

Численные методы расчета конструкций

УДК 539

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-6-451-458

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

Эффект концентрации напряжений в стержне прямоугольного сечения в области крепления от продольных усилий

С.Н. Якупов^{1,2*}, Х.Г. Киямов¹, Н.М. Якупов¹, Л.И. Хасанова², И.И. Бикмухамметов²

¹Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФГБУН «Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр Российской академии наук”»
Российская Федерация, 420111, Татарстан, Казань, ул. Лобачевского, 2/31

²Казанский государственный архитектурно-строительный университет
Российская Федерация, 420043, Татарстан, Казань, ул. Зеленая, 1

*Автор, ответственный за переписку

(поступила в редакцию: 19 июля 2018 г.; доработана: 10 ноября 2018 г.; принята к публикации: 12 ноября 2018 г.)

Актуальность. Для обеспечения безопасной работы конструкций и сооружений необходимо точнее определять напряженно-деформированное состояние (НДС) элементов конструкций, выявлять области концентрации напряжений. Вопросы распределения напряжений в областях крепления стержней в трехмерной постановке относительно мало изучены. В этих областях могут возникнуть существенные концентрации напряжений, способствующие возникновению и развитию трещин и отколов, являющихся предвестником разрушения. Развитие современных методов расчета, программных комплексов и рост возможностей вычислительной техники позволяют уточнять расчетные схемы: переходить от одномерной схемы расчета к двумерной, от двумерной схемы расчета к трехмерной. Все это дает возможность более точно оценивать НДС элементов конструкций и сооружений, выявлять области концентрации напряжений, а также исследовать влияние коэффициента Пуассона на концентрацию напряжений.

Методы исследования. Отмечено, что в стержнях (стойках) квадратного сечения возникают трещины и разрывы в кромках при воздействии продольных нагрузок. Для оценки напряженно-деформированного состояния используются трехмерные элементы на базе сплайнового варианта метода конечных элементов и расчетный комплекс «ЛИРА». Сплайновый метод конечных элементов, благодаря синтезу идеи параметризации и метода конечных элементов (МКЭ) с кубической аппроксимацией всех трех искоемых переменных в пределах каждого элемента, позволяет получать согласованные трехмерные конечные элементы. На базе отмеченных методов и комплексов выполнены численные исследования концентрации напряжений в стержнях квадратного и прямоугольного сечений, закрепленных на одном конце и воспринимающих растягивающие усилия на другом конце.

Выводы. Установлено, что в угловых точках сечения в области крепления прямолинейных стержней, воспринимающих осевые растягивающие усилия, возникают концентрации напряжений. Вдали от области крепления стержня напряжения выравниваются. С увеличением коэффициента Пуассона концентрация напряжений возрастает быстрее, чем при малых значениях. Переход от одномерной расчетной схемы к двумерной и тем более к трехмерной схеме позволяет определять концентрацию напряжений как в плане, так и по толщине. Информация о концентрации напряжений в элементах конструкций позволит проектировщикам более грамотно проектировать конструкции и сооружения, а эксплуатационникам своевременно выявлять дефектные области.

Ключевые слова: стержни, концентрации напряжений, растягивающие усилия, квадратное и прямоугольное сечение, трехмерные конечные элементы, крепление

Введение

Одной из наиболее существенных причин разрушения элементов конструкций является наличие концентраторов [1–6]. Еще Леонардо да Винчи сфор-

мулировал понятие концентратора и тем самым заложил основы современной механики разрушения. Концентрацию напряжений могут вызвать условия крепления, геометрические параметры и форма элементов конструкции (способ крепления элемента

конструкции с основным узлом, конструктивные отверстия и углубления, коррозионные дефекты, пазы и зоны стыков элементов, перепады толщин, острые конструктивные углы и т.д.).

Стержни и стержневые системы (фермы), балки, балочные системы (рамы) и стойки находят широкое применение как в строительных, так и машиностроительных конструкциях [4]. Они имеют различную форму сечения, изготавливаются из различных материалов и воспринимают большие нагрузки, в том числе продольные усилия. Например, наклонные стойки крупногабаритных градирен СК-1200 имеют квадратную форму поперечного сечения (рис. 1), воспринимают большие весовые нагрузки металлических конструкций диффузора, конфузора и железобетонной части цилиндрического участка, а также нагрузки приходящие от парусности градирни в целом. В процессе эксплуатации в ребрах стоек в области концентрации напряжений возникают различные трещины и разрывы, которые существенно снижают несущую способность стойки и в дальнейшем выходят из строя, приводя конструкцию градирни к аварийной ситуации.



Рис. 1. Продольные угловые трещины в наклонных стойках крупногабаритной градирни СК-1200
[Figure 1. Longitudinal corner cracks in sloping racks large-sized coolers СК-1200]

Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкции, состоящей из набора конструктивных элементов из полимерных композиционных материалов, рассмотрено, в частности, в статье [7]. Задача отклонения зажатой балки от равномерной нагрузки методом конечных элементов рассмотрена в [8].

Большую опасность для конструкции представляют случаи, когда имеют место два и более источника разрушения [9; 10], например существенные механические напряжения, коррозия и концентраторы напряжений. Концентраторы напряжений активизируют коррозионный процесс [11; 12]. При существенной коррозии происходит изменение не только геометрических, но и механических характеристик материала. Все это существенно снижает ресурс конструкции и сооружений.

Для обеспечения безопасной работы конструкций и сооружений необходимо точнее определять напряженно-деформированное состояние элементов конструкций, выявлять области концентрации напряжений и принимать меры к их устранению. Информация о концентрации напряжений в элементах конструкций позволит проектировщикам более грамотно проектировать конструкции и сооружения, а эксплуатационникам своевременно выявлять дефектные области.

Развитие современных методов расчета, программных комплексов и рост возможностей вычислительной техники позволяют уточнять расчетные схемы: переходить от одномерной схемы расчета к двумерной, от двумерной к трехмерной. О важности использования трехмерных схем при расчете угловых трубчатых соединений говорится в статье [13]. Все это позволяет более точно оценивать напряженно-деформированное состояние элементов конструкций и сооружений.

В статье [6] приведены результаты исследования плоскими конечными элементами балки-стенки, закрепленной по одному торцу от равномерно распределенной растягивающей нагрузки, приложенной к противоположному торцу. Определена, в частности, картина распределения напряжений. Отмечается, что в месте крепления в области угловых точек наблюдается концентрация как нормальных σ_x (рис. 2), так и касательных τ_{xy} напряжений для рассмотренных параметров балки-стенки. Установлено, что для исследованного варианта балки-стенки концентрация нормальных напряжений σ_x в угловых точках составляет 27–33 %. То есть, в отличие от расчета напряжений методами сопротивления материалов, максимальные нормальные напряжения превышают общий уровень напряжений более чем на 30 %.

Таким образом, переход от одномерной схемы расчета к двумерной схеме позволяет более точно определять концентрацию напряжений в точках крепления. А из механики разрушения известно, что концентрация напряжений является предвестником разрушения [1–6].

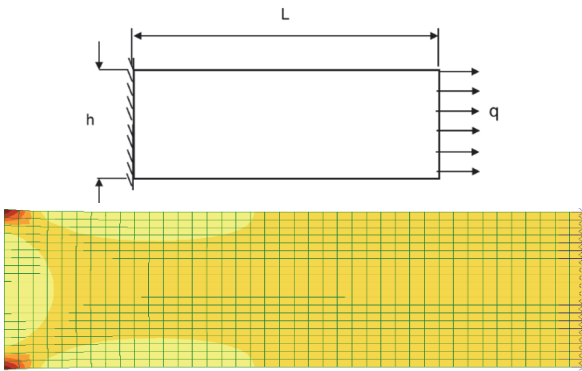


Рис. 2. Распределение напряжений σ_x в балке-стенке [Figure 2. Stress distribution σ_x in the beam-wall]

Вопросы распределения напряжений в областях крепления стержней (стоек) в трехмерной постановке относительно мало изучены. В этих областях могут возникнуть существенные концентрации напряжений, способствующие возникновению и развитию трещин и отколов, являющихся предвестником разрушения.

Ниже рассмотрены примеры расчета напряженно-деформированного состояния прямолинейных стержней прямоугольного и квадратного сечения от растягивающих нагрузок на базе трехмерных конечных элементов. Выявлены области концентрации напряжений. Рассмотрен вопрос влияния коэффициента Пуассона на степень концентрации напряжений.

Методы численного исследования

Современные методы расчета позволяют относительно точно оценивать напряженно-деформированное состояние элементов конструкций и сооружений. Вопросы использования кубического сплайна для расчета слоистой пластины рассматриваются в [14].

В данной работе для определения распределения напряжений в стержне применяются трехмерные конечные элементы. Использовалась программа на базе сплайнового варианта метода конечных элементов с кубической аппроксимацией исходных переменных.

Основы сплайнового варианта метода конечных элементов в трехмерной постановке (СВ МКЭ-3) для расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкций сложной геометрии, заданных в декартовой системе координат, изложены, в частности, в [15]. На первом этапе решается задача параметризации. Рассматриваемый участок конструкции (трехмерный объект сложной геометрии), занимаемый объем V , задается криволинейными координатами t^1, t^2, t^3 еди-

ничного куба V_Φ (рис. 3) таким образом, чтобы прямоугольной сетке в области V_Φ соответствовала криволинейная пространственная сетка V :

$$\vec{r} = \vec{r}(t^1, t^2, t^3). \quad (1)$$

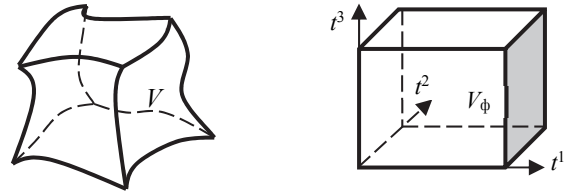


Рис. 3. Параметризация фрагмента трехмерного тела сложной геометрии [Figure 3. Parameterization of a fragment of a three-dimensional body of complex geometry]

Далее нетрудно определить координатные векторы: $\vec{r}_1 = \partial \vec{r} / \partial t^1$, $\vec{r}_2 = \partial \vec{r} / \partial t^2$, $\vec{r}_3 = \partial \vec{r} / \partial t^3$; ковариантные компоненты и дискриминант метрического тензора: $g_{11} = \vec{r}_1 \vec{r}_1$, $g_{12} = \vec{r}_1 \vec{r}_2$, $g_{22} = \vec{r}_2 \vec{r}_2$, $g = g_{33} (g_{11} g_{22} - g_{12}^2) - g_{32} (g_{11} g_{23} - g_{21} g_{13}) + g_{31} (g_{12} g_{23} - g_{13} g_{22})$, $g_{13} = \vec{r}_1 \vec{r}_3$, $g_{23} = \vec{r}_2 \vec{r}_3$, $g_{33} = \vec{r}_3 \vec{r}_3$, а также символы Кристоффеля: $\Gamma_{jk}^i = g^{il} (\partial g_{jl} / \partial t^k + \partial g_{kl} / \partial t^j + \partial g_{jk} / \partial t^l) / 2$.

Рассматриваемая область единичного куба V_Φ разбивается на конечные элементы (параллелепипеды), и решение u, v и w в каждом из них представляется в виде интерполяционного эрмитового кубического сплайна трех переменных [11]:

$$\begin{aligned} u &= [\psi_1(s^1) \times \psi_2(s^2) \times \psi_3(s^3)] \otimes F_U, \\ v &= [\psi_1(s^1) \times \psi_2(s^2) \times \psi_3(s^3)] \otimes F_V, \\ w &= [\psi_1(s^1) \times \psi_2(s^2) \times \psi_3(s^3)] \otimes F_W, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\psi_1(s^1), \psi_2(s^2), \psi_3(s^3)$ – векторы координатных функций; F_U, F_V, F_W – векторы компонент искомого неизвестных u, v, w и его производных соответственно. Ковариантные компоненты вектора перемещения и их производных ijk -го узла сетки для u, v и w обозначаются через следующие символы соответственно:

$$\begin{aligned} &u_{i,j,k}^{000}, u_{i,j,k}^{100}, u_{i,j,k}^{010}, u_{i,j,k}^{001}, u_{i,j,k}^{110}, u_{i,j,k}^{101}, u_{i,j,k}^{011}, u_{i,j,k}^{111}, \\ &v_{i,j,k}^{000}, v_{i,j,k}^{100}, v_{i,j,k}^{010}, v_{i,j,k}^{001}, v_{i,j,k}^{110}, v_{i,j,k}^{101}, v_{i,j,k}^{011}, v_{i,j,k}^{111}, \\ &w_{i,j,k}^{000}, w_{i,j,k}^{100}, w_{i,j,k}^{010}, w_{i,j,k}^{001}, w_{i,j,k}^{110}, w_{i,j,k}^{101}, w_{i,j,k}^{011}, w_{i,j,k}^{111}, \end{aligned} \quad (3)$$

где приняты следующие обозначения для u (для v и w аналогичны):

$$\begin{aligned}
 u_{i,j,k}^{100} &= \frac{\partial u}{\partial t^1} \Big|_{i,j,k}, & u_{i,j,k}^{010} &= \frac{\partial u}{\partial t^2} \Big|_{i,j,k}, & u_{i,j,k}^{001} &= \frac{\partial u}{\partial t^3} \Big|_{i,j,k}, & u_{i,j,k}^{110} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^1 \partial t^2} \Big|_{i,j,k}, \\
 u_{i,j,k}^{101} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^1 \partial t^3} \Big|_{i,j,k}, & u_{i,j,k}^{011} &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^2 \partial t^3} \Big|_{i,j,k}, & u_{i,j,k}^{111} &= \frac{\partial^3 u}{\partial t^1 \partial t^2 \partial t^3} \Big|_{i,j,k}.
 \end{aligned}$$

Основные соотношения выведены из вариационного уравнения Лагранжа:

$$\delta \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 W \sqrt{g} dt^1 dt^2 dt^3 = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \rho f^i \delta u_i \sqrt{g} dt^1 dt^2 dt^3 + \iint_S p^i \delta u_i dS, \quad (4)$$

где W – удельная потенциальная энергия деформации трехмерного тела; f^i, p^i – компоненты вектора массовых и поверхностных сил; ρ – массовая плотность; u_i – компоненты вектора искомых переменных; S – поверхность боковых граней тела.

Метод позволяет получать согласованные трехмерные конечные элементы благодаря синтезу идеи параметризации и метода конечных элементов (МКЭ) с кубической аппроксимацией всех трех искомым переменных u, v и w в пределах каждого элемента.

Для анализа напряженно-деформированного состояния также использовался расчетный комплекс «ЛИРА».

Оценка НДС стержня программой СВ МКЭ-3

Выполнено численное исследование НДС стержня прямоугольного сечения (рис. 4), закрепленного по одному торцу ($x = 200$ мм) и нагруженного равномерно распределенной нагрузкой $q = 500$ МН/м² на другом торце ($x = 0$). Модуль упругости материала стержня $E = 100\,000$ МПа.

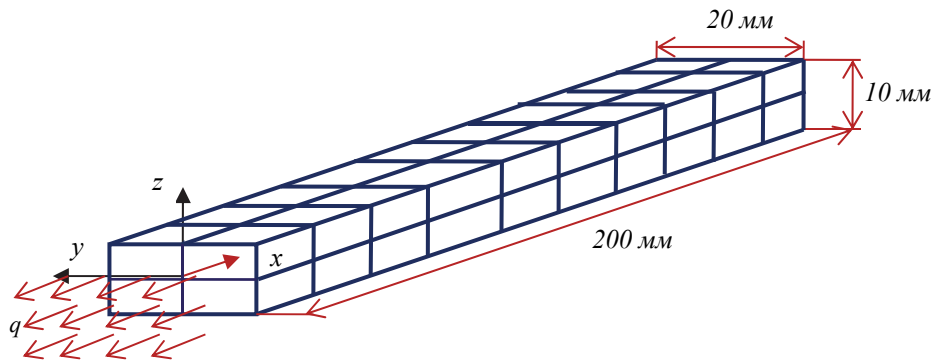


Рис. 4. Схема разбиения стержня на конечные элементы и геометрические параметры [Figure 4. The scheme of splitting the bar into finite elements and geometric parameters]

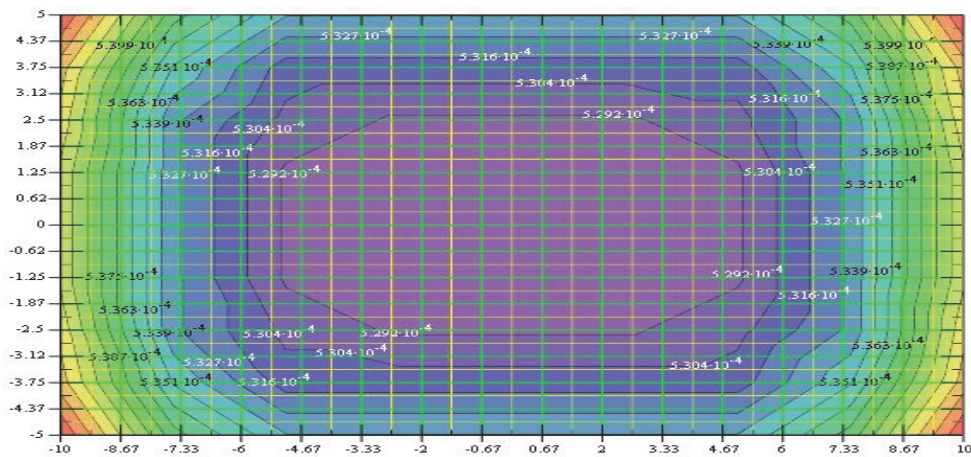


Рис. 5. Распределение напряжений σ_x в области крепления (сечение $x = 19$ см) [Figure 5. Stress σ_x distribution in the fastening area (section $x = 19$ cm)]

На рис. 5 приведено распределение нормальных напряжений σ_x в сечении $x = 19$ см, то есть на расстоянии 1 см от торца защемления. Как

видно из рис. 5, в угловых точках в области заделки наблюдается существенная концентрация напряжений σ_x .

Оценка напряженно-деформированного состояния стержня вычислительным комплексом «ЛИРА»

Исследовано трехмерными конечными элементами (программа «ЛИРА 10.1») НДС стержня, закрепленного по одному торцу и нагруженного растягивающей нагрузкой, приложенной к другому торцу (рис. 6). Исходные данные: $q = 200$ МПа, $L = 30$ см, $h = b = 10$ см, $E = 200\,000$ МПа, $\nu = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5$ (расчетные варианты). Расчетная схема: трехмерные конечные элементы: $10 \times 10 \times 30$.

Вопросы влияния коэффициента Пуассона представляют определенный интерес. Влияние коэффициента Пуассона на коэффициенты концентрации напряжений на тонких пластинах с круглыми отверстиями и жесткими включениями рассмотрено, в частности, в [16].

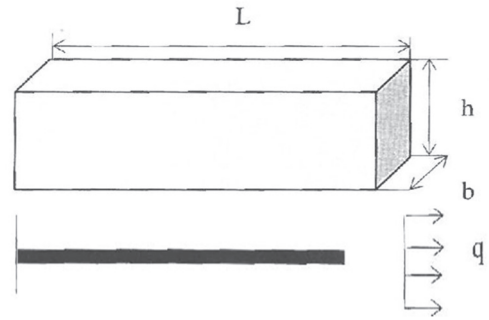


Рис. 6. Стержень квадратного сечения и его геометрические параметры [Figure 6. The bar of square section and its geometrical parameters]

На рис. 7 приведена картина распределения напряжений σ_x в стержне при $\nu = 0,1$. Табличные значения максимальных напряжений в точках T1, T2, T4 и T5 (по рис. 7) приведены в таблице.

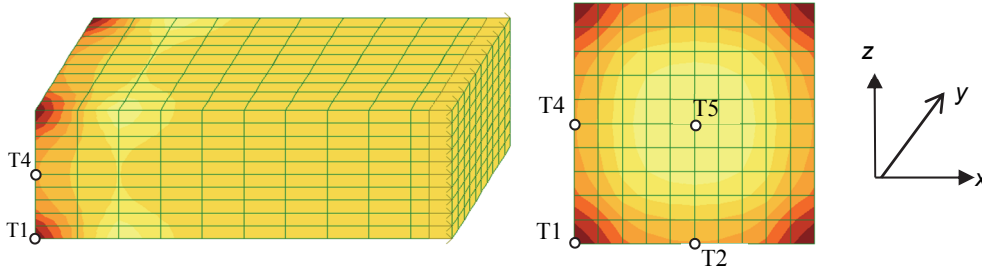


Рисунок 7. Распределение напряжений σ_x в стержне [Figure 7. Stress σ_x distribution in the bar]

Величины максимальных напряжений в области заделки [Table. Maximum stress values in the fixed support area]

Таблица

Точки [Points]	Максимальные напряжения σ_x , МПа [Maximum stresses σ_x , MPa]		
	$\nu = 0,1$	$\nu = 0,3$	$\nu = 0,49$
T1	209,278	225,751	281,955
T2	202,375	206,731	227,433
T4	202,375	206,731	227,433
T5	195,472	189,366	174,631

Как видно из рис. 7 в угловых точках в области крепления наблюдается концентрация напряжений σ_x . То есть расчет стержня трехмерными элементами позволяет улавливать изменения напряжений по всем трем координатам. Этот факт является важным обстоятельством как для проектировщиков, так и для эксплуатационников.

Из таблицы видно, что чем выше коэффициент Пуассона ν , тем значительнее перераспределение напряжений в сечении заделки.

Заключение

По результатам исследования можно заключить следующее:

- 1) расчет стержня по трехмерной схеме позволяет определять концентрацию напряжений;
- 2) в стержнях концентрация продольных напряжений наблюдается в угловых точках области крепления;
- 3) в центральной области сечения стержня вблизи заделки напряжения падают;

4) с увеличением коэффициента Пуассона ν концентрация напряжений возрастает более интенсивно, чем при малых значениях коэффициента ν ;
 5) в армированных стержнях (стойках градилен) на кромках вследствие концентрации напряжений возникают трещины, начинается коррозионный износ арматуры. При этом коррозия способствует дальнейшему развитию трещины до полных разрывов, как это наблюдается на практике.

© Якупов С.Н., Киямов Х.Г., Якупов Н.М., Хасанова Л.И., Бикмухамметов И.И., 2018



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Список литературы

1. Neuber H. Theory of Notch Stress. Ann Arbor, Michigan: J.W. Edwards, 1946. 204 p.
2. Peterson R.E. Stress Concentration Factors. New York: J. Wiley & Sons, 1974.
3. Collins J.A. Failure of Materials in Mechanical Design. Analysis, Prediction, Prevention / The Ohio State University. New York: J. Wiley & Sons, 1981.
4. Якупов Н.М. Механика: проблема – идея – практика. Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. 161 с.
5. Кантюков Р.А., Тамеев И.М., Якупов Н.М., Абдюшев А.А., Якупов С.Н. Локальные «лечащие» накладки покрытия // Коррозия ТНГ. 2011. № 1 (18). С. 68–71.
6. Якупов Н.М., Ризаева А.И., Хуснутдинов А.Э., Муджадиди А.Ш. Концентрация напряжений в растянутом стержне в области заделки // Труды VIII Международной научно-практической конференции «Инженерные системы – 2015». М.: РУДН, 2015. С. 69–73.
7. Shardakov I.N., Kosheleva N.A., Serovaev G.S., Shestakov A.P., Shipunov G.S. The stress-strain state analysis and structural evaluation of PCM construction consisting of heterogeneous elements // International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET). 2018. Vol. 9. Issue 10. P. 1157–1171.
8. Gunakala S. Rao., Comissiong D.M.G., Jordan K., Alana S. A Finite Element Solution of the Beam Equation via MATLAB // International Journal of Applied Science and Technology. 2012. Vol. 2. No. 8. P. 80–88.
9. Сидоренко С.Н., Якупов Н.М. Коррозия – союзник аварий и катастроф: монография. М.: Изд-во РУДН, 2002. 93 с.
10. Низамов Х.Н., Сидоренко С.Н., Якупов Н.М. Прогнозирование и предупреждение коррозионного разрушения конструкций. М.: Изд-во РУДН, 2006. 355 с.
11. Якупов Н.М., Гиниятуллин Р.Р., Якупов С.Н. Влияние характера деформирования поверхности элементов конструкции на коррозионный износ // Проблемы прочности. 2012. № 2. С. 76–84.
12. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. The influence of the character of deformation of structural element surfaces on the corrosive wear // Strength of materials. Pp. 170–176.
13. Meneghetti G., Guzzella C. The peak stress method to estimate the mode I notch stress intensity factor in welded joints using three-dimensional finite element models // Engineering Fracture Mechanics. 2014. Vol. 115. Pp. 154–171.
14. You F.X. The Spline Finite Element Method for the Analysis of the Dynamic Response of Composite Material Plate // Advanced Materials Research. 2011. Vol. 168–170. Pp. 1837–1845.
15. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Киямов И.Х. Моделирование элементов конструкций сложной геометрии трехмерными конечными элементами // Механика композиционных материалов и конструкций. 2011. № 1. С. 145–154.
16. Lim T.C. Stress Concentration Factors in Auxetic Rods and Plates // Applied Mechanics and Materials. 2013. Vol. 394. Pp. 134–139.

Об авторах

Якупов Самат Нухович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФГБУН «Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр Российской академии наук”» (Казань, Россия). eLIBRARY SPIN-код: 7382-4759. Scopus Author ID: 26968046600). *Область научных интересов:* конструкции зданий и сооружений, механика тонкостенных конструкций, механика пленок и мембран, композиционные структуры, адгезия. *Контактная информация:* e-mail – tamas_86@mail.ru

Киямов Хаким Габдрахманович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФГБУН «Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр Российской академии наук”» (Казань, Россия). *Область научных интересов:* конструкции зданий и сооружений, механика тонкостенных конструкций, механика пленок и мембран, композиционные структуры, адгезия. *Контактная информация:* e-mail – tamas_86@mail.ru

Якупов Нух Махмудович – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФГБУН «Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр Российской академии наук”» (Казань, Россия). eLIBRARY SPIN-код: 2933-5615. Scopus Author ID: 6508072220). *Область научных интересов:* конструкции зданий и сооружений, механика тонкостенных конструкций, механика пленок и мембран, композиционные структуры, адгезия. *Контактная информация:* e-mail – uzsgr@kfti.knc.ru

Хасанова Лейсан Ильнуровна – магистр ФГБОУ ВО «Казанский государственный архитектурно-строительный университет» (Казань, Россия). *Область науч-*

ных интересов: конструкции зданий и сооружений. Контактная информация: e-mail – leisanka15@mail.ru
Бикмухамметов Ильнар Ильдарович – магистр Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Казанский государственный архитектурно-строительный университет» (Казань, Россия). Область научных интересов: конструкции зданий и сооружений. Контактная информация: e-mail – ilnar_27@mail.ru

Для цитирования
Якупов С.Н., Киямов Х.Г., Якупов Н.М., Хасанова Л.И., Бикмухамметов И.И. Эффект концентрации напряжений в стержне прямоугольного сечения в области крепления от продольных усилий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 6. С. 451–458. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-6-451-458

RESEARCH PAPER

Effect of stress concentration in a beam of rectangular cross section in the region of attachment of the longitudinal efforts

Samat N. Yakupov^{1,2*}, Hakim G. Kiyamov¹, Nukh M. Yakupov¹,
Leisan I. Khasanova¹, Inar I. Bikumhammetov²

¹Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences
2/31 Lobachevsky St., PO Box 261, Kazan, Tatarstan, 420111, Russian Federation

²Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE)
1 Zelenaya St., Kazan, Tatarstan, 420043, Russian Federation

*Corresponding author

(received: July 19, 2018; revised: November 10, 2018; accepted: November 12, 2018)

Abstract. Relevance. To ensure the safe operation of buildings and structures, it is necessary to more accurately determine the stress-strain state (SSS) of structural elements, to identify areas of stress concentration. The distribution of stresses in the region of the fastening bars in three-dimensional formulation is relatively little studied. In these areas, there may be significant stress concentrations that contribute to the occurrence and development of cracks and splits, which are a harbinger of destruction. The development of modern methods of calculation, software systems and the growth of computing capabilities allow refining the design scheme: to move from one-dimensional to two-dimensional calculation scheme, from two-dimensional to three-dimensional calculation scheme. All this makes it possible to more accurately assess the SSS of structural elements and structures, to identify areas of stress concentration, as well as to investigate the effect of the Poisson's ratio on the stress concentration.

Methods of research. It is noted that cracks and breaks in the edges under the influence of longitudinal loads occur in the rods (racks) of square cross-section. Three-dimensional elements based on the spline version of the finite element method and the LIRA computational complex are used to estimate the stress-strain state. The spline finite element method, thanks to the synthesis of the idea of parametrization and the finite element method (FEM) with cubic approximation of all three required variables within each element, allows obtaining consistent three-dimensional finite elements. On the basis of the mentioned methods and complexes, numerical studies of the stress concentration in the bars of square and rectangular cross-sections fixed at one end and perceiving the tensile forces at the other end are performed.

Conclusions. It is found that in the angular points of the cross section in the area of fastening of straight bars, perceiving axial tensile forces, there are stress concentrations. Away from the mounting area of the bar, the voltages are aligned. By increasing the Poisson's ratio, the stress concentration increases faster than at low values. The transition from a one-dimensional design model to a two-dimensional one, and even more so to a three-dimensional model allows to determine the stress concentration, both in plan and in thickness. Information about the concentration of stresses in elements of structures will allow designers to more accurately design structures and facilities, and the operators to promptly identify the defective region.

Keywords: bars, stress concentrations, tensile forces, square and rectangular cross-section, three-dimensional finite elements, fastening

References

1. Neuber H. (1946). *Theory of Notch Stress*. Ann Arbor, Mich., J.W. Edwards, 204.
2. Peterson R.E. (1974). *Stress Concentration Factors*. New York, J. Wiley & Sons.
3. Collins J.A. (1981). *Failure of Materials in Mechanical Design. Analysis, Prediction, Prevention*. The Ohio State University; New York, J. Wiley & Sons.
4. Yakupov N.M. (2010). Mechanics: problem – idea – practice. Kazan, Kazan State University Publ., 161. (In Russ.)
5. Kantyukov R.A., Tameev I.M., Yakupov N.M., Abdushev A.A., Yakupov S.N. (2011). Local “treating” overlays-coatings. *Territorija Neftegas, 1*(18), 68–71.
6. Yakupov N.M., Rizaeva A., Khusnutdinov A.E., Mojaddidi A.S. (2015). Concentration of stresses in the stretched rod in the region of the seal. *Proceedings of VIII International Scientific-Practical Conference “Engineering systems – 2015”*. Moscow, RUDN Publ., 69–73. (In Russ.)
7. Shardakov I.N., Kosheleva N.A., Serovaev G.S., Shestakov A.P., Shipunov G.S. (2018). The stress-strain state analysis and structural evaluation of PCM construction consisting of heterogeneous element. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET)*, 9(10), 1157–1171.
8. Gunakala S.R., Comissiong D.M.G., Jordan K., Sankar A. (2012). A Finite Element Solution of the Beam Equation via MATLAB. *International Journal of Applied Science and Technology*, 2(8), 80–88.
9. Sidorenko S.N., Yakupov N.M. (2002). *Corrosion is an ally of accidents and catastrophes*. 93.
10. Nizamov H.N., Sidorenko S.N., Yakupov N.M. (2006). *Forecasting and prevention of corrosion destruction of structures*. 355.
11. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. (2012). The effect of deformation of the surface structure elements on the corrosion wear. *Strength problems*, 2, 76–84.
12. Yakupov N.M., Giniyatullin R.R., Yakupov S.N. (2012). The influence of the character of deformation of structural element surfaces on the corrosive wear. *Strength of materials*, 170–176.
13. Meneghetti G., Guzzella C. (2014). The peak stress method to estimate the mode I notch stress intensity factor in welded joints using three-dimensional finite element models. *Engineering Fracture Mechanics*, 115, 154–171.
14. You F.X. (2011). The Spline Finite Element Method for the Analysis of the Dynamic Response of Composite Material Plate. *Advanced Materials Research*, 168–170, 1837–1845.
15. Yakupov N.M., Kiyamov H.G., Yakupov S.N., Kiyamov I.Kh. (2011). Modeling of structural elements of complex geometry by three-dimensional finite elements. *Mechanics of composite materials and structures*, (1), 145–154. (In Russ.)
16. Lim T.C. (2013). Stress Concentration Factors in Auxetic Rods and Plates. *Applied Mechanics and Materials*, 394, 134–139.

About the authors

Samat N. Yakupov – Cand. Sci. (Eng.), senior researcher, Institute of Mechanics and Engineering – subdivision of the Federal State Budgetary Institution of Science “Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences” (Kazan, Russia). eLIBRARY SPIN-code: 7382-4759. Scopus Author ID: 26968046600. *Research interests*: structures of buildings and structures, mechanics of thin-walled structures, mechanics of films and membranes, composite structures, adhesion. *Contacts*: e-mail – tamas_86@mail.ru

Hakim G. Kiyamov – Cand. Sci. (Eng.), senior researcher, Institute of Mechanics and Engineering – subdivision of the Federal State Budgetary Institution of Science “Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences” (Kazan, Russia). *Research interests*: structures of buildings and structures, mechanics of thin-walled structures, mechanics of films and membranes, composite structures, adhesion. *Contacts*: e-mail – tamas_86@mail.ru

Nukh M. Yakupov – Dr Sci. (Eng.), leading researcher, Institute of Mechanics and Engineering – subdivision of the Federal State Budgetary Institution of Science “Kazan Scientific center of the Russian Academy of Sciences” (Kazan, Russia). eLIBRARY SPIN-code: 2933-5615. Scopus Author ID: 6508072220. *Research interests*: structures of buildings and structures, mechanics of thin-walled structures, mechanics of films and membranes, composite structures, adhesion. *Contacts*: e-mail – yzsrr@kfti.knc.ru

Leisan I. Khasanova – master of Architecture Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE) (Kazan, Russia). *Research interests*: construction of buildings and structure. *Contacts*: e-mail – leisanka15@mail.ru

Ilmar I. Bikmukhammetov – master of Architecture Kazan State University of Architecture and Engineering (KSUAE) (Kazan, Russia). *Research interests*: construction of buildings and structure. *Contacts*: e-mail – ilmar_27@mail.ru

For citation

Yakupov S.N., Kiyamov H.G., Yakupov N.M., Khasanova L.I., Bikmukhammetov I.I. (2018). Effect of stress concentration in a beam of rectangular cross section in the region of attachment of the longitudinal efforts. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(6), 451–458. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-6-451-458 (In Russ.)