

DOI 10.22363/1815-5235-2020-16-1-54-61
УДК 539.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Численный анализ устойчивости подкрепленных пластин с некратами критическими нагрузками

Г.А. Мануйлов, С.Б. Косицын, И.Е. Грудцына

Российский университет транспорта, Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, 9
*kositsyn-s@mail.ru

История статьи:

Поступила в редакцию: 22 октября 2019 г.
Доработана: 22 января 2020 г.
Принята к публикации: 28 января 2020 г.

Для цитирования

Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Грудцына И.Е. Численный анализ устойчивости подкрепленных пластин с некратами критическими нагрузками // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 1. С. 54–61. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-54-61>

Аннотация

Цели. Исследование докритических и начальных послекритических равновесий подкрепленных продольно сжатых пластин с некратами критическими нагрузками. **Методы.** Для решения поставленных задач использован конечно-элементный комплекс MSC PATRAN – NASTRAN. Подкрепленные пластины смоделированы плоскими четырехузловыми элементами. Проведены расчеты с учетом геометрической нелинейности. Материал считался абсолютно упругим. **Результаты.** Разработана методика исследования устойчивости подкрепленных продольно сжатых пластин, определены критические силы подкрепленных пластин различных толщин. Построены графики зависимостей прогибов от величин сжимающих нагрузок. Исследовано влияние начальных геометрических несовершенств на величины критических сил для подкрепленных пластин.

Ключевые слова: устойчивость; подкрепленная пластина; начальные геометрические несовершенства; критическая сила

Введение

Подкрепленные пластины – важный и достаточно часто встречающийся конструктивный элемент в машиностроении, авиации и строительстве. Задача об устойчивости подкрепленных пластин является актуальной и недостаточно изученной. Полученные на сегодняшний день отдельные решения не создают целостной картины поведения подкрепленных пластин различных геометрических параметров под действием сжимающей нагрузки. В данной работе кривые равновесных состояний строятся в геометрически нелинейной постановке, постоянно учитывается нелинейное взаимодействие собственных форм (локальной формы

волнообразования и формы общего выпучивания подкрепленной пластины как эйлерова стержня), а также влияние начальных геометрических несовершенств, что позволяет получать реальные значения критических нагрузок для подкрепленных пластин.

Влияние начального несовершенства для тонких прямоугольных и круглых пластин по форме выпучивания эйлерова стержня в задачах изгиба и устойчивости оценено впервые в работах Н. Нюландера [6]. Одной из первых по проблеме устойчивости подкрепленных пластин была работа В.Т. Койтера и М. Скалауда [4]. Весьма важные исследования проведены А. Ван дер Нейтом [8; 9] и Ж. Майером [10], а также В. Твергардом [7]. Эти ученые придерживались противоположных точек зрения по поводу чувствительности к начальным геометрическим несовершенствам: по А. Ван дер Нейту, эта чувствительность во многих случаях небольшая, тогда как по В. Твергарду, она может быть значительной. Для описания равновесных состояний вблизи двукратной критической точки Дж. Хант [2] предложил особые диаграммы с дополнительным параметром σ , что использовано в

Мануйлов Гайк Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной механики; eLIBRARY AuthorID: 527188.

Косицын Сергей Борисович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики; eLIBRARY SPIN-код: 9390-7610, ORCID iD: 0000-0002-3241-0683.

Грудцына Ирина Евгеньевна, аспирант кафедры теоретической механики.

© Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Грудцына И.Е., 2019

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

настоящей статье. Интересные экспериментальные исследования устойчивости сжатых подкрепленных пластин проведены С. Массонье [5]. Особый случай обратного прогиба сжатой подкрепленной пластины исследовал В. Фок [1].

В работах А.И. Маневича [12; 13] рассмотрены задачи связанной потери устойчивости для подкрепленной панели и стержня прямоугольного сечения, изучено влияние вторичной местной формы потери устойчивости на расчетную предельную нагрузку в зависимости от параметров сечений и начальных несовершенств.

1. Постановка задачи

Задача об устойчивости тонких подкрепленных пластин решена методом конечных элементов. Выбраны геометрические параметры подкрепленных пластин:

- длина пластин – 86 см,
- ширина пластин – 36 см,
- $\delta = 0,1$ см; $e = 1,2$ см; $J = 17,283$ см⁴;
- $\delta = 0,13$ см; $e = 1,132$ см; $J = 18,754$ см⁴;
- $\delta = 0,16$ см; $e = 1,071$ см; $J = 20,064$ см⁴;
- $\delta = 0,2$ см; $e = 1$ см; $J = 21,624$ см⁴;
- $\delta = 0,23$ см; $e = 0,952$ см; $J = 22,665$ см⁴;
- $\delta = 0,3$ см; $e = 0,857$ см; $J = 24,765$ см⁴;
- $\delta = 0,4$ см; $e = 0,95$ см; $J = 27,192$ см⁴;
- $\delta = 0,8$ см; $e = 0,9$ см; $J = 33,936$ см⁴,

где δ – толщина пластины; e – эксцентриситет положения главной центральной оси сечения; J – момент инерции относительно главной центральной оси.

Граничные условия: шарнирное опирание вдоль коротких сторон со свободными продольными краями. Пластина имела четыре продольных ребра жесткости. Поперечное сечение подкрепленной пластины представлено на рис. 1. Конечно-элементная модель построена в расчетном комплексе MSC PATRAN – NASTRAN. Использованы четырехузловые плоские конечные элементы типа shell (2378 элементов) (рис. 2). Материал считался абсолютно упругим (модуль упругости $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см², коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$). Сжимающая нагрузка (четыре силы) приложена в точках пересечения осей симметрии ребер и главной центральной оси сечения.



Рис. 1. Поперечное сечение подкрепленной пластины:

$b = 12$ см; $b_p = 1,2$ см; $h_p = 3$ см

[Figure 1. Cross-section of the stiffened plate:

$b = 12$ cm; $b_p = 1.2$ cm; $h_p = 3$ cm]

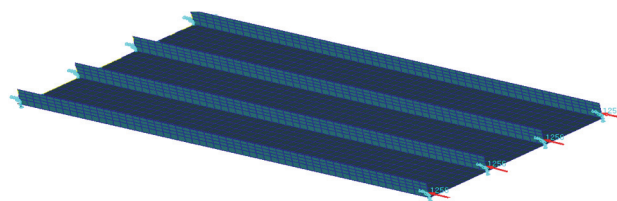


Рис. 2. Конечно-элементная модель подкрепленной пластины [Figure 2. Finite-element model of the stiffened plate]

2. Исследование докритического и начального послекритического равновесий подкрепленных пластин с некротными критическими нагрузками

В данной части исследования изучено докритическое и послекритическое равновесия подкрепленных пластин с некротными критическими нагрузками без учета начальных геометрических несовершенств. Задача решена с учетом геометрической нелинейности. В первую очередь рассмотрены послекритические равновесия тонких пластин, когда толщины пластин значительно меньше, чем толщины ребер.

Решение линейных задач на собственные значения (buckling) в расчетном комплексе позволило получить критические силы и формы потери устойчивости для данных тонких пластин. Эти силы соответствовали критическим точкам, полученным из расчета с учетом геометрической нелинейности. На рис. 3 показана кривая равновесных состояний для пластины толщиной $\delta = 0,1$ см. Данная кривая представляет собой график изменения прогибов в зависимости от величины сжимающей нагрузки, построенный для отдельного узла пластины, расположенного на оси симметрии вблизи нагруженного края.

Как показал расчет, развитие прогиба системы провоцирует начальное волнообразование в пластине (общее количество полуволн равно десяти), происходит первая бифуркация, но система продолжает держать нагрузку сжатия. Далее происходит перестройка волнообразования (последующие формы потери устойчивости имеют одиннадцать полуволн). Послекритическое равновесие для подкрепленной пластины толщиной $\delta = 0,1$ см устойчиво (до $P_{\max} = 34\ 200$ кг).

На рис. 4 показаны деформированные состояния подкрепленных пластин толщиной $\delta = 0,1$ см, соответствующие разным величинам сжимающей нагрузки. Очевидно, что при данных геометрических параметрах наибольшее сопротивление сжатию оказывают ребра жесткости (нагрузка продолжает расти до достижения максимальной – $P_{\max} = 34\ 200$ кг).

На рис. 5 показан график зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки, соответствующий подкрепленной пластине толщиной $\delta = 0,13$ см. Для пластины с данными геометрическими параметрами первая бифуркация являлась устойчивой, тогда как последующая – неустойчивой (скачок перемещений на графике). Максимальное значение нагрузки соответствует нагрузке потери устойчивости в предельной точке.

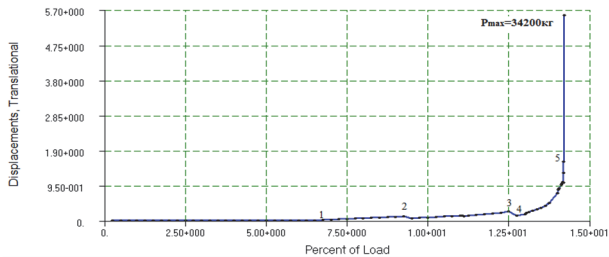


Рис. 3. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки при силовом нагружении подкрепленной пластины ($\delta = 0,1$ см)
 [Figure 3. Bend curve vs compression load for the stiffened plate ($\delta = 0.1$ cm)]

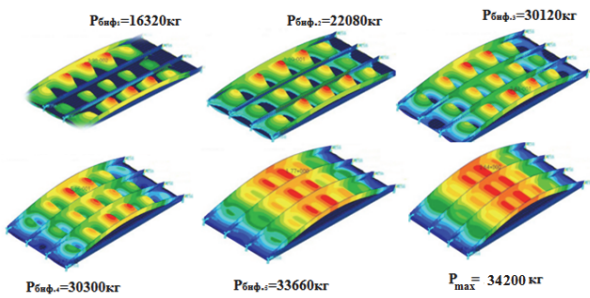


Рис. 4. Развитие волнообразования в пластине ($\delta = 0,1$ см)
 [Figure 4. Undulation effect propagation along a plate ($\delta = 0.1$ cm)]

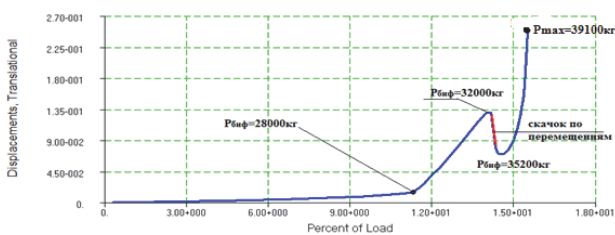


Рис. 5. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки при силовом нагружении подкрепленной пластины ($\delta = 0,13$ см)
 [Figure 5. Bend curve vs compression load for the stiffened plate ($\delta = 0.13$ cm)]

На рис. 6 показаны деформированные состояния подкрепленной пластины толщиной $\delta = 0.13$ см до скачка и после скачка перемещений. В точка бифуркации происходит перестройка форм волнообразования. Количество полуволн до скачка – девять, после скачка – одиннадцать.

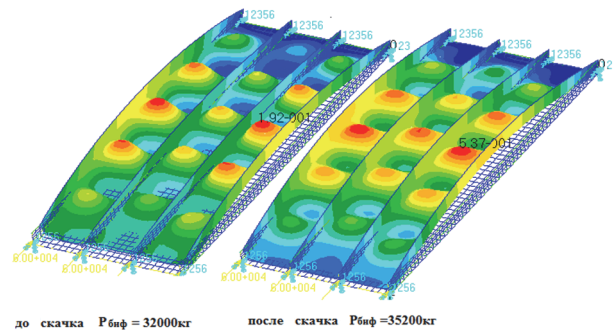


Рис. 6. Деформированные состояния подкрепленной пластины толщиной $\delta = 0,13$ см
 [Figure 6. Strain states of the stiffened plate $\delta = 0.13$ cm]

На рис. 7 показан график зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки для пластины толщиной $\delta = 0,16$ см. Важно отметить, что геометрические параметры этой подкрепленной пластины очень близки к таким геометрическим параметрам, при которых подкрепленная пластина имеет двукратную критическую нагрузку ($\delta = 0,175$ см). Результаты подробного исследования устойчивости подкрепленной пластины с двукратной критической нагрузкой нами приведены в работе [11]. Кривая равновесных состояний подкрепленной пластины толщиной $\delta = 0,16$ см отличается от соответствующих графиков, построенных для пластин меньших толщин. В процессе нагружения прогиб системы монотонно увеличивается и провоцирует волнообразование в средней части пластины. Точка бифуркации соответствует критической нагрузке $P_{биф} = 42\,324$ кг, в след за которой появляется предельная точка $P_{max} = 42\,778$ кг, а дальнейшее равновесие пластины становится неустойчивым (нагрузка падает при растущих прогибах). После прохождения предельной точки волнообразование распространяется по всей поверхности пластины. Следующая бифуркация ($P_{биф} = 42\,246$ кг) возникает уже на неустойчивой ветви кривой равновесных состояний.

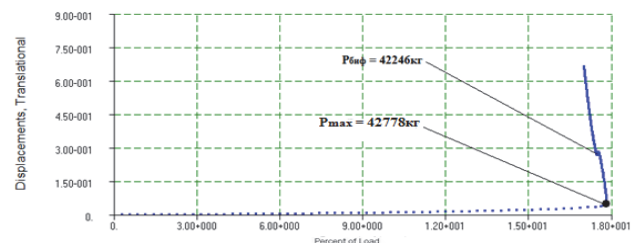


Рис. 7. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки при силовом нагружении подкрепленной пластины ($\delta = 0,16$ см)
 [Figure 7. Bend curve vs compression load for a stiffened plate ($\delta = 0.16$ cm)]

Дальнейшие исследования устойчивости подкрепленных пластин посвящены рассмотрению послекритических равновесий пластин с большими толщинами ($\delta = 0,2$ см, $\delta = 0,23$ см и $\delta = 0,3$ см) по сравнению с параметрами аналогичной пластины ($\delta = 0,175$ см), обладающей двукратной критической нагрузкой. Для каждой из таких пластин при $\delta > 0,175$ см первой критической является нагрузка выпучивания пластины как эйлерова стержня. На рис. 8 и 9 представлены графики зависимостей прогибов от величин сжимающей нагрузки для подкрепленных пластин толщинами $\delta = 0,2$ см и $\delta = 0,23$ см.

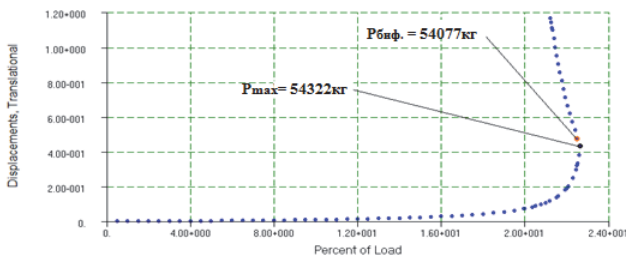


Рис. 8. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки при силовом нагружении подкрепленной пластины ($\delta = 0,2$ см)
[Figure 8. Bend curve vs compression load for a stiffened plate ($\delta = 0.2$ cm)]

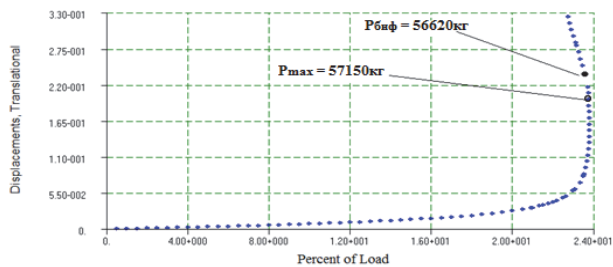


Рис. 9. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки при силовом нагружении подкрепленной пластины ($\delta = 0,23$ см)
[Figure 9. Bend curve vs compression load for a stiffened plate ($\delta = 0.23$ cm)]

Исследования показали, что под действием увеличивающейся сжимающей нагрузки растет прогиб в средней части пластин. Однако бифуркации волнообразования появлялись только после прохождения предельных точек на неустойчивых участках кривых равновесных состояний.

На рис. 10 представлен график зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки для подкрепленной пластины толщиной $\delta = 0,3$ см. Анализ послекритического равновесия данной пластины показал, что потеря устойчивости происходит только в предельной точке, без возникновения точек бифуркации волнообразования

($P_{\max} = 62\,294$ кг). Волнообразование сильно уменьшает продольную жесткость, поэтому слабо растущая эластика Эйлера переходит в слабо падающую кривую после предельной точки. Подкрепленная пластина толщиной $\delta = 0,4$ см также теряет устойчивость в предельной точке ($P_{\max} = 68\,345$ кг). Бифуркации волнообразования здесь не наблюдались.

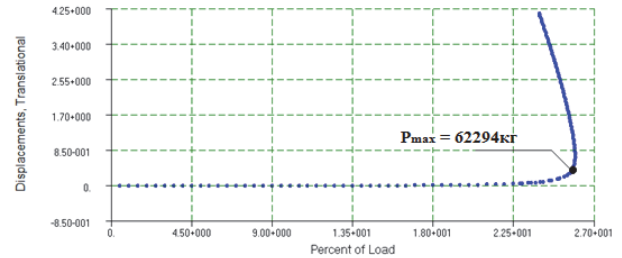


Рис. 10. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки при силовом нагружении подкрепленной пластины ($\delta = 0,3$ см)
[Figure 10. Bend curve vs compression load for a stiffened plate ($\delta = 0.3$ cm)]

Полученные особенности поведения подкрепленных пластин для случаев, когда первой критической нагрузкой является нагрузка волнообразования ($\delta < \delta = 0,175$ см) и когда первая критическая нагрузка – эйлерова сила ($\delta > \delta = 0,175$ см), можно объяснить с помощью бифуркационных диаграмм Дж. Ханта [2]. Они построены путем введения в выражение потенциальной энергии двойной полусимметричной точки бифуркации дополнительного члена с параметром σ :

$$V = \frac{1}{6}V_{222}q_2^3 + \frac{1}{2}V_{112}q_1^2q_2 + \frac{1}{2}(\lambda - \lambda_{кр})[V_{11\lambda}q_1^2 + V_{22\lambda}q_2^2] + \frac{1}{2}\sigma V_{11\lambda}q_1^2, \quad (1)$$

где V – потенциальная энергия; цифровые индексы означают дифференцирование по координатам q_1 и q_2 ; индекс с буквой λ – дифференцирование по параметру нагрузки.

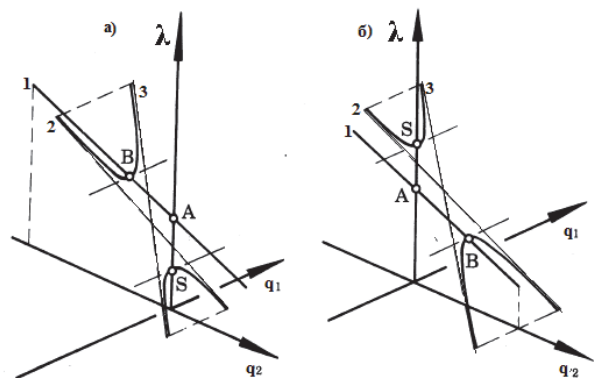


Рис. 11. Бифуркационные диаграммы Дж. Ханта
[Figure 11. J. Hunt's bifurcation diagrams]

При $\sigma > 0$ получим диаграмму на рис. 11, а и при $\sigma < 0$ – диаграмму на рис. 11, б. Первая из этих диаграмм соответствует поведению подкрепленной пластины, когда критическая сила вызывает неустойчивое волнообразование. Вторая диаграмма описывает бифуркации волнообразования на неустойчивой части кривой развития прогибов пластины как эйлера стержня. Все производные потенциальной энергии вычисляются в точке двойной бифуркации, поэтому модификация потенциальной энергии работает локально, вблизи этой точки.

В формуле (1) и на рис. 11 обозначено: q_1 – координата, соответствующая форме волнообразования пластины; q_2 – координата, соответствующая форме выпучивания стержня; λ – параметр нагрузки ($\lambda = P - P_{кр}$); A – точка бифуркации, соответствующая критической силе выпучивания подкрепленной пластины как эйлера стержня ($P_{эл}$); S – точка бифуркации, соответствующая критической силе волнообразования пластины; B – точка вторичной бифуркации, возникающая при развитии прогиба в подкрепленной пластине; l – прямая несвязных равновесий, соответствующая относительной амплитуде по форме выпучивания подкрепленной пластины как эйлера стержня; 2 и 3 – асимптоты, к которым стремятся бифуркационные кривые связанных равновесий с координатами, зависящими как от прогиба по Эйлеру, так и от амплитуды волнообразования.

Согласно бифуркационной диаграмме (рис. 11, а), если при расчете получим первую критическую нагрузку, соответствующую критической нагрузке волнообразования пластины, то точка бифуркации будет неустойчивой и послебифуркационные траектории равновесия окажутся падающими в одном направлении. Данное явление наблюдалось при анализе послекритического равновесия подкрепленных пластин толщиной $\delta = 0,16$ см.

Согласно диаграмме на рис. 11, б, если при расчете получим первую критическую нагрузку, соответствующую критической нагрузке потери устойчивости по Эйлеру, то тогда на падающей

послебифуркационной траектории возникает вторичная неустойчивая бифуркация волнообразования. Это явление наблюдалось для подкрепленных пластин с толщинами $\delta = 0,2$ см и $\delta = 0,23$ см. Данные бифуркационные диаграммы позволяют предсказывать послекритическое поведение подкрепленных пластин с различными геометрическими параметрами.

3. Влияние начальных геометрических несовершенств на критическую нагрузку подкрепленных пластин

Начальные геометрические несовершенства заданы по двум формам потери устойчивости:

- несовершенство по форме выпучивания подкрепленной пластины как эйлера стержня;
- несовершенство по форме волнообразования пластины.

Все амплитуды несовершенства заданы в долях от толщины подкрепленных пластин.

На рис. 12 показаны кривые падения критических нагрузок при задании несовершенств по формам выпучивания стержня и волнообразования пластины, а табл. 3 содержит соответствующую числовую информацию.

Падение критической нагрузки для пластины толщиной $\delta = 0,4$ см, вызванное несовершенством по форме выпучивания эйлера стержня 2δ составило 20 %.

Анализ послекритического равновесия подкрепленной пластины толщиной $\delta = 0,8$ см показал, что для этой пластины послекритическое равновесие неустойчиво, система теряет устойчивость в предельной точке ($P_{max} = 86\ 938$ кг). Однако при задании несовершенства большой амплитуды ($>2\delta$) по форме выпучивания пластины как эйлера стержня система становится достаточно «грубой» и влияние начального несовершенства приводит к возникновению устойчивой ветви равновесия (псевдоэластики Эйлера). На рис. 13 показаны кривые равновесных состояний для пластины толщиной $\delta = 0,8$ см.

Таблица 1

Значения критических нагрузок для пластин ($\delta = 0,1$ см, $\delta = 0,13$ см, $\delta = 0,16$ см)
[Table 1. Critical loads for the stiffened plates ($\delta = 0.1$ cm, $\delta = 0.13$ cm, $\delta = 0.16$ cm)]

$P_{кр}$ (кг)								
$\delta = 0,1$ см, $P_{max} = 34\ 200$ кг			$\delta = 0,13$ см, $P_{max} = 39\ 100$ кг			$\delta = 0,16$ см, $P_{max} = 42\ 778$ кг		
Несовершенство по форме волнообразования пластины [Undulation form imperfection]								
0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ
34 143	34 125	34 125	37 368	36 672	36 168	41 749	40 032	38 472
Несовершенство по форме выпучивания стержня [Strut buckling form imperfection]								
0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ
3 2887	31 992	31 200	37 200	36 000	35 280	41 650	39 027	37 607

Таблица 2

Значения критических нагрузок для пластин ($\delta = 0,2$ см, $\delta = 0,3$ см, $\delta = 0,3$ см)
 [Table 2. Critical loads for the stiffened plates ($\delta = 0.2$ cm, $\delta = 0.23$ cm, $\delta = 0.3$ cm)]

$P_{кр}$ (кг)								
$\delta = 0,2$ см, $P_{max}=54\ 322$ кг			$\delta = 0,23$ см, $P_{max} = 57\ 150$ кг			$\delta = 0,3$ см, $P_{max} = 62\ 294$ кг		
Несовершенство по форме волнообразования пластины [Undulation form imperfection]								
0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ
50 210	42 353	41 110	54 508	45 241	43 859	61 058	55 506	52 039
Несовершенство по форме выпучивания стержня [Strut buckling form imperfection]								
0.1 δ	1 δ	2 δ	0.1 δ	1 δ	2 δ	0.1 δ	1 δ	2 δ
50 186	42 438	40 305	55 643	48 120	43 689	60 542	53 932	49 769

Таблица 3

Падение критической нагрузки (%)
 [Table 3. Declination of the critical load (%)]

Толщина пластины δ [Thickness of plate]	Несовершенство по форме волнообразования пластины [Undulation form imperfection]			Несовершенство по форме выпучивания стержня [Strut buckling form imperfection]		
	0,1 δ	1 δ	2 δ	0,1 δ	1 δ	2 δ
0,1 см	0,167	0,219	0,219	3,839	6,456	8,772
0,13 см	4,43	6,21	7,545	4,859	7,928	9,77
0,16 см	2,405	6,419	10,066	2,637	8,769	12,088
0,2 см	7,57	22,033	24,322	7,614	21,877	25,804
0,23 см	4,623	20,838	23,256	2,637	15,801	23,554
0,3 см	1,984	10,897	16,462	2,235	12,909	19,631

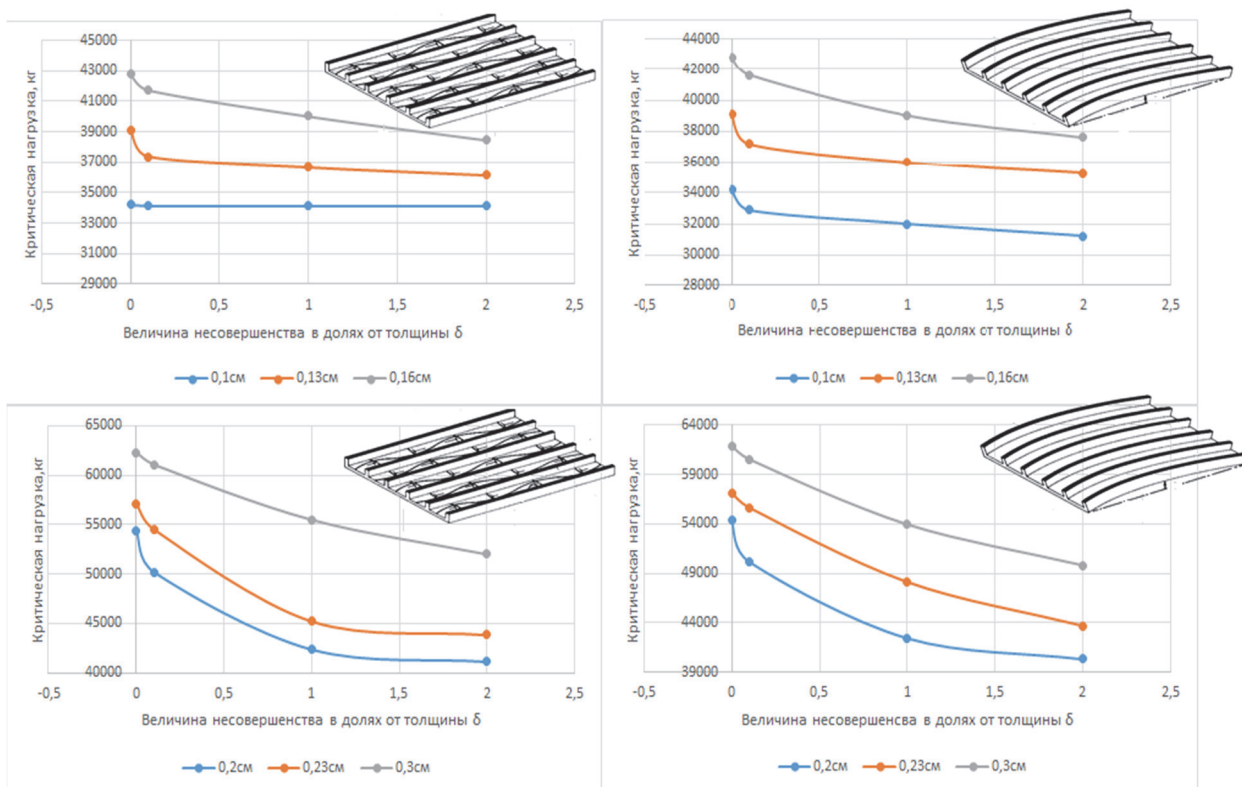


Рис. 12. Кривые падения критических нагрузок:
 $\delta = 0,1$ см; $\delta = 0,13$ см; $\delta = 0,16$ см; $\delta = 0,2$ см; $\delta = 0,23$ см; $\delta = 0,3$ см
 [Figure 12. Decline curves of the critical loads:
 $\delta = 0.1$ cm; $\delta = 0.13$ cm; $\delta = 0.16$ cm; $\delta = 0.2$ cm; $\delta = 0.23$ cm; $\delta = 0.3$ cm]

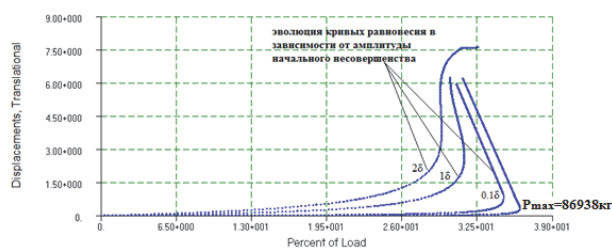


Рис. 13. График зависимости прогибов от величины сжимающей нагрузки (подкрепленная пластина $\delta = 0,8$ см)
[Figure 13. Bend curve vs compression load for a stiffened plate ($\delta = 0.8$ cm)]

Заключение

Наибольшее влияние на критическую нагрузку оказало несовершенство по форме выпучивания подкрепленной пластины как эйлерова стержня амплитудой 2δ . Несовершенство такой формы провоцировало возникновение изгибающего момента и развитие волнообразования в пластине, вследствие чего падала изгибная жесткость системы.

Достаточно небольшое падение критической нагрузки подкрепленных пластин с толщинами $\delta = 0,1$ см, $\delta = 0,13$ см, $\delta = 0,16$ см обусловлено значительной толщиной ребер жесткости, поскольку основная нагрузка сжатия воспринималась при данных геометрических параметрах именно ребрами. Падение критической нагрузки подкрепленных пластин, имеющих толщины $\delta = 0,2$ см, $\delta = 0,23$ см, составило более 20 %, несмотря на увеличение толщины пластины. С ростом толщины подкрепленной пластины значение критической нагрузки повышается, но вместе с тем закритическое равновесие становится неустойчивым, и, соответственно, пластина получает чувствительность к начальным геометрическим несовершенствам. Существует мнение: если система теряет устойчивость в предельной точке, то такая система не чувствительна к начальным геометрическим несовершенствам. Но справедливо ли это утверждение для всех систем? Анализ послекритического равновесия подкрепленных пластин показал, что пластины с толщинами $\delta = 0,3$ см, $\delta = 0,4$ см без несовершенств теряли устойчивость в предельной точке без дальнейшего возникновения бифуркаций, однако падение критической нагрузки вследствие влияния несовершенств достигало величины немногим менее 20 %. При задании несовершенств для подкрепленных пластин данных толщин по форме выпучивания пластины как эйлерова стержня точки бифуркации появились на неустойчивой ветви равновесных состояний уже после прохождения предельной точки. Для пластины толщиной $\delta = 0,8$ см падение критической нагрузки, вследствие влия-

ния начального несовершенства по форме эйлерова стержня амплитудой 1δ , составило 10 %.

Список литературы

1. Fok W.C., Rhodes J., Walker A.C. Local buckling of outstands in stiffened plates // *Aeronaut Q* 27. 1976. Pp. 277–291.
2. Hunt G.W. Imperfections and near-coincidence for semi-symmetric bifurcations // *New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci.* 1977. Vol. 316. Pp. 572–589.
3. Koiter W.T., Pignataro M.A. General theory for the interaction between local and overall buckling of stiffened panels // *Delft WTHD Report* 83. 1976. Pp. 179–222.
4. Koiter W.T., Skaloud M. Interventions // *Comportement post critique des plaques utilisees en construction metallique: colloque intern. a l'Universite de Liege. Memoires de la Societe Royale des Sciences de Liege. 5^{me} serie.* 1962. T. VIII. Fasc. 5. Pp. 64–68, 103, 104.
5. Maquoi R., Massonnet C. Interaction between local plate buckling and overall buckling in thin-walled compression members // *New York Harvard University Theories and Experiments: Proceedings of the IUTAM International Symposium on Buckling of Structures.* 1976. Pp. 365–382.
6. Nylander H. Initially deflected thin plate with initial deflection affine to add // *Deflektion. International vereinigung fur Bruckenbau und Hochbau Abhandlungen.* 1951. Bd. 11.
7. Tvergaard V. Imperfection sensitivity of a wide integrally stiffened panel under compression // *Int. J. Solids Structures.* 1973. Vol. 9. Pp. 177–192.
8. Van Der Neut A. The interaction of local buckling and column failure of imperfect thin-walled compression members // *Delft Technological University Report VTH-149.* 1968. Pp. 391–398.
9. Van Der Neut A. Mode interaction with a stiffened panel // *Harvard Proc. IUTAM Symp., Buckling of Structures.* 1974. Pp. 117–132.
10. Van Der Neut A., Majer J. The interaction of local buckling and column failure of imperfect thin-walled compression members // *Delf University of Technology, Department of Aeronautic Engineering Report VTH-160.* 1970. Pp. 6–18.
11. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б., Грудцына И.Е. Численный анализ критического равновесия гибкой подкрепленной пластины с учетом влияния начальных геометрических несовершенств // *Строительная механика и расчет сооружений.* 2020. № 1. С. 30–36.
12. Маневич А.И. К теории связанной потери устойчивости подкрепленных тонкостенных конструкций // *Прикл. математика и механика.* 1982. Т. 46. № 2. С. 337–345.
13. Маневич А.И. Взаимодействие форм потери устойчивости, сжатой подкрепленной панели // *Строительная механика и расчет сооружений.* 1981. № 5. С. 24–29.

Numerical analysis of stability of the stiffened plates subjected aliquant critical loads

Gaik A. Manuylov, Sergey B. Kositsyn, Irina E. Grudtsyna

Russian University of Transport, 15 Obraztsova St., Moscow, 127994, Russian Federation

*kositsyn-s@mail.ru

Article history:

Received: October 22, 2019

Revised: January 22, 2020

Accepted: January 28, 2020

Abstract

The aim of the work is to research the precritical and postcritical equilibrium of the stiffened plates subjected aliquant critical loads. **Methods.** The finite-element complex MSC PATRAN – NASTRAN was used in the paper. To simulate the plates, flat four-node elements were used. Calculations taking into account geometric nonlinearity were carried out. The material of the shells was considered absolutely elastic. **Results.** A technique has been developed to study the stability of reinforced longitudinally compressed plates; the critical forces of the stiffened plates of various thicknesses had been calculated. Graphs of deflections dependences on the value of the compressive load had been constructed. The influence of initial geometric imperfections on the value of the critical loads for stiffened plates has been investigated.

Keywords: stability; stiffened plate; initial geometric imperfections; critical load

For citation

Manuylov G.A., Kositsyn S.B., Grudtsyna I.E. Numerical analysis of stability of the stiffened plates subjected aliquant critical loads. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2020;16(1): 54–61. <http://dx.doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-1-54-61>. (In Russ.)

References

1. Fok W.C., Rhodes J., Walker A.C. Local buckling of outstands in stiffened plates. *Aeronaut Q* 27. 1976:277–291.
2. Hunt G.W. Imperfections and near-coincidence for semi-symmetric bifurcations. New York Academy of Sciences. Bifurcation theory and applications in scientific disciplines. Ann. N. Y. Acad. Sci. 1977;316:572–589.
3. Koiter W.T., Pignataro M.A. General theory for the interaction between local and overall buckling of stiffened panels. *Delft WTHD Report* 83. 1976:179–222.
4. Koiter W.T., Skaloud M. Interventions. *Comportement post critique des plaques utilisees en construction metallique: colloque intern. a l'Universite de Liege. Memoires de la Societe Royale des Sciences de Liege. 5^{me} serie*. 1962;VIII(5):64–68, 103, 104.
5. Maquoi R., Massonnet C. Interaction between local plate buckling and overall buckling in thin-walled compression members. *New York Harvard University Theories and Experiments: Proceedings of the IUTAM International Symposium on Buckling of Structures*. 1976:365–382.
6. Nylander H. Initially deflected thin plate with initial deflection affine to add. *Deflektion. International vereinigung fur Bruckenbau und Hochbau Abhandlungen*. 1951;11.
7. Tvergaard V. Imperfection sensitivity of a wide integrally stiffened panel under compression. *Int. J. Solids Structures*. 1973;9:177–192.
8. Van Der Neut A. The interaction of local buckling and column failure of imperfect thin-walled compression members. *Delft Technological University Report VTH-149*. 1968:391–398.
9. Van Der Neut A. Mode interaction with a stiffened panel. *Harvard Proc. IUTAM Symp., Buckling of Structures*. 1974:117–132.
10. Van Der Neut A., Majer J. The interaction of local buckling and column failure of imperfect thin-walled compression members. *Delft University of Technology, Department of Aeronautic Engineering Report VTH-160*. 1970:6–18.
11. Manuylov G.A., Kositsyn S.B., Grudtsyna I.E. Numerical analysis of critical equilibrium of flexible supported plate with allowance for influence initial geometrical imperfections. *Structural mechanics and analysis of constructions*. 2020;(1):30–36. (In Russ.)
12. Manevich A.I. K teorii svyazannoj poteri ustojchivosti podkreplennyh tonkostennyh konstrukcij [On the theory of coupled loss of stability in stiffened thin-walled structures]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1982;(2):337–345. (In Russ.)
13. Manevich A.I. Vzaimodejstvie form poteri ustojchivosti, szhatoj podkreplenoj paneli [Coupled stability loss of a compressed stiffened panel]. *Structural mechanics and analysis of constructions*. 1981;(5):24–29. (In Russ.)

Gaik A. Manuylov, Ph.D., Associate Professor; eLIBRARY AuthorID: 527188.

Sergey B. Kositsyn, adviser of the RAACS, D.Sc. in Engineering, Professor of the Department of Theoretical Mechanics; eLIBRARY SPIN-code: 9390-7610, ORCID iD: 0000-0002-3241-0683.

Irina E. Grudtsyna, postgraduate student of the Department of Theoretical Mechanics.