane structures made of orthotropic material is described in this paper. The equation of motion of the system with finite number of degrees of freedom was given in the matrix form. Features of the modal analysis of prestressed system are described. To validate our technique, we have found in the literature and repeated the modal analysis of cylindrical membrane structure (inflated beam). In the source paper the analytical solutions for the natural frequencies were obtained for the one-dimensional (beam) model with taking into account orthotropic mechanical properties and prestress. In this paper the test case was solved for the spatial shell model using finite element analysis, realized in program software “ANSYS Mechanical”. Comparison between authors’ results and results described in reference is carried out.

The possible reasons of results divergence are explained. The validated technique has been applied to modal analysis of an air-supported structure based on the rectangular plan of 20×50 m. Models with different mesh sizes were used to achieve the mesh convergence of results. Almost linear dependence between internal pressure and squares of natural frequencies has been received. This result is in the accordance with known solutions, described in the literature for isotropic membranes.

Keywords: air-supported structure, air-beam, modal analysis, natural frequencies and mode shapes, finite elements method

References

1. Krivoshapko S.N. (2015). Pnevmaticheskie konstrukcii i sooruzheniya [Pneumatic structures and buildings]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstrukcij i sooruzhenij* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings], (3), 45–53. (In Russ.)
2. Ermolov V.V., Berd U.U., Bubner E., Vitting L., Voznesenskii S.B., ... Harnach R. (1983). *Pnevmaticheskie Stroitel'nye Konstruktsii* [Pneumatic Engineering Structures]. Moscow, Stroizdat Publ., 439. (In Russ.)
3. Gol'denveizer A.L., Lidskii V.B., Tovstik P.E. (1979). *Svobodnye Kolebaniya Tonkikh Uprugikh Obolochek* [Free Vibrations of Thin Elastic Shells]. Moscow, Nauka Publ., 384. (In Russ.)
4. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver W. (1985). *Kolebaniya v inzhernom dele* [Vibration problems in engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 472. (In Russ.)
5. Vol'mir A.S. (1972). *Nelineinaya dinamika platinok i obolochek* [Nonlinear dynamics of plates and shells]. Moscow, Nauka Publ., 432. (In Russ.)
6. Boznyakov E.I., Afanasyeva I.N., Belostotsky A.M. (2016). Chislennoe modelirovanie aehro-uprugih kolebanij tonkostennykh obolochek v trekhmernom vozdušnom potoke [Numerical Simulation of Fluid-Structure Interaction Between Elastic Thin-Wall Structure and 3-D Transient Flow]. Part 1: Verification of the mechanical finite element model. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (IJCCSE)*, 12(2), 75–85. (In Russ.)
7. Kravchuk A.S., Scheinin S.A., Kravchuk A.I., Tarasyuk I.A. (2015). Novoe uravnenie malyh poperechnykh kolebanij pryamougol'noj kompozicionnoj membrany pri rastyazhenii vdol' ee storon [New Equation of Small Transverse Oscillations of a Rectangular Composite Membrane Stretched Along Its Sides]. *APRIORI. Seriya: Estestvennyye i tekhnicheskie nauki*, (2), 1–21. Available from <http://www.apriori-journal.ru/seria2/2-2015/Kravchuk-Shejinin-Kravchuk-Tarasyuk.pdf> [Accessed: 14.04.2018]. (In Russ.)
8. Ambartsumyan S.A. (1974). *Obshchaya Teoriya Anizotropnykh Obolochek* [General Theory of Anisotropic Shells]. Moscow, Nauka Publ., 448. (In Russ.)
9. Apeđo K.L., Ronel S., Jacquelin E., Tiem S. (2014). Free vibration analysis of inflatable beam made of orthotropic woven fabric. *Thin-Walled Structures*, 78, 1–15.
10. Thomas J.C., Jiang Z., & Wielgosz C. (2006). Continuous and finite element methods for the vibrations of inflatable beams. *International journal of space structures*, 21(4), 197–222.
11. Bruyaka V.A., Fokin V.G., Soldusova E.A., Glazunova N.A., Adeyanov I.E. (2010). *Inzhenernyi analiz v ANSYS Workbench* [Engineering Analysis with Ansys Workbench]. Samara, SSTU Publ., 271. (In Russ.)
12. Leont'ev N.V. (2006). *Primenenie sistemy ANSYS k resheniyu zadach modal'nogo i garmonicheskogo analiza* [Use of ANSYS System to The Modal and Harmonic Analysis]. Nizhny Novgorod, 101. (In Russ.)
13. Perel'muter A.V., Slivker V.I. (2011). *Raschetnye modeli sooruzheniy i vozmozhnost' ikh analiza* [Calculation models of building and possibility of their analysis]. Moscow, SCAD Soft Publ., 736. (In Russ.)
14. *ANSYS Mechanical User's Guide. Release 15.0*. (2013). Canonsburg, USA, 1832.
15. Ermolov V.V. (1980). *Vozdukhooportnye zdaniya i sooruzheniya* [Air-Supported Buildings and Structures]. Moscow, Stroizdat Publ., 304. (In Russ.)

About the authors

Nikolay A. Mokin – Postgraduate Student, Department of Structural and Theoretical Mechanics, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU). *Research interests:* structural analysis of air-supported structures. *Contact:* mokiavelli@mail.ru. eLibrary SPIN-code: 5158-6640.

Alexey A. Kustov – Postgraduate Student, Department of Metal and Wooden Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU). *Research interests:* membrane structures made of technical coated fabric (including air-supported structures). *Contact:* alexeykustov@outlook.com. eLibrary SPIN-code: 2698-4408.

Mikhail I. Gandzhuntsev – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Structural and Theoretical Mechanics, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU). *Scientific interests:* dynamics of structures, non-linear structural mechanics. *Contact:* oppmgsu2014@yandex.ru, eLibrary SPIN-code: 4792-5460.

For citation

Mokin N.A., Kustov A.A., Gandzhuntsev M.I. (2018). Numerical investigation of natural frequencies and mode shapes of air-supported structures. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 337–347. DOI: 110.22363/1815-5235-2018-14-4-337-347. (In Russ.)

Экспериментальные исследования

УДК 624.04+624.014

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-348-356

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Экспериментальные исследования прочности фланцевых соединений

М.П. Сон

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Комсомольский проспект, 29, Пермь, Пермский край, Российская Федерация, 614990

(поступила в редакцию: 17 апреля 2018 г.; принята к публикации: 10 июля 2018 г.)

В России экспериментальных исследований фланцевых соединений балок с колоннами ранее не проводилось, что повлекло за собой отсутствие нормативных методик их расчета и проектирования. В статье приводятся результаты полномасштабных натурных испытаний трех моделей фланцевых соединений. Модели различны по классу прочности болтов, толщине фланца и схеме нагружения. Цель экспериментов – исследование работы и несущей способности фланцевых соединений балок с колоннами в упругой и упругопластической стадии при действии статических нагрузок. Эксперименты проходили по многофакторному плану. Исследования проводились на разработанном автором испытательном стенде, представляющем замкнутый силовой контур, воспринимающий давление домкратов без возникновения реакций на силовой пол лаборатории. Давление в системе нагружения фиксировалось манометрами, перемещения – линейными датчиками перемещений, деформации – тензорезисторами. По результатам экспериментов показано, что возможно проектирование и эксплуатация фланцевых соединений без элементов усиления, таких как ребра жесткости, вуты, обратные фланцы, опорные столики и пр. До нагрузок 25–35 тс соединения работали линейно, разрушение образцов происходит при моментах силы 45–50 тс·м. Усилия, воспринимаемые натурными моделями, оказались в несколько раз выше усилий, вычисленных в программе «Комета-2» и рекомендуемых для расчета фланцевых соединений.

Ключевые слова: фланец, узел, колонна, полномасштабные испытания

Введение

Основная задача проектирования и расчета сооружений – это обеспечение надежности при минимизации затрат, т.е. снижение как материалоемкости, так и трудоемкости, что достигается введением методов оптимального проектирования, позволяющих максимально полно использовать несущие способности сооружения и его частей. Оптимальное проектирование возможно при соответствии расчетных схем с реальной физической работой конструкций, что может быть достигнуто только посредством экспериментальных и численных исследований. Дальнейшим шагом является разработка достаточно простой инженерной методики, позволяющей проектировщику создавать исследованные конструкции самостоятельно.

По причине отсутствия в России экспериментальных исследований фланцевых соединений балок (ригелей) с колоннами отечественные узлы выполняются нерационально (рис. 1).

Постановка проблемы

1. Отсутствие достаточного количества априорной информации (экспериментов). Советскими учеными проводились испытания на растяжение фланцевых соединений (ФС), усталостной прочности растянутых ФС [1], ФС изгибаемых элементов [2]. Испытаний узлов ФС типа балка – колонна в России (СССР) не проводились, поэтому узлы, вошедшие в серию 2.440-2 (рис. 1), имеют большое количество конструктивных элементов – вут, обратный фланец, опорный столик, ребра жесткости, фасонки – в установке которых нет необходимости. Дальнейшие исследования в этой области были приостановлены, что привело к практическому отказу от проектирования зданий жилого и общественного назначения на металлокаркасах. В странах Европы, США, Канаде, Китае, где доля гражданского строительства на металле занимает 40–70%, исследования ФС ведутся до сих пор [3–9]. Наиболее часто воспроизводимым экспериментом явля-

ется испытание элементарных Т-образных фланцевых соединений [10]. Это дает лишь относительное представление о работе ряда болтов и фланца, но не дает полного представления о работе соединения. На методике «расчленения» ФС на отдельные Т-образные элементы основан, например, принцип расчета таких узлов в Eurocode.

2. Расширение сортамента металлопроката в России. В настоящий момент вышел ГОСТ [11] по горячекатаному двутавру, согласно которому компоновка сечения двутавров отличается от принятой ранее [12]. Следовательно, решения принятые для старого сортамента могут оказаться ненадежными или неэкономичными по отношению к новому.

3. Отсутствие отечественных норм по проектированию и расчету ФС. В России (СССР) проблемой ФС активно занимались до 1990 г. Такие ученые, как И.Д. Грудев, В.В. Каленов, В.В. Катьошин, В.М. Горпиченко, В.Б. Глауберман внесли большой вклад в изучение прочности ФС [13]. Аккумулятивным эффектом их работы послужил выход рекомендаций по расчету, проектированию, изготовлению и монтажу фланцевых соединений стальных строительных конструкций [14] и серии 2.440-2 [15] по проектированию жестких (рамных) узлов соединения балок и колонн. На сегодняшний день эти нормативные документы не имеют силы.

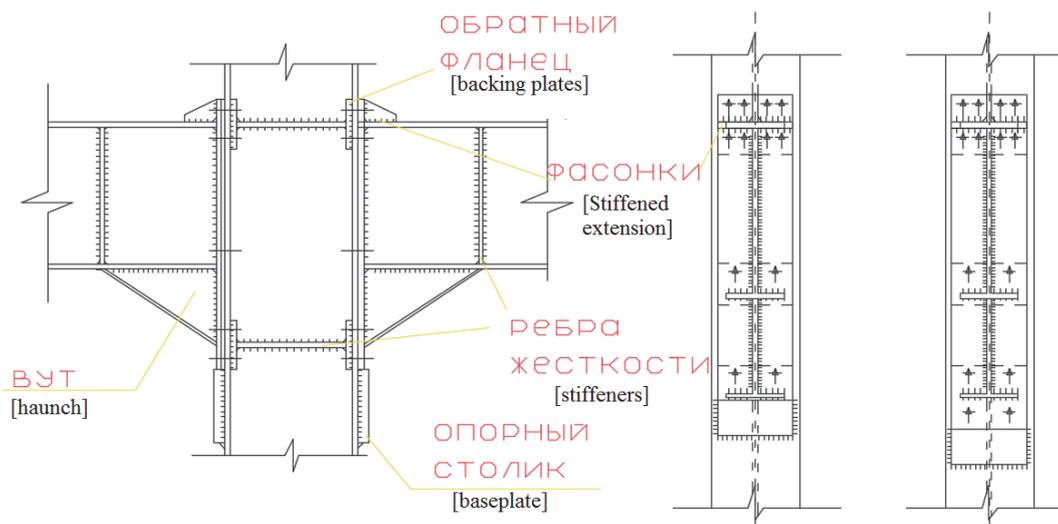


Рис. 1. Узел по серии 2.440-2
[Figure 1. Node for the 2.440-2 series]

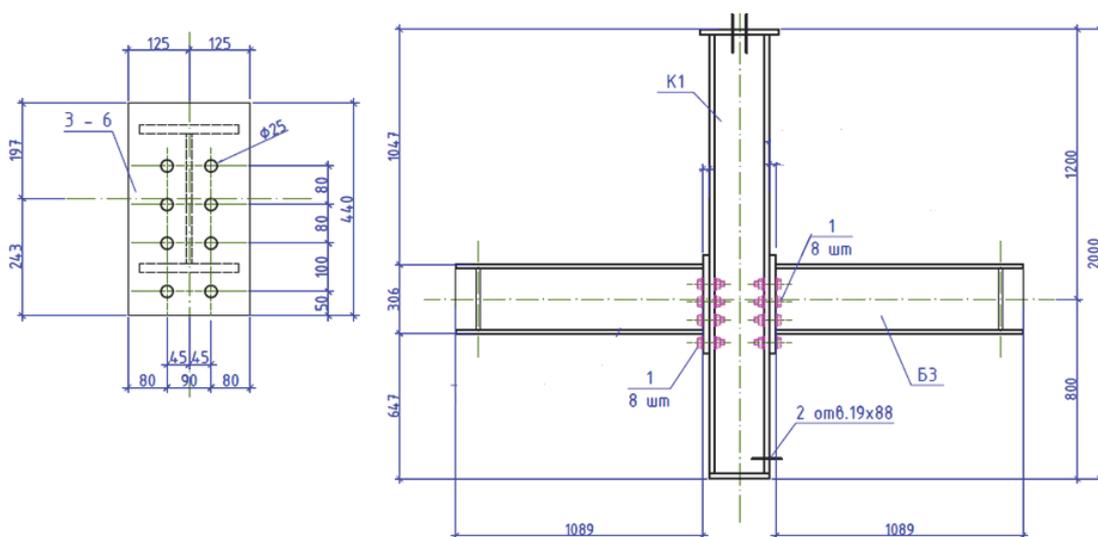


Рис. 2. Чертеж натурной модели
[Figure 2. Drawing of the full-scale model]

Справочные материалы [14; 15] требуют проектировать соединения только на высокопрочных болтах из стали 40Х «Селект» с временным сопротивлением не ниже 1100 МПа, допускать во фланце только упругие деформации, в каждый узел устанавливать опорный столик и обратные фланцы в растянутую зону. Стремиться к применению в узлах вутов. В серии 2.440-2 узлы разбиты на два типа: с гибкими фланцами толщиной 27 мм и жесткими фланцами толщиной 45 мм. В Европе предпочитают использовать более тонкие фланцы и болты класса прочности 8.8.

В 2016–2017 гг. в лаборатории строительного факультета Пермского национального исследовательского политехнического университета (ПНИПУ) при участии Ассоциации развития стального строительства (АРСС) проводились испытания полномасштабных моделей фланцевых соединений (рис. 2). Цель экспериментов – исследование работы и несущей способности фланцевых соединений балок с колоннами в упругой и упругопластической стадии при действии статических нагрузок. Эксперименты проходили по многофакторному плану.

Сечение балок и колонны – сварные двутавры 30Ш3 и 25К6 соответственно [11], болты М24. Длины балок также соответствуют натуре. Во-первых, длины достаточны, чтобы уйти от краевых эффектов. Во-вторых, балки реального каркаса и балки натурной модели описываются одинаковыми уравнениями (Эйлера – Бернулли). В-третьих, достигается аналогичный масштаб в модели и конструкции по соотношению изгибающего момента к поперечной силе M/Q . Для 6-метрового пролета конструкции, нагруженного равномерной нагрузкой q , опорный момент составит $M = ql^2/12$, а $Q = ql/2$. Соответственно $M/Q = 1$ м. В натурной модели плечо от центра давления домкрата до расчетного сечения равно 1 м (рис. 2).

Данный узел не имеет никаких дополнительных конструктивных элементов, что значительно упрощает его изготовление и монтаж несущих и ограждающих конструкций, который проходит согласно СП 70.13330.2012 в следующей последовательности. Очищается поверхность фланцев от следов масла растворителем, затем механической круглой щеткой по металлу. Кипятятся болты, гайки и шайбы в воде 10–15 мин., после чего в горячем состоянии промываются в приготовленной смеси, состоящей из 75% неэтилированного бензина и 25% минерального масла. Не позже чем через 8 часов выполняется сборка. Сначала затягиваются болты монтажным ключом,

следом на 0,9 несущей способности болтов затягиваются динамометрическим ключом, натяжение производится от середины к краям (рис. 3). Плотность стыка ФС контролируется щупом 0,1 мм.

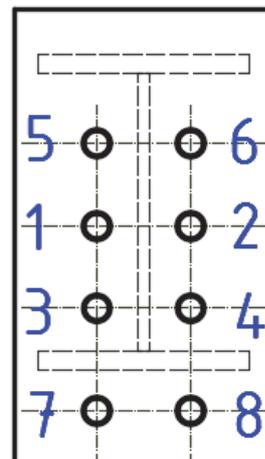


Рис. 3. Последовательность предварительной затяжки болтов. Монтаж узла
[Figure 3. Sequence of preliminary tightening of bolts. Assembly of the node]

Для расчета узла используется сателлит программы SCAD – «Комета-2» [16], который помогает рассчитать и спроектировать узлы (рис. 4, табл. 1). Расчетная несущая способность балки 30Ш3 составляет порядка 35 тс·м. Проверим узел на усилии 30 тс·м.

По результатам расчета видно, что узел не проходит в два с лишним раза. В основном не проходит стенка колонны, но также условиям прочности не удовлетворяют и фланец, и сварные швы. Выходит, что такой узел, по практикуемым в России расчетам, можно использовать для восприятия момента в 13 тс·м. Если увеличить толщину фланца, то можно добиться 15 тс·м на 30 мм фланце.

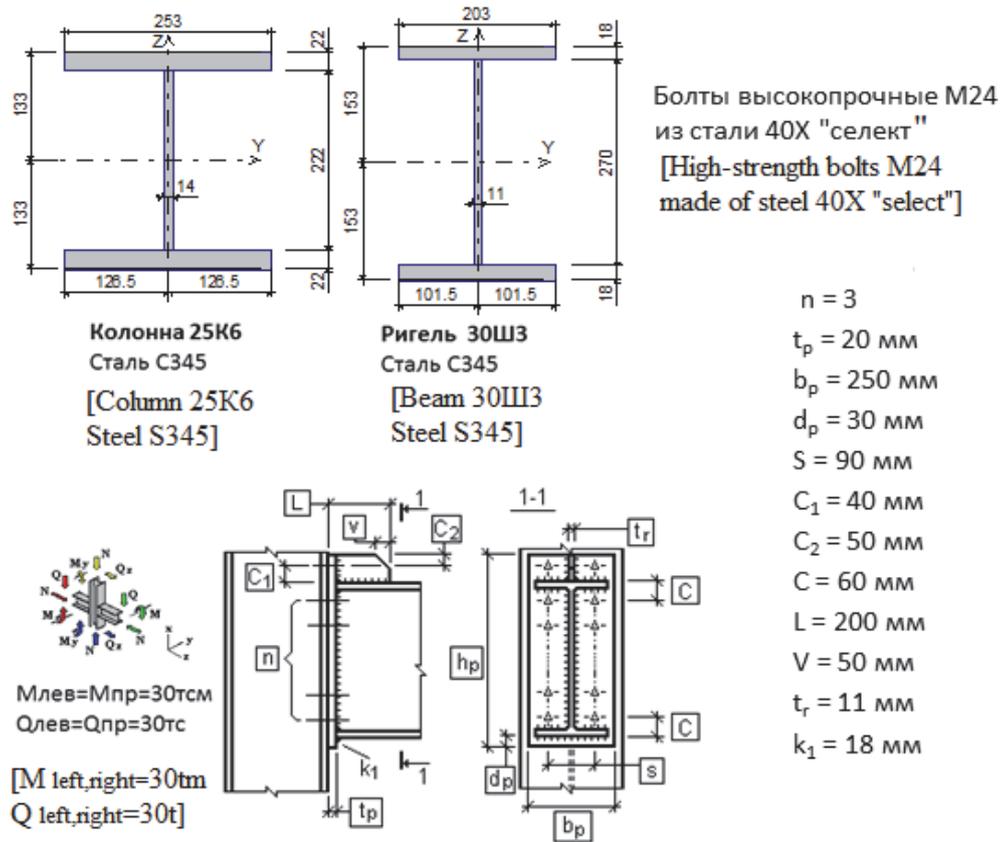


Рис. 4. Данные для расчета узла в программе «Комета-2»
 [Figure 4. Data for the calculation of the node in “Kometa-2” program]

Таблица 1

Проверка прочности фланцевого соединения
 [Table 1. Checking the strength of the flange connection]

| Проверено по СП [Checked by Set of Rules] | Проверка [Checking] | Коэффициент использования [Ratio of bearing capacity] |
|--|---|--|
| | Прочность фланца из условия смятия торцевой поверхности [The strength of the flange from the condition of crushing of the end surface] | 0,091 |
| п. 8.1.3, (7) | Прочность фланца из условия общей устойчивости [The strength of the flange from the condition of general stability] | 0,161 |
| п. 9.5.14, (82) | Прочность фланца из условия местной устойчивости свеса полки [The strength of the flange from the local stability condition of the overhang shelf] | 0,424 |
| | Прочность фланца при изгибе с учетом ослабления отверстиями [Bending strength of the flange, taking into account the weakening of the holes] | 1,679 |
| п. 15.1.16, (155), (156), п. 15.1.17, (157), (158), п. 15.1.19, (161), (162) | Прочность сварного соединения ригеля с фланцем [Strength of a welded joint with a flange] | 1,372 |
| п. 15.3.3, (170), п. 15.3.4, (171) | Прочность болтового соединения фланца с полкой колонны [The strength of the bolted connection of the flange to the column shelf] | 0,481 |
| п. 9.2.2, (40), (41) | Прочность стенки колонны по местным напряжениям [The strength of the column wall by local stresses] | 2,323 |
| п. 9.2.2, (38) | Прочность стенки колонны по приведенным напряжениям [The strength of the column wall by reduced stresses] | 2,02 |
| п. 9.5.2, (71), (72), п. 9.5.3, (73) | Местная устойчивость стенки колонны [Local stability of the column wall] | 0,046 |

Определим несущую способность узлов по результатам эксперимента.

Описание оборудования

Стенд представляет замкнутый силовой контур (рис. 3), воспринимающий давление домкратов без возникновения реакций на силовой пол лаборатории. Поскольку ФС балок с колоннами могут быть двух типов: в колоннах центральных рядов – с двусторонним примыканием балок (узлы типа +), в колоннах крайнего ряда – с односторонним примыканием балки (узлы типа Т), испытательный стенд должен проектироваться на оба режима работы. Балки нагружаются домкратами Д1, развивающими усилия до 56 т и Д2 (до 110 т).

Для проведения сложных экспериментов необходимо применять современное измерительное оборудование и системы записи, хранения и обработки данных. В наших экспериментах все деформации измеряются тензорезисторами FLA-10-11 с базой 10 мм, такой же тензорезистор крепится на термокомпенсатор, все перемещения измеряются линейными датчиками перемещений ДПЛ 100. Каждые 2 секунды идет опрос показателей всех приборов с записью и хранением данных на универсальный многоканальный измеритель-регистратор «Терем-4.1». Давление в системе фиксируется манометрами. Перемещение точек натурной модели замеряется относительно специально выставленной отсчетной базы, не связанной с силовой рамой (рис. 4). ДПЛ крепится соосными шарнирами к отсчетной базе и точке модели, что предотвращает их порчу во время чрезмерного деформирования модели на последних стадиях нагружения.

Для установления удлинений и вычисления приращения усилий в болты растянутой зоны устанавливаются ДПЛ. Замер размеров и начальных несовершенств: геометрия сечений и линейные размеры замеряются металлическими линейками – линейкой 30 см с погрешностью определения размера 0,1 мм и линейкой 1 м с погрешностью 0,2 мм. Толщины листов определялись штангенциркулем с замером толщины в нескольких точках. В листах, заваренных со всех сторон, сверлилось небольшое отверстие, замер толщины производился выдвижным штоком. Больше контрольных точек измерения толщины имели фланцы и полки колонн в местах стыка, т.к. в этих местах толщина более неравномерна из-за фрезеровки поверхностей, которая необхо-

дима для достижения нужной плотности контакта (зазор 0,1 мм уже недопустим). Общее отклонение точек моделей от плоскости фиксировалось путем замера расстояний от натянутой струны.

Расклейка тензорезисторов (ТР) и расстановка ДПЛ осуществляется согласно данным численных моделей. Для места наклейки ТР выбираются характерные точки натурной модели с большими деформациями, но относительно малыми их градиентами.

Описание экспериментов и результатов испытаний

Эксперимент № 4¹ (рис. 5). Узел типа *m*, толщина фланцев 20 мм, класс прочности болтов 10.9, сталь 40Х «Селект» с временным сопротивлением $R_u = 1060$ МПа (согласно испытаниям болтов на разрыв). Затяжка болтов производилась динамометрическим ключом на момент $M = 1100$ Нм. Плечо от равнодействующей силы домкрата до контакта фланцев равно 1 м плюс толщина фланца, итого 1,02 м. Нагружение образца осуществляется одним домкратом. Разрушающая сила P составила 42,8 тс. При этой величине воздействия произошел разрыв болта нижнего ряда.

Эксперимент № 8 (рис. 6). Узел типа +, толщина фланцев 30 мм, класс прочности болтов 8.8, сталь 20Г2Р с временным сопротивлением $R_u = 960$ МПа (согласно испытаниям болтов на разрыв). Момент затяжки болтов 900 Нм. Плечо от равнодействующей силы домкрата до контакта фланцев 1,03 м. Нагружение образца осуществлялось тремя домкратами: слева 100-тонный, справа и снизу 50-тонный. Разрушение модели произошло при нагрузке на левом домкрате 48,6 тс (на правом соответственно 24,8 тс). При этой величине воздействия одновременно разорвалось два нижних болта.

Эксперимент № 9 (рис. 7). Узел типа +, толщина фланцев 16 мм, болты 8.8. Момент затяжки болтов 900 Нм. Нагружение образца осуществлялось тремя домкратами: снизу 100-тонный, справа и слева 50-тонный (рис. 7). При достижении силой P 44,2 т треснул фланец под швом. Наблюдались большие остаточные деформации, нижние два ряда болтов были сильно изогнуты, на одном болте имелись следы начинающегося разрыва.

¹ Соответствует фактическому порядковому номеру испытания.

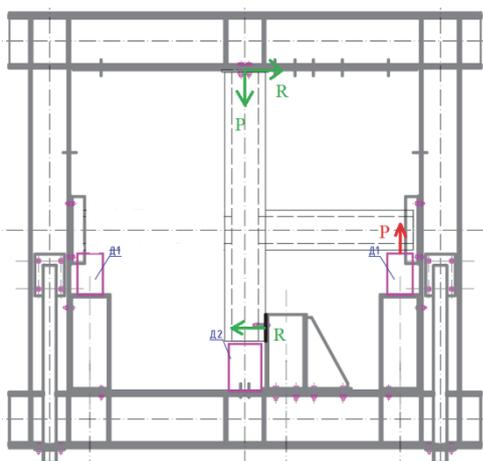


Рис. 5. Натурная модель № 4
[Figure 5. The full-scale model № 4]

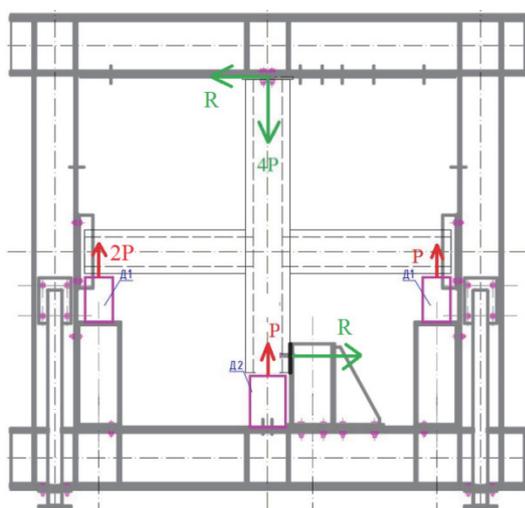


Рис. 6. Натурная модель № 8
[Figure 6. The full-scale model № 8]

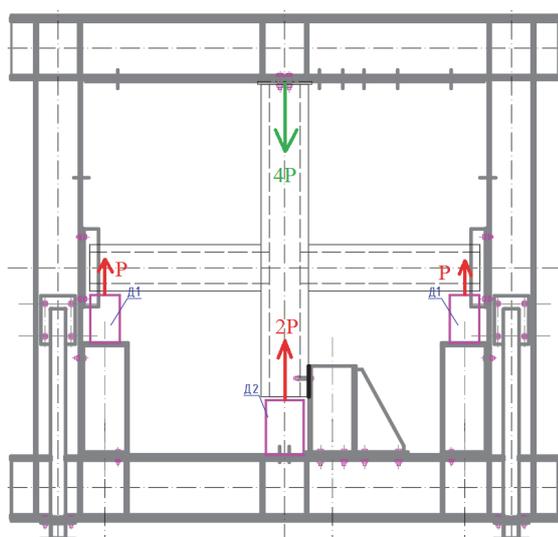


Рис. 7. Натурная модель № 9
[Figure 7. The full-scale model № 9]

Графики «сила – перемещение» описанных выше испытаний представлены на рис. 8. Измерение перемещений происходит для точек, расположенных на расстоянии 85 см от контакта фланцев (рис. 5). Нагружение натурных моделей производилось ступенями нагрузки – разгрузка с шагом приращения 2–4 тс. Графики показаны только по точкам нагрузки, но с учетом кратковременной ползучести. Точки, соответствующие разрушению образцов на рис. 8 не показаны, т.к. часть ДПП перед разрушением снимается с модели.

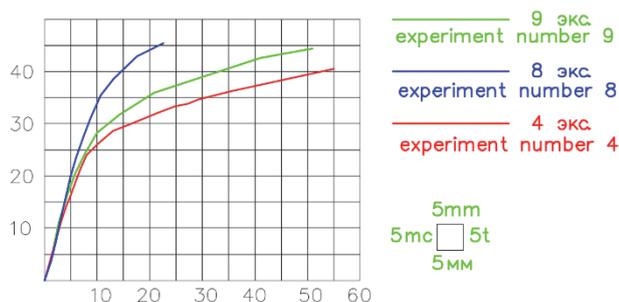


Рис. 8. Графики «сила – перемещение»
[Figure 8. Power – displacement graphs]

По графикам видно, что до нагрузок 25–35 тс узлы работают линейно, разрушение происходит от сил свыше 40 тс. Для данных узлов, в зависимости от толщины фланца, класса прочности болтов и схемы нагружения, предельный момент составил 45–50 тс·м. Расчетные значения усилий в «Комете-2» (табл. 1.) получились в 2,5 раза меньше, чем усилия в натурной модели, при которых она находилась в нормативном состоянии, и до 4-х раз меньше предельных усилий. Основным сценарием разрушения моделей являлся разрыв 1-го ряда растянутых болтов, по таблице 1 наоборот не проходило все, кроме болтов.

Выводы

Проведенное исследование показывает необходимость разработки методик расчета фланцевых соединений балок с колоннами и внесение их в строительные нормы. Проведенные натурные испытания показывают, что возможно проектирование и эксплуатация фланцевых соединений без элементов усиления, таких как ребра жесткости, вуты, обратные фланцы, опорные столики и пр., обязательные по серии 2.440-2. Испытание фланцевых соединений на болтах класса прочности 8.8 не выявили негативных эффектов по сравнению с использованием болтов класса 10.9.

© Сон М.П., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Каленов В.В., Соскин А.Г., Евдокимов В.В. Исследования и расчет усталостной прочности фланцевых соединений растянутых элементов конструкций // Болтовые и специальные монтажные соединения в стальных строительных конструкциях: труды Международного коллоквиума, СССР, Москва, 15–20 мая 1989 г. В 3 т. Т. 2. С. 41–17.
2. Катюшин В.В. Здания с каркасами из стальных рам переменного сечения. М.: Стройиздат, 2005. 450 с.
3. Sumner E.A., Murray T.M. Behaviour and design of multi-row extended end-plate moment connections // Proceedings of International Conference Advances in Structures (ASCCA'03). Sydney, 2003.
4. Undermann D., Schmidt B. Moment Resistance of Bolted Beam to Column Connections with Four Bolts in each Row // Proceedings of IV European Conference on Steel and Composite Structures "Eurosteel 2005". Maastricht, 2005.
5. Pisarek Z., Kozłowski A. End-plate steel joint with four bolts in the row // Proceeding of the International Conference "Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures" / Gizejowski, Kozłowski, Slecza & Ziolkowski (eds.). London: Taylor & Francis Group, 2006. Pp. 257–826.
6. Sokol Z., Wald F., Delabre V., Muzeau J.P., Svarc M. Design of end plate joints subject to moment and normal force // Eurosteel Coimbra. 2002. Pp. 1219–1228.
7. Urbonas K., Daniunas A. Behaviour of steel beam-to-beam connections under bending and axial force // Proceedings of 8th International Conference "Modern Building Materials, Structures and Techniques", Lithuania, Vilnius, May 19–21, 2004. Pp. 650–653.
8. Cerfontaine F., Jaspert J.P. Analytical study of the interaction between bending and axial force in bolted joints // Eurosteel Coimbra. 2002. Pp. 997–1006.
9. Jaspert J.P. General report: session on connections // Journal of Constructional Steel Research. 2000. Vol. 55. Pp. 69–89.
10. James A. Swanson. Ultimate Strength Prying Models for Bolted T-stub Connections // Engineering journal. Third quarter. 2002. Pp. 136–147.
11. ГОСТ Р 57837-2017. Двутавры стальные горячекатаные с параллельными гранями полок. Технические условия.
12. Ведяков И.И., Конин Д.В. О совершенствовании отечественных сортовых двутавровых профилей с параллельными гранями полок для колонн и развитии норм проектирования современных металлических конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 3. С. 50–56.
13. Грудев И.Д. Прочность фланцевых соединений элементов открытого профиля // Болтовые и специальные монтажные соединения в стальных строительных конструкциях: труды Международного коллоквиума, СССР, Москва, 15–20 мая 1989 г. В 3 т. Т. 2. С. 7–13.
14. Рекомендации по расчету, проектированию, изготовлению и монтажу фланцевых соединений стальных строительных конструкций // СО Стальмонтаж, ВНИПИ Промстальконструкция, ЦНИИПСК им. Мельникова. М., 1988. 83 с.

15. Серия 2.440-2. Узлы стальных конструкций производственных зданий промышленных предприятий. Вып. 1: Шарнирные узлы балочных клеток и рамные узлы примыкания ригелей к колоннам. Чертежи КМ. ЦИТП Госстроя СССР. 1989. 80 с.

16. Криксунов Э.З., Перельмутер А.В., Юрченко В.В. Расчетные модели фланцевых соединений рамных узлов металлических конструкций и их программная реализация в SCAD Office // Бюллетень строительной техники. 2010. № 1. С. 56–59.

Об авторе

Сон Марк Петрович – кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций и вычис-

лительной механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет. *Область научных интересов*: нелинейные задачи строительной механики, устойчивость сооружений, узлы строительных конструкций. *Контактная информация*: e-mail – mark-son@mail.ru. ORCID: 0000-0003-4094-8376. E-library SPIN-код: 9375-6707.

Для цитирования

Сон М.П. Экспериментальные исследования прочности фланцевых соединений // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 4. С. 348–356. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-348-356.

SCIENTIFIC ARTICLE

Experimental studies of strength flanged connections

Mark P. Son

Perm National Research Polytechnic University
29 Komsomolsky prospect, Perm, 614600, Russian Federation

(received: April 17, 2018; accepted: July 11, 2018)

Abstract. In Russia experimental studies of flange joints of beams with columns have not been carried out previously, which led to the absence of normative methods for their calculation and design. The article presents the results of full-scale tests of three models of flange connections. Models vary in bolt strength, flange thickness, and loading pattern. The purpose of the experiments was to study the operation and bearing capacity of flange joints of beams with columns in the elastic and elastoplastic stage under the action of static loads. The experiments were carried out according to a multifactorial plan. The researches were carried out on a test bench developed by the author, representing a closed power circuit receptive the pressure of the jacks without the occurrence of reactions to the laboratory's power floor. The pressure in the loading system was fixed by pressure gauges, the displacement by linear displacement sensors, and deformations by strain gauges. According to the results of the experiments, it has been shown that it is possible to design and operate flange joints without reinforcement elements, such as stiffeners, haunches, back flanges, support tables, etc. Up to loads of 25–35 tf, the connections worked linearly, samples are destroyed at moments of 45–50 tf·m. Efforts perceived by full-scale models proved to be several times higher than those calculated in the “Kometa-2” program and recommended for calculating flange connections.

Keywords: flange, node, column, full-scale testing

References

1. Kalenov V.V., Soskin A.G., Evdokimov V.V. (1989). Issledovaniya i raschet ustalostnoj prochnosti flancevnyh soedinenij rastyanutyh ehlementov konstrukcij [Investigations and calculation of resistance to fatigue of flanged joints of stretched structural elements]. *Boltovye i special'nye montazhnye soedineniya v stal'nyh stroitel'nyh konstrukciyah. Trudy Mezhdunarodnogo kollokviuma, [Bolted and special assembly joints in steel building structures. International colloquium]*, 2, 41–17. (In Russ.)
2. Katyushin V.V. (2005). *Zdaniya s karkasami iz stal'nyh ram peremennogo secheniya [Buildings with skeletons of steel frames of variable section]*. Moscow, Strojizdat Publ., 450. (In Russ.)
3. Sumner E.A., Murray T.M. (2003). Behaviour and design of multi-row extended end-plate moment connections. *Proceedings of International Conference Advances in Structures (ASCCA'03), Sydney*.
4. Undermann D., Schmidt B. (2005). Moment Resistance of Bolted Beam to Column Connections with Four Bolts in each Row. *Proceedings of IV European Conference on Steel and Composite Structures “Eurosteel 2005”, Maastricht*.
5. Pisarek Z., Kozlowski A. (2006). End-plate steel joint with four bolts in the row. *Proceeding of the International Conference “Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures”*. Gizejowski, Kozlowski, Slecza & Ziolkko (eds.). Taylor & Francis Group, London, 257–826.

6. Sokol Z., Wald F., Delabre V., Muzeau J.P., Svarc M. (2002). Design of end plate joints subject to moment and normal force. *Eurosteel Coimbra*, 1219–1228.
7. Urbonas K., Daniunas A. (2004). Behaviour of steel beam-to-beam connections under bending and axial force. *Proceedings of 8th International Conference "Modern Building Materials, Structures and Techniques", Lithuania, Vilnius, May 19–21*, 650–653.
8. Cerfontaine F., Jaspard J.P. (2002). Analytical study of the interaction between bending and axial force in bolted joints. *Eurosteel Coimbra*, 997–1006.
9. Jaspard J.P. (2000). General report: session on connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 55, 69–89.
10. Swanson James A. (2002). Ultimate Strength Prying Models for Bolted T-stub Connections. *Engineering journal*, Third quarter, 136–147.
11. GOST R 57837-2017. *Dvutavry stal'nye goryachekatannye s parallel'nymi granyami polok. Tekhnicheskie usloviya* [GOST R 57837-2017. *I-beams steel hot-rolled with parallel sides of shelves. Technical conditions*].
12. Vedyakov I.I., Konin D.V. (2014). O sovershenstvovanii otechestvennykh sortamentov dvutavrovyykh profilej s parallel'nymi granyami polok dlya kolonn i razvitiia norm proektirovaniya sovremennykh metallicheskih konstrukcij [On the improvement of domestic grades of H-profiles with parallel faces of shelves for columns and development of standards for the design of modern steel structures]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions], (3), 50–56. (In Russ.)
13. Grudev I.D. (1989). Prochnost' flancevykh soedinenij ehlementov otkrytogo profilya [Strength of flange connections of open profile elements]. *Boltovye i special'nye montazhnye soedineniya v stal'nykh stroitel'nykh konstrukciyah. Trudy Mezhdunarodnogo kollokviuma* [Bolted and special assembly connections in steel building structures. *International Colloquium*], 2, 7–13. (In Russ.)
14. *Rekomendacii po raschetu, proektirovaniyu, izgotovleniyu i montazhu flancevykh soedinenij stal'nykh stroitel'nykh konstrukcij* [Recommendations for the calculation, design, manufacture and installation of flanged joints of steel building structures]. (1988). SO Stal'montazh, VNIPI Promstal'konstrukciya, CNIIPSK im. Mel'nikova. Moscow, 83. (In Russ.)
15. Seriya 2.440-2. Uzly stal'nykh konstrukcij proizvodstvennykh zdaniy promyshlennykh predpriyatij [Series 2.440-2. Joints of steel structures of industrial buildings of industrial enterprises]. (1989). *Vypusk 1. Sharnirnye uzly balochnykh kletok i ramnye uzly primykaniya rigelej k kolonnam. Chertezhi KM* [Issue 1. Hinge nodes of beam cells and frame assemblies of abutments to columns. Drawings of CM]. TsITP Gosstroy USSR, 80. (In Russ.)
16. Kriksunov Eh.Z., Perel'muter A.V., Yurchenko V.V. (2010). Raschetnye modeli flancevykh soedinenij ramnykh uzlov metallicheskih konstrukcij i ih programmnaia realizaciya v SCAD Office [Design models of flange joints of frame units of metal structures and their software implementation in SCAD office]. *Byulleten' stroitel'noj tekhniki* [Bulletin of construction equipment], (1), 56–59. (In Russ.)

About the author

Mark P. Son – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Department of Building Structures and Computational Mechanics, Perm National Research Polytechnic University. *Scientific interests*: nonlinear problems of structural mechanics, stability of structures, nodes of building structures. *Contact*: e-mail – mark-son@mail.ru. ORCID: 0000-0003-4094-8376. E-library SPIN-код: 9375-6707.

For citation

Son M.P. (2018). Experimental studies of strength flanged connections. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(4), 348–356. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-348-356. (In Russ.)

Для ЗАМЕТОК
