

DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-3-228-247

УДК 69.059.4

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

Устойчивость против опрокидывания в практике проектирования высотных зданий

О.В. Иноземцева^{1*}, В.К. Иноземцев², Г.Р. Муртазина²

¹ООО «КБ «СмартПроект»», Российская Федерация, 105082, Москва, ул. Большая Почтовая, д. 26В, стр. 2

²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Российская Федерация, 410054, Саратов, ул. Политехническая, д. 77

*olga.inozemtseva@yandex.ru

История статьи

Поступила в редакцию: 4 февраля 2021 г.

Доработана: 10 апреля 2021 г.

Принята к публикации: 15 мая 2021 г.

Аннотация. Исследуется устойчивость системы «высотный объект – грунтовое основание». В практике проектирования актуальна оценка запаса устойчивости против опрокидывания высотного здания с учетом нескольких видов нелинейности деформирования его грунтового основания. Эта задача может быть решена с использованием методов нелинейной строительной механики. Для решения нелинейных задач устойчивости против опрокидывания рассмотрены несколько методов: 1) деформационный, позволяющий проследить состояния равновесия систем с геометрической и конструктивной нелинейностью; 2) линеаризации нелинейных уравнений и прослеживания состояний равновесия систем со статической и конструктивной нелинейностью; 3) линеаризации нелинейных физических соотношений системы с конструктивной нелинейностью на базе нелинейной инкрементальной строительной механики; 4) прослеживания истории процесса деформирования физически нелинейного основания с учетом развития зон разгрузки и конструктивной нелинейности. Каждым из перечисленных методов решен модельный пример. В примерах рассматривается устойчивость высотных объектов опрокидывания при действии ветровой нагрузки. Учитывается нелинейный характер задачи, в том числе геометрическая, физическая и конструктивная нелинейность. В общем виде задача устойчивости высотного объекта против опрокидывания может быть представлена многократно нелинейной с различными видами нелинейности. В связи с этим в практике проектирования высотных зданий необходимо дальнейшее научно и методическое обоснование методов оценки запаса устойчивости против опрокидывания с учетом нелинейных факторов. Учет этих факторов позволит сделать более точными оценки устойчивости высотного объекта против опрокидывания.

Ключевые слова: высотные здания, ветровая нагрузка, геометрическая нелинейность, физическая нелинейность, конструктивная нелинейность, устойчивость, опрокидывание

Для цитирования

Иноземцева О.В., Иноземцев В.К., Муртазина Г.Р. Устойчивость против опрокидывания в практике проектирования высотных зданий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 3. С. 228–247. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-3-228-247>

Иноземцева Ольга Вячеславовна, ведущий конструктор, кандидат технических наук.

Иноземцев Вячеслав Константинович, профессор, кафедра «Строительные материалы, конструкции и технологии», доктор технических наук; eLIBRARY SPIN-код: 8384-7039.

Муртазина Гульсем Расимовна, аспирант, кафедра «Строительные материалы, конструкции и технологии»; eLIBRARY SPIN-код: 2225-0830.

© Иноземцева О.В., Иноземцев В.К., Муртазина Г.Р., 2021

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Roll-over stability as a problem of high-rise buildings' designing

Olga V. Inozemtseva^{1*}, Vyacheslav K. Inozemtsev², Gulsem R. Murtazina²

¹Construction Bureau "SmartProekt", 26B Bolshaya Pochtovaya St, bldg. 2, Moscow, 105082, Russian Federation

²Saratov State Technical University named after Yu.A. Gagarin, 77 Politekhnikeskaya St, Saratov, 410054, Russian Federation

*olga.inozemtseva@yandex.ru

Article history

Received: February 4, 2021

Revised: April 10, 2021

Accepted: May 15, 2021

Abstract. Roll-over stability of tall buildings under wind loads is considered. The nonlinear nature of the problem is taken into account, including geometric, physical, and structural non-linearity. The problem is solved on the base of a system of linearized incremental equations of structural mechanics that describes the behavior of a system "tall building – foundation soil". Several methods are examined for solving nonlinear problems of roll-over stability, specifically: 1) deformation method of systems' equilibrium states' tracing; 2) method of linearization of nonlinear equations and systems' equilibrium states' tracing; 3) method of linearization of nonlinear physical relations of a systems with constructive, static, geometric nonlinearity; 4) method of linearization of nonlinear physical relations of a system with constructive nonlinearity based on nonlinear incremental structural mechanics; 5) method of the deformation process tracing for a physically nonlinear soil base, given the increase of discharge zones and constructive nonlinearity. Each of these methods is used to solve a model task. These tasks take into account roll-over stability of high structures under action of wind loads. In general, the problem of roll-over stability of a high object can be represented as repeatedly nonlinear one with various types of non-linearity. In this regard, in the practice of high-rise buildings' designing, it is necessary to develop scientifically and methodically substantiated methods of assessing roll-over stability, considering non-linear factors. Taking these factors into account will make it possible to assess the roll-over stability of a high-rise object more accurate.

Keywords: high-rise buildings, wind load, geometric non-linearity, physical non-linearity, structural non-linearity, stability, rollover

For citation

Inozemtseva O.V., Inozemtsev V.K., Murtazina G.R. Roll-over stability as a problem of high-rise buildings' designing. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(3):228–247. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-3-228-247>

Введение

Рассматриваются высотные здания на участках проектируемого строительства в Москве, оцениваемых как потенциально опасные в отношении проявления карстовых процессов. Особенность данных высотных зданий и их фундаментных конструкций связана с возможностью опрокидывания под воздействием ветрового давления.

Согласно «Схематической карте инженерно-геологического районирования Москвы по степени опасности проявления карстово-суффозионных процессов», справочным данным, данным изысканий и в соответствии с «Инструкцией по проектированию зданий и сооружений в районах Москвы с проявлением карстово-суффозионных процессов», многие участки проектируемого строительства оцениваются как потенциально опасные в отношении проявления карстовых процессов (рис. 1, 2).

Примером организации, проектирующей высотные здания на участках территории Москвы с проявлением карстовых процессов, является ООО «КБ "СмартПроект"». Комплекс таких зданий «Квартал Headliner» строится в ЦАО Москвы в районе Мукомольного проезда. Несущие конструкции высотных зданий запроектированы на фундаменте, представляющем собой монолитную железобетонную фундаментную плиту, опирающуюся на свайное основание с различными параметрами конструктивных элементов:

- материал фундаментной плиты – бетон класса В45 W8 F150;
- толщина фундаментной плиты может изменяться от 2000 до 2500 мм;

Olga V. Inozemtseva, leading designer, Candidate of Technical Sciences.

Vyacheslav K. Inozemtsev, Professor, Department of Building Materials, Structures and Technologies, Doctor of Technical Sciences; eLIBRARY SPIN-code: 8384-7039.

Gulsem R. Murtazina, postgraduate student, Department of Building Materials, Structures and Technologies; eLIBRARY SPIN-code: 2225-0830.

- свайное основание представляет равномерное свайное поле из буронабивных свай-стоек Ø800 мм;
- материал свай – бетон В30 W8 F150;
- заложение свай глубокое с опорой и передачей нагрузок от здания на скальные породы.

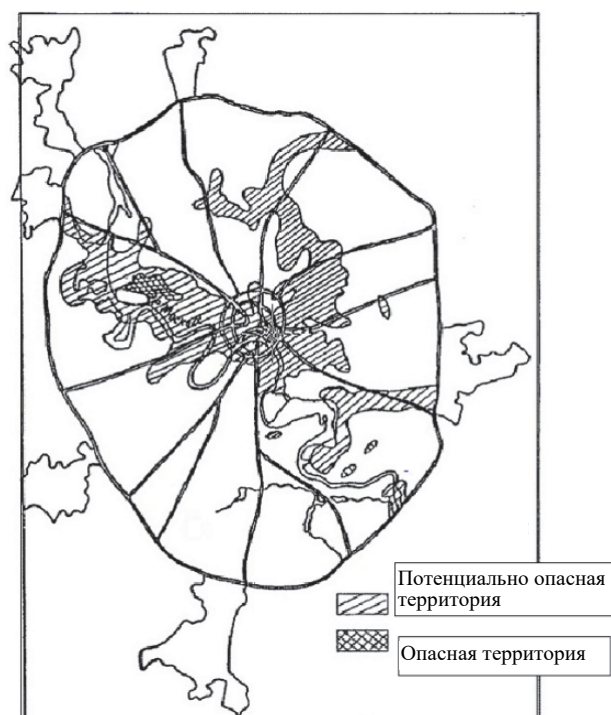


Рис. 1. Участки проектируемого строительства в Москве, оцениваемые как потенциально опасные в отношении проявления карстовых процессов

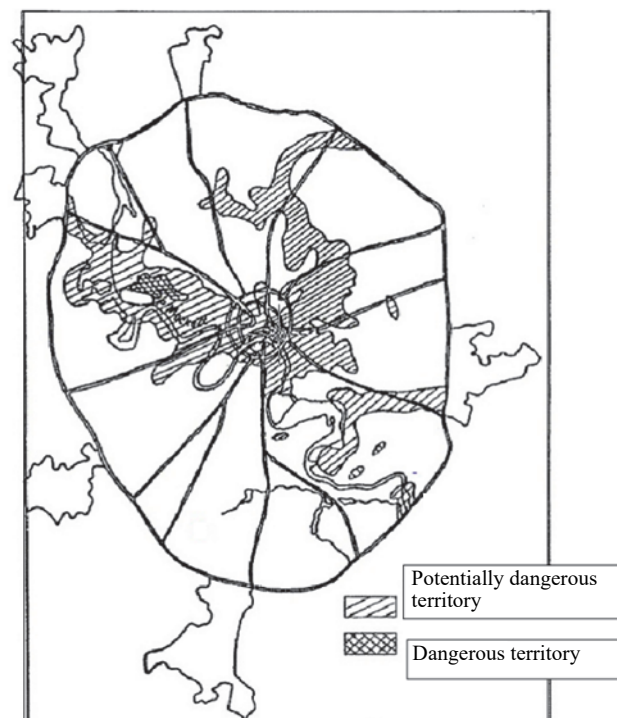


Figure 1. Areas of planned construction in Moscow, assessed as dangerous and potentially dangerous in relation to karst processes



Рис. 2. Высотные здания и участки проектируемого строительства в Москве, оцениваемые как потенциально опасные в отношении проявления карстовых процессов

Figure 2. High-rise buildings and areas of planned construction in Moscow, assessed as dangerous and potentially dangerous in relation to karst processes

Для плитно-свайного фундамента принимается следующее конструктивное решение:

– сваи не заходят в фундаментную плиту (согласно п. 6.11.17 СП 22.13330.2011, «узел сопряжения свай с ростверком должен предусматривать возможность их выскальзывания, чтобы исключить дополнительное нагружение основания и конструкций сооружения зависающими сваями, находящимися на участке образовавшегося провала под фундаментом»);

– головы свай объединяются армированной бетонной подготовкой 160 мм.

Основной нагрузкой для высотного здания, представляющей опасность в отношении потери состояния равновесия и опрокидывания, является горизонтальная ветровая нагрузка. Очевидно, что такая опасность актуальна для высотного здания или сооружения башенного типа, которые склонны к опрокидыванию. При прохождении экспертизы проектной документации для этих зданий требуется оценка запаса устойчивости против опрокидывания.

Ранее задача устойчивости против опрокидывания решалась в [1–5]. В общем виде эта задача может быть отнесена к классу задач устойчивости с односторонними связями, основу аналитической статистики для таких систем заложили авторы [6–8]. В [9] рассматривалась проблема устойчивости против опрокидывания высотного сооружения на одностороннем упругом основании, в которой определены границы областей устойчивости высотного сооружения, вычисленные по различным критериям. Проблемы проектирования высотных зданий рассмотрены в [10–15], проблемы взаимодействия систем с основанием – в [16–18].

Актуальность исследования

Очевидно, что после потери устойчивости строго вертикального положения равновесия возможность опрокидывания сооружения связана с потерей равновесного состояния. При этом, согласно п. В.9 СП 63.13330.2018, при расчете устойчивости положения конструкции высотной части здания принимаются как жесткое недеформированное тело, абсолютно жестким при этом принимается и основание.

На рис. 3, *a* вертикальная и горизонтальная равнодействующие сил, действующих на объект с высоко расположенным центром тяжести (точка *C*), создают удерживающий $M_{уд}$ и опрокидывающий $M_{опр}$ моменты относительно ребра возможного опрокидывания C_0 .

$$k = \frac{M_{уд}}{M_{опр}}, \quad (1)$$

где k – коэффициент устойчивости положения, или устойчивости против опрокидывания.

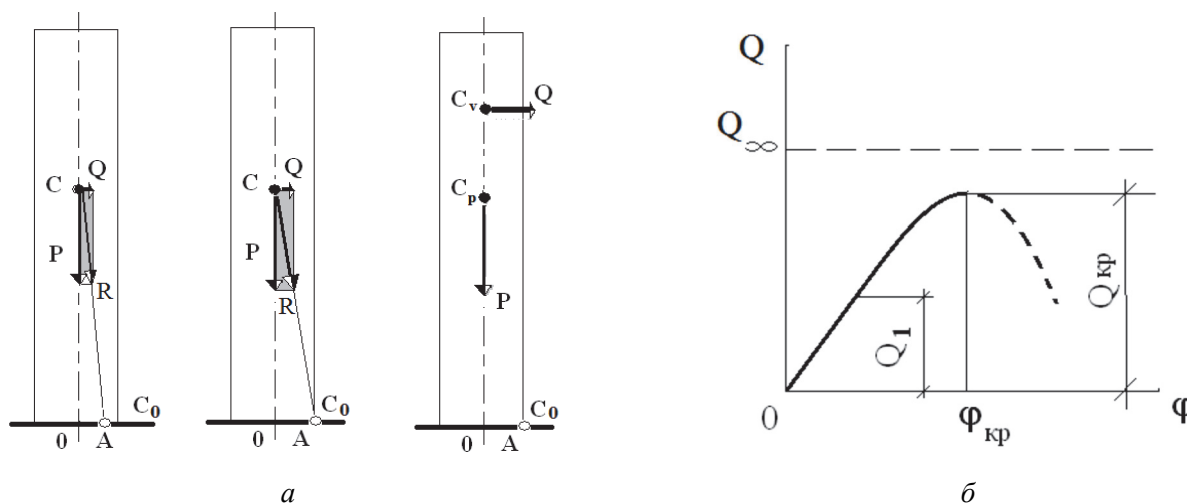


Рис. 3. Расчетная схема высотного объекта (*a*) и график зависимости равнодействующей ветрового давления и угла поворота вертикальной оси высотного объекта (*б*)

Figure 3. Design scheme of a high-rise object (*a*) and plot of the dependence of the resultant wind pressure and the angle of rotation of the vertical axis of a high-rise object (*b*)

В практике проектирования потерю равновесного состояния при опрокидывании высотного сооружения обычно называют потерей устойчивости положения. Этот критерий для задач опрокидывания высотных зданий и сооружений в проектной практике используется до настоящего времени.

Другая расчетная схема данной задачи была предложена в 1934–1936 гг. Г. Крамером и Н.П. Павлюком [1; 2], а несколько позже и Я.Б. Львиным [3; 4]. В ней рассматривается деформируемое основание и показано, что устойчивость против опрокидывания связана со значением бифуркационной критической нагрузки $P_{кр}$. Г. Крамер и Н.П. Павлюк предложили принимать в качестве коэффициента устойчивости отношение

$$k = \frac{cJ}{Pl} = \frac{P_{кр}}{P}, \quad (2)$$

где c – коэффициент жесткости основания; J – минимальный момент инерции площади подошвы фундаментной плиты относительно центральной оси; l – высота положения центра сил тяжести; P – равнодействующая сил тяжести; $P_{кр}$ – критическая нагрузка.

При формулировании нелинейной задачи устойчивости свободно стоящий на упругом основании высотный объект получил количественную оценку общей устойчивости в случае, когда горизонтальные силы отсутствуют.

Для высотных зданий главным характерным признаком задачи устойчивости против опрокидывания является присутствие горизонтальной нагрузки, обычно это равнодействующая ветрового давления. В этом случае коэффициент устойчивости против опрокидывания определяется нелинейным уравнением, связывающим угол поворота вертикальной оси здания φ и горизонтальную (ветровую) нагрузку Q (рис. 3, б).

$$Q = \frac{P}{h} \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2P}{bc\varphi} - \varphi l} \right), \quad (3)$$

где h – высота положения равнодействующей ветрового давления; a и b – размеры фундаментной плиты.

Нелинейный характер последовательности возможных состояний равновесия здания при постепенном увеличении горизонтальной силы и угла φ , отражает изменение физических условий взаимодействия фундамента с основанием. При отрыве подошвы фундамента от основания момент распределения сил реакции основания перестает быть пропорциональным углу наклона оси здания. Такой вид нелинейности носит название конструктивной нелинейности. Максимум кривой определяет наибольшее значение горизонтальной силы, при котором еще возможно равновесие здания $Q = Q_{кр}$. Коэффициент устойчивости против опрокидывания здесь определяется отношением критического значения равнодействующей ветровой нагрузки $Q_{кр}$ к фактически действующей равнодействующей ветровой нагрузке Q : $k = Q_{кр} / Q$.

Это позволило существенно уточнить коэффициент устойчивости положения k . В книге Я.Г. Пановко [5] отмечается, что уточненный коэффициент k с использованием (3) в два раза ниже, чем определенный по (1) для абсолютно жесткого основания. Согласно с этим выводом Я.Г. Пановко и авторы книги об устойчивости равновесия конструкций А.В. Перельмутер и В.И. Сливкер [9].

Приведенный критерий устойчивости против опрокидывания высотного здания направлен на выявление собственно момента опрокидывания. Однако его использование в практике проектирования имеет ограничение. Это склонность проектировщиков в большей мере ориентироваться на рекомендации СНиП и СП, предоставляющие большую убедительность при прохождении экспертизы проекта. В СП 22.13330.2016 для оценки давления на грунт у края подошвы внецентренно нагруженного фундамента используются формулы сопротивления материалов:

«5.6.28. Краевые давления p , кПа, определяют по формулам:
при относительном эксцентриситете $e/l < 1/6$

$$P = N/A + \gamma_{mt} d \pm M/W, \quad (5.11)$$

где N – сумма вертикальных нагрузок, действующих на основание, кроме веса фундамента и грунта на его обрезах, и определяемых для случая расчета основания по деформациям, кН; A – площадь подошвы

фундамента, м; γ_{m1} – средневзвешенное значение удельных весов тела фундамента, грунта и пола, расположенных над подошвой фундамента, принимают равным 20 кН/м^3 ; d – толщина фундамента; M – момент от равнодействующей всех нагрузок, действующих по подошве фундамента, найденных с учетом заглубления фундамента в грунте и перераспределяющего влияния верхних конструкций или без этого учета, кНм; W – момент сопротивления площади подошвы фундамента, м^3 ».

Однако нелинейная задача устойчивости против опрокидывания должна решаться с использованием уравнений строительной механики. Отметим, что в рамках использования соотношений строительной механики, когда прослеживание равновесных состояний высотного здания при возрастании ветрового давления выполняется путем введения обобщенного параметра перемещений в виде угла поворота вертикальной оси зданий, приходим к классической по форме формуле сопротивления материалов для внецентренного сжатия.

На рис. 4 рассматривается расчетная схема с эпюрой давления в основании в виде трапеции. Эту эпюру можно рассматривать как эпюру отпора основания, состоящую из двух слагаемых в виде прямоугольной и треугольной эпюр. Равнодействующие давления отпора этих эпюр

$$N = abd\delta c; \quad R = c \frac{a^2 b \varphi}{2}. \quad (4)$$

Ограничение, вводимое рекомендацией п. 5.6.27 СП 22.13330.2016 как отношение большей стороны трапеции к меньшей не более 4-х (этап 3 на рис. 4, б), позволяет принять $\delta = a\varphi / 3$.

Таким образом, условие равновесия сил на вертикальную ось будет

$$N + R = c \frac{a^2 b \varphi}{3} + c \frac{a^2 b \varphi}{2} = \frac{5}{3} c \frac{a^2 b \varphi}{2} = P. \quad (5)$$

Отсюда следует, что угол поворота оси высотного здания, соответствующий рекомендациям СНиП,

$$\varphi = \frac{6P}{5ca^2b} \text{ или } \varphi = \frac{3\varphi_1}{5}, \quad (6)$$

где φ_1 – угол поворота вертикальной оси высотного здания, после которого развитие деформаций крена носит нелинейный характер.

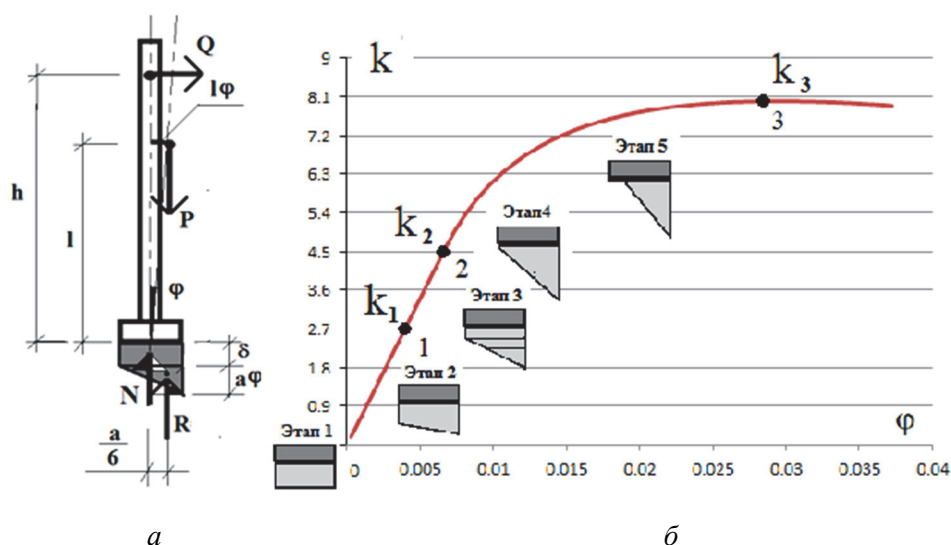


Рис. 4. Этапы изменения эпюры отпора основания
Figure 4. Stages of changing the rebuff plot of the foundation soil

Покажем здесь, что ветровая нагрузка вызывает значительную неравномерность эпюры давления, которая ограничена рекомендацией СП 22.13330.2016, используемые соотношения строительной механики сводятся к формуле 5.11 данного СП.

В соотношениях строительной механики рассматривается эпюра отпора основания в форме трапеции, которая при записи уравнений равновесия представляется как сумма двух составляющих, представленных в форме прямоугольника и треугольника (рис. 4). Равнодействующая отпора N вычисляется с использованием коэффициент постели основания c [kH/m^3]:

$$N = abc\delta, \quad (7)$$

где a и b – геометрические размеры фундаментной плиты в плане; δ – равномерная в плане осадка фундаментной плиты.

Согласно п. 5.6.27 СП 22.13330.2016, размеры фундаментов рекомендуется назначать такими, чтобы эпюра давлений была трапециевидной, с отношением крайних давлений $p_{\min}/p_{\max} \geq 0,25$. Принимая $p_{\min}/p_{\max} = 0,25$, величину равномерной в плане фундаментной плиты осадки δ получим в виде $\delta = a\varphi/3$, в условиях линейного деформирования сжатия основания эпюру давления отпора основания представим как сумму

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_M, \quad (8)$$

где σ_N – давление отпора, представленное в уравнениях равновесия равнодействующей N :

$$\sigma_N = \frac{N}{ab} = \frac{N}{A}; \quad (9)$$

σ_M – давление отпора, представленное в уравнениях равновесия равнодействующей R :

$$M_{\text{уд}} = Qh = R \frac{a}{6} = \sigma_M W. \quad (10)$$

Суммируя полученные выражения для эпюр давления отпора, получим обычные соотношения сопротивления материалов для внецентренного сжатия:

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_M = \frac{N}{A} \pm \frac{M_{\text{уд}}}{W}. \quad (11)$$

Таким образом, в рамках использования соотношений строительной механики путем введения обобщенного параметра перемещений в виде угла поворота вертикальной оси зданий приходим к классической по форме формуле сопротивления материалов для внецентренного сжатия.

Здесь может возникнуть вопрос: почему в выполняемых расчетах не используется формула (11)? Это обусловлено тем, что при прослеживании равновесных состояний высотного здания в условиях возрастания ветровой нагрузки равновесные состояния описываются на этапах линейного и нелинейного деформирования системы «фундаментная плита – основание» в виде зависимости (графика) между равнодействующей ветрового давления и обобщенным параметром – углом поворота оси здания (рис. 4, а). Однако если потребуются вычислить эпюры давления на третьем этапе деформирования системы «фундаментная плита – основание», это можно сделать, используя формулу (11).

График на рис. 4, б показывает характер зависимости отношения (коэффициента k) величины равнодействующей ветрового давления на высотное здание к равнодействующей ветрового давления, принятой в проектных данных. Рассматривая историю развития деформаций крена высотного здания под действием ветрового давления, получим соответствующие этапы изменения эпюры давления подошвы фундаментной конструкции на основании:

Этап 1 – прямоугольная эпюра давления при отсутствии ветровой нагрузки.

Этап 2 – воздействие ветровой нагрузки приводит к эпюре давления в форме трапеции.

Этап 3 – ветровая нагрузка вызывает значительную неравномерность эпюры давления, которая ограничена рекомендацией СП 22.13330.2016: отношение большей стороны трапеции к меньшей не более 4-х.

Этап 4 – предельная величина ветрового давления, начиная с которой нарушается контакт подошвы фундаментной конструкции с грунтовым основанием, то есть появляется отрыв фундаментной конструкции от оснований.

Этап 5 – дальнейшее увеличение ветровой нагрузки вызывает развитие зоны отрыва подошвы фундамента, процесс развития деформаций крена высотного здания становится нелинейным, что свойственно задачам устойчивости. Такой вид нелинейности называется конструктивной нелинейностью. Пятый этап заканчивается опрокидыванием здания.

Из графика на рис. 4, б следует, что коэффициент k_1 , полученный в соответствии с рекомендациями СП 22.13330.2016, не связан с потерей равновесных состояний высотного здания при опрокидывании, критерием для определения которой является коэффициент запаса k_3 .

Таким образом, необходимо вопрос об устойчивости против опрокидывания высотного объекта рассматривать с учетом конструктивной нелинейности с позиций методов строительной механики. В приложении В о методах расчета устойчивости СП 63.13330.2018 рекомендуется: «В.13. Расчет конструктивных систем производят методами строительной механики. При этом в общем случае применяют метод конечных элементов, метод конечных разностей и другие численные методы».

Цель настоящего исследования – применение методов строительной механики для построения модели для системы «высотный объект – основание». При этом предлагаются результаты решения задач устойчивости такой системы с учетом различных видов нелинейности, таких как конструктивная, геометрическая статическая и физическая нелинейности.

Методы

Методы исследования основаны на классических методах строительной механики для решения нелинейных задач.

1. *Деформационный метод прослеживания состояний равновесия и оценки устойчивости против опрокидывания системы с геометрической и конструктивной нелинейностями.* Рассмотрим деформационный расчет устойчивости равновесия тяжелого высотного объекта с учетом геометрической и конструктивной нелинейностей, порождаемых частичным отрывом подошвы фундаментной плиты при развитии деформаций крена высотного объекта.

В качестве примера примем: $H = 210$ м; $H_c = 100$ м; $a = 9$ м; $b = 66$ м; $k_0 = 3000$ кН/м³; $\varphi_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ рад.

В условиях отсутствия явления отрыва подошвы фундаментной при трапецидальной форме эпюры реакции отпора реализуется конструктивно линейное равновесное состояние (рис. 5, а):

$$R_0 = \frac{1}{2} k_0 U_0 a b \cos(\varphi); \quad R_a = \frac{1}{2} k_0 U_a a b \cos(\varphi). \quad (12)$$

Условия равновесия высотного объекта будут иметь вид

$$R_0 + R_a = P; \quad \frac{k_0 a}{2} (U_a - U_0) \cos^2(\varphi) = \frac{6P}{a} H (\sin(\varphi) + \sin(\varphi_0)). \quad (13)$$

Начальное конструктивно нелинейное равновесное состояние возникает при треугольной форме эпюры реакции отпора (рис. 3, б). Соответствующая начальному равновесному состоянию величина нагрузки P_1 , угол поворота вертикальной оси φ_1 :

$$R_0 = 0; \quad R_a = P_1; \quad P_1 = \frac{k_0 a^2 b}{2} \cos(\varphi_1) \sin(\varphi_1). \quad (14)$$

$$\cos(\varphi_1) \sin(\varphi_1) = \frac{2P_1}{k_0 a^2 b}. \quad (15)$$

Условия равновесия высотного объекта будут иметь вид

$$\frac{aP_1}{6} \cos(\varphi_1) = P_1 H (\sin(\varphi_1) + \sin(\varphi_0)). \quad (16)$$

Развитие конструктивно нелинейного равновесного состояния связано с уменьшением εb – площади контакта фундаментной плиты с несущим слоем основания (рис. 5, в). В этом случае

$$a \geq \varepsilon; \quad R_c = P; \quad P = \frac{k_0 \varepsilon^2 b}{2} \cos(\varphi) \sin(\varphi); \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{2P}{k_0 b \cos(\varphi) \sin(\varphi)}}; \quad (17)$$

$$\frac{3a - 2\varepsilon}{6} \frac{k_0 \varepsilon^2 b}{2} \cos^2(\varphi) \sin(\varphi) = PH (\sin(\varphi) + \sin(\varphi_0)); \quad (18)$$

$$P = (3a - 2\varepsilon) \frac{k_0 \varepsilon^2 b}{12H} \cos^2(\varphi) \frac{\sin(\varphi)}{(\sin(\varphi) + \sin(\varphi_0))}. \quad (19)$$

Реакция основания строится на базе модели местных деформаций (модели Винклера) (рис. 6).

При учете геометрической нелинейности равновесного состояния, характеризующегося соотношением $\varepsilon < a$, эпюра отпора основания двухзначная, что не соответствует принятой модели грунта. В принятой модели грунта предполагается, что на растяжение грунт не работает. В этом случае при увеличении нагрузки площадь контакта фундаментной плиты и основания становится переменной (рис. 6, б). Проследить изменение равновесного состояния с конструктивной нелинейностью можно, начиная с уровня нагрузки, при котором вертикальное перемещение $U_0 = 0$. Перемещение U_a определяется выражением

$$U_a = \frac{6H_c}{k\varepsilon(3a - 2\varepsilon)b \cos^2(\varphi)} \frac{P}{(\sin(\varphi) + \sin(\varphi_0))} + \frac{P}{k\varepsilon \cos(\varphi)}. \quad (20)$$

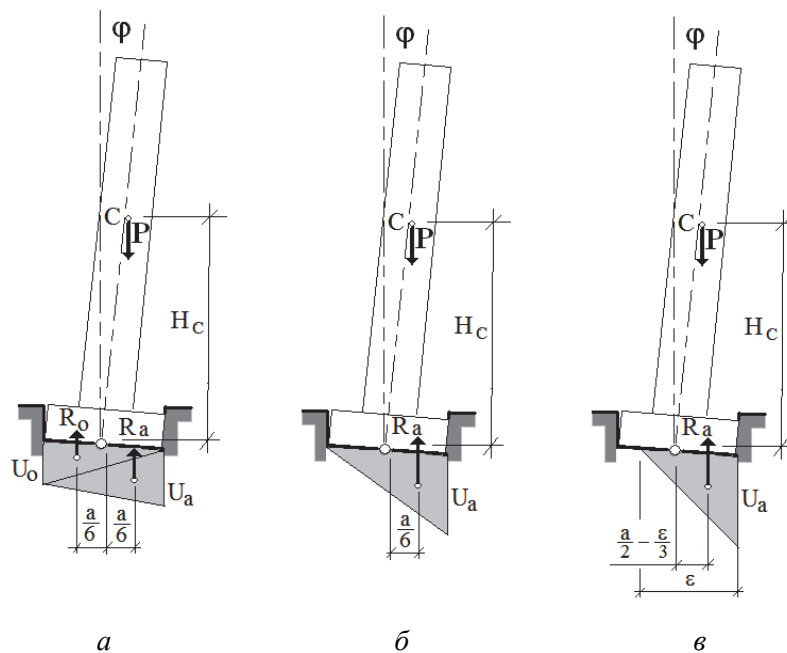


Рис. 5. Расчетная схема развития конструктивной нелинейности основания
Figure 5. Calculation scheme of the increase of structural nonlinearity of the soil base

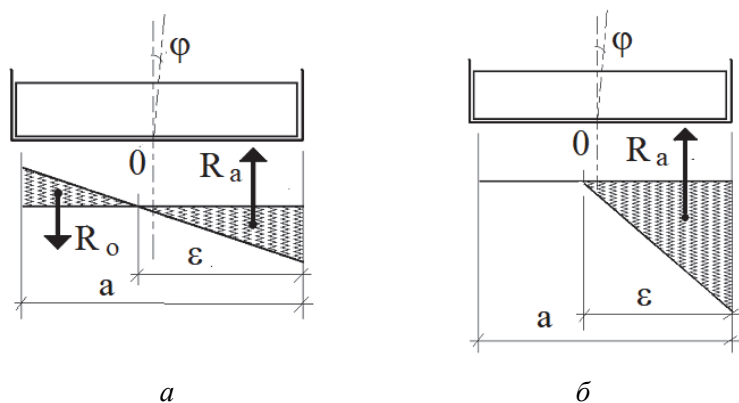


Рис. 6. Реакция основания на базе модели местных деформаций (модели Винклера)
Figure 6. Reaction of the soil base on the basis of the model of local deformations (Winkler model)

На рис. 7 показаны графики вертикальных перемещений U_0 U_a . График 1 соответствует геометрически нелинейной задаче, график 2 – геометрически и конструктивно нелинейной задаче, график 3 – зависимость U_0 от угла поворота оси высотного объекта, обращение в ноль графика U_0 показывает начало отрыва подошвы фундамента от поверхности основания (точка 4). Развитие конструктивной нелинейности начинается при значении $U_0 \leq 0$. Учет конструктивной нелинейности (график 2) показывает снижение вертикального перемещения U_a по сравнению с геометрически нелинейной задачей.

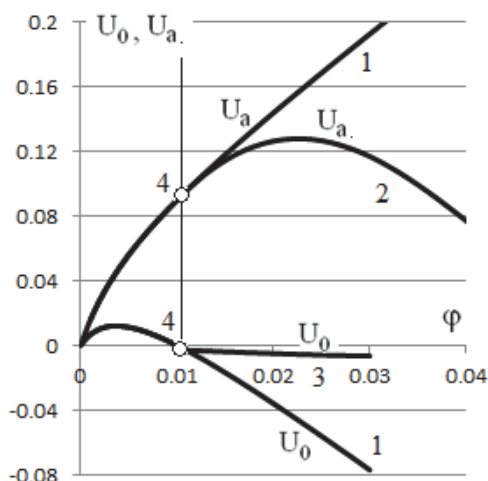


Рис. 7. Графики перемещений с геометрической и конструктивной нелинейностью
Figure 7. Displacements graphs of the system that is characterized with geometric and constructive nonlinearity

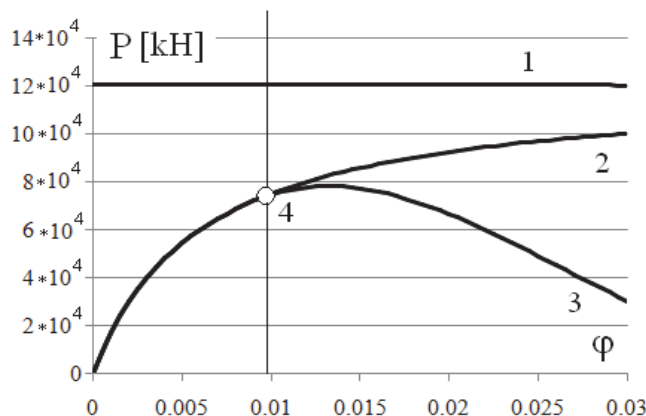


Рис. 8. Графики зависимости нагрузки от угла поворота оси высотного объекта с учетом геометрической и конструктивной нелинейности
Figure 8. Graphs of the dependence “load – axis of a high-rise object’s angle of rotation”, taking into account geometric and structural nonlinearity

На рис. 8 показаны графики зависимости нагрузки от угла поворота оси высотного объекта. График 1 – бифуркационная критическая при отсутствии начального эксцентриситета $\phi_0 = 0$, график 2 – геометрически нелинейная задача, график 3 – соответствует геометрически и конструктивно нелинейной задаче. Графики 2 и 3 расходятся при развитии конструктивной нелинейности (точка 4). График 3 имеет предельную точку, соответствующую предельной нагрузке, при превышении которой теряется состояние равновесия высотного объекта.

Таким образом, общая устойчивость высотного объекта снижается с $12 \cdot 10^4$ до $8 \cdot 10^4$ [кН] при учете конструктивной нелинейности.

2. Метод линеаризации нелинейных уравнений и прослеживания состояний равновесия с оценкой бифуркационной устойчивости и устойчивости против опрокидывания линеаризованной системы «высотный объект – деформируемая фундаментная плита – основание» со статической и конструктивной нелинейностями. Рассмотрим деформирование и бифуркационную устойчивость высотной системы, определяемую критической нагрузкой приведенной в (2) (рис. 9).

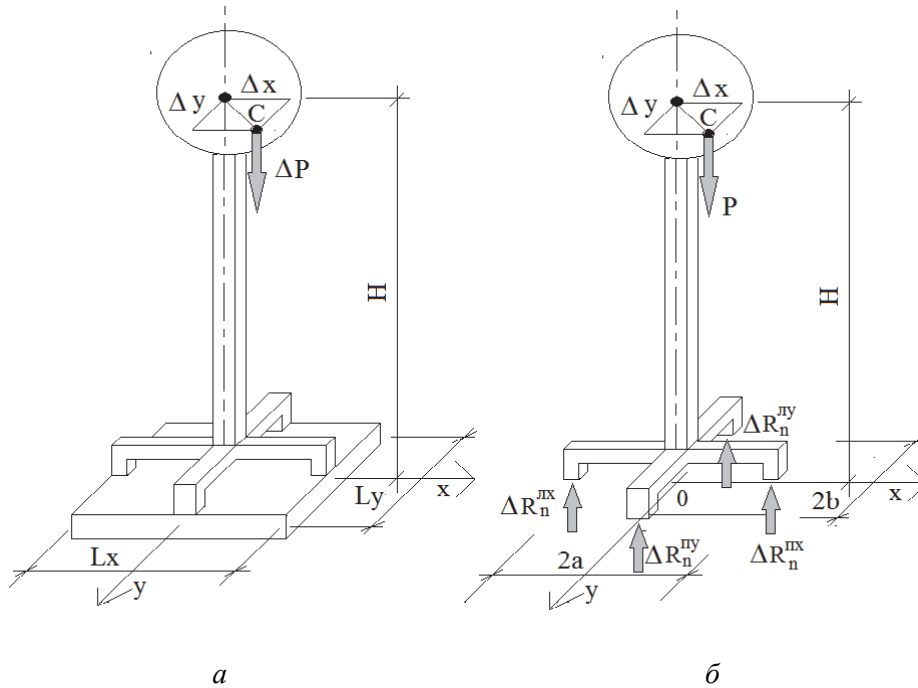


Рис. 9. Расчетная схема системы «высотный объект – фундаментная плита – основание»
Figure 9. Calculation scheme of the system “high-rise object – foundation plate – soil base”

Дифференциальные уравнения такой системы, записанные в линеаризованном виде в приращениях:

$$D\nabla^4 \Delta W(x, y) + k\Delta W(x, y) = \Delta q(\Delta W, W, \Delta P, P), \quad (21)$$

где D – цилиндрическая жесткость фундаментной плиты; $\Delta W(x, y)$ – приращение вертикальных перемещений в возмущенном состоянии равновесия; k – коэффициент постели основания; Δq – приращение нагрузки на фундаментную плиту под опорами сооружения; P – равнодействующая веса сооружения в центре сил тяжести.

Граничные условия для свободных краев плиты ($x = 0$; $y = 0$;) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 \Delta W}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 \Delta W}{\partial x \partial y^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 \Delta W}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 \Delta W}{\partial y \partial x^2} = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Приращения реактивных сил под опорами сооружения определяются по формулам

$$\Delta R_n^{nx} = \frac{\Delta P}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{H}{2a^2} (W^{nx} - W^{ny}) \right) + P \frac{H}{2a^2} (\Delta W^{nx} - \Delta W^{ny});$$

$$\Delta R_n^{yx} = \frac{\Delta P}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{H}{2a^2} (W^{nx} - W^{ny}) \right) - P \frac{H}{2a^2} (\Delta W^{nx} - \Delta W^{ny});$$

$$\Delta R_n^{ny} = \frac{\Delta P}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{H}{2b^2} (W^{ny} - W^{ny}) \right) + P \frac{H}{2b^2} (\Delta W^{ny} - \Delta W^{ny});$$

$$\Delta R_n^{yy} = \frac{\Delta P}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{H}{2b^2} (W^{ny} - W^{ny}) \right) - P \frac{H}{2b^2} (\Delta W^{ny} - \Delta W^{ny}). \quad (23)$$

В качестве метода сведения дифференциальных уравнений в частных производных к алгебраической системе приемем для дискретизации метод конечных разностей [19].

На рис. 10 приведены результаты расчета осадок фундаментной плиты для различных схем расположения несущих пилонов надземной части высотного объекта.

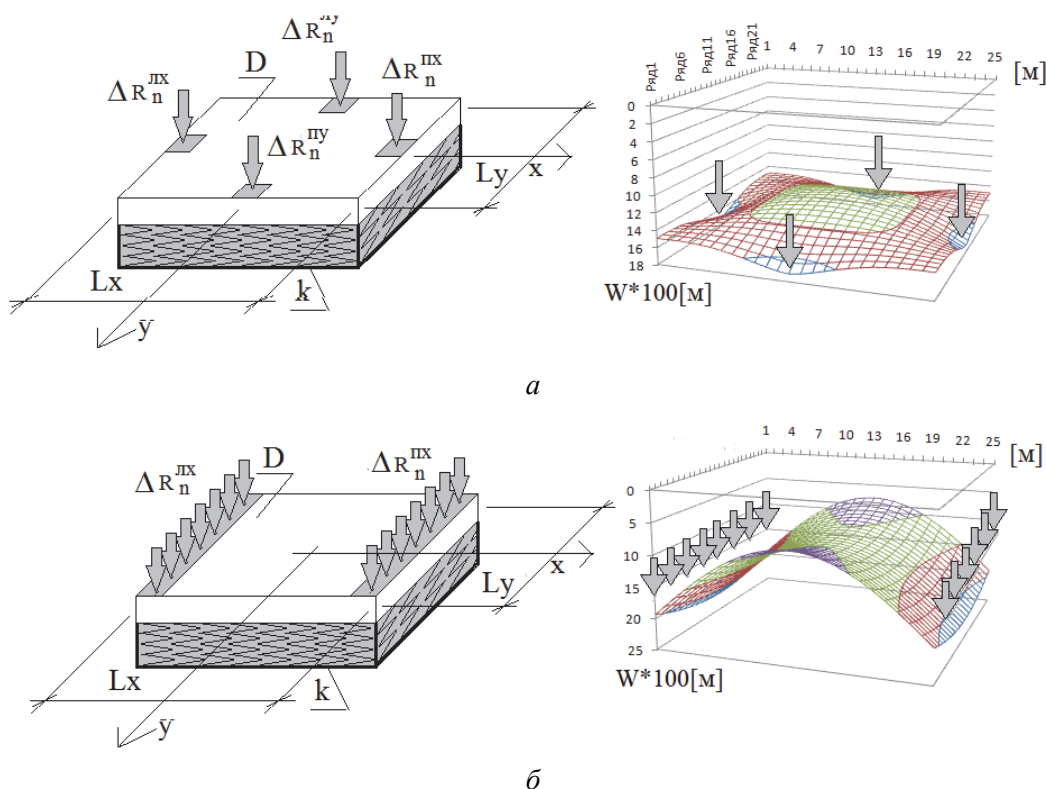


Рис. 10. Осадки фундаментной плиты для различных схем расположения несущих пилонов надземной части высотного объекта
Figure 10. Foundation plate displacements for various positions of load-bearing pylons of the aboveground part of a high-rise object

Для схемы на рис. 10, *a* приведем результаты расчета общей устойчивости высотного объекта с начальным несовершенством в виде эксцентриситета центра сил тяжести x , равном 0,025 м. Другие параметры приемем в соответствии с обозначениями рис. 9: $H = 60$ м, $Lx = Ly = 24$ м, $k = 10$ МН/м³, $D = 75 \cdot 10^4$ кНм². Толщину фундаментной плиты приемем достаточно большой для того чтобы считать ее по жесткостным характеристикам близкой к недеформируемой. Это позволит тестировать результат расчета, сравнивая критическую нагрузку, полученную численно с аналитическим решением [1; 2]. Аналитическое решение дает значение критической нагрузки, равное 4608 МН.

На рис. 11, *a* показаны графики приращений вертикальных перемещений под левой и правой опорами сооружения. При приближении параметра нагрузки P к критическому значению, совпадающему с аналитическим решением, нарастают горизонтальные перемещения центра сил тяжести и, соответственно, деформации крена сооружения. На рис. 11, *б* показана эпюра осадок фундаментной при уровне нагрузки $P = 3250$ МН.

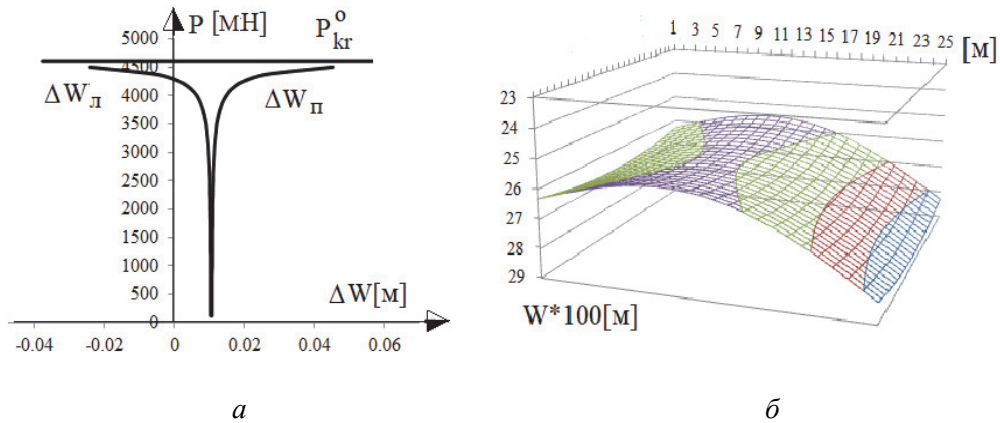


Рис. 11. Графики приращений вертикальных перемещений и развитие деформаций крена фундаментной плиты
Figure 11. Graphs of increments of vertical displacements and increase of deformations of the foundation plate

Рассмотрим модельный пример расчета системы (рис. 12, а) на устойчивость против опрокидывания при действии горизонтальной равнодействующей ветровой нагрузки V .

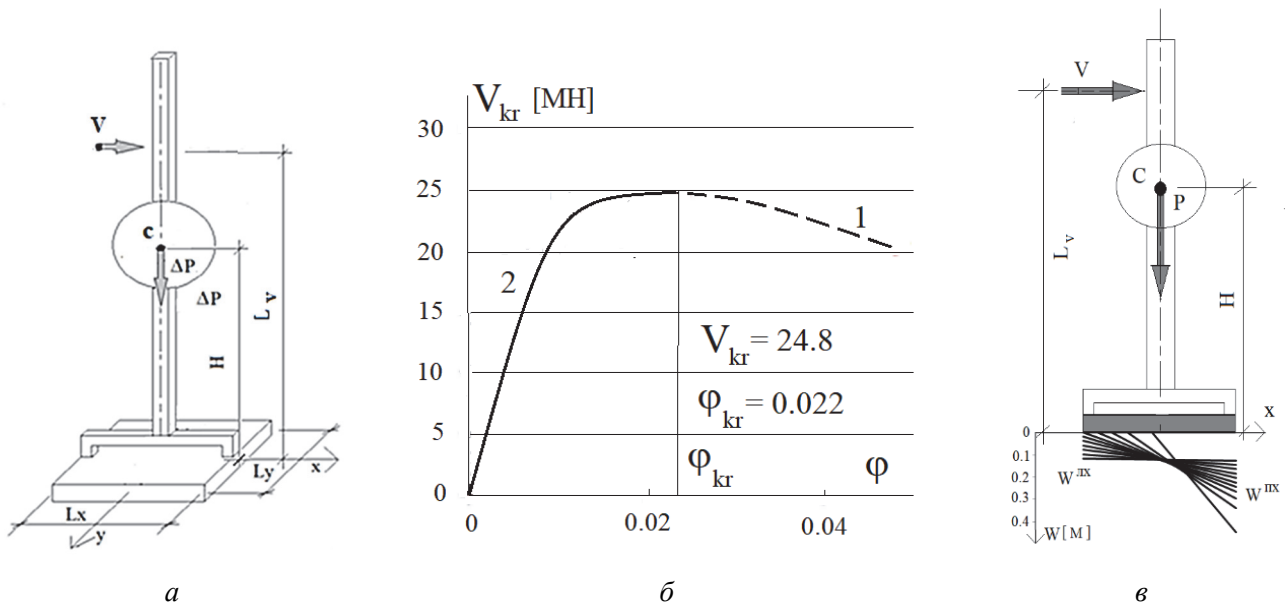


Рис. 12. Расчетные схемы высотного объекта и результаты расчета критического ветрового давления
Figure 12. Calculation scheme of a high-rise object and critical wind pressure

Для этой расчетной схемы выражения для опорных реакций на этапе воздействия ветрового давления

$$\Delta R_n^{nx} = \frac{\Delta P}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{H}{2a^2} (W^{nx} - W^{лч}) \right) + P \frac{H}{2a^2} (\Delta W^{nx} - \Delta W^{лч}) + \frac{\Delta V L_v}{L_x};$$

$$\Delta R_n^{nx} = \frac{\Delta P}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{H}{2a^2} (W^{nx} - W^{лч}) \right) - P \frac{H}{2a^2} (\Delta W^{nx} - \Delta W^{лч}) - \frac{\Delta V L_v}{L_x}, \quad (24)$$

где ΔV – приращение равнодействующей ветровой нагрузки.

Результаты численного расчета сравним с аналитическим решением, предложенным для этой задачи в [5] и рассмотренным ранее.

Для этого сравнения примем соотношения размеров прямоугольной в плане фундаментной плиты близкими к рассмотренной ранее плоской расчетной схеме на рис. 5. Отношение сторон (Lx/Ly) будет равно 18,5. Отношение $H/Lx = 4$; $Lv/Lx = 6,6$. Отношение веса несущих конструкций сооружения к равнодействующей ветрового давления примем $P/V = 36$. Коэффициент постели основания – 10 МН/м^3 . Отношение изгибной жесткости фундаментной плиты к жесткости основания примем достаточно большим для сравнения численного расчета с аналитическим решением для недеформируемого сооружения.

Для решения линеаризованного уравнения устойчивости используем в качестве метода дискретизации метод конечных разностей. Количество узлов сетки в направлении короткой стороны b примем 5, вдоль длинной стороны a – 75.

Расчет выполнялся в два этапа. Первый этап – нагружение сооружения вертикальной нагрузкой веса несущих конструкций до уровня $P = 700 \text{ МН}$. Второй этап – нагружение сооружения равнодействующей ветровой нагрузки V до потери равновесного состояния при постоянном значении силы P .

Результаты сравнения показывают достоверность численного расчета и хорошее совпадение с результатами аналитического решения (рис. 12, б). На этом рис. 12, б показаны графики зависимости равнодействующей ветрового давления от угла поворота вертикальной оси сооружения. График 1 показывает аналитическое решение, график 2 – численное решение. На рис. 12, в показано развитие конструктивной нелинейности в связи с отрывом фундаментной плиты от основания. Расчет позволяет проследить процесс деформирования основания и развитие осадок фундаментной плиты до опрокидывания сооружения в момент потери равновесного состояния.

3. Метод линеаризации нелинейных физических соотношений грунтовой среды основания с конструктивной нелинейностью на базе нелинейной инкрементальной строительной механики для расчета высотного объекта против опрокидывания. Существенным недостатком при использовании описанных подходов к оценке устойчивости против опрокидывания высотного здания является применение модели линейно деформируемой среды основания. Рассмотрим основание с физической нелинейностью. В этом случае в приращениях записываются не только уравнения равновесия, но и физические уравнения. Такая запись уравнений предполагает использование соотношений инкрементальной строительной механики [20].

Инкрементальные физические соотношения получаются как дифференциал Гадо уравнений в обозначениях, принятых в [20]:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_x &= (\lambda_c \Delta\theta + 2\mu_c \Delta\varepsilon_x) + (\Delta\lambda_c \theta + 2\Delta\mu_c \varepsilon_x), \\ \Delta\sigma_y &= (\lambda_c \Delta\theta + 2\mu_c \Delta\varepsilon_y) + (\Delta\lambda_c \theta + 2\Delta\mu_c \varepsilon_y), \\ \Delta\sigma_z &= (\lambda_c \Delta\theta + 2\mu_c \Delta\varepsilon_z) + (\Delta\lambda_c \theta + 2\Delta\mu_c \varepsilon_z), \\ \Delta\tau_{xy} &= \mu_c \Delta\gamma_{xy} + \Delta\mu_c \gamma_{xy}, \\ \Delta\tau_{yz} &= \mu_c \Delta\gamma_{yz} + \Delta\mu_c \gamma_{yz}, \\ \Delta\tau_{zx} &= \mu_c \Delta\gamma_{zx} + \Delta\mu_c \gamma_{zx},\end{aligned}\tag{25}$$

где $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$;

$$\lambda_c = \frac{E_c \nu_c}{(1 - 2\nu_c)(1 + \nu_c)}; \quad \mu_c = \frac{E_c}{2(1 + \nu_c)}; \quad \nu_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_c}{E} (1 - 2\nu_0) \right); \tag{26}$$

$E_c = \sigma_i / \varepsilon_i$ – секущий модуль диаграммы деформирования; σ_i – интенсивность напряжений; ε_i – интенсивность деформаций. Коэффициент Пуассона для нелинейно деформируемого материала, E и ν_0 – начальный модуль упругости и коэффициент Пуассона.

Уравнения являются линейными относительно приращений деформаций. Приращения $\Delta\lambda_c$, $\Delta\mu_c$ получаются в результате возмущения параметров λ_c , μ_c :

$$\Delta\lambda_c = \frac{d\lambda_c}{dE_c} \Delta E_c = \frac{d\lambda_c}{dE_c} (E_k - E_c) \frac{\Delta\varepsilon_i}{\varepsilon_i}; \quad \Delta\mu_c = \frac{d\mu_c}{dE_c} \Delta E_c = \frac{d\mu_c}{dE_c} (E_k - E_c) \frac{\Delta\varepsilon_i}{\varepsilon_i}, \quad (27)$$

где $\Delta E_c = (E_k - E_c) \frac{\Delta\varepsilon_i}{\varepsilon_i}$; $E_k = d\sigma_i / d\varepsilon_i$ – касательный модуль.

Диаграмма деформирования физически нелинейной грунтовой среды основания может быть представлена экспоненциальной зависимостью

$$E_c = \sigma_i / e_i = \frac{\alpha}{e_i} \left(1 - \exp\left(-\frac{e_i}{\beta}\right) \right) + \gamma, \quad (28)$$

где α , β , γ – экспериментальные коэффициенты, характеризующие траекторию нагружения грунта. Так, значения коэффициентов примем: $\alpha = (E_0 - \gamma)\beta$; $\beta = 0,05$; $\gamma = 0,05E_0$; $E_0 = 70$ МПа.

Основание представляется нелинейно деформируемым трехмерным слоем толщиной H , расположенным на жестком подстилающем основании. Этот слой будем назвать несущим. В этом случае приращения вертикальных перемещений

$$\Delta w(x, y, z) = \Delta W(x, y) \psi(z); \quad (29)$$

Модель нелинейно деформируемого основания построим на базе вариационного метода [21]. Используя вариационный принцип, получим уравнения возможных работ:

$$\int_0^H \frac{\partial \Delta \tau_{zx}}{\partial x} \psi(z) dz - \int_0^H \Delta \sigma_z \psi'(z) dz + \int_0^H \frac{\partial \Delta \tau_{zy}}{\partial y} \psi(z) dz = - \int_0^H \Delta q(x, y) \psi(z) dz, \quad (30)$$

где H_0 – мощность несущего слоя.

Инкрементальное уравнение деформирования высотного объекта на фундаментной плите, взаимодействующей с нелинейно деформируемым неоднородным основанием, будет иметь вид

$$DV^4 \Delta W + c \Delta W - a \nabla^2 \Delta W - b_1 \frac{\partial \Delta W}{\partial x} - b_2 \frac{\partial \Delta W}{\partial y} = \Delta q(\Delta W, W, \Delta P, P), \quad (31)$$

где коэффициенты определяются следующим образом:

$$a = \int_0^H \mu_1 E_k \psi^2 dF; \quad c = \int_0^H (\lambda_1 + 2\mu_1) E_k (\psi')^2 dF;$$

$$b_1 = \int_0^H \psi^2 \frac{\partial}{\partial x} (\mu_1 E_k) dF; \quad b_2 = \int_0^H \psi^2 \frac{\partial}{\partial y} (\mu_1 E_k) dF;$$

$$\nu_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_c}{E} (1 - 2\nu_0) \right); \quad \lambda_1 = \frac{\nu_c}{(1 - 2\nu_c)(1 + \nu_c)}; \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2(1 + \nu_c)^2}; \quad \mu_1 = \frac{1}{2(1 + \nu_c)}; \quad \mu_2 = \frac{3}{4(1 + \nu_c)^2}.$$

Рассматривая в примере, представленном на рис. 12, грунтовое основание физически нелинейным, оценим соответствующее снижение бифуркационной критической нагрузки общей устойчивости. На рис. 13 представлены результаты расчета для линейно (график 1) и нелинейно (график 2) деформируемого основания. График 3 показывает снижение определителя (\det) линейризованного уравнения бифуркационной устойчивости. На графиках развития осадок $W(P)$ сооружения отмечены точки бифуркации Б1 и Б2, соответствующие критическому значению уровня нагружения P . Процесс деформирования системы «сооружение – основание» после прохождения точек бифуркации становится неустойчивым.

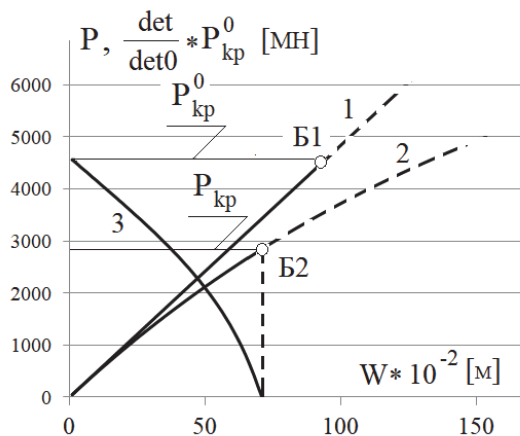


Рис. 13. Результаты расчета для линейно (график 1) и нелинейно (график 2) деформируемого основания бифуркационной критической нагрузки общей устойчивости

Figure 13. Calculation results of the bifurcation critical load for the linear (graph 1) and nonlinear (graph 2) deformable soil base

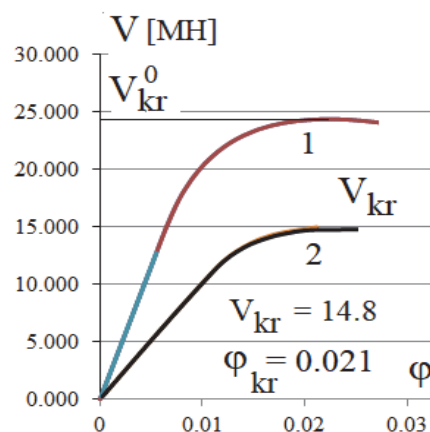


Рис. 14. Результаты расчета для линейно (график 1) и нелинейно (график 2) деформируемого основания критической ветровой нагрузки

Figure 14. Calculation results of the critical wind load for the linear (graph 1) and nonlinear (graph 2) deformable soil base

Рассмотрим результаты расчета устойчивости против опрокидывания на втором этапе нагружения сооружения ветровой нагрузкой при постоянном значении веса несущих конструкций $P = 700$ МН.

На рис. 14 график 1 – аналитическое решение линейно деформируемого основания, график 2 – физически нелинейное основание.

4. *Метод прослеживания истории процесса деформирования физически нелинейного основания с учетом развития зон разгрузки и конструктивной нелинейности.* Особенностью второго этапа нагружения является начало разгрузки основания с наветренной стороны сооружения. Учет разгрузки и разгрузочных модулей в настоящее время востребован в связи со строительством тяжелых высотных зданий в глубоких котлованах и при циклическом нагружении. Результаты многочисленных испытаний грунтов, выполненных в том числе в лаборатории прикладной геомеханики МГСУ, показали, что модуль разгрузки в несколько раз превышает модуль нагрузки, включая и начальный модуль. Известно, что в диапазоне нагружения до 500 КПа, связь между напряжениями и деформациями на графике разгрузки можно рассматривать как упругую. При этом модуль разгрузки в 5–10 раз превышает модуль нагрузки и в большей степени характеризует упругое поведение грунтов [22]. Примем при учете разгрузки основания модуль разгрузки в 10 раз превышающим модуль нагружения.

Представим результаты расчета напряженно-деформированного состояния основания под левой и правой опорами сооружения. На рис. 15 график 1 соответствует 1-му этапу нагружения основания весом несущих конструкций до уровня $P = 700$ МН, график 2 – 2-му этапу нагружения основания под правой опорой равнодействующей ветровой нагрузки, график 3 описывает процесс разгрузки основания под левой опорой.

В процессе поворота вертикальной оси сооружения на части поверхности основания происходит снижение давления фундаментной плиты (разгрузка), завершающееся отрывом подошвы фундаментной плиты от поверхности несущего слоя основания. Развитие этого процесса носит название конструктивной нелинейности. Учет конструктивной и физической нелинейностей деформирования грунта основания приводит к снижению устойчивости сооружения против опрокидывания. При этом эпюра давления фундаментной плиты на основание имеет три зоны: зону отрыва фундаментной плиты от основания, зону разгрузки основания, зону нагружения (рис. 16).

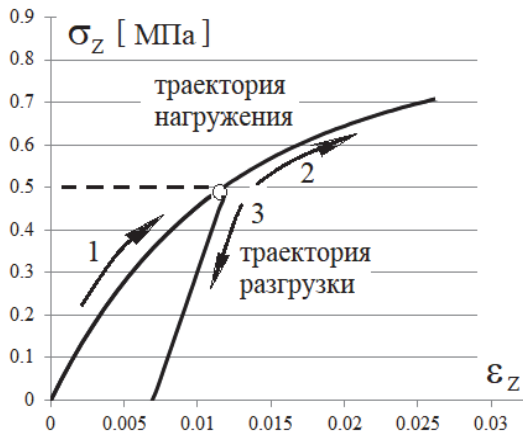


Рис. 15. Результаты расчета напряженно-деформированного состояния основания под левой и правой опорами сооружения с учетом физической и конструктивной нелинейности

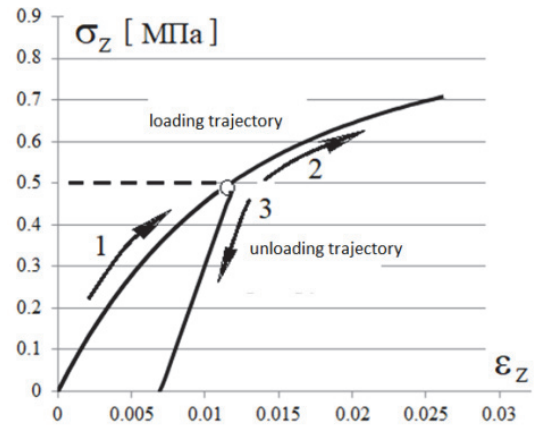


Figure 15. Calculation results of the stress-strain state of the soil base under left and right pillars of the structure, taking into account physical and structural nonlinearity

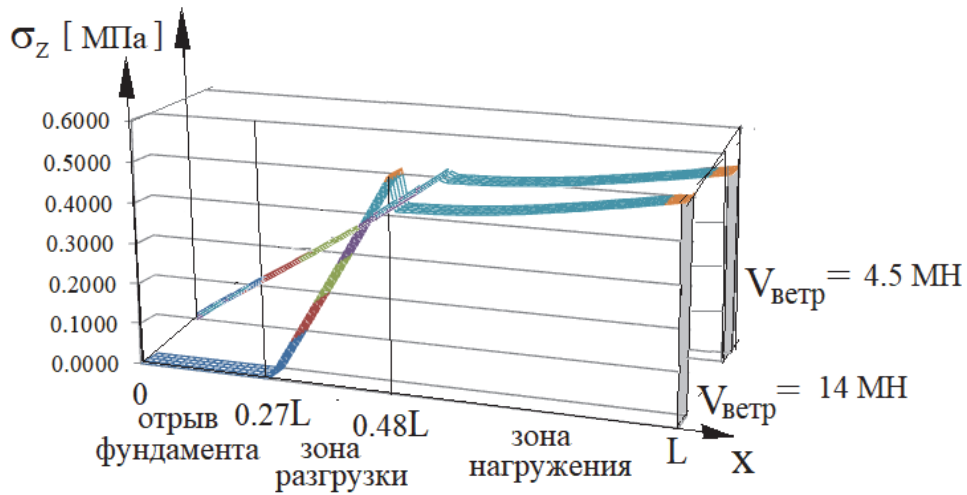


Рис. 16. Три зоны эпюры давления фундаментной плиты на основание: зона отрыва фундаментной плиты от основания, зона разгрузки основания, зона нагружения

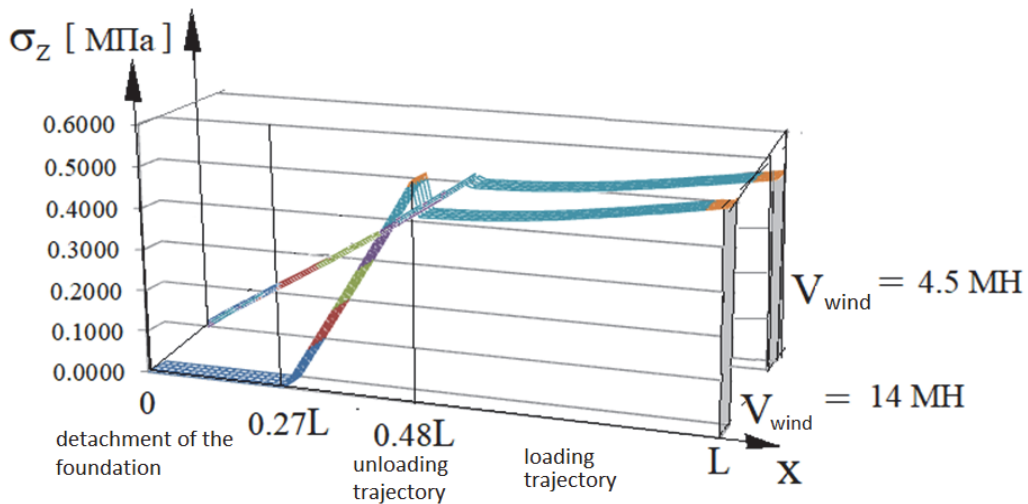


Figure 16. Three zones of pressure on the soil base: the zone of detachment of the foundation plate from the base, the zone of unloading of the base, the loading zone

Результаты и обсуждение

Рассматривая вопросы устойчивости против опрокидывания в практике проектирования высотных зданий следует отметить, что на критерий оценки коэффициента устойчивости положения, или устойчивости против опрокидывания, через сравнение удерживающего $M_{уд}$ и опрокидывающего $M_{опр}$ моментов относительно ребра возможного опрокидывания C_0 , встречаются ссылки в литературе [23]. Как отмечается в [5; 9] для тяжелых и высотных объектов этот критерий оценки устойчивости против опрокидывания дает завышенный результат. Дальнейшее уточнение оценки устойчивости против опрокидывания возможно при обращении к методам строительной механики. Анализ полученных численных результатов расчета показывает, что необходим учет нелинейного характера этой задачи устойчивости методами строительной механики. Однако их использование в практике проектирования имеет ограничение. Это склонность проектировщиков в большей мере ориентироваться на рекомендации СНиП и СП, предоставляющие большую убедительность при прохождении экспертизы проекта. Эти нормативные документы, например, ограничивают давления на грунт у края подошвы внецентренно нагруженного фундамента, а также предельный крен высотного объекта. Тем не менее для оценки запаса устойчивости высотного объекта против опрокидывания необходимо выйти за рамки этих ограничений и проследить равновесные состояния высотного объекта при воздействии ветровой нагрузки вплоть до момента его опрокидывания. При этом очевидно, что при приближении к моменту опрокидывания развиваются нелинейные большие перемещения, возникает физическая нелинейность деформирования грунтовой среды основания, частичный отрыв подошвы фундамента от основания и, соответственно, конструктивная нелинейность. Учет этих факторов позволит сделать оценки устойчивости высотного объекта против опрокидывания более точными.

Заключение

В настоящее время нормы строительного проектирования основываются на использовании метода расчетных предельных состояний. В стандарте (ГОСТ 27751–2014) понятие устойчивости положения (устойчивость против опрокидывания) входит в перечень признаков групп предельных состояний конструкций. Характерной особенностью по сравнению с другими критериями предельных состояний является внезапность и часто непредсказуемость. С некоторой долей справедливости проблему устойчивости против опрокидывания можно отнести к явлениям внезапного прогрессирующего обрушения сооружения. В общем виде в результате качественного исследования поведения упругих систем при потере устойчивости рассмотренная в статье проблема решена в рамках теории катастроф [24]. Теория катастроф сосредоточила внимание исследователей на общих свойствах систем и описывает практически все типы катастроф, которые называют элементарными. Очевидно, что сами катастрофы проявляются и в строительной механике. В качестве примера приведем вертикально стоящую бесконечно жесткую стойку, нагруженную вертикальной сжимающей силой, основание которой закреплено парой упругих связей поворота в двух перпендикулярных плоскостях. Эта модель носит название Аугусти, по имени ее автора. Она детально исследована в [24]. Изучены и другие модели, которые в большей мере можно отнести к задачам технической механики, чем к строительной механике, так как строительные сооружения взаимодействуют со сложной средой грунтового основания. В связи с этим не учитываются сложные нелинейные свойства которой существенно отдаляет результаты теории катастроф от задач устойчивости сооружений, представленных в виде системы «высотный объект – грунтовое основание».

Выводы:

1. Многие участки проектируемого строительства в Москве оцениваются как потенциально опасные в отношении проявления карстовых процессов, в связи с чем для фундаментных конструкций, согласно п. 6.11.17 СП 22.13330.2011, рекомендуется, чтобы узел сопряжения свай с ростверком предусматривал возможность их выскальзывания. Таким образом, при значительных горизонтальных ветровых нагрузках и развитии деформаций крена высотного здания возможен частичный отрыв подошвы фундаментной плиты от свайного основания, приводящий к конструктивной нелинейности задачи оценки устойчивости против опрокидывания.
2. Проследивание состояний равновесия вплоть до момента опрокидывания высотного объекта приводит к развитию большого угла поворота его вертикальной оси и, соответственно, к большим перемещениям, что требует учета геометрической нелинейности. При учете физической нелинейности деформируемой грунтовой среды основания высотного здания поворот его вертикальной оси под воздействием вет-

ровой нагрузки приводит к разгрузке части основания, что наряду с физической нелинейностью влечет возникновение нелинейной неоднородности, так как разгрузка основания происходит по закону деформирования, отличающемуся от закона деформирования при нагружении.

3. В общем виде задача устойчивости высотного объекта против опрокидывания может стать многократно нелинейной с различными видами нелинейности. Для решения таких нелинейных задач строительная механика предлагает соответствующий раздел «Нелинейная инкрементальная строительная механика», позволяющий представить нелинейные уравнения задачи в инкрементальной форме в линеаризованном виде.

Список литературы

1. Павлюк Н.П. К вопросу о проверке устойчивости стенки на опрокидывание // Проект и стандарт. 1934. № 8. С. 21–26.
2. Павлюк Н.П. Устойчивость жестких стен и колонн // Труды Ленинградского института инженеров коммунального строительства. 1935. Вып. II. С. 7–26.
3. Львин Я.Б. Устойчивость жестких стен и колонн на упругом и упругопластическом основании // Инженерный сборник. 1950. Т. VII.
4. Львин Я.Б. Об устойчивости жестких стен и массивов на упругом основании при действии произвольно направленных, в том числе поворачивающихся сил // Труды Воронежского инженерно-строительного института. вып. 1950. Вып. 2.
5. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем: современные концепции, ошибки и парадоксы. 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1979. 384 с.
6. Леви-Чивита Т., Амальди У. Курс теоретической механики: в 2 т. Т. 1. Ч. 2. М., 1962.
7. Рабинович И.М. Вопросы теории статического расчета с сооружений с односторонними связями. М.: Стройиздат, 1975.
8. Schulz M., Pellegrino S. Equilibrium paths of mechanical systems with unilateral constraints. Part I. Theory // Proceeding of the Royal Society. Ser. A. 2000. Vol. 456. No 8. Pp. 2223–2242.
9. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы: в 3 т. Т. 2. М.: СКАД СОФТ, 2011. 400 с.
10. Lago A., Trabucco D., Wood A. Damping technologies for tall buildings. Butterworth-Heinemann, 2018. 1124 p.
11. Fu F. Design and analysis of tall and complex structures. 1st ed. Butterworth-Heinemann, 2018, 318 p.
12. Rajapakse R. Construction engineering design calculations and rules of thumb. 1st ed. Butterworth-Heinemann, 2016. 474 p.
13. Yoo C., Lee S. Stability of structures. 1st ed. Butterworth-Heinemann, 2011. 536 p.
14. Kollar L., Tarjan G. Mechanics of civil engineering structures. 1st ed. Woodhead Publishing, 2020. 592 p.
15. El-Reedy M. Onshore structural design calculations. 1st ed. Butterworth-Heinemann, 2016. 456 p.
16. Sadd M.H. Elasticity: theory, application and numerics. 4th ed. Academic Press, 2020. 624 p.
17. Patel A. Geotechnical investigations and improvement of ground conditions. 1st ed. Woodhead Publishing, 2019. 209 p.
18. Ratner L.W. Non-linear theory of elasticity and optimal design. 1st ed. Elsevier Science, 2003. 279 p.
19. Коллатц Л. Задачи на собственные значения. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978.
20. Петров В.В. Нелинейная инкрементальная строительная механика. М.: Инфра-Инженерия, 2014. 480 с.
21. Власов В.З. Избранные труды: в 3 т. Т. 3. М.: Наука, 1964. 477 с.
22. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов: монография. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2009. 552 с.
23. Золотарева Л.А. Конструктивное проектирование: монография. Таганрог: Изд-во Южного федерального университета, 2018. 116 с.
24. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980.

References

1. Pavlyuk N.P. On the question of checking the stability of the wall to overturning. *Proekt i Standart*. 1934;(8):21–26. (In Russ.)
2. Pavlyuk N.P. Stability of rigid walls and columns. *Trudy Leningradskogo Instituta Inzhenerov Kommunal'nogo Stroitel'stva*. 1935;(II):7–26. (In Russ.)
3. Levin Ya.B. Stability of rigid walls and columns on an elastic and elastoplastic foundation. *Inzhenernyj Sbornik*. 1950;VII. (In Russ.)

4. Levin Ya.B. On the stability of rigid walls and arrays on an elastic foundation under the action of arbitrarily directed, including rotating forces. *Trudy Voronezhskogo Inzhenerno-Stroitel'nogo Instituta*. 1950;(2). (In Russ.)
5. Panovko Ya.G., Gubanova I.I. *Stability and vibrations of elastic systems: modern concepts, errors and paradoxes*. 3rd ed. Moscow: Nauka Publ.; 1979. (In Russ.)
6. Levi-Civita T., Amaldi U. *Lezioni di meccanica razionale* (vol. 1, part 2). Bologna: Zanichelli; 1923.
7. Rabinovich I.M. *Questions of the theory of static analysis from structures with one-way connections*. Moscow: Stroiizdat Publ.; 1975. (In Russ.)
8. Schulz M., Pellegrino S. Equilibrium paths of mechanical systems with unilateral constraints. Part I. Theory. *Proceeding of the Royal Society. Ser. A*. 2000;456(8):2223–2242.
9. Perelmutter A.V., Slivker V.I. *Equilibrium stability of structures and related problems*. Moscow: SKAD SOFT Publ.; 2011. vol. II. (In Russ.)
10. Lago A., Trabucco D., Wood A. *Damping technologies for tall buildings*. Butterworth-Heinemann; 2018.
11. Fu F. *Design and analysis of tall and complex structures*. 1st ed. Butterworth-Heinemann; 2018.
12. Rajapakse R. *Construction engineering design calculations and rules of thumb*. 1st ed. Butterworth-Heinemann; 2016.
13. Yoo C., Lee S. *Stability of structures*. 1st ed. Butterworth-Heinemann; 2011.
14. Kollar L., Tarjan G. *Mechanics of civil engineering structures*. 1st ed. Woodhead Publishing; 2020.
15. El-Reedy M. *Onshore structural design calculations*. 1st ed. Butterworth-Heinemann; 2016.
16. Sadd M.H. *Elasticity: theory, application and numerics*. 4th ed. Academic Press; 2020.
17. Patel A. *Geotechnical investigations and improvement of ground conditions*. 1st ed. Woodhead Publishing; 2019.
18. Ratner L.W. *Non-linear theory of elasticity and optimal design*. 1st ed. Elsevier Science; 2003.
19. Collatz L. *Eigenvalue problems*. Moscow: Nauka Publ., Gl. red. fiz.-mat. lit.; 1978. (In Russ.)
20. Petrov V.V. *Non-linear incremental building mechanics*. Moscow: Infra-Inzheneriya Publ.; 2014. (In Russ.)
21. Vlasov V.Z. *Selected works*. Moscow: Nauka Publ.; 1964. vol. 3. (In Russ.)
22. Ter-Martirosyan Z.G. *Soil mechanics*. Moscow: Izd-vo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov Publ.; 2009. (In Russ.)
23. Zolotareva L.A. *Structural design*. Taganrog: Publishing House of the Southern Federal University; 2018. (In Russ.)
24. Poston T., Stewart I. *Catastrophe theory and its applications*. London: Pitma; 1978.