Ū

Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings

2018. 14(1). 46-56

Строительная механика инженерных конструкций и сооружений http://journals.rudn.ru/structural-mechanics

<u>Расчет и проектирование строительных конструкций</u>

УДК 624.012.45

DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-46-56

ТРАНСФОРМАЦИОННЫЙ ЭЛЕМЕНТ МЕЖДУ ЗАВИСИМОСТЯМИ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ И УРАВНЕНИЯМИ ТЕОРИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

А.И. ДЕМЬЯНОВ^{*}, И.А. ЯКОВЕНКО^{**}, В.И. КОЛЧУНОВ^{*}

* Юго-западный государственный университет, Курск, Россия 305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94

^{*}Национальный авиационный университет, Киев, Украина 03058, Украина, Киев, Проспект Космонавта Комарова, 1

Адаптированы гипотезы механики разрушения и разработан универсальный короткий двухконсольный элемент применительно к железобетонным конструкциям зданий и сооружений. Предложенная модель двухконсольного элемента применима к оценке сопротивления железобетонных конструкций в условиях различных силовых и деформационных воздействий, в том числе при кручении с изгибом. Рассмотрены особенности и процедура построения двухконсольного элемента механики разрушения в зонах, прилегающих к пространственным трещинам при учете эффекта нарушения сплошности и адаптированы зависимости для энергетического функционала с их разработкой, применительно к железобетону. Двухконсольный элемент необходим в качестве связующего элемента между зависимостями механики разрушения и уравнениями теории железобетона и является трансформационным элементом между ними.

Ключевые слова: двухконсольный элемент, железобетонные конструкции, энергетический функционал, пространственные трещины, кручение с изгибом, механика разрушения

В последние годы наибольший интерес представляют разработки моделей деформирования железобетона с использованием и развитием основных положений и инструментария механики разрушения [1–5], благодаря которым появляется возможность тщательного изучения напряженно-деформированного состояния в зонах, прилегающим к трещинам. Продолжая эти исследования [4, 6, 7], в работе описаны ключевые положения по разработке универсального короткого двухконсольного элемента применительно к сложному сопротивлению железобетонных конструкций при изгибе с кручением.

Отличительной характерной чертой железобетона, конечно же, появление трещин при деформационных и силовых воздействиях. Железобетонные конструкции, как правило, эксплуатируются в стадии, наступающей после образования трещин (ограничивается только ширина их раскрытия). По этой причине логичным является желание определить напряженно-деформированное состояние вблизи трещины. Такая задача может быть решена с использованием базовых положений и гипотез механики разрушения, стремительно развивающейся в последнее время [1, 2]. Применение инструментария механики разрушения [4] для построения расчета, применительно к ширине раскрытия трещин (их развития и определения расстояний между трещинами) железобетонных конструкций, безусловно, дает возможность уточнить такой дифференциальный параметр, относительно определяемого в экспериментах с использованием микроскопа.

Результаты, достигнутые в в данной сфере, позволяют уже сегодня расширить данные, полученные экспериментально на расчет железобетонных конструкций [1–3]. При этом необходимо учитывать специфику материала. Многое зависит и от удачного выделения в расчетной модели двухконсольного элемента [4, 6, 7].

Ключевые аспекты механики разрушения, заостряют внимание на области предразрушения с локализованной деформацией w в этой зоне [1–7]. Важно, что механизм страгивания трещины (при ее развитии) заложен именно в этой зоне, и поэтому (не смотря на то, что максимальные напряжения в этой зоне не превышают значения R_{bl} , и вклад напряженного состояния рассматриваемой зоны в общее сопротивление поперечного сечения железобетонной конструкции малозаметен), *детальное ее рассмотрение имеет важнейшее значение*. Страгивание трещины осуществляется после достижения раскрытия трещины в начале зоны предразрушения определенного критического значения W_u (являющегося константой материала), равного предельному перемещению на диаграмме $\sigma - W$ (гипотеза, аналогичная принятой в моделях Шаха, Бажанта [1], Хиллерборга — Модера — Петерсона [5], Зайцева Ю.В. [2], Голышева — Колчунова — Яковенка [3, 4, 6, 7] и др.).

В данной области происходит образование новых удельных поверхностей трещины. Нахождение скорости высвобождения энергии ζ_{bu} производится с использованием функционала механики разрушения:

$$\zeta_{bu} = \lim_{\delta A \to 0} \left(\frac{\delta W - \delta V}{\delta A} \right) = \frac{dW}{dA} - \frac{dV}{dA}, \tag{1}$$

где δV — снижение потенциальной энергии конструкции при продвижении трещины на малое приращение δa ; δW — дополнительная работа, которая совершается над конструкцией при продвижении трещины на малое приращение δa .

Рассмотрим более детально основные положения и предпосылки моделирования двухконсольного элемента (ДКЭ) включающего трещину, для разработки расчетного аппарата железобетона. Для сплошного тела, напряженнодеформированное состояние которого определяется методами механики твердого деформируемого тела, выделяется элементарный куб, описывающий взаимосвязь между деформациями и напряжениями в точке. Далее, при рассмотрении поперечного сечения полученная связь интегрируется по всей площади сечения. Таким образом, задача сводится к дифференциальным уравнениям, решение которых в целом ряде случаев весьма громоздко. В сопротивлении материалов используется упрощающая гипотеза Бернулли деформаций в поперечном сечении. Для железобетонных конструкций при наличии трещин (с нарушенной сплошностью конструкции) при формировании зависимостей между перемещениями и напряжениями методы, используемые в теории упругости, пластичности и сопротивлении материалов, являются неприемлемыми. Однако использование основного метода сечений для железобетонной конструкции с трещинами дает свои положительные результаты. Данное утверждение справедливо и к приближенному определению коэффициента интенсивности напряжений, его же можно использовать и при построении специального ДКЭ в механике разрушения.

Выделение такого ДКЭ, включающего трещину для стержневого железобетонного элемента имеет свои особенности [3, 6, 7].

Во-первых, если ДКЭ выделяется для *длинного двухконсольного элемента* (полностью включающего всю трещину), на всю длину трещины, а не для какогото ее элементарного участка, тогда длина трещины h_{crc} в общем случае определяется из следующего условия механики разрушения:

$$\frac{d\zeta_{bu}}{dh_{crc}} = 0.$$
 (2)

При этом, следует подчеркнуть, что возникающие здесь сложности являются основной причиной (наряду с необходимостью использования комплексных чисел), по которой детально разработанный инструментарий механики разрушения (позволяющий изучить специфику сопротивления конструкции в окрестности трещины) еще не нашел должного применения в теории железобетона.

Рассмотрим короткий ДКЭ, длина которого известна по конструктивным соображениям (выделяется на половине длины зоны, прилегающей к трещине, расположенной между рабочими арматурными стержнями, например, хомутами или

многоярусной продольной арматурой), рис. 1. При этом, условие $\frac{\partial \zeta_{bu}}{\partial h_{crc}} = 0$ (из

которого находится длина трещины h_{crc}) заменяется условием для отыскания проекции пространственной трещины C, с использованием функции Лагранжа для многих переменных (расчетных параметров разработанной деформационной модели) с использованием множителей Лагранжа λ_{i} .

Тогда, из условия экстремума функции многих переменных $F_{1,2} = f(q_{sw}, x_B, \sigma_s, x, \sigma_b, \sigma_{s,I}, \sigma_{b,1}, C_2, \dots, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \dots),$ и вытекающих из него равенств нулю соответствующих частных производных:

определяется проекция пространственной трещины С.

Во-вторых, усилия в сечениях, проходящих на расстоянии t и Δb (для универсального двухконсольного элемента) от трещины, необходимо связать с неизвестными составляющими напряженно-деформированного состояния железобетонной конструкции.

В-третьих, необходимо учитывать виртуальные перемещения выделенных консолей ДКЭ при повороте нейтральной оси железобетонного элемента и углах поворота рабочего арматурного стержня, вызванного нагельными усилиями, т. е. защемление консолей с обеих сторон ДКЭ, в ряде случаев, может быть не абсолютно жестким.

Таким образом, выделение ДКЭ для железобетона (являющегося трансформационным между зависимостями механики разрушения и теорией железобетона) является весьма важной, но непростой задачей. Конечно же, ее необходимо увязать как с задачей определения напряженно-деформированного состояния поперечного сечения железобетонной конструкции, но также и с задачей сцепления между бетоном и арматурой. Дело в том, что появление трещины в сплошной конструкции целесообразно рассматривать в виде некоторого деформационного воздействия, отражающегося на специфике сцепления арматуры и бетона в областях, расположенных в окрестностях трещины. С помощью ДКЭ представляется наиболее удачной (в отличии от использования функции Гурса с комплексными числами [8]) связь его напряженно-деформированного состояния с величиной ζ_{bu} в зоне предразрушения. При этом податливость берегов трещины, через которую может быть выражена величина ζ_{bu} , определяется с использованием функционала механики разрушения. Таким образом, ДКЭ используется в качестве трансформационного элемента между зависимостями механики разрушения и механики твердого деформируемого тела.

Вышеизложенные предпосылки были использованы при разработке универсального короткого двухконсольного элемента, пригодного, в том числе для решения задачи сложного сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом (рис. 1).



Рис. 1. Универсальный ДКЭ для реализации зависимостей механики разрушения в железобетоне в зоне пространственных трещин: *а* – двухконсольный элемент, вырезанный в окрестности пространственной трещины, прилегающей к рабочей арматуре и характерные эпюры напряжений в растянутом бетоне; *б* – особенности НДС на кончике трещины

Здесь параметр t в соответствии с принципом Сен-Венана и исследований околоарматурной зоны, выполненных с привлечением полуаналитических и численных методов, в первом приближении равен полутора диаметра арматуры. Растягивающие напряжения в выделенных сечениях распределены по закону квадратной параболы от нейтральной оси до точки, где меняется знак этих напряжений. При этом максимальная их величина ограничивается значением R_{bt} , поэтому на значительном участке действительная эпюра растягивающих напряжений заменяется прямоугольником, независимо от закона их распределения в упругой стадии. Сжимающие напряжения на участках, прилегающих к арматуре, в этих же сечениях распределяются по треугольнику.

Принимается Δb в зоне, прилегающей к арматуре, равной значению защитного слоя плюс половина диаметра и это значение удваивается (так как полоска выделяется с двух сторон арматурного стержня см. рис. 1).

При изгибе (растяжении-сжатии) выражение (4) не используется, потому что геометрия трещины по толщине b не изменяется. Пространственная же трещина при кручении элемента закручивается, т. е. ее профиль изменяется по толщине. В итоге,

$$4b = 2(a_s - 0.5d), (4)$$

и принимается не более 4d диаметров рабочей арматуры. Здесь a_s и d — расстояние от центра рабочей арматуры до нижней грани поперечного сечения и диаметр рабочей арматуры, соответственно.

Уместно заметить, что физический смысл формулы (4) обусловлен принципом Сен-Венанана, применительно к околоарматурным зонам рабочих арматурных стержней, прилегающим к пространственной трещине и подтверждается рядом экспериментальных исследований – Гарбой М.О. [9], Демьянова А.И. [10], Немировского Я.М., Колчунова Вл.И. [3, 4, 6, 7], Покусаева А.А. [11], Сальникова А.С. [12], Яковенка И.А. [4, 6, 7] и др.

Крутящий момент, который приходится на полоску, занимаемую ДКЭ, определяется из пропорции:

$$\frac{M_t}{b} = \frac{M_{t, \ DK\Im}}{\Delta b} \,. \tag{5}$$

Аналогичным образом записываются соответствующие соотношения применительно к поперечной силе и изгибающему моменту, т.е.:

$$\frac{Q}{b} = \frac{Q_{\mathcal{I}K\mathcal{I}}}{\Delta b},\tag{6}$$

$$\frac{M}{b} = \frac{M_{\ \Bar{LKB}}}{\Delta b}, \tag{7}$$

поэтому, несмотря на то, что имеется возможность описать пространственную трещину с помощью билинейной поверхности [13] (или поверхности, предложенной Пьером Безье [14] и использованную И.В. Бахотским [15] для решения задачи кручения базальтобетонных конструкций), разбив ее предварительно на маленькие квадраты, применительно к построению универсального ДКЭ, пригодного, в том числе для решения задачи сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом. Для выделенного ДКЭ на толщине Δb , определяемой по формуле (4), логично упростить эту поверхность, приняв ее наклон постоянным в пределах Δb (угол Θ – угол наклона пространственной трещины в вертикальной продольной плоскости, перпендикулярной поперечному сечению, – угол α_{crc} также принимается постоянным в пределах расстояния между хомутами. До половины толщины *b* прямоугольной железобетонной конструкции, он принимается равным $\alpha_{1,crc}$, а для второй половины, – $\alpha_{2,crc}$:

$$\alpha_{2.crc} = \alpha_{1.crc} \pm 90^{\circ} \,. \tag{8}$$

Знак «*плюс*» или «*минус*» принимается в зависимости от того, относительно какой стороны боковой поверхности (правой или левой) начинается отсчет угла. Принятые упрощения могут значительно упростить разрешающие уравнения, не замыкая на них в единую систему сложное уравнение поверхности пространственной трещины (на каждом шаге итерации), а используя его дискретно для выбранной полоски, толщиной Δb .

Итерационный процесс организован при использовании в качестве инструментария переходного (трансформационного) ДКЭ между зависимостями механики разрушения и теории железобетона. Демьянов А.И. и др. Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 46—56

В случаях, когда возникает необходимость получения более точного решения, полоска Δb разбивается с помощью сетки малых квадратов (см. рис. 1) и пространственная трещина в пределах этой полоски моделируется ломанной поверхностью. При этом угловые точки малых квадратов определяются на основании уравнений билинейной поверхности, описанной в работе [13], Пьером Безье в работе [14] и И.В. Бахотским [15].

Для определения неизвестного ΔT воспользуемся выражением величины ζ_{bu} , как функции податливости. Эту функция вычисляется из определения скорости высвобождения энергии (см. формулу1).

Анализ зависимостей «силовое воздействие – перемещение» для составляющих внутренних усилий на выделенный ДКЭ показывает, что такие зависимости нелинейны и могут иметь даже ниспадающую ветвь деформирования. Площадь таких диаграмм, через которую выражается значение потенциальной энергии, отличается от $0.5P_0 \cdot e_0$. Здесь P_0 – обобщенное усилие, а e_0 – обобщенное перемещение. Интегралы, характеризующие площади этих диаграмм, дают довольно близкие значения к величине $\frac{2}{3}P_0 \cdot e_0$, поэтому выражение для потенциальной энергии, накопленной в теле, может быть представлено в виде:

$$V = \frac{2}{3} \cdot P_0 \cdot e_0 \,. \tag{9}$$

Податливость C рассматриваемого элемента определяется соотношением:

$$e_0 = C \cdot P_0 . \tag{10}$$

$$V = \frac{2}{r} P_0^2 \cdot C : \tag{11}$$

(11)

Тогда,

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_0 \cdot C , \qquad (11)$$

$$W = \frac{3}{3} \cdot C \cdot \frac{\delta P}{\delta P} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho^2}{\delta C} \cdot \delta C \qquad (12)$$

$$\frac{dV}{dA} = \frac{3}{4} \cdot C \cdot P \cdot \frac{\delta P}{\delta A} + \frac{2}{3} \cdot P^2 \cdot \frac{\delta C}{\delta A} \,. \tag{12}$$

Аналогично можно преобразовать член dW/dA:

$$\frac{dW}{dA} = P\frac{de}{dA} = P \cdot C \cdot \frac{\delta P}{\delta A} + P^2 \cdot \frac{\delta C}{\delta A}.$$
(13)

Подставляя выражения (12), (13) в уравнение (1), получим:

$$\zeta_{bu} = \frac{1}{3} \left(P^2 \cdot \frac{\delta C}{\delta A} - C \cdot P \cdot \frac{\delta P}{\delta A} \right). \tag{14}$$

Применительно к выделенному двухконсольному элементу, находящемуся под воздействием ряда усилий, (ΔT , P_1 , P_2 , q, M_{con}), выражение (14) приобретает вид:

$$\zeta_{bu} = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{P_i^2 \cdot \delta C_i}{\delta A} - C_i P_i \frac{\delta P_i}{\delta A} \right).$$
(15)

Для реализации полученной зависимости, обратимся к рис. 1. Перемещения в любых, интересующих сечениях $(\Delta_1, \dots \Delta_i)$ определяются методами строительной механики.

Характеристики жесткости консоли в направлении оси рабочего арматурного стержня близки к упругим. Исключение составляет околоарматурная зона, но ввиду малости здесь площадей единичных эпюр, влияние характеристик жесткости этой зоны на общие перемещения консоли незначительно.

Перемещения, связанные с поворотом заделки на угол ϕ_2 определяются из простых геометрических соотношений:

$$\delta_I = \varphi_2 \cdot h_{crc}; \tag{16}$$

$$\delta_{II} = \varphi_2 \cdot \left(h_{crc} - \frac{1}{3}t \right); \tag{17}$$

$$\delta_{III} = \varphi_2 \cdot \left(h_{crc} - t - \frac{5}{8} m \right); \tag{18}$$

Таким образом, определяются параметры, входящие в формулы (15), (16), (18) и, следовательно, перемещения $(\Delta_1, ..., \Delta_n)$, а также угол поворота φ_2 . Переходя к соответствующим податливостям элемента, будем иметь:

$$C_I = \frac{2 \cdot \Delta_I}{\Delta T}; \qquad (19) \qquad C_{II} = \frac{2 \cdot \Delta_{II}}{-P_1}; \qquad (20)$$

$$C_{III} = \frac{2 \cdot \Delta_{III}}{P_2}; \qquad (21)$$

$$C_0 = \frac{2 \cdot \varphi_2}{M_{con}} \tag{22}$$

и т.д. При этом, определение параметров, входящих в формулы (19)–(22) не представляет особых затруднений, например:

$$P_1 = 0.5 \cdot \sigma'_{bt} \cdot b \cdot t; \tag{23}$$

$$P_2 = \frac{2}{3} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot m \,. \tag{24}$$

Податливость, соответствующая распределенной нагрузке, может быть выражена виде:

$$C_q = \frac{2 \cdot A_{\Delta q}}{q}; \tag{25}$$

где $q = b \cdot R_{bt} / A_{\Delta q}$ – площадь эпюры перемещений на участке распределенной нагрузки. Аналогичным образом отыскиваются и другие параметры, приведенные на рис. 1.

Теперь, когда все параметры, входящие в формулу (15), выражены в виде функции от параметра h_{crc} (именно по этому параметру выполняется дифференцирование в случае использования, в качестве расчетного, длинного ДКЭ), можно переходить к преобразованиям этой формулы:

$$\zeta_{bu} = \frac{1}{3b} \cdot \left(\Delta T^2 \cdot \frac{\partial C_I}{\partial h_{crc}} + P_1^2 \cdot \frac{\partial C_{II}}{\partial h_{crc}} + P_2^2 \cdot \frac{\partial C_{III}}{\partial h_{crc}} \right) + b^2 R_{bt}^2 \cdot \frac{\partial C_q}{\partial h_{crc}} + M_{con}^2 \cdot \frac{\partial C_0}{\partial h_{crc}} - C_{II} \Delta T \cdot \frac{\partial \Delta T}{\partial h_{crc}} - C_{II} P_1 \cdot \frac{\partial P_1}{\partial h_{crc}} - C_{III} P_2 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial h_{crc}} - C_0 M_{con} \cdot \frac{\partial M_{con}}{\partial h_{crc}} \quad .$$
(26)

Выполняя почленное дифференцирование и после соответствующих алгебраических преобразований, будем иметь зависимость, связывающую касательное усилие, возникающее в непосредственной близости от трещины (ΔT) с длиной ее развития h_{crc} через новую константу бетона ζ_{bu} .

$$\Delta T = \frac{h_{crc} \cdot (\eta_{15} - \eta_5 - \eta_8) - \zeta_{\tau} \cdot \varepsilon_{q_1 el} \cdot b \cdot t \cdot \eta_2 + 0.5 \cdot h_{crc}^2 \cdot \eta_{14}}{\eta_2 + h_{crc} \cdot (\eta_1 + 2 \cdot \eta_7 - \eta_8)} .$$
(27)

Зная, что

$$\eta_{15} = \frac{1}{3b} \cdot \left(\gamma_2 \cdot \lambda_6 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_7 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \cdot \gamma_2 - \lambda_3 \right) - \zeta_{bu}, \qquad (28)$$

Демьянов А.И. и др. Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 46—56

обозначим

 η_1

$$S = \frac{1}{3b} \cdot \left(\gamma_2 \cdot \lambda_6 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_7 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \cdot \gamma_2 - \lambda_3 \right),$$
(29)
$$\eta_{15} = S - \zeta_{bu},$$
(30)

тогда,

где

$$=\frac{1}{3b}\cdot\left(-\frac{1}{3}\cdot t\cdot\lambda_{1}\right);\qquad \eta_{2}=\frac{1}{3b}\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot t\cdot\lambda_{2}+\frac{1}{9}t^{2}\cdot\lambda_{10}\right);\qquad(31)$$

$$\eta_5 = \frac{1}{3b} \cdot \left(\frac{2}{3} t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_1 + 2\gamma_2 \cdot \lambda_1 - \frac{1}{3} t \cdot \lambda_4 + \frac{1}{9} t^2 \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_{10} \right); \tag{32}$$

$$\eta_{7} = \frac{1}{3b} \cdot \frac{1}{3} t \cdot \lambda_{1}; \quad \eta_{8} = \frac{1}{3b} \cdot \left(-\frac{1}{3} t \cdot \lambda_{6} - \gamma_{2} \cdot \lambda_{1} - \frac{1}{3} t \cdot \gamma_{1} \cdot \lambda_{2} + \frac{1}{9} t^{2} \cdot \gamma_{1} \cdot \lambda_{10} \right); \quad (33)$$

$$\eta_{14} = \frac{1}{3b} \cdot \left(-\frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_6 + \gamma_2 \cdot \lambda_8 + \gamma_1 \cdot \lambda_7 - \frac{1}{3}t \cdot \gamma_1 \cdot \lambda_4 + \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \lambda_{10} + \frac{1}{9}t^2 \cdot \gamma_1^2 \cdot \lambda_{10} + \lambda_{12} \right). \tag{34}$$

Из зависимости (27) определяются касательные напряжения в зоне, непосредственно прилегающей к трещине. Здесь, как показывают численные и экспериментальные исследования, имеет место резкое возмущение касательных напряжений, которое сопровождается сменой знака и их скачкообразным увеличением. При этом изменяется знак и нормальных напряжений в бетоне (из растягивающих они превращаются в сжимающие), что также подтверждается экспериментально [3, 4-6, 13]. Это объясняется тем, что после образования трещин, сплошность бетона нарушается и его деформирование уже не подчиняется законам сплошного тела. В зонах, расположенных в непосредственной близости к трещинам, имеет место концентрация деформаций, которая перенасыщает потребность системы (состоящей из бетонных блоков и арматуры при заданной статической схеме) в деформациях. Таким образом, в трещинах возникает дополнительно деформационное воздействие. В численных экспериментах получена картина напряженно-деформированного состояния, аналогичная опытной. Тогда, причиной возмущения НДС в зонах, прилегающим к трещинам, является дополнительное деформационное воздействие в трещине, которое необходимо учитывать в расчете. При этом выявлена связь составляющих напряженно-деформированного состояния в зоне возмущения с удельной энергией образования новых поверхностей трещины, освобождающейся в зоне предразрушения. В результате получено новое решение задачи о напряженнодеформированном состоянии железобетонных конструкций в области, непосредственно прилегающей к трещине. Используемые в расчетной модели параметры являются функциями от R_{bt} , E_b , m, t, b, I_{con} . Кроме того, прослеживается зависимость напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента в зоне прилегающей к трещине от углов поворота нейтральной оси ϕ_1 стержневого железобетонного элемента и углов поворота заделок с обоих концов двухконсольного элемента, а также от константы бетона ζ_{bu} .

Длина трещины h_{crc} в общем случае определяется из уравнений механики разрушения, с использованием условия (2). После дифференцирования (27) с учетом формул (28)–(34), будем иметь:

$$0.5 \cdot \eta_{14} \cdot h_{crc}^2 + (\Delta T \eta_8 - S - \eta_5 - \eta_8 - \eta_{14} - \Delta T \eta_1 - 2\Delta T \cdot \eta_7) \cdot h_{crc} - S - \eta_5 - \eta_8 - \Delta T \eta_1 - 2 \cdot \Delta T \eta_7 + \Delta T \eta_8 - \xi_{\tau} \cdot \varepsilon_{q_1el} \cdot b \cdot t \cdot \eta_2 - \Delta T \eta_2 = 0.$$
(35)

В итоге получена аналитическая зависимость (35) для определения длины трещины h_{crc} . В ряде случаев, значительное упрощение достигается при замыкании зависимости на переходный длинный двухконсольный элемент. Например, для изгибаемых железобетонных конструкций в сжатой зоне развитие трещины останавливается. Таким образом, h_{crc} является постоянной величиной, равной $h_0 - x$. В этом случае, привлечение производной от функционала а механики разрушения не требуется, так как h_{crc} известно.

Аналогичная ситуация складывается и в случае рассмотрения короткого двухконсольного элемента, выделяемого между ярусами продольной рабочей арматуры или между поперечными стержнями (хомутами, отгибами). Здесь h_{crc} также известно и равняется половине расстояния между рабочими стержнями и решение заметно упрощается. Что касается определения длины проекции пространственной трещины, то ее можно найти с привлечением функции многих переменных с использованием множителей Лагранжа λ_i .

Таким образом в случае разработки модели котортого двухконсольного элемента стала возможной разработка универсального двухконсольного элемента для сложного сопротивления железобетонных конструкций, в том числе пригодного для сложного напряженного состояния -кручения с изгибом. В тех случаях, когда h_{crc} известно, параметры $X_1 = \Delta T$, $X_2 = P_{bl,c}$, ..., X_n отыскиваются с использованием методов строительной механики.

© Демьянов А.И., Яковенко И.А., Колчунов В.И., 2017

Список литературы

1. ACI Committee 446, Fracture Mechanics. Fracture mechanics of concrete structures. Part I. State-of-Art Report / Edited by Z.P. Bažant. London and New York : Elsevier Applied Science, 1992. Pp. 1–140.

2. Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей : учеб. пособие для строит. вузов. М. : Высш. шк., 1991. 288 с.

3. Гольшев А.Б., Колчунов В.И. Сопротивление железобетона. Киев : Основа, 2009. 432 с.

4. Колчунов В.И., Яковенко И.А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций // Вестник гражданских инженеров. 2009. № 4 (21). С. 160—163.

5. *Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E.* Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements // Cement and Concrete Research. 1976. № 6. Pp. 773–782.

6. Клюева Н.В., Колчунов В.И., Яковенко И.А. Проблемные задачи развития гипотез механики разрушения применительно к расчету железобетонных конструкций // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 3(29). С. 41—45.

7. Колчунов Вл. И., Яковенко И.А. Об учете эффекта нарушения сплошности в железобетоне при проектировании реконструкции предприятий текстильной промышленности // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2016. № 3 (363). С. 258—263.

8. Гудьер Дж., Либовиц Г., Фрейденталь А. Разрушение : в 7 т. / под ред. А.Ю. Ишлинского ; перевод с англ. Т. 2. Математические основы теории разрушения. М. : Мир, 1975. 768 с.

9. Гарба М.О., Баранецкий А.О., Яковенко И.А., Колчунов В.И. Сопротивление трещинообразованию железобетонных конструкций на изгиб с кручением // САПР Allplan у архітектурі і будівництві : мат. семінару Міжн. наук.-прак. фестивалю (м. Київ, 22–26 квітня 2013р.). Киев : НАУ, 2013. С. 54—59.

10. Демьянов А.И., Колчунов В.И., Сальников А.С., Михайлов М.М. Расчетные модели статико-динамического деформирования железобетонной конструкции при кручении с изгибом в момент образования пространственной трещины // Строительство и реконструкция. 2017. № 3 (71). С. 13—22.

11. Сальников А.С., Клюева Н.В., Колчунов Вл.И. Метод определения минимальной нагрузки и координат образования пространственной трещины в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 1. С. 52—57.

12. Покусаев А.А., Шавыкина М.В., Колчунов В.И. Расчет расстояния между пространственными трещинами и ширины их раскрытия в железобетонных конструкциях при кручении с изгибом (случай 1) // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 2 (265). С. 20—29.

13. Демьянов А.И., Колчунов Вл.И., Яковенко И.А. К задаче динамического догружения арматуры при мгновенном образовании пространственной трещины в железобетонной конструкции при кручении с изгибом // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 9. С. 56—62.

14. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М., 2001. 605 с.

15. Бахотский И.В. Экспериментально-теоретическое исследование напряженнодеформированного состояния фиброжелезобетонных элементов, подверженных воздействию кручения с изгибом // Вестник гражданских инженеров. 2013. № 4 (39). С. 55— 60.

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 21 сентября 2017

Дата принятия к публикации: 8 декабря 2017

Об авторах:

Демьянов Алексей. Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, Юго-Западный государственный университет, Курск, Россия. Научные интересы: железобетонные конструкции зданий и сооружений, сопротивление железобетонных конструкций при кручении с изгибом. Контактная информация: e-mail: speccompany@gmail.com

Яковенко Игорь Анатольевич, кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерных технологий, Национальный авиационный университет, Киев, Украина. Научные интересы: конструкции зданий и сооружений, железобетонные составные конструкции, реконструкция зданий и сооружений, механика разрушения железобетона. Контактная информация:e-mail: i2103@ukr.net

Колчунов Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет, Курск, Россия. Иностранный член РААСН. Научные интересы: железобетонные конструкции зданий и сооружений, механика железобетона, реконструкция зданий и сооружений, железобетонные составные конструкции. Контактная информация: e-mail: vlik52@mail.ru

Для цитирования:

Демьянов А.И., Яковенко И.А., Колчунов В.И. Трансформационный элемент между зависимостями механики разрушения и уравнениями теории железобетона в условиях сложного сопротивления // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14. № 1. С. 46—56. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-46-56.

TRANSFORMATION ELEMENT BETWEEN THE DEPENDENCE OF THE FRAC-TURE MECHANICS AND THE EQUATIONS OF THE REINFORCED CONCRETE THEORY IN THE CONDITIONS OF A COMPLEX RESISTANCE

A.I. DEM'YANOV^{*}, I.A. YAKOVENKO^{**}, V.I. KOLCHUNOV^{*}

* Southwest State University, Kursk, Russia
 50 let Oktyabrya Street, 94, Kursk, 305040, Russian Federation
 **National Aviation University, Kiev, Ukraine
 1 Prosp. Kosmonavta Komarova, Kyiv, 03058, Ukraine

The hypothesis of fracture mechanics is developed in the article and a universal short dualconsole element is designed for reinforced concrete structures of buildings and structures. The proposed dual-console element is applicable to the evaluation of reinforced concrete structures resistance under conditions of various force and deformation effects, including torsion with bending. Simplified dependences are constructed for the energy functional and the specifics and features of the construction of a dual-console fracture mechanics element in the zones adjacent to the spatial cracks are considered taking into account the discontinuity effect. The dual-console element is the connecting link and serves as a transformational element between the dependencies of fracture mechanics and the equations of reinforced concrete theory.

Keywords: dual-console element, reinforced concrete constructions, energy functional, spatial cracks, fracture mechanics

References

1. ACI Committee 446, Fracture Mechanics (1992). Bažant Z.P., ed. Fracture mechanics of concrete structures. Part I, State-of-Art Report. Elsevier Applied Science, London and New York: 1–140.

2. Zaitsev, Yu.V. (1991). *Destruction Mechanics for Builders*. Moscow: Vysshaya Shkola publ. 288 p. (In Russ.).

3. Golyshev, A.B., Kolchunov V.I. (2009). [Soprotivlenie zhelezobetona] Resistance of Reinforced Concrete. Kiev: Osnova publ. 432. (In Russ.).

4. Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2009). The development of dual console fracture mechanics element to calculate the width opening of cracks in reinforced concrete constructions. *Bulletin of Civil Engineers*, 4 (21), 160–163. (In Russ.).

5. Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, (6), 773–782.

6. Klyuyeva, N.V., Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2014). Problem development tasks of hypotheses of mechanics of destruction as applied to analysis of reinforced concrete structures. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*, 3 (29), 41–45. (In Russ.).

7. Kolchunov, V.I., Yakovenko, I.A. (2016). About the violation solid effect of reinforced concrete in reconstruction design of textile industry enterprises. *The News of Higher Educational Institutions*. *Technology of Textile Industry*, 3(363), 258–263. (In Russ.).

8. Guder Dzh., Libovits G., Freidental A., Yhlynskii A.Y., ed. (1975). *Razrushenie. T. 2. Matematicheskie osnovy teorii razrusheniya* [Destruction. Part 2: Mathematical fundamentals theory of destruction]. Moscow: Mir publ. 768. (In Russ.).

9. Garba, M.O., Baranetsky, A.O., Yakovenko, I.A., Kolchunov, V.I. (2013). The resistance to the cracking of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. *Allplan CAD in Architecture and Building*, Kiev, the 22-26th of April 2013. Kiev: NAU publ. 54—59. (In Russ.).

10. Dem'yanov, A.I., Kolchunov, V.I., Salnikov, A.S., Mikhailov, M.M. (2017). The calculation models of static-dynamic deformation of a reinforced concrete structure under the action torsion with bending at the moment of spatial crack formation. *Building and Reconstruction*, 3 (71), 13—22. (In Russ.).

11. Salnikov, A.S., Klyueva, N.V., Kolchunov, Vl.I. (2016). A method for determining the minimum load and the coordinates of the formation of a spatial crack in reinforced concrete structures with torsion with bending. *Industrial and Civil Engineering*, (1), 52–57. (In Russ.).

12. Pokusaev, A.A., Shavykina, M.V., Kolchunov, V.I. (2016). Calculation of the distance between the spatial cracks and the width of their opening in reinforced concrete structures in torsion with a bend (case 1). *Construction Mechanics and Calculation of Structures*, 2 (265), 20–29. (In Russ.).

13. Dem'yanov, A.I., Kolchunov, V.I., Yakovenko I.A. (2017). To the problem of dynamic reinforcement after the instantaneous formation of a spatial crack in a reinforced concrete structure under the action torsion with bending. *Industrial and Civil Engineering*, (9), 56–62. (In Russ.).

14. Rogers D., Adams J. (2001). *Matematicheskie osnovy mashinnoi grafiki [Mathematical foun*dations of computer graphics]. Moscow, 605 p. (In Russ.).

15. Bakhotsky I.V. (2013). Experimental-theoretical study of the stress-strain state of fiberreinforced concrete elements subject to torsional influences with bending. *Bulletin of Civil Engineers*, 4 (39), 55–60. (In Russ.).

Article history: Received: September 21, 2017 Revised: November 12, 2017 Accepted: December 8, 2017

About the authors:

Alexey I. Dem'yanov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Industrial and Civil Engineering Department Southwest State University, Kursk, Russia. Scientific interests: reinforced concrete structures of buildings and structures, resistance of reinforced concrete structures under the action torsion with bending. Contact information: e-mail: speccompany@gmail.com

Igor A. Yakovenko, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Computer Technology of Construction Department National Aviation University, Kiev, Ukraine. Scientific interests: reinforced concrete structures of buildings and structures, reinforced concrete composite structures, reconstruction of buildings and structures, mechanics of destruction of reinforced concrete. Contact information: e-mail: i2103@ukr.net

Vladimir I. KolchunoV, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Unique Buildings and Structures Department, Southwest State University, Kursk, Russia. Foreign member of RAASN. *Scientific interests:* reinforced concrete structures of buildings and structures, mechanics of reinforced concrete, reconstruction of buildings and structures, reinforced concrete composite structures. *Contact information:* e-mail: vlik52@mail.ru

For citation: Dem'yanov, A.I., Kolchunov, V.I., Yakovenko I.A. (2018). Transformation element between the dependence of the fracture mechanics and the equations of the reinforced concrete theory in the conditions of a complex resistance. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 14(1), 46— 56. DOI: 10.22363/1815-5235-2018-14-1-46-56.