

РАСЧЕТЫ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

УДК 539.376

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-132-141

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАСТИНЧАТЫХ СИСТЕМ ПРИ СЖАТИИ В ДВУХ НАПРАВЛЕНИЯХ

С.П. ИВАНОВ*,**, О.Г. ИВАНОВ*,**, А.С. ИВАНОВА*

*Поволжский государственный технологический университет

пл. Ленина, 3, Йошкар-Ола, Россия, 424000

**Марийский государственный университет

*пл. Ленина, 1, Йошкар-Ола, Россия, 424000**(поступила в редакцию: 10 сентября 2017 г.; принята к публикации: 05 марта 2018 г.)*

В работе представлен метод расчета на динамическую устойчивость пластинчатых систем с несмещающимися ребрами. Рассмотрена пластинчатая система, на которую в двух взаимно перпендикулярных направлениях действуют динамические сжимающие нагрузки. В основе расчетов учитываются гипотезы Кирхгофа – Лява, гипотеза о нелинейно-упругом теле. Материал пластинчатой системы принимается физически нелинейным, диаграмма деформирования аппроксимируется в виде кубического полинома. Перемещение точек в нормальном направлении к срединной плоскости пластин представлено в виде разложения по Власову. Для вывода основных дифференциальных уравнений устойчивости используется энергетический метод и вариационный метод Власова. Экстремальное значение полной энергии системы определяется с использованием уравнения Эйлера – Лагранжа, после раскрытия которого получена система основных нелинейных дифференциальных уравнений для исследования потери устойчивости пластинчатой системы с несмещающимися ребрами под действием динамических сжимающих нагрузок. В качестве примера выполнен расчет на устойчивость физически нелинейной Т-образной пластинчатой системы, края которой закреплены шарнирно по контуру. Потеря устойчивости пластинчатой системы в продольном направлении происходит по одной полуволне синусоиды. При решении задачи в первом приближении выведено нелинейное дифференциальное уравнение, численное интегрирование которого проводилось методом Рунге – Кутты. По результатам расчетов построены графики зависимости относительной величины прогиба от динамического коэффициента. Исследовано влияние на динамический критерий потери устойчивости пластинчатой системы степени физической нелинейности материала, скорости изменения динамической сжимающей нагрузки и других параметров.

Ключевые слова: динамическая устойчивость, физическая нелинейность, пластина, пластинчатая система, сжимающая нагрузка, энергетический метод, вариационный метод Власова

Исследование устойчивости пространственных пластинчатых систем (тонкостенных конструкций) – одна из важных проблем строительной механики. К настоящему моменту в области расчетов на устойчивость тонкостенных конструкций накоплен значительный опыт: построено большое число математических моделей деформирования пластин и оболочек, разработаны эффективные аналитические и численные методы решения задач. Но, несмотря на достиже-

ния в теории и практике, имеется еще много нерешенных вопросов. Проблеме расчета на устойчивость пластин и оболочек при статических и динамических воздействиях посвящены работы многих авторов [1–7].

Цель настоящей работы заключается в разработке метода расчета на устойчивость пластинчатых систем с несмещающимися ребрами под действием динамических сжимающих нагрузок в двух взаимно перпендикулярных направлениях (рассматривается общий случай действия сжимающих нагрузок) с учетом физической нелинейности материала.

Рассмотрим пластинчатую систему (рис. 1), на которую в двух взаимно перпендикулярных направлениях действуют сжимающие нагрузки $P(t)$ и $\alpha P(t)$. Динамическая нагрузка $P(t)$ прикладывается к ребрам пластинчатой системы в поперечном направлении, $\alpha P(t)$ – в продольном направлении, $\alpha = 1, 2, \dots, n$.

Принимаем, что сжимающая нагрузка быстро изменяется во времени t по следующему закону:

$$P(t) = s \cdot t, \tag{1}$$

где s – величина, характеризующая скорость изменения динамической нагрузки.

Обозначаем: $w = w(x, y, t)$ – перемещение точек в нормальном направлении к срединной плоскости пластин.

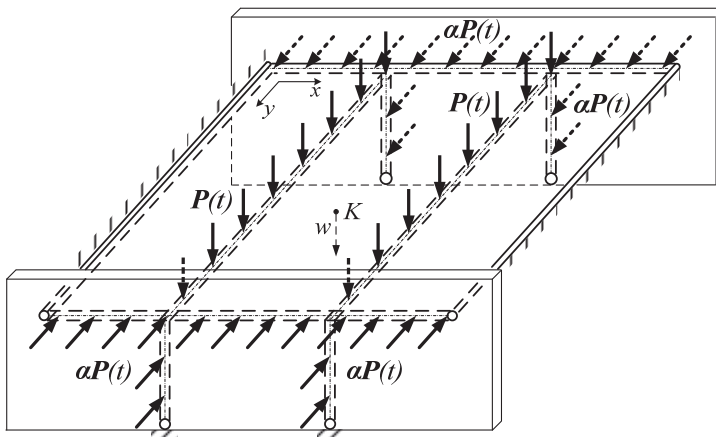


Рис. 1. Общая схема пластинчатой системы с действующими нагрузками [Fig. 1. General diagram of plate system under the action of loads]

Результаты испытаний различных конструкционных материалов (композитов, сплавов, цветных металлов) показывают, что для таких материалов характерна физическая нелинейность, т.е. они имеют нелинейную диаграмму деформирования. Зависимость между интенсивностями напряжений σ_i и интенсивностями деформаций e_i можно принять в виде кубического полинома:

$$\sigma_i = E \cdot e_i - E_1 e_i^3, \tag{2}$$

где E – начальный модуль упругости материала; E_1 – постоянная, учитывающая степень физической нелинейности материала [8].

В основе расчетов используем гипотезы Кирхгофа – Лява и гипотезу о нелинейно-упругом теле.

Принимаем соотношения между деформациями и перемещениями в виде

$$\varepsilon_x = -z\chi_x; \quad \varepsilon_y = -z\chi_y; \quad \varepsilon_{xy} = -2z\chi_{xy}, \tag{3}$$

$$\text{где } \chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \chi_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \chi_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Определяем интенсивность деформаций e_i и объемную деформацию θ (с учетом гипотез Кирхгофа – Лява и сжимаемости материала ($\sigma_z = 0$, $\varepsilon_{xz} = 0$, $\varepsilon_{yz} = 0$)):

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\nu)} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} \varepsilon_{xy}^2}, \quad (4)$$

$$\theta = \frac{1-2\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y), \quad (5)$$

где деформация

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y). \quad (6)$$

Используем энергетический метод. Записываем выражение полной энергии системы:

$$L = \Pi + \Gamma, \quad (7)$$

где потенциальную энергию Π определяем по формуле

$$\Pi = \iint \left[A - \frac{1}{2} P(t) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 - \frac{1}{2} \alpha P(t) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + q \cdot w \right] dx dy, \quad (8)$$

кинетическая энергия равна:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \iint \frac{\rho \cdot \delta}{g} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy. \quad (9)$$

В выражениях (8), (9) введены следующие обозначения: ρ – объемный вес материала; δ – толщина элементов, составляющих пластинчатую систему; g – ускорение свободного падения; $P(t)$ и $\alpha P(t)$ – динамические сжимающие нагрузки; q – интенсивность нагрузки, которая действует в нормальном направлении к срединной плоскости пластин и позволяет учитывать начальное несовершенство системы; A – работа внутренних сил, отнесенная к единице площади поверхности пластинчатой системы, определяющаяся так:

$$A = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \Phi dz. \quad (10)$$

Здесь Φ – удельная энергия изменения объема и формы [9]:

$$\Phi = \frac{1}{2} K \cdot \theta^2 + \frac{2}{3} \int_0^{e_i} (1+\nu) \cdot \sigma_i \cdot de_i, \quad (11)$$

где $K = E/[3(1-2\nu)]$ – модуль объемного сжатия; ν – коэффициент Пуассона.

Перемещение w представим в виде разложений по В.З. Власову [10]:

$$w(x, y, t) = \sum_k W_k(t) f_k(x, y), \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (12)$$

где обобщенные перемещения $W_k(t)$ – функции, которые определяются из решения задачи и зависят от переменной t (t – время). Выбор координатных функций $f_k(x, y)$ осуществляется по виду деформированного состояния системы.

Учитывая соотношение (12), определяем минимум функционала (7), составляя для него уравнение Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial W_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial W_{k,t}} = 0, \quad (13)$$

где индексы после запятой обозначают частные производные от обобщенных перемещений по соответствующим переменным.

После раскрытия уравнения (13) приходим к системе нелинейных дифференциальных уравнений для исследования устойчивости пластинчатых систем (под действием динамических сжимающих нагрузок $P(t)$ и $\alpha P(t)$):

$$\sum_k \left[a_{ik} \left(1 - \frac{\alpha P(t)}{a^* D} \right) - 2b_{ik} + c_{ik} \left(1 - \frac{P(t)}{l^* D} \right) \right] \cdot W_k + \frac{\rho}{g \cdot D} \sum_k d_{ik} W_{k,tt} - G_i = \Phi_i^{нел.}, \quad (14)$$

где a^* – длина контура пластинчатой системы, на который действует нагрузка $\alpha P(t)$; l^* – суммарная длина ребер пластинчатой системы, на которые действует нагрузка $P(t)$; D – цилиндрическая жесткость пластин системы; G_i – величина нагрузки, которая позволяет учитывать начальное несовершенство системы.

Величины D и G_i определяются по формулам:

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}, \quad G_i = \iint_{x y} \frac{q}{D} f_i dx dy. \quad (15)$$

Правая часть уравнений (14) $\Phi_i^{нел.}$ учитывает физическую нелинейность материала и имеет вид:

$$\Phi_i^{нел.} = \iint_{x y} N_{1,xx} f_i dx dy + \iint_{x y} N_2 f_{i,yy} dx dy - \iint_{x y} N_{3,x} f_i dx dy, \quad (16)$$

где $N_{i,x} = \partial N_i / \partial x$; $N_{i,xx} = \partial^2 N_i / \partial x^2, \dots, i = 1, 2, 3$.

Величины N_1, N_2, N_3 в выражении (16) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} N_1 &= D \cdot c \cdot (\nu_1 \chi_x + 0,5\nu_2 \chi_y); \\ N_2 &= D \cdot c \cdot (\nu_1 \chi_y + 0,5\nu_2 \chi_x); \end{aligned} \quad (17)$$

$$N_3 = D \cdot c \cdot \chi_{xy},$$

где $D = 0,9E_2 \cdot \delta^2$; $E_2 = \frac{E_1 \cdot (1-\nu)}{E \cdot (1+\nu)^2}$; $c = \nu_1(\chi_x^2 + \chi_y^2) + \nu_2 \chi_x \chi_y + \chi_{xy}^2$;

$$\nu_1 = \frac{1}{3} \left[\frac{\nu}{(1+\nu)^2} + 1 \right]; \quad \nu_2 = \frac{1}{3} \left[\frac{2\nu}{(1-\nu)^2} - 1 \right].$$

Коэффициенты уравнения (14) записываются в виде:

$$a_{ik} = \iint_{y x} f_{k,xx} f_{i,xx} dx dy; \quad b_{ik} = \iint_{y x} f_{k,xy} f_{i,xy} dx dy; \quad (18)$$

$$c_{ik} = \iint_{y x} f_{k,yy} f_{i,yy} dx dy; \quad d_{ik} = \iint_{y x} f_k f_i dx dy.$$

В качестве примера выполним расчет на устойчивость Т-образной пластинчатой системы под действием динамических сжимающих нагрузок $P(t)$ и $\alpha P(t)$ в двух взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 2). Края пластинчатой системы закреплены шарнирно по контуру. Геометрические параметры: толщина пластин $\delta = 0,1a$; длина $l = a$.

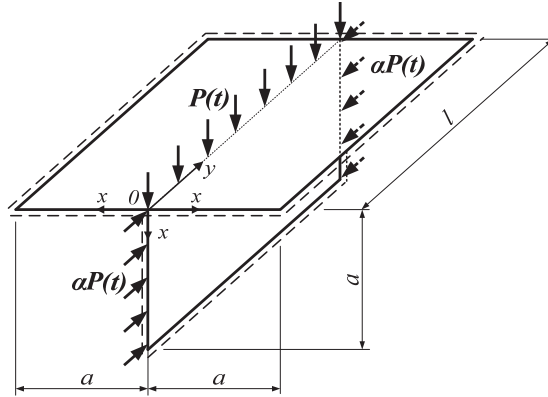


Рис. 2. Схема Т-образной пластинчатой системы
 [Fig. 2. The diagram of T-shaped plate system]

При решении задачи в первом приближении, согласно граничным условиям, координатная функция (форма потери устойчивости в поперечном направлении x) (рис. 3) имеет вид

$$f_1(x) = \frac{x}{a} \left(-1 + \frac{3x}{2a} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{a^2} \right). \quad (19)$$

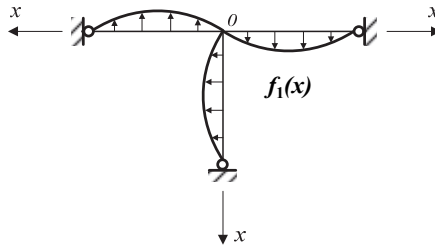


Рис. 3. Вид координатной функции
 [Fig. 3. Formula for a coordinate function]

При потере устойчивости в продольном направлении y по одной полуволне синусоиды прогибы определяются по формуле

$$w(x, y, t) = W_1(t) f_1(x, y) = W_1(t) \frac{x}{a} \left(-1 + \frac{3x}{2a} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{a^2} \right) \sin \frac{\pi y}{l}. \quad (20)$$

Тогда дифференциальное уравнение (14) принимает следующий вид

$$\left[a_{11} \left(1 - \frac{\alpha P(t)}{a \cdot D} \right) - 2b_{11} + c_{11} \left(1 - \frac{P(t)}{l \cdot D} \right) \right] \cdot W_1 + \frac{\rho}{g \cdot D} d_{11} W_{1,tt} - G_1 = \Phi_1^{hel}. \quad (21)$$

Вводим обозначение для параметра времени:

$$t^* = \frac{P(t)}{P_{кр}} = \frac{st}{P_{кр}}. \quad (22)$$

Для пластинчатой системы, составленной из квадратных пластин ($l = a$), величина погонной статической критической нагрузки составляет [11]

$$P_{кр.} = \frac{P_{кр.}}{a} = 23,5 \frac{D}{a^2}. \quad (23)$$

Параметр времени t^* принимаем за динамический коэффициент K_δ . После преобразований дифференциальное уравнение (21) запишем с новой переменной t^* в виде

$$\left[1 - K_1(1 + \alpha) \cdot t^*\right] \cdot W_1 + \frac{1}{S^*} W_{1,t^*} = Q + K \cdot W_1^3, \quad (24)$$

где приняты следующие обозначения:

$$K_1 = \frac{(a_{11} + c_{11}) \cdot P_{кр}}{a \cdot (a_{11} - 2b_{11} + c_{11}) \cdot D}; \quad K = \frac{\Phi_1^{нел.}}{a_{11} - 2b_{11} + c_{11}}; \quad (25)$$

$$S^* = \frac{(a_{11} - 2b_{11} + c_{11}) \cdot g \cdot D \cdot P_{кр}^2}{\rho \cdot d_{11} \cdot s^2}; \quad Q = \frac{G_1}{a_{11} - 2b_{11} + c_{11}}.$$

Величину $\Phi_1^{нел.}$ определяем, используя формулы (16) и (17), а коэффициенты уравнения (21) вычисляем по формулам (18).

Интегрирование дифференциального уравнения (24) выполнено численным методом Рунге – Кутты на ПЭВМ.

По результатам расчетов построены графики зависимости относительной величины прогиба $W^* = W_1 / \delta$ от динамического коэффициента $K_\delta = t^*$ (при различных значениях параметров E_1/E , S^* , α) (рис. 4, табл. 1). Для всех графиков параметр $Q = 0,0001$.

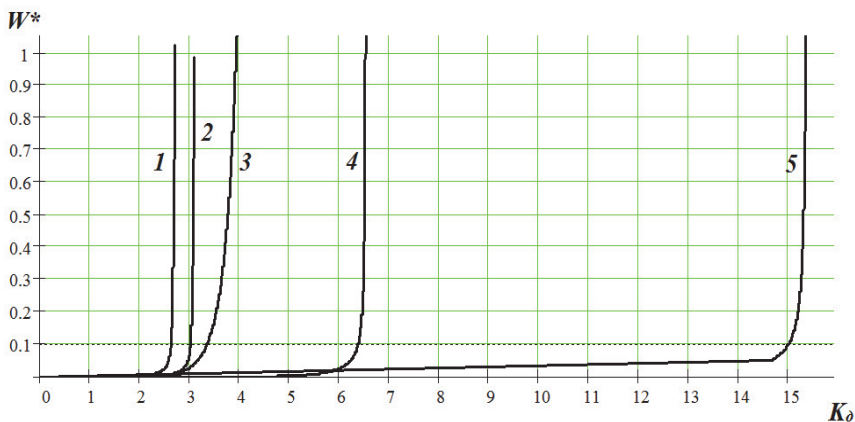


Рис. 4. Графики зависимости относительной величины прогиба W^* от динамического коэффициента K_δ
[Fig. 4. Graphs of the relative magnitude of deflection W^* against the dynamic coefficient K_δ]

Таблица 1

Номер графика [Graph number]	Степень физической нелинейности [Degree of physical nonlinearity] E_1/E	Коэффициент [Coefficient] α	Параметр [Parameter] S^*	Динамический коэффициент K_D при $W^* = 0,1$ [Dynamic coefficient K_D at $W^* = 0,1$]
1	$5 \cdot 10^6$	2	10	$\approx 2,7$
2	10^6	1	10	$\approx 3,0$
3	10^3	1	1,0	$\approx 3,4$
4	10^6	1	0,1	$\approx 6,5$
5	10^6	0	0,1	$\approx 15,0$

Рассмотрим влияние на критерии динамической устойчивости пластинчатой системы степени физической нелинейности материала, параметра S^* (зависит от скорости изменения сжимающей нагрузки), величины коэффициента α .

С увеличением степени физической нелинейности материала график зависимости W^* от K_D смещается влево, т.е. динамический коэффициент K_D уменьшается (см. графики 3, 2, 1 на рис. 4). Таким образом, чем больше степень физической нелинейности материала, тем меньше динамическая «критическая» нагрузка, т.е. при меньшем значении динамической нагрузки $P(t)$ происходит бурное выпучивание пластин системы.

При уменьшении параметра S^* от 10 до 0,1 (что соответствует увеличению скорости изменения динамической нагрузки в 10 раз при прочих равных условиях) динамический коэффициент K_D увеличивается от 3,0 до 6,5 при $W^* = 0,1$ (сравниваем графики 2 и 4 на рис. 4).

Если сжимающая динамическая нагрузка $P(t)$ действует только в одном направлении (при $\alpha = 0$, см. график 5), то динамический коэффициент принимает в несколько раз большее значение ($K_D \approx 15$ при $W^* = 0,1$), чем при действии $P(t)$ и $\alpha P(t)$ в двух направлениях (при прочих равных условиях, см. график 4).

Выводы. Разработанный метод позволяет рассчитывать на устойчивость пластинчатой системы с несмещающимися ребрами под действием динамических сжимающих нагрузок в двух направлениях, учитывая физическую нелинейность материала. Из результатов проведенных исследований видно, что на критерии динамической устойчивости пластинчатой системы значительное влияние оказывают скорость изменения динамической сжимающей нагрузки и степень физической нелинейности материала.

© Иванов С.П., Иванов О.Г., Иванова А.С., 2018

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
2. Трушин С.И., Журавлева Т.А., Сысоева Е.В. Динамическая потеря устойчивости нелинейно деформируемых сетчатых пластин из композиционного материала с различными конфигурациями решетки // Научное обозрение. 2016. № 4. С. 44–51.
3. Vescovini R., Dozio L. Exact refined buckling solutions for laminated plates under uniaxial and biaxial loads // Composite Structures. 2015. Vol. 127. P. 356–368.

4. *Nazarimofrad E., Barkhordar A.* Buckling analysis of orthotropic rectangular plate resting on Pasternak elastic foundation under biaxial in-plane loading // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2016. Vol. 23. № 10. P. 1144–1148.
5. *Хамитов Т.К., Фатыхова Р.Р.* Об устойчивости упругопластической цилиндрической оболочки при продольном ударе // *Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета*. 2016. № 4 (38). С. 490–496.
6. *Cao G., Chen Z., Yang L., Fan H., Zhou F.* Analytical Study on the Buckling of Cylindrical Shells With Arbitrary Thickness Imperfections Under Axial Compression // *Journal of Pressure Vessel Technology Transactions of the ASME*. 2014. Vol 137. № 1. DOI: 10.1115/1.4027179.
7. *Трушин С.И., Журавлева Т.А., Сысоева Е.В.* Устойчивость нелинейно деформируемых цилиндрических оболочек из композиционного материала при действии неравномерных нагрузок // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2013. № 2. С. 3–10.
8. *Иванов С.П., Иванова А.С.* Приложение вариационного метода В.З. Власова к решению нелинейных задач пластинчатых систем: монография. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2015. 248 с.
9. *Лукаш П.А.* Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978. 204 с.
10. *Власов В.З.* Тонкостенные пространственные системы. М.: Госстройиздат, 1958. 502 с.
11. *Иванов С.П., Иванова А.С.* Статическая устойчивость пластин и пластинчатых систем с несмещающимися ребрами при сжатии в двух направлениях // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. № 4. С. 63–67.

Об авторах:

Иванов Сергей Павлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов и прикладной механики, Поволжский государственный технологический университет; профессор кафедры электромеханики, Марийский государственный университет. Опубликовал 147 научных статей, 2 монографии, 4 учебника, 20 наименований учебно-методической литературы. *Область научных интересов:* расчеты на прочность, устойчивость и колебания физически и геометрически нелинейных стержней, пластин и пластинчатых систем. *Контактная информация:* e-mail – sp-ivanov@mail.ru

Иванов Олег Геннадьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сопротивления материалов и прикладной механики, Поволжский государственный технологический университет. Опубликовал 35 научных статей, 1 монографию и 6 наименований учебно-методической литературы. *Область научных интересов:* расчеты на прочность и устойчивость физически нелинейных пластин и пластинчатых систем, контактирующих с упругой средой. *Контактная информация:* e-mail – IvanovOG@volgatch.net

Иванова Анастасия Сергеевна – аспирант, старший преподаватель кафедры сопротивления материалов и прикладной механики, Поволжский государственный технологический университет. Научный руководитель – д.т.н., проф. С.П. Иванов, Поволжский государственный технологический университет. В настоящее время работает над кандидатской диссертацией «Динамическая устойчивость физически нелинейных стержней, пластин и пластинчатых систем» по специальности 05.23.17 – Строительная механика. Опубликовала 15 научных статей и 1 учебное пособие. *Область научных интересов:* расчеты на устойчивость физически нелинейных стержней, пластин и пластинчатых систем. *Контактная информация:* e-mail – ivanova-a-s@list.ru

Для цитирования:

Иванов С.П., Иванов О.Г., Иванова А.С. Динамическая устойчивость физически нелинейных пластинчатых систем при сжатии в двух направлениях // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2018. Т. 14. № 2. С. 132–141. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-132-141.

References

1. Volmir, A.S. (1967). *Stability of deformable systems*, Moscow: Science, 984 p. (In Russ.)
2. Trushin, S.I., Zhuravleva, T.A., Sysoeva, E.V. (2016). Dynamic buckling of nonlinearly deformable reticulate plates from composite material with different lattice configurations, *Nauchnoe Obozrenie*, No 4, p. 44–51. (In Russ.)

3. Vescovini, R., Dozio, L. (2015). Exact refined buckling solutions for laminated plates under uniaxial and biaxial loads, *Composite Structures*, Vol. 127, p. 356–368.
4. Nazari-mofrad, E., Barkhordar, A. (2016). Buckling analysis of orthotropic rectangular plate resting on Pasternak elastic foundation under biaxial in-plane loading, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 23, No 10, p. 1144–1148.
5. Khamitov, T.K., Fatykhova, R.R. (2016). On stability of elastic-plastic cylindrical shell under longitudinal impact, *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*, No 4 (38), p. 490–496. (In Russ.)
6. Cao, G., Chen, Z., Yang, L., Fan, H., Zhou, F. (2015). Analytical study on the buckling of cylindrical shells with arbitrary thickness imperfections under axial compression, *Journal of Pressure Vessel Technology Transactions of the ASME*, Vol. 137, No 1.
7. Trushin, S.I., Zhuravleva, T.A., Sysoeva, E.V. (2013). The stability of nonlinear deformable cylindrical composite shells under non-uniform loads, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 2, p. 3–10. (In Russ.)
8. Ivanov, S.P., Ivanova, A.S. (2015). *Prilozheniye variacionnogo metoda V.Z. Vlasova k resheniyu nelineynykh zadach plastinchatykh sistem*: Monographiya, Yoshkar-Ola: PGTU, 248 p. (In Russ.)
9. Lukash, P.A. (1978). *Osnovy nelinejnoj stroitel'noj mekhaniki*, Moscow: Strojizdat, 204 p. (In Russ.)
10. Vlasov, V.Z. (1958). *Tonkostennye prostranstvennyye sistemy*, Moscow: Gosstrojizdat, 502 p. (In Russ.)
11. Ivanov, S.P., Ivanova, A.S. (2015). The static stability of plates and plate systems with nonshifting ribs under biaxial compression, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 4, p. 63–67. (In Russ.)

THE DYNAMIC STABILITY OF PHYSICALLY NONLINEAR PLATE SYSTEMS UNDER BIAXIAL COMPRESSION

S.P. IVANOV*;** , O.G. IVANOV*;** , A.S. IVANOVA*

*Volga State University of Technology
3 Lenin Sq., Yoshkar-Ola, 424000, Russian Federation

**Mari State University
1 Lenin Sq., Yoshkar-Ola, 424000, Russian Federation

(received: September 10, 2017; accepted: March 05, 2018)

The article presents the method of dynamic stability analysis of plate systems with non-shifting ribs. A plate system under the biaxial dynamic compression loads is considered. The Kirchhoff – Love hypotheses, the nonlinear-elastic body hypothesis are considered the basis of the calculations. The material of the plate system is assumed to be physically nonlinear, stress-deformation diagram is approximated in the form of a cubic polynomial. The displacement of points in normal direction to middle plane of plates is presented in the form of Vlasov expansion. To derive the basic differential equations of stability, the strain-energy method and Vlasov's variation method are used. The extreme value of total energy of the system is defined using Euler – Lagrange equation, after solving of which the set of basic nonlinear differential equations of buckling of the plate system with non-shifting ribs under dynamic compression loads is given. As an example, the stability calculation of physically nonlinear T-shaped plate system hinge-supported along the contour is carried out. Buckling of the plate system occurs longitudinally on one half-wave of sinusoid. At the solution of a task in the first approximation, a nonlinear differential equation is derived, the numerical integration of which was carried out by the Runge – Kutta method. Based on the results of the calcu-

lations, graphs of the relative magnitude of deflection against the dynamic coefficient are plotted. The influence of the degree of physical nonlinearity of the material, the rate of change of the dynamic compressive load on the dynamic criterion of buckling of the plate system was studied.

Keywords: dynamic stability, physical nonlinearity, plate, plate system, compression load, strain-energy method, variation method of Vlasov

About the authors:

Ivanov Sergey Pavlovich – Doctor of Science, Professor, Head of Department of Strength of Materials and Applied Mechanics, the Volga State University of Technology; Professor of Department of Electro-Mechanics, the Mari State University. He is the author of 147 scientific articles, 2 monographs, 4 textbooks, 20 names of educational literature. *General research interests:* strength, stability and vibrations analyses of the physically and geometric nonlinear rods, plates and plate systems. *Contact information:* 3 Lenin Sq., Yoshkar-Ola, 424000, the Republic of Mari El, Russia, e-mail – sp-ivanov@mail.ru

Ivanov Oleg Gennadevich – Cand. Sc, Assistant Professor, Associate Professor of the Department of Strength of Materials and Applied Mechanics, the Volga State University of Technology. He is the author of 35 scientific articles, 1 monograph, 6 names of educational literature. *General research interests:* strength and stability analyses of the physically nonlinear plates and plate systems resting on elastic foundation. *Contact information:* 3 Lenin Sq., Yoshkar-Ola, 424000, the Republic of Mari El, Russia, e-mail – IvanovOG@volgatech.net

Ivanova Anastasia Sergeevna – Aspirant, Senior Lecturer of the Department of Strength of Materials and Applied Mechanics, the Volga State University of Technology. At the present time she works on the Candidate's dissertation «The dynamic stability of physically nonlinear rods, plates and plate systems» in the specialty 05.23.17 – Structural Mechanics. She is the author of 15 scientific articles, 1 name of educational literature. *General research interests:* stability analyses of the physically nonlinear rods, plates and plate systems. *Contact information:* e-mail – ivanova-a-s@list.ru

For citation:

Ivanov, S.P., Ivanov, O.G., Ivanova, A.S. (2018). The dynamic stability of physically nonlinear plate systems under biaxial compression. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 14 (2), 132–141. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-2-132-141.